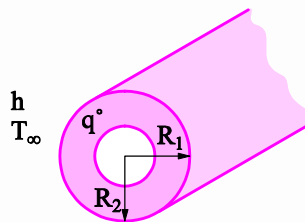


پاسخ تشریحی توسط: سید محمد کاظم موسوی

31. گزینه 3 درست است.

در لایه دوم تولید حرارت داریم ($q' > 0$) بنابراین تقعر به سمت پایین است، بنابراین گزینه‌های 2 و 4 نادرست می‌باشد.



موازنه انرژی را برای لوله درونی می‌نویسیم:

$$E_{in}^0 - E_{out}^0 + E_{gen}^0 = \frac{\partial E}{\partial t}$$

($\frac{\partial E}{\partial t} = 0$) زیرا شرایط پایاست و ($E_{gen}^0 = 0$) در لوله درونی تولید انرژی نداریم:

$$E_{in}^0 - E_{out}^0 = 0 \Rightarrow \nabla^2 T = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{C_1}{r}$$

از طرفی حرارت ورودی به لوله (E_{in}^0) یا بزرگتر از حرارت خروجی است (E_{out}^0) یا $C_1 > 0$ یا $C_1 = 0$ که اگر $(C_1 > 0)$ باشد، در لایه درونی تجمع حرارتی داریم که با پایا بودن مسئله تناقض دارد بنابراین $(C_1 = 0)$ می‌باشد و پروفایل دما در لایه

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \right) \text{ درونی خطی می‌باشد}$$

32. گزینه 3 درست است.

برای انتقال گرما به سیال درون لوله در حالت دمای دیواره ثابت ($T_w = \text{cte}$)، داریم:

$$\frac{T_{me} - T_{mi}}{T_w - T_{mi}} = 1 - \exp \left(- \frac{hP}{\dot{m} C_p} x \right) = 1 - \exp \left(- \frac{Px}{\dot{m} C_p} h \right)$$

که P محیط لوله، C_p ظرفیت گرمایی سیال در فشار ثابت، h ظرفیت گرمایی جابجایی سیال، $\dot{m}$ دبی جرمی سیال می‌باشد.

اگر دبی جرمی سیال را کاهش دهیم، $\exp\left(-\frac{P_x}{\dot{m}C_p}h\right)$ کاهش می‌یابد و در نتیجه $1 - \exp\left(-\frac{P_x}{\dot{m}C_p}h\right)$ افزایش خواهد یافت، بر این اساس $(T_{me} - T_{mi})$ نیز افزایش و یا به عبارتی T_{me} افزایش می‌یابد. همچنین می‌دانیم:

$$q = \dot{m} C_p \Delta T = \dot{m} C_p (T_{me} - T_{mi}) \Rightarrow \text{کاهش می‌یابد}$$

کاهش ثابت

33. گزینه 2 درست است.

گرادیان دما در لایه هوای چسبیده به یک دیواره گرم با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد.

34. گزینه 3 درست است.

اگر $\frac{\delta}{D}$ خیلی کوچک باشد، می‌توان فرض نمود استوانه یک صفحه تخت می‌باشد (از انحنای آن صرف‌نظر کرد)

35. گزینه 4 درست است.

برای چگالش لایه‌ای آرامی روی لوله‌های افقی داریم:

$$\bar{h}_{D,N} = \frac{\bar{h}_D}{N^k} = \frac{h}{(20)^{0.25}}$$

$\bar{h}_{N,D}$ ضریب انتقال گرمای جابجایی N لوله افقی است.

36. گزینه 4 درست است.

رابطه ضریب کلی انتقال گرما، با مقاومت‌های گرمایی و در نتیجه ضریب انتقال حرارت جابجایی به صورت زیر می‌باشد:

$$U = \frac{1}{R_t A} = \frac{1}{\frac{1}{hA} \times A} = h$$

حالت بالا برای یک سیال معین با ضریب انتقال حرارت جابجایی h می‌باشد.

