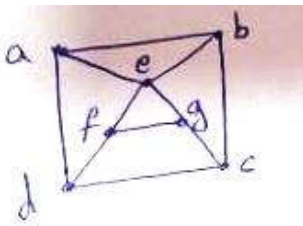
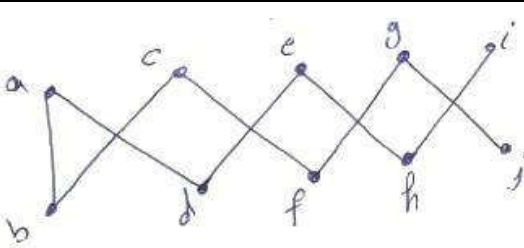


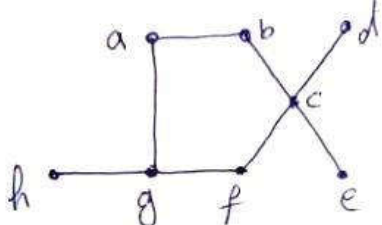

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۱	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷							
طراح سوال: حسن جوشن							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)						نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصلضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>ب) تفاضل مکعب های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است.</p> <p>ج) گراف ۳-، منتظم از مرتبه ۷ قابل رسم است.</p> <p>د) مجموعه احاطه گر می نیمم، یک مجموعه احاطه گر می نیمال است.</p>						۱
۲	<p>به روش بازگشتی گزاره زیر را ثابت کنید.</p> $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$						۱
۳	اگر عدد طبیعی a دو عدد $5k+4, 7k+5$ را عاد کند ثابت کنید. $a=3$ یا $a=1$						۱
۴	فرض کنید $3x - y   3x - 1, x^2 - y^2$ ثابت کنید $x, y$ دو عدد متوالی هستند.						۱
۵	معادله سیاله خطی $4x + 3y = 19$ را حل وجوابهای عمومی آن را بدست آورید.						۱/۵
۶	ثابت کنید تعداد راسهای فرد هر گراف، عددی زوج است.						۱
۷	نشان دهید که تعداد یال های یک گراف n راسی کامل برابر است با $\frac{n(n-1)}{2}$						۱
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر می نیمم را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف زیر یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.</p> 						۱
۹	یک گراف A راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که دارای فقط یک مجموعه احاطه گر می نیمم باشد.						۱/۲۵
۱۰	<p>عدد احاطه گر گراف زیر را بیابید.</p> 						۱/۲۵
۱۱	<p>الف) گراف <math>P_{12}</math> را رسم کنید</p> <p>ب) یک <math>\Delta</math>-مجموعه از آن را مشخص کنید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه گر می نیمال ۶ عضوی از آن را مشخص کنید.</p>						۱/۵
۱۲	به چند طریق می توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد.						۱
۱۳	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۵ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.						۲
۱۴	چند عدد طبیعی مانند N وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۳ و ۴ و ۵ بخش پذیر نباشد. ( $1 \leq n \leq 400$ )						۲/۵
۱۵	<p>الف) اصل لانه کبوتری را تعریف کنید.</p> <p>ب) ۱۳ نقطه درون یک مستطیل <math>8 \times 6</math> قرار دارند نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از <math>\sqrt{8}</math> باشد.</p>						۲/۵

