

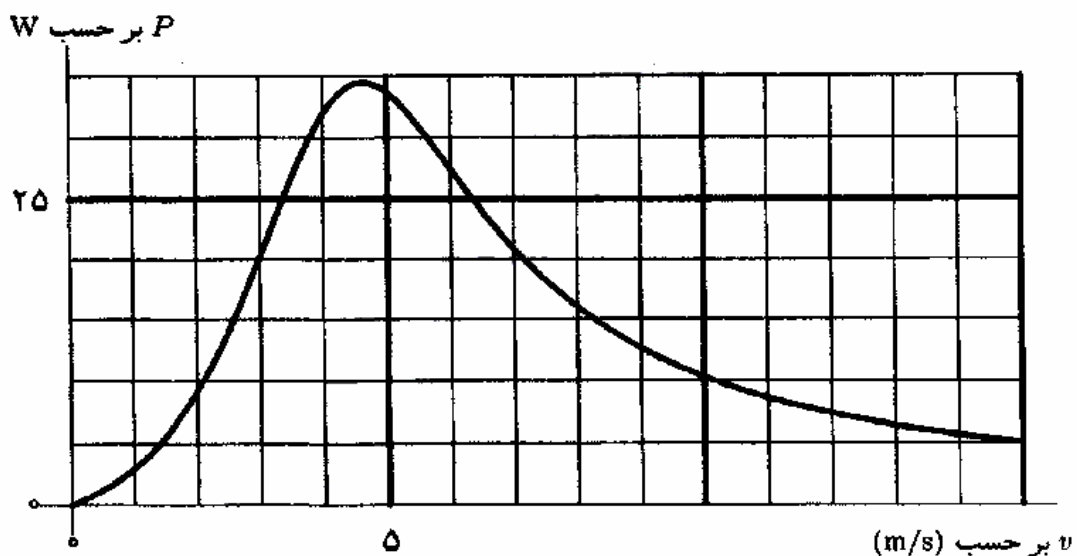
۱) به یک متحرک نیرویی F وابسته به سرعت آن v وارد می‌شود. چنان که P (توان این نیرو) بر حسب سرعت مطابق نمودار شکل ۱ است. (این شکل عیناً در پاسخ‌نامه تکرار شده است.) این نیرو با سرعت هم‌جهت است. جرم این جسم 1kg است. شتاب گرانش را 10m/s^2 بگیرید.

الف) نمودار F بر حسب v را در شکل ۲ (در پاسخ‌نامه) بکشید.

ب) این جسم از سطح شیب‌داری بالا می‌رود که زاویه‌اش با افق θ است. بیشترین مقدار θ برای این که این جسم بتواند با سرعت ثابت بالا برود ϕ چقدر است؟ (بدست آوردن یکی از تابع‌های مثلثاتی ϕ کافی است.)

ج) این جسم از سطح شیب‌داری با $\theta = 30^\circ$ بالا می‌رود. نمودار شتاب این جسم بر حسب سرعت را در شکل ۳ (در پاسخ‌نامه) بکشید.

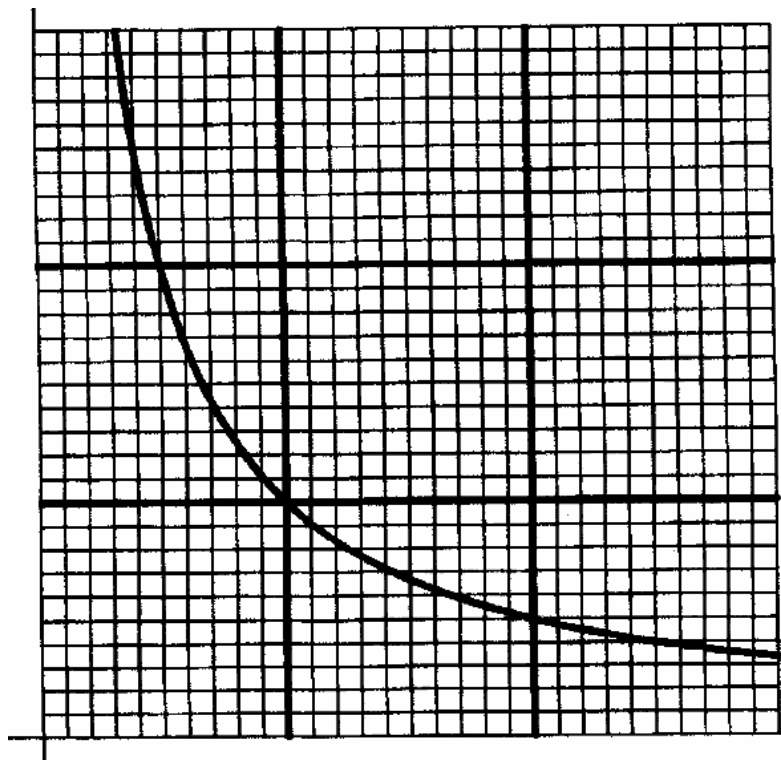
د) این جسم روی یک سطح افقی در زمان صفر از حالت سکون حرکت می‌کند. می‌خواهیم سرعت این جسم در $t=3\text{s}$ را بدست آوریم. برای این کار فاصله زمانی صفر تا ۳ ثانیه را به سه بخش هر یک به اندازه ۱ ثانیه تقسیم کنید. در هر بخش شتاب را با تقریب ثابت و برابر شتاب متناظر با سرعت در ابتدای بخش بگیرید. با این تقریب سرعت در $t=3\text{s}$ را حساب کنید.