با توجه به رابطه بالا، با افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی، ضریب کلی انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

$$h_{\text{چگالش}} > h_{\text{مایع}} > h_{\text{گاز}}$$

بنابراین ترتیب افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی و به دنبال انتقال حرارت کلی (U) به صورت زیر می‌باشد.

$$\text{گاز به گاز} > \text{مایع به گاز} > \text{مایع به مایع} > \text{چگالش یا تبخیر به مایع}$$

37. گزینه 4 درست است.

$$D_h = \frac{4A}{p} = \frac{4 \times (\text{مساحت جریان آزاد})}{\text{محیط تر شده}}$$

$$d_o = 10 \text{ cm}, \quad d_i = 8 \text{ cm}$$

لوله درونی دارای مشخصات زیر می‌باشد:

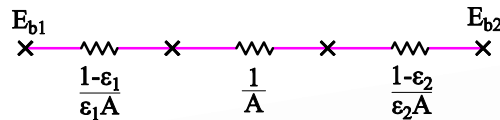
$$d_o = 25 \text{ cm}, \quad d_i = 20 \text{ cm}$$

لوله بیرونی دارای مشخصات $d_o = 25 \text{ cm}$ ، $d_i = 20 \text{ cm}$ می‌باشد. همچنین سطح بیرونی مبدل عایق شده است بنابراین قطر معادل هیدرولیکی مبدل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D_h = \frac{\frac{4\pi}{4}(D_i^2 - d_o^2)}{\pi d_o} = \frac{D_i^2 - d_o^2}{d_o} = \frac{(20)^2 - (10)^2}{10} = 30 \text{ cm}$$

38. گزینه 2 درست است.

در حالت اول داریم $(A_1 = A_2 = A)$ و صفحات بسیار بزرگ $(F_{12} = F_{21})$:

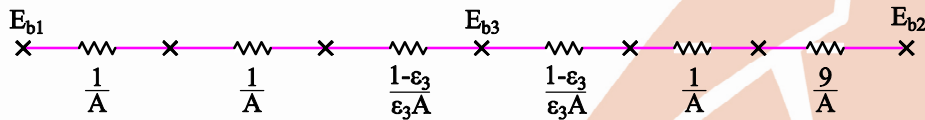


$$\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A} = \frac{1-0.5}{0.5A} = \frac{1}{A}, \quad \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A} = \frac{1-0.1}{0.1A} = \frac{9}{A}$$

$$q_1 = \frac{\Delta T}{R_{t_1}} = \frac{\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4}{\frac{1}{A} + \frac{1}{A} + \frac{9}{A}} \Rightarrow R_{t_1} = \frac{1}{A} + \frac{1}{A} + \frac{9}{A} = \frac{11}{A}$$

حالت دوم: دمای صفحات ثابت است، اما سپر تابشی بین دو صفحه قرار می‌دهیم:

$$q_2 = \frac{1}{20} q_1 \Rightarrow R_{t_2} = 20 R_{t_1}$$



$$R_{t_2} = 20 R_{t_1} \Rightarrow \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A} + 2 \left(\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A} \right) + \frac{1}{A} + \frac{9}{A} \right) = 20 \left(\frac{11}{A} \right)$$

$$\frac{\times A}{\varepsilon_3} \rightarrow \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3} = 104 \Rightarrow \varepsilon_3 = \frac{1}{105} = 0.009$$

39. گزینه 1 درست است.

شار حرارتی ثابت است:

$$q'' = \bar{h} PL (T_{f_1} - T_{s_1}) = \bar{h} PL (T_{f_2} - T_{s_2}) \Rightarrow T_{f_1} - T_{s_1} = T_{f_2} - T_{s_2} \Rightarrow$$

$$15 - 70 = T_{f_2} - 80 \Rightarrow T_{f_2} = 25^\circ \text{C}$$

از طرفی داریم:

$$q''(PL) = m^0 C_p (T_{f_2} - T_{f_1}) \Rightarrow T_{f_2} = T_{f_1} + \frac{q'' PL}{m^0 C_p}$$

$$\Rightarrow 25 = 15 + \frac{q'' (\pi DL)}{1 \times 4000} \Rightarrow q'' = 200000 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}} = 200 \frac{\text{KW}}{\text{m}^2}$$

40. هیچ یک از گزینه‌ها درست نیست.