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: حسن جوشن				
ردیف	پاسخنامه	نمره		
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱		
۲	$-۲۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲z^۲ \geq ۲xy + ۲yz + ۲zx \Leftrightarrow (۰/۲۵)$ $۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲z^۲ - ۲xy - ۲yz - ۲zx \geq ۰ \Leftrightarrow (۰/۲۵)$ $(x^۲ + y^۲ - ۲xy) + (x^۲ + z^۲ - ۲xz) + (y^۲ + z^۲ - ۲yz) \geq ۰ \Leftrightarrow (۰/۲۵)$ <p>همواره درست</p> $(x - y)^۲ + (x - z)^۲ + (y - z)^۲ \geq ۰ \quad (۰/۲۵)$	۱		
۳	$\begin{aligned} a ۷k + ۵ &\rightarrow \begin{cases} a ۵(۷k + ۵) \\ a ۷(۵k + ۴) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a ۳۵k + ۲۵ \\ a ۳۵k + ۲۸ \end{cases} \rightarrow a (۳۵k + ۲۸) - \\ a ۵k + ۴ &\rightarrow \begin{cases} a ۳۵k + ۲۵ \\ a ۳۵k + ۲۸ \end{cases} \rightarrow a (۳۵k + ۲۸) - \\ (۳۵k + ۲۵) &\Rightarrow a ۳ \rightarrow a = ۱, a = ۳ \end{aligned}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱		
۴	$(۰/۲۵) \left. \begin{aligned} x - y   x^۲ - y^۲ \\ x^۲ - y^۲   ۳x \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تندی}} \begin{aligned} x - y   ۳x \\ x - y   ۳x - ۱ \end{aligned}$ $x - y   ۳x - (۳x - ۱) \rightarrow x - y   ۱ \Rightarrow \begin{cases} x - y = ۱ \rightarrow x = y + ۱ \\ x - y = -۱ \rightarrow x = y - ۱ \end{cases}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱		
۵	$\begin{aligned} ۴x \equiv ۱۹ \pmod{۳} &\Rightarrow ۴x \equiv ۱۹ - ۳ \pmod{۳} && (۰/۲۵) \\ &\Rightarrow ۴x \equiv ۱۶ \pmod{۳} && (۰/۲۵) \\ &\Rightarrow x \equiv ۴ \pmod{۳} \Rightarrow x = ۳k + ۴ && (۰/۲۵) \end{aligned}$ $\begin{aligned} ۴(۳k+۴)+۳y=۱۹ &&& (۰/۲۵) \\ ۱۲k+۱۶+۳y=۱۹ &&& (۰/۲۵) \\ ۳y=-۱۲k+۳ &\Rightarrow y = -۴k + ۱ && (۰/۲۵) \end{aligned}$	۱/۵		
۶	<p>فرض کنید G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد در این صورت داریم:</p> $\sum_{V \in V(G)} \deg(V) = \sum_{V \in A} \deg(V) + \sum_{V \in B} \deg(V)$ <p>(۰/۲۵)</p> <p>از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی <math>\sum_{V \in V(G)} \deg(V)</math> زوج و <math>\sum_{V \in B} \deg(V)</math> زوج است.</p>	۱		

بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد (۰/۲۵)
بنابراین $\sum_{V \in A} \deg(V)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است (۰/۲۵)

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: حسن جوشن			

ردیف	پاسخنامه	نمره
۷	چون گراف $N$ راسی کامل است پس $\deg v_i = n - 1$ (۰/۲۵) از طرفی $\sum_{i=1}^n \deg v_i = 2q$ پس (۰/۲۵) $n(n-1) = 2q \Rightarrow q = \frac{n(n-1)}{2} \quad (۰/۵)$	۱
۸	الف) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر می نیمم گویند (۰/۵) ب) $\{a, d, f, c\}$ احاطه گر می نیمم (۰/۵)	۱
۹	$\{c, g\}$ مجموعه احاطه گر می نیمم (۰/۵)  ۰/۷۵	۱/۲۵
۱۰	$n = 10 \quad \Delta = 2$ (۰/۲۵) $\left\lfloor \frac{10}{2+1} \right\rfloor \leq \gamma(G) \Rightarrow 4 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) $\gamma(G) = 4$ یک مجموعه احاطه گر است پس $\{g, c, d, h\}$	۱/۲۵
۱۱	الف)  ادامه ب) $\{b, e, h, k\}$ یک ۴-مجموعه است. (۰/۵) ج) $\{b, c, f, g, j, k\}$ یک مجموعه احاطه گر می نیمم ۶ عضوی است. (۰/۵)	۱/۵
۱۲	$x_1 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \quad n=11 \quad x=0$ $x_i \geq 1$ $(1 \leq i \leq 5)$ (۰/۵) $\binom{n-1}{k-1} = \binom{11-1}{5-1} = \binom{10}{4}$ (۰/۵)	۱