شکل ۱

۲) در اثر ترکیب یک مول گاز نیتروژن N_2 با سه مول گاز هیدروژن H_2 دو مول گاز آمونیاک NH_3 تولید می‌شود. دمای مخلوط یک مول نیتروژن و سه مول هیدروژن T است. برای این که در کل این واکنش حجم و دما ثابت بماند، باید این سیستم گرمای Q از دست بدهد. در کل مسأله گازها را کامل بگیرید.

الف) پس از آن که واکنش در حجم و دمای ثابت انجام شد، می‌خواهیم فشار آمونیاک حاصل را در دمای ثابت T به فشار مخلوط اولیه نیتروژن و هیدروژن برسانیم. چقدر کار باید روی آن انجام دهیم؟ (راهنمایی: شکل زیر نمودار تابع $(1/x)$ است.)



ب) در فرآیند بخش الف، تغییر انرژی درونی گاز آمونیاک چقدر است؟

ج) فرض کنید طی فرآیند ترکیب یک مول نیتروژن با سه مول هیدروژن، دما همواره T بماند و فشار هم همواره ثابت بماند. در

این صورت این سیستم باید گرمای Q' از دست بدهد. Q' چقدر است؟

۳) یک سرد کننده برای سرد کردن جسمی به کار می‌رود که ظرفیت گرمایی (گرمای ویژه ضرب در جرم) آن C است. وقتی دمای جسم T و دمای محیط T_0 است، آهنگ انتقال گرما از محیط به جسم، یعنی گرما بر واحد زمانی که محیط به جسم می‌دهد $\alpha(T_0 - T)$ است، که α ثابت است. وقتی سرد کننده روشن است گرما بر واحد زمانی که سرد کننده از جسم می‌گیرد مقدار ثابت J است. می‌خواهیم دمای جسم بین T_1 و T_2 بماند. برای این کار دمایی سرد کننده چنان تنظیم شده که وقتی دمای جسم از مقداری کمتر از T_2 به T_2 رسید سرد کننده روشن می‌شود، و وقتی دمای جسم از مقداری بیش از T_1 به T_1 رسید سرد کننده خاموش می‌شود. رابطه این دو دما با دمای محیط $T_1 < T_2 < T_0$ است. در این صورت سرد کننده به طور دوره‌ای روشن و خاموش می‌شود و طی هر دوره به مدت t_1 روشن و به مدت t_2 خاموش است.

الف) مشتق زمانی دمای سیستم $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ در دو حالت روشن و خاموش سرد کننده را حساب کنید.

ب) چه شرطی بین این دماها و پارامترهای داده شده باشد تا سرد کننده بتواند دمای جسم را از T_2 کمتر کند؟

ج) فرض کنید $(T_2 - T_1)$ خیلی کوچک‌تر از $(T_0 - T_2)$ است. در این صورت برای محاسبه $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ می‌شود دمای سیستم را

تقریباً مقدار ثابت $\frac{T_1 + T_2}{2}$ گرفت با این تقریب t_1 و t_2 را حساب کنید.

۴) دو سیم بلند حامل جریان با هم موازی اند. یکی از این سیم‌ها ثابت است و سیم دیگر می‌تواند در صفحه شامل این دو سیم و در راستای عمود بر آنها جابجا شود. جابجایی این سیم را با x نشان می‌دهیم، که در جهت افزایش فاصله است. جرم هر سیم بر واحد طول λ است. از هر یک از این دو سیم جریان $I_0 \cos \omega t$ می‌گذرد، که t زمان است و I_0 و ω ثابت‌اند. این جریان‌ها هم‌جهت‌اند.

الف) نیرو بر واحد طول وارد بر سیم متحرک در اثر سیم ثابت را، در حالتی که فاصله این دو سیم از هم D است.