سیال کاملاً ساکن است:

$$Nu = \frac{hD}{K_{\text{سیال}}} = 2 \Rightarrow h = \frac{2 \times 0.05}{\frac{2}{100}} = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$Bi = \frac{h D_c}{K_{\text{کره}}} = \frac{5 \times \frac{2}{600}}{50} = 0.0003 < 0.1 \Rightarrow$$

می‌توان دمای کره را یکنواخت در نظر گرفت

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \tau = \frac{\rho C_p L_c}{h} = \frac{7200 \times 1000 \times \frac{2}{6}}{5} = 4800$$

از طرفی گفته، 95% تغییرات دمایی طی شده است، یعنی:

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad T - T_{\infty} = 0.95(T_i - T_{\infty})$$

بنابراین :

$$0.95 = e^{-\frac{t}{4800}} \xrightarrow{\text{Ln می‌گیریم}} \ln 0.95 = -0.05 = -\frac{t}{4800} \Rightarrow$$

$$t = 4.1 \text{ دقیقه}$$

41. گزینه 1 درست است.

$$\eta_0 = \eta_{\text{کل پره‌ها}} = \frac{q_t}{q_{\max}} = \frac{q_t}{h A_t (T_b - T_{\infty})}, \quad A_t = A_b + n A_f = 2 + 10 = 12 \text{ m}^2$$

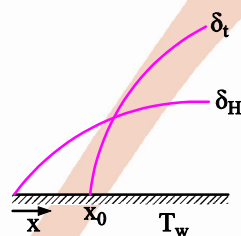
$$\eta_0 = \eta_{\text{کل پره‌ها}} = \frac{4000}{(10)(12)(50)} = \frac{2}{3}$$

راندمان هر پره (η_f) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta_0 = 1 - \frac{n A_f}{A_t} (1 - \eta_f) \Rightarrow \frac{2}{3} = 1 - \frac{10}{12} (1 - \eta_f) \Rightarrow \eta_f = 0.6$$

راندمان هر پره در این مجموعه، 60% است.

42. گزینه 1 درست است.



لایه مرزی حرارتی از $x_0 = 0$ از مقدار صفر شروع به افزایش می‌کند.

همچنین برای فلزات مذاب حدوداً $Pr < 0.01$ می‌باشد و از طرفی $\frac{\delta_H}{\delta_t} \approx Pr^{1.2}$ بنابراین ضخامت لایه مرزی حرارتی بسیار

بزرگتر از ضخامت لایه مرزی سرعتی است.

43. گزینه 2 درست است.

$$q = -KA \frac{\partial T}{\partial x} \Rightarrow q'' = \frac{q}{A} = -K \frac{\partial T}{\partial x}$$

اگر فرآیند را در شرایط پایا در نظر بگیریم $(q = \text{cte})$ می‌باشد:

$$k_A \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_A = k_B \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_B, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_A = 5 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_B \Rightarrow$$

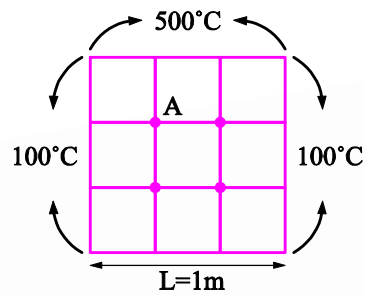
$$\Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{k_0 (1 + \alpha T)_A}{k_0 (1 + \alpha T)_B} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1 + 80\alpha}{1 + 40\alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = -0.011 \Rightarrow K = K_0 (1 - 0.011T)$$

$$K_C = 35 \Rightarrow 35 = K_0 (1 - 0.011(20)) \Rightarrow K_0 \approx 45$$

$$K = 45(1 - 0.011T) = 45 - 0.495T = 45 - 0.5T$$

44. گزینه 4 درست است.