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:																																																																											
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴																																																																											
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: حسن جوشن																																																																														
ردیف	پاسخنامه	نمره																																																																												
۱۳	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td> <td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td> <td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td> <td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td> <td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۷۵) پس</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">۱۳</td><td style="text-align: center;">۴۱</td><td style="text-align: center;">۲۴</td><td style="text-align: center;">۵۲</td><td style="text-align: center;">۳۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴۵</td><td style="text-align: center;">۲۳</td><td style="text-align: center;">۵۱</td><td style="text-align: center;">۳۴</td><td style="text-align: center;">۱۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲۲</td><td style="text-align: center;">۵۵</td><td style="text-align: center;">۳۳</td><td style="text-align: center;">۱۱</td><td style="text-align: center;">۴۴</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۵۴</td><td style="text-align: center;">۳۲</td><td style="text-align: center;">۱۵</td><td style="text-align: center;">۴۳</td><td style="text-align: center;">۲۱</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳۱</td><td style="text-align: center;">۱۴</td><td style="text-align: center;">۴۲</td><td style="text-align: center;">۲۵</td><td style="text-align: center;">۵۳</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱	۴	۲	۵	۳	۳	۱	۴	۲	۵	۴	۲	۵	۳	۱	۵	۳	۱	۴	۲	۲	۵	۳	۱	۴	۲	۵	۳	۱	۴	۵	۳	۱	۴	۲	۴	۲	۵	۳	۲	۳	۱	۴	۲	۵	۱	۴	۲	۵	۳	۱۳	۴۱	۲۴	۵۲	۳۵	۴۵	۲۳	۵۱	۳۴	۱۲	۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴	۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱	۳۱	۱۴	۴۲	۲۵	۵۳	۲	
	۱	۴	۲	۵	۳	۳	۱	۴	۲	۵																																																																				
۴	۲	۵	۳	۱	۵	۳	۱	۴	۲																																																																					
۲	۵	۳	۱	۴	۲	۵	۳	۱	۴																																																																					
۵	۳	۱	۴	۲	۴	۲	۵	۳	۲																																																																					
۳	۱	۴	۲	۵	۱	۴	۲	۵	۳																																																																					
۱۳	۴۱	۲۴	۵۲	۳۵																																																																										
۴۵	۲۳	۵۱	۳۴	۱۲																																																																										
۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴																																																																										
۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱																																																																										
۳۱	۱۴	۴۲	۲۵	۵۳																																																																										
۱۴	<p>مجموعه اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند <math>A =</math></p> <p>مجموعه اعدادی که بر ۴ بخش پذیرند <math>B =</math></p> <p>مجموعه اعدادی که بر ۵ بخش پذیرند <math>C =</math></p> <p> <math> A  = \left[ \frac{۴۰۰}{۳} \right] = ۱۳۳</math> (۰/۲۵), <math> B  = \left[ \frac{۴۰۰}{۴} \right] = ۱۰۰</math> (۰/۲۵), <math> C  = \left[ \frac{۴۰۰}{۵} \right] = ۸۰</math> (۰/۲۵) پس  <math> A \cap B  = \left[ \frac{۴۰۰}{۱۲} \right] = ۳۳</math> (۰/۲۵)  <math> A \cap C  = \left[ \frac{۴۰۰}{۱۵} \right] = ۲۶</math> (۰/۲۵)  <math> A \cap C  = \left[ \frac{۴۰۰}{۲۰} \right] = ۲۰</math> (۰/۲۵)  <math> A \cap B \cap C  = \left[ \frac{۴۰۰}{۶۰} \right] = ۶</math> (۰/۲۵)  <math> \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}  =  \overline{A \cup B \cup C}  =</math> (۰/۲۵)  <math>= ۴۰۰ - ( A  +  B  +  C  -  A \cap B  -  A \cap C  -  B \cap C  +  A \cap B \cap C )</math>  (۰/۲۵)  <math>= ۴۰۰ - (۱۳۳ + ۱۰۰ + ۸۰ - ۳۳ - ۲۶ - ۲۰ + ۶) = ۱۶۰</math> (۰/۲۵) </p>	۲/۵																																																																												

مدت امتحان :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان : / / ۱۳۹۸	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال : حسن جوشن		جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷	
نمره	پاسخنامه		ردیف
۲/۵	<p>الف) اگر <math>m</math> کیوتر و <math>n</math> لانه داشته باشیم و <math>m &gt; n</math> و همه کیوترها درون لانه ها قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل ۲ کیوتر در آن قرار گرفته است.</p> <p>(۱/۵)</p>		۱۵