ب) فرض کنید علاوه بر نیروی بالا یک نیروی بازدارنده به سیم وارد می‌شود که در راستای x است و مؤلفه آن بر واحد طول در جهت x برابر با $S = -kx - \alpha v$ است. v سرعت سیم (در جهت x) است و k و α ثابت‌اند. شتاب سیم را بر حسب x و v و پارامترهای داده شده بدست آورید. در این محاسبه از تغییر D به خاطر جابجا شدن سیم چشم‌پوشید.

ج) مکان سیم بر حسب زمان، $x(t)$ را به شکل:

$$x(t) = A + B \cos \Omega t + C \sin \Omega t$$

بگیرید، که Ω, C, B, A ثابت‌اند. این ثابت‌ها را چنان بیابید که معادله حاصل از بخش (ب) برقرار باشد.

۵) N جسم یکسان هر یک به جرم m روی رأس‌های یک N ضلعی منتظم‌اند. بین هر دو جسم از این مجموعه یک فنر آرمانی

به ضریب سختی k و طول کشیده نشده R_0 هست. انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک فنر آرمانی به ضریب سختی k برابر است

با $\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ ، که Δx اختلاف طول فنر با طول کشیده نشده فنر است.

الف) انرژی پتانسیل این مجموعه را بر حسب R (فاصله هر جسم از مرکز N ضلعی) را بدست آورید.

ب) به ازای $R = R^*$ انرژی پتانسیل کمینه می‌شود. R^* را بدست آورید.

ج) این مجموعه را از حالت سکون در وضعیتی رها می‌کنیم که فاصله هر جسم از مرکز N ضلعی R_1 است. $R_1 < R^*$ است.

جسم‌ها حرکت می‌کنند و در یک وضعیت دیگر باز هم سرعت همه جسم‌ها صفر می‌شود. در این وضعیت جدید فاصله هر

جسم از مرکز N ضلعی چقدر است؟

راهنمایی:

$$\sum_{i=1}^p \sin i\theta = \frac{\sin \frac{(p+1)\theta}{2} \sin \frac{p\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

$$\sum_{i=1}^p \cos i\theta = \frac{\cos(\frac{p+1}{2}\theta) \sin \frac{p\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

۶) مقداری گاز کامل فرآیند ABC را می‌پیماید. در نقطه‌های A و C دمای گاز به ترتیب $T_A = ۸۰K$, $T_C = ۶۰۰K$ است.

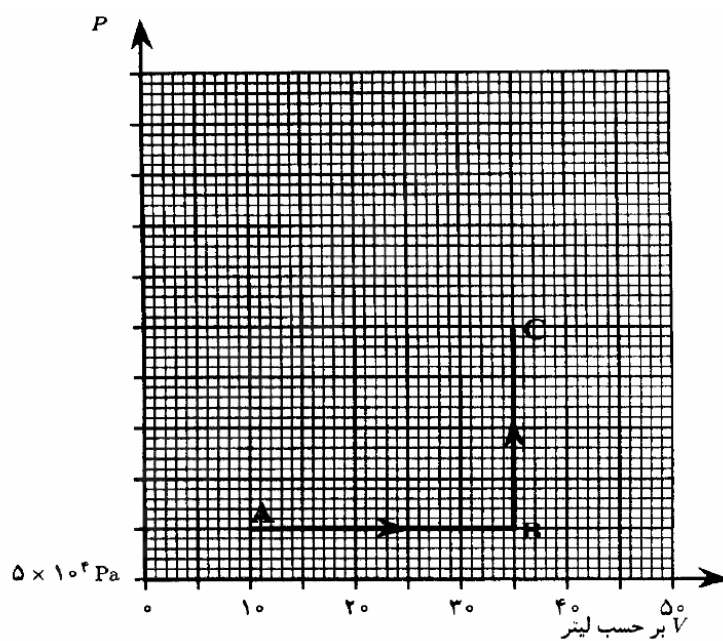
کمیت‌های زیر را حساب کنید.

الف) دما در نقطه B و T_B

ب) فشار در نقطه B و P_B

ج) تعداد مول‌های گاز، n

یادآوری: ثابت عمومی گازها $R = ۸/۳J(molK)$ است.