اگر در شرایط مرزی ضلع پایین دما ثابت باشد (مثلاً $T = 200^\circ\text{C}$)، T_A به K وابسته نیست، اما اگر شرایط مرزی ضلع پایین شار ثابت باشد، با افزایش K ، T_A کاهش می‌یابد.

45. گزینه 2 درست است.

راندمان پره (با فرض طولانی بودن آن) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta_f = \frac{1}{mL} = \sqrt{\frac{kA}{L^2 hP}}$$

اگر طول آن را نصف کنیم، راندمان پره افزایش می‌یابد.

پاسخ تشریحی توسط: استاد سید محمد کاظم موسوی

46. گزینه 2 درست است.

قانون اول ترمودینامیک به بیان سیکلی :

$$\oint \delta Q = \oint \delta W \Rightarrow \oint \delta Q = +10 - 15 + 20 = 15$$

$$W_{net} = \oint \delta W = -5 + 10 - 25 = -20 \Rightarrow \oint \delta W \neq \oint \delta Q \Rightarrow$$

قانون اول ترمودینامیک نقض شد.

$$\eta_{th} = \frac{|W_{net}|}{Q_{in}} = \frac{|-20|}{|10+20|} = \frac{2}{3} = 0.67 < 1 \rightarrow$$

قانون دوم نقض نشده است

47. گزینه 3 درست است.

موازنه انرژی (قانون) اول را برای حجم کنترل می نویسیم:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{gen}^0 = \frac{\partial E_{c.v}}{\partial t} \Rightarrow \dot{Q}_{c.v} - \dot{W}_{c.v} = \frac{\Delta U}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\dot{Q}_{c.v} - \dot{W}_{c.v} = \frac{m \Delta u}{\Delta t} \xrightarrow{\text{سیال تراکم ناپذیر}} \dot{Q}_{c.v} - \dot{W}_{c.v} = \frac{m C \Delta T}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$-0.1 - (-0.518) = \frac{30 \times 4.18 \times (45 - 25)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 6000 (\text{sec})$$

48. گزینه 4 درست است.

معادله کلازیوس - کلاپیرون چگونگی تغییرات شیب منحنی های ذوب، جوش، تصعید و ... را در نمودار P-T بیان می کند:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{\alpha\beta}}{T v_{\alpha\beta}}$$

معادله کلازیوس را می توان برای هر نوع تغییر فازی به کار برد.

49. گزینه 3 درست است.

حداکثر بازده، بازده ماشین های گرمایی برگشت پذیر است:

$$\eta_{th,rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H}, \quad \eta_{th} = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow$$

$$1 - \frac{270}{300} = \frac{1}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 10 \Rightarrow Q_L = Q_H - W = 10 - 1 = 9 \text{ kJ}$$

50. گزینه 3 درست است.

$$\eta_p = \frac{\dot{W}_{P,S}}{\dot{W}_{P,a}} = \frac{\text{کار مصرفی آیزنتروپیک پمپ}}{\text{کار مصرفی واقعی پمپ}}$$

$$|W_{P,S}| = \int v dP, \quad v = \frac{1}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{1}{1000}$$

$$|W_{P,S}| = \frac{1}{1000} [900 \times 10^3 - 100 \times 10^3] = 800 \text{ watt}$$

$$|\dot{W}_{P,S}| = 800 \times 5 = 4 \text{ kw}$$

$$\eta_p = \frac{4}{5} = 0.8 = \%80$$

51. گزینه 3 درست است.

