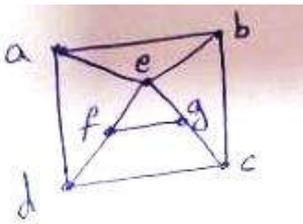
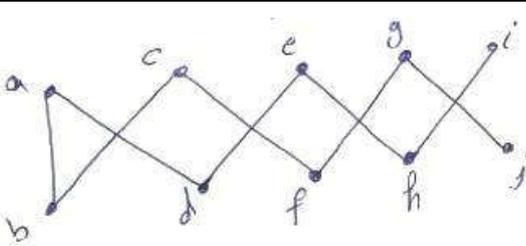


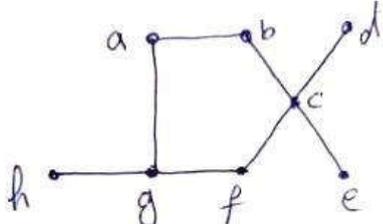
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۱
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷				
طراح سوال: حسن جوشن				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره		
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) حاصلضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) تفاضل مکعب های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است. ج) گراف ۳-، منتظم از مرتبه ۷ قابل رسم است. د) مجموعه احاطه گر می نیمم، یک مجموعه احاطه گر می نیمال است.	۱		
۲	به روش بازگشتی گزاره زیر را ثابت کنید. $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$	۱		
۳	اگر عدد طبیعی a دو عدد $5k+4, 7k+5$ را عاد کند ثابت کنید. $a=3$ یا $a=1$	۱		
۴	فرض کنید $3x - y 3x - 1, x^2 - y^2 3x$ ثابت کنید x, y دو عدد متوالی هستند.	۱		
۵	معادله سیاله خطی $4x + 3y = 19$ را حل و جوابهای عمومی آن را بدست آورید.	۱/۵		
۶	ثابت کنید تعداد راسهای فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱		
۷	نشان دهید که تعداد یال های یک گراف n راسی کامل برابر است با $\frac{n(n-1)}{2}$	۱		
۸	الف) مجموعه احاطه گر می نیمم را تعریف کنید. ب) برای گراف زیر یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. 	۱		
۹	یک گراف A راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که دارای فقط یک مجموعه احاطه گر می نیمم باشد.	۱/۲۵		
۱۰	عدد احاطه گر گراف زیر را بیابید. 	۱/۲۵		
۱۱	الف) گراف P_{12} را رسم کنید ب) یک Δ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر می نیمال ۶ عضوی از آن را مشخص کنید.	۱/۵		
۱۲	به چند طریق می توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد.	۱		
۱۳	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۵ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.	۲		
۱۴	چند عدد طبیعی مانند N وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۳ و ۴ و ۵ بخش پذیر نباشد. ($1 \leq n \leq 400$)	۲/۵		
۱۵	الف) اصل لانه کبوتری را تعریف کنید. ب) ۱۳ نقطه درون یک مستطیل 8×6 قرار دارند نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۲/۵		