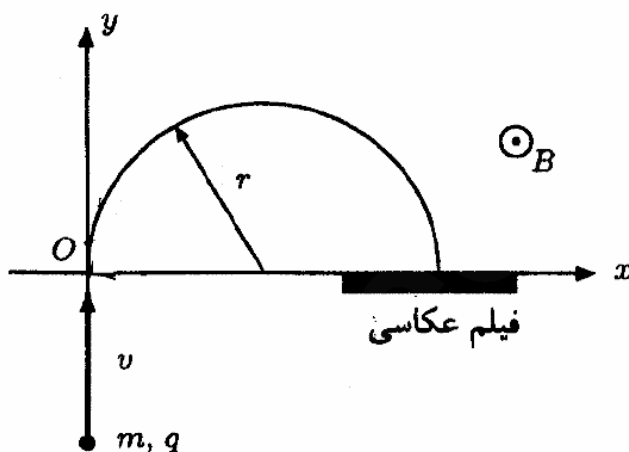
(۷) طیف‌سنج جرمی وسیله‌ای است که جرم یون‌ها را اندازه می‌گیرد. یون در یک تفنگ یونی شتاب می‌گیرد و به ناحیه‌ای تزریق می‌شود که در آن یک میدان مغناطیسی یکنواخت هست. جهت میدان مغناطیسی را محور z می‌گیریم. تفنگ یونی را چنان قرار می‌دهند که یون‌ها در جهت محور y وارد میدان مغناطیسی شوند. در این صورت، یون‌ها مطابق شکل مسیری دایره‌ای را می‌پیمایند که در صفحه xy است، و به یک صفحه حساس (فیلم عکاسی) برخورد می‌کنند. با اندازه‌گیری فاصله محل برخورد یون به فیلم از نقطه O (جایی که یون وارد میدان مغناطیسی می‌شود) جرم یون به دست می‌آید.

دو یون K و K (هر دو با عدد اتمی ۱۹ و اولی با عدد جرمی ۳۹ و دومی با عدد جرمی ۴۱) هر دو با بار یکسان، به

ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی تزریق می‌شوند. عدد جرمی مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته است.

شعاع دایره مسیر از $r = \frac{mv}{qB}$ بدست می‌آید، که در آن شعاع دایره مسیر، v سرعت یون، m جرم یون، q بار یون و B اندازه

میدان مغناطیسی است. فاصله محل برخورد یون با فیلم از مبدأ برای این دو یون را L_1 و L_2 و میانگین این فاصله را L می‌نامیم.



الف) با فرض آن که انرژی دو یون یکسان است، $\frac{L_2 - L_1}{L}$ را حساب کنید.

تنظیم دقیق انرژی و جهت خروج یون‌ها از تفنگ یونی ساده نیست.

ب) فرض کنید انرژی یون‌ها بین $J = 7/9 \times 10^{-17}$ و $J = 8/1 \times 10^{-17}$ است. آیا می‌توان یون‌های K و K را از هم تشخیص داد؟ چرا؟

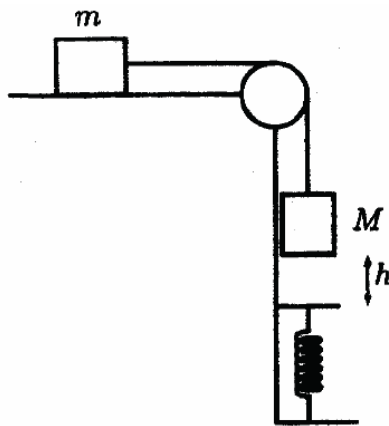
ج) فرض کنید سرعت یون‌ها وقتی وارد میدان مغناطیسی می‌شوند دقیقاً در امتداد محور γ نباشد اما هنوز در صفحه γ باشد. یون‌ها با زوایه‌های مختلفی نسبت به محور γ وارد می‌شوند. زاویه یکی از یون‌ها با محور γ را α می‌نامیم. L را برحسب α بدست آورید.

د) فرض کنید حداکثر زاویه سرعت یون‌ها با محور γ هنگام ورود ۳ درجه باشد. آیا می‌توان این دو یون را از هم تشخیص داد؟ چرا؟

راهنمایی: اگر ε خیلی کوچک باشد، $(1 + \varepsilon)^\beta \cong 1 + \beta\varepsilon$. همچنین، اگر α برحسب رادیان خیلی کوچک باشد:

$$\cos \alpha \cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

۸) در شکل زیر، دو جسم به جرم‌های M و m به وسیله نخ سبکی به هم متصل شده‌اند. جرم m روی میز بدون اصطکاکی قرار دارد و زیر جسم M فنر ایده‌آلی با ثابت k قرار داده شده است. فنر سبک است و طول عادی خود را دارد. در حالی که فاصله M از سر فنر h است، دستگاه از حالت سکون رها می‌شود و جرم M پس از افتادن روی فنر آن را فشرده می‌کند. انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنری که به اندازه Δx نسبت به طول عادی‌اش فشرده شده باشد، $\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ است.



الف) سرعت اجسام در لحظه‌ای که جسم M به فنر می‌رسد چقدر است؟

ب) بیشینه سرعت جسم M و m چقدر است؟

ج) حداکثر فشردگی فنر چقدر است؟