سیستم حجم کنترل :

$$\Delta S_{\text{ج}} = \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_{C.V} + \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_{\text{محیط}} = \sum m_e^0 S_e - \sum m_i^0 S_i + \frac{Q_{\text{محیط}}}{T_{\text{محیط}}}$$

فرایند آدیاباتیک ($Q=0$) و شرایط پایا $\left(\left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_{C.V} = 0 \right)$ می باشد، بنابراین:

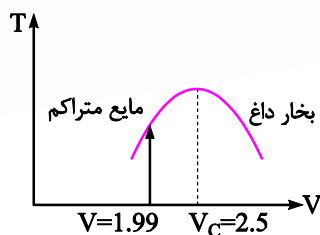
$$\Delta S_{\text{ج}} = (20 + 100)(10) - (100 \times 2) - (20 \times 5) = 1200 - 200 - 100 = 900$$

52. گزینه 2 درست است.

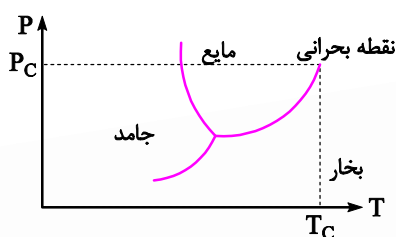
$$x = \frac{m_g}{m_g + m_f} = 0.2$$

$$V = V_f + x(V_g - V_f) = 0.01 + 0.2(10 - 0.01) = 1.999 < v_C = 2.5$$

بنابراین با افزایش دما، میزان بخار کاهش و میزان مایع افزایش می یابد. تا جایی به مخزن حرارت می دهیم که فاز مایع اشباع با کیفیت صفر به دست بیاید.



53. گزینه 4 درست است.



$$T = 150 \text{ K} < T_C = 200 \text{ K}$$

$$P = 25 \text{ bar} < P_C = 50 \text{ bar}$$

اطلاعات مسئله کافی نیست، زیرا این ماده می‌تواند، جامد - مایع - یا بخار باشد.

54. گزینه 1 درست است.

طبق رابطه کلازیوس - کلاپیرون برای تبخیر داریم:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg}}{T(v_g - v_f)}, \quad h_{fg} = q, \quad v_g \neq v_f, \quad \text{گاز ایده‌آل: } v_g = \frac{RT}{P}$$

بنابراین، داریم:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T \left(\frac{RT}{P} \right)} \Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{q dT}{RT^2} \xrightarrow{\text{انتگرال می‌گیریم}} \ln P = \frac{-q}{RT} + K$$

$$\Rightarrow P = k \exp \left(-\frac{q}{RT} \right)$$

55. گزینه 3 درست است.

$$TdS = du + PdV \xrightarrow{\text{فرآیند حجم ثابت}} TdS = du \Rightarrow dS = \frac{du}{T} \quad (1)$$

گاز ایده‌آل است، بنابراین:

$$du = C_V dT$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} dS = \frac{C_V dT}{T} \Rightarrow \int dS = \int \frac{C_V dT}{T} \xrightarrow{C_V = \text{ثابت}} \Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$Q - W = \Delta U \xrightarrow{\text{حجم ثابت } W=0} Q = \Delta U = nC_V (T_2 - T_1) \Rightarrow 10000 = 1 \times 20 (T_2 - 500)$$

$$\Rightarrow T_2 = 1000 \text{ K}$$

$$\Delta S = 20 \ln \frac{1000}{500} = 20 \ln 2 = 20 (0.693) = 13.86 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$$

56. گزینه 2 درست است.

مخزن عایق ($Q=0$)، انبساط آزاد (انبساط در برابر خلاء) ($W=0$)، بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$Q - W = \Delta U \Rightarrow \Delta U = 0 \xrightarrow{\text{گاز کامل}} \Delta T = 0 \Rightarrow \text{دما ثابت}$$

$$TdS = du + PdV \xrightarrow{du=0} dS = \frac{PdV}{T} \text{ و } PV = nRT \Rightarrow$$

$$dS = nR \frac{dV}{V} \Rightarrow \int dS = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

مخزن به دو قسمت مساوی تقسیم شده است: $V_2 = 2V_1$

$$\Delta S = \frac{2}{32} \times 8 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{mol K}} \right) \times \ln 2 = 0.35$$

57. گزینه 2 درست است.

$$\ln \Phi = \int_0^P (z-1) \frac{dP}{P}, \quad z-1 = \frac{AP}{1+AP} \Rightarrow$$

$$\ln \Phi = \int_0^P \frac{A}{1+AP} dP = A \int_0^P \frac{dP}{1+AP} \Rightarrow \ln \Phi = \ln \frac{f}{P} = A \times \frac{1}{A} \ln(1+AP)$$

$$\Rightarrow \ln \frac{f}{P} = \ln(1+AP) \Rightarrow f = P + AP^2$$

58. گزینه 1 درست است.

$$M = ax_1^2 - bx_2 + 5 = ax_1^2 - b(1-x_1) + 5 = ax_1^2 + bx_1 + 5 - b$$

$$\bar{M}_2 = M + (0-x_1) \frac{\partial M}{\partial x_1} = -ax_1^2 + 5 - b$$

$$M_2 = M \Big|_{x_1=0} = 5 - b$$

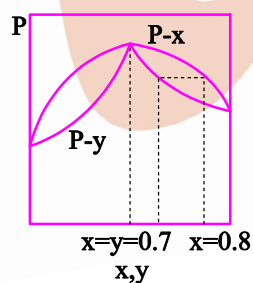
$$\Delta \bar{M}_2 = \bar{M}_2 - M_2 = -ax_1^2 + 5 - b - 5 + b = -ax_1^2$$

$$\Delta \bar{M}_2^\infty = \Delta \bar{M}_2 \Big|_{x_1=1} = -a$$

59. گزینه 2 درست است.

$$\gamma_1^{az} = \frac{P^{az}}{P_{A_1}^{sat}} = \frac{110}{100} = 1.1 > 1$$

$$\gamma_2^{az} = \frac{P^{az}}{P_{A_2}^{sat}} = \frac{110}{80} = 1.375 > 1$$



سیستم دارای آزنوتروپ با فشار ماکزیمم است.

با توجه به نمودار برای $x_1=0.8$ ، بخار در تعادل با آن دارای جزء مولی $0N < y_1 < 0.8$ می باشد، بنابراین $y_1=0.75$ می باشد.

60. گزینه 3 درست است.

$$x_1 = \frac{z_1}{L + k_1(1-L)} = \frac{0.5}{0.4 + 1.5(1-0.4)} = \frac{5}{13} = 0.38$$

61. گزینه 2 درست است.

$$y = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x} = \frac{2(0.6)}{1 + (2-1)0.6} = \frac{1.2}{1.6} = 0.75$$

62. گزینه 2 درست است.

	$A_{(g)}$	+	$B_{(g)}$	$\rightleftharpoons$	$C_{(g)}$	
$t = 0$	1		1		0	
$t = \infty$	$1 - \alpha$		$1 - \alpha$		α	$\Rightarrow n_t = 2 - \alpha, y_i = \frac{n_i}{n_t}$
	$y_A = \frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}$		$y_B = \frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}$		$y_C = \frac{\alpha}{2 - \alpha}$	

$$k = \frac{y_C}{y_A y_B} \times P^{-1} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\left(\frac{\alpha}{2 - \alpha}\right)}{\left(\frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}\right)\left(\frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}\right)} \times \frac{1}{2} \Rightarrow 4\alpha^2 - 8\alpha + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2\alpha - 3)(2\alpha - 1) = 0 \Rightarrow \alpha = 0.5, \alpha = 1.5 \quad \text{غ. ق. ق.} \Rightarrow y_C = \frac{0.5}{1.5} = 0.333$$

63. گزینه 4 درست است.

$$\frac{G^E}{RT} = -x_1 x_2 \quad \text{مارگولس تک پارامتری} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 = e^{-x_2^2} \Rightarrow \gamma_1^\infty \Big|_{x_2=1} = \frac{1}{e} \\ \gamma_2 = e^{-x_1^2} \Rightarrow \gamma_2^\infty \Big|_{x_1=1} = \frac{1}{e} \end{cases}$$

$$\alpha_{12} \Big|_{x_1 \rightarrow 0} = \frac{\gamma_1^\infty P_1^{\text{sat}}}{P_2^{\text{sat}}} = \frac{\frac{1}{e} \times 100}{80} = \frac{5}{4e} = 0.46 < 1$$

$$\alpha_{12} \Big|_{x_1 \rightarrow 1} = \frac{P_1^{\text{sat}}}{\gamma_2^\infty P_2^{\text{sat}}} = \frac{100}{\frac{1}{e} \times 80} = \frac{5e}{4} = 3.4 > 1$$

سیستم دارای آزنوتروپ است و چون $\left(\gamma_1^\infty, \gamma_2^\infty = \frac{1}{e} < 1\right)$ است نوع آن فشار حداقل است.

64. گزینه 1 درست است.

گزینه‌های 3 و 4 یکسان می‌باشند و گزینه 2 طبق قانون لوئیس - رندال درست می‌باشد.

65. گزینه 3 درست است.

فرآیند دما ثابت و برگشت پذیر می‌باشد:

$$W_C = RT \ln \frac{P_2'}{P_1}, \quad P_2' = z P_2 = 0.95 \times 21 \approx 20$$

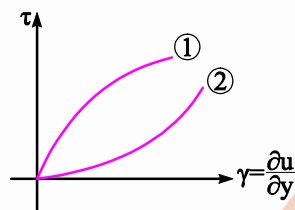
$$W_C = 5 \times 2 \times 300 \ln \frac{20}{1} = 5 \times 2 \times 300 (\ln 4 + \ln 5) = 3000 (2 \ln 2 + \ln 5) = 9000$$

پاسخ تشریحی توسط: سید محمد کاظم موسوی

66. گزینه 2 درست است.

سیال (1) : سیال شبه پلاستیک است ($n < 1$)

سیال (2) : سیال دیل تانت می باشد ($n > 1$)



$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial y}$$

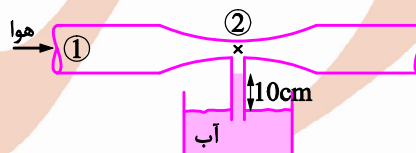
هر دو سیال پاورلا (توانی) می باشند، در سیال تانت توانی رابطه تنش برشی به صورت زیر می باشد:

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n$$

که هر چه n بزرگتر باشد، حداکثر سرعت سیال بیشتر خواهد بود و هر چه n به سمت صفر بیشتر می کند ($n \rightarrow 0$)، پروفیل سرعت تخت تر خواهد بود.

بنابراین ماکزیمم سرعت سیال (2) بزرگتر از سیال (1) می باشد.

67. گزینه 3 درست است.



بین نقاط 1, 2 معادله برنولی را با فرض تراکم ناپذیری هوا می نویسیم:

$$\frac{P_1}{\gamma_A} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma_A} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

اگر فشار در نقطه 1 را برابر صفر در نظر بگیریم (فشار اتمسفریک)، فشار در نقطه 2 منفی است که باعث مکش گردیده است.
 $P_1 - P_2 = 0 + 0.1\gamma_{\omega} = 1000$

طبق رابطه پیوستگی داریم:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{A_1}{A_2} = 3$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma_A} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \Rightarrow V_2^2 - V_1^2 = 2000$$

$$V_2 = 3V_1 \Rightarrow V_2^2 = 9V_1^2$$

$$9V_1^2 - V_1^2 = 2000 \Rightarrow V_1 = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

68. گزینه 4 درست است.

چون جریان به صورت همزمان از دو لوله خارج می‌گردد، می‌توان دو لوله را موازی فرض کرد، برای لوله