باسمه تعالی

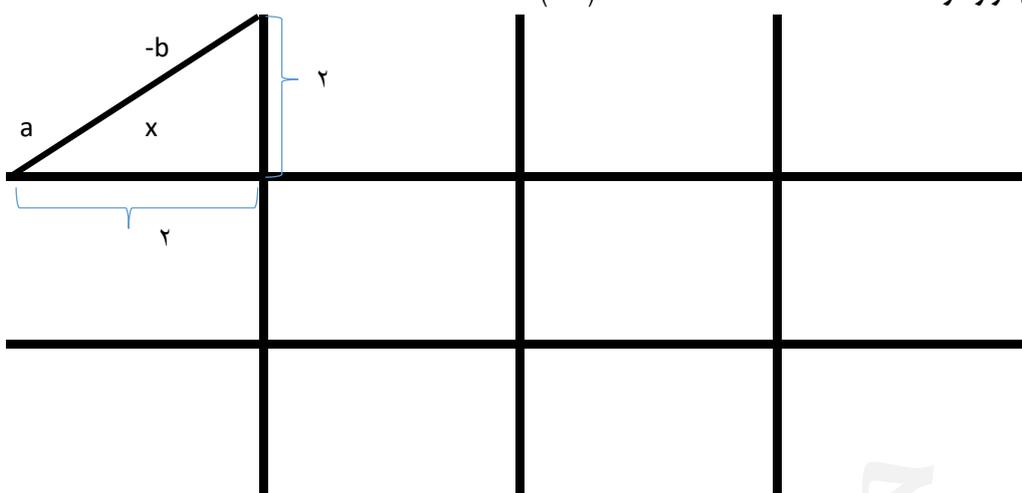
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: حسن جوشن				
ردیف	پاسخنامه	نمره		
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱		
۲	$-۲۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲z^۲ \geq ۲xy + ۲yz + ۲zx \Leftrightarrow (۰/۲۵)$ $۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲z^۲ - ۲xy - ۲yz - ۲zx \geq ۰ \Leftrightarrow (۰/۲۵)$ $(x^۲ + y^۲ - ۲xy) + (x^۲ + z^۲ - ۲xz) + (y^۲ + z^۲ - ۲yz) \geq ۰ \Leftrightarrow (۰/۲۵)$ <p>همواره درست</p> $(x - y)^۲ + (x - z)^۲ + (y - z)^۲ \geq ۰ \quad (۰/۲۵)$	۱		
۳	$\begin{aligned} & \begin{cases} a ۷k+۵ \\ a ۵k+۴ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a ۵(۷k+۵) \\ a ۷(۵k+۴) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a ۳۵k+۲۵ \\ a ۳۵k+۲۸ \end{cases} \rightarrow a (۳۵k+۲۸) - \\ & (۳۵k+۲۵) \Rightarrow a ۳ \rightarrow a=۱, a=۳ \end{aligned}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱		
۴	$(۰/۲۵) \left. \begin{aligned} & x-y x^۲-y^۲ \\ & x^۲-y^۲ ۳x \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تندی}} \begin{aligned} & x-y ۳x \\ & x-y ۳x-۱ \end{aligned}$ $x-y ۳x-(۳x-۱) \rightarrow x-y ۱ \Rightarrow \begin{cases} x-y=۱ \rightarrow x=y+۱ \\ x-y=-۱ \rightarrow x=y-۱ \end{cases}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱		
۵	$\begin{aligned} ۴x^۳ \equiv ۱۹ & \Rightarrow ۴x^۳ \equiv ۱۹-۳ & (۰/۲۵) \\ \Rightarrow ۴x^۳ & \equiv ۱۶ & (۰/۲۵) \\ \Rightarrow x^۳ & \equiv ۴ \Rightarrow x=۳k+۴ & (۰/۲۵) \end{aligned}$ $\begin{aligned} ۴(۳k+۴)+۳y &= ۱۹ & (۰/۲۵) \\ ۱۲k+۱۶+۳y &= ۱۹ & (۰/۲۵) \\ ۳y &= -۱۲k+۳ \Rightarrow y = -۴k+۱ & (۰/۲۵) \end{aligned}$	۱/۵		
۶	<p>فرض کنید G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد در این صورت داریم:</p> $\sum_{V \in V(G)} \deg(V) = \sum_{V \in A} \deg(V) + \sum_{V \in B} \deg(V)$ <p>(۰/۲۵)</p> <p>از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $\sum_{V \in V(G)} \deg(V)$ زوج و $\sum_{V \in B} \deg(V)$ زوج است.</p>	۱		

بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد (۰/۲۵)
بنابراین $\sum_{V \in A} \deg(V)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است (۰/۲۵)

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: حسن جوشن			

ردیف	پاسخنامه	نمره
۷	چون گراف N راسی کامل است پس $\deg v_i = n - 1$ (۰/۲۵) از طرفی $\sum_{i=1}^n \deg v_i = 2q$ پس (۰/۲۵) $n = (n - 1) = 2q \Rightarrow q = \frac{n(n - 1)}{2} \quad (۰/۵)$	۱
۸	الف) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر می نیمم گویند (۰/۵) ب) $\{a, d, f, c\}$ احاطه گر می نیمم (۰/۵)	۱
۹	$\{c, g\}$ مجموعه احاطه گر می نیمم (۰/۵)  ۰/۷۵	۱/۲۵
۱۰	$n = 10 \quad \Delta = 2$ (۰/۲۵) $\left\lfloor \frac{10}{2+1} \right\rfloor \leq \gamma(G) \Rightarrow 4 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) $\gamma(G) = 4$ یک مجموعه احاطه گر است پس $\{g, c, d, h\}$	۱/۲۵
۱۱	الف)  ادامه ب) $\{b, e, h, k\}$ یک ۴-مجموعه است. (۰/۵) ج) $\{b, c, f, g, j, k\}$ یک مجموعه احاطه گر می نیمم ۶ عضوی است. (۰/۵)	۱/۵
۱۲	$x_1 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \quad n=11 \quad x=0$ $x_i \geq 1$ $(1 \leq i \leq 5)$ (۰/۵) $\binom{n-1}{k-1} = \binom{11-1}{5-1} = \binom{10}{4}$ (۰/۵)	۱

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:																																																																											
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴																																																																											
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: حسن جوشن																																																																														
ردیف	پاسخنامه	نمره																																																																												
۱۳	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td> <td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td> <td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td> <td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td> <td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۷۵) پس</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">۱۳</td><td style="text-align: center;">۴۱</td><td style="text-align: center;">۲۴</td><td style="text-align: center;">۵۲</td><td style="text-align: center;">۳۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴۵</td><td style="text-align: center;">۲۳</td><td style="text-align: center;">۵۱</td><td style="text-align: center;">۳۴</td><td style="text-align: center;">۱۲</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲۲</td><td style="text-align: center;">۵۵</td><td style="text-align: center;">۳۳</td><td style="text-align: center;">۱۱</td><td style="text-align: center;">۴۴</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۵۴</td><td style="text-align: center;">۳۲</td><td style="text-align: center;">۱۵</td><td style="text-align: center;">۴۳</td><td style="text-align: center;">۲۱</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳۱</td><td style="text-align: center;">۱۴</td><td style="text-align: center;">۴۲</td><td style="text-align: center;">۲۵</td><td style="text-align: center;">۵۳</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱	۴	۲	۵	۳	۳	۱	۴	۲	۵	۴	۲	۵	۳	۱	۵	۳	۱	۴	۲	۲	۵	۳	۱	۴	۲	۵	۳	۱	۴	۵	۳	۱	۴	۲	۴	۲	۵	۳	۲	۳	۱	۴	۲	۵	۱	۴	۲	۵	۳	۱۳	۴۱	۲۴	۵۲	۳۵	۴۵	۲۳	۵۱	۳۴	۱۲	۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴	۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱	۳۱	۱۴	۴۲	۲۵	۵۳	۲	(۰/۷۵)
	۱	۴	۲	۵	۳	۳	۱	۴	۲	۵																																																																				
۴	۲	۵	۳	۱	۵	۳	۱	۴	۲																																																																					
۲	۵	۳	۱	۴	۲	۵	۳	۱	۴																																																																					
۵	۳	۱	۴	۲	۴	۲	۵	۳	۲																																																																					
۳	۱	۴	۲	۵	۱	۴	۲	۵	۳																																																																					
۱۳	۴۱	۲۴	۵۲	۳۵																																																																										
۴۵	۲۳	۵۱	۳۴	۱۲																																																																										
۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴																																																																										
۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱																																																																										
۳۱	۱۴	۴۲	۲۵	۵۳																																																																										
۱۴	<p>مجموعه اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند $A =$</p> <p>مجموعه اعدادی که بر ۴ بخش پذیرند $B =$</p> <p>مجموعه اعدادی که بر ۵ بخش پذیرند $C =$</p> <p>$A = \left[\frac{۴۰۰}{۳} \right] = ۱۳۳$ (۰/۲۵), $B = \left[\frac{۴۰۰}{۴} \right] = ۱۰۰$ (۰/۲۵), $C = \left[\frac{۴۰۰}{۵} \right] = ۸۰$ (۰/۲۵) پس</p> <p>$A \cap B = \left[\frac{۴۰۰}{۱۲} \right] = ۳۳$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap C = \left[\frac{۴۰۰}{۱۵} \right] = ۲۶$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap C = \left[\frac{۴۰۰}{۲۰} \right] = ۲۰$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B \cap C = \left[\frac{۴۰۰}{۶۰} \right] = ۶$ (۰/۲۵)</p> <p>$\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \overline{A \cup B \cup C} =$ (۰/۲۵)</p> <p>$= ۴۰۰ - (A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C)$ (۰/۲۵)</p> <p>$= ۴۰۰ - (۱۳۳ + ۱۰۰ + ۸۰ - ۳۳ - ۲۶ - ۲۰ + ۶) = ۱۶۰$ (۰/۲۵)</p>	۲/۵																																																																												

مدت امتحان :	ساعت شروع ۸ صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان : / / ۱۳۹۸	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال : حسن جوشن		جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷	
نمره	پاسخنامه		ردیف
۲/۵	<p>الف) اگر m کیوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کیوترها درون لانه ها قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل ۲ کیوتر در آن قرار گرفته است.</p> <p>(۱/۵)</p> 		۱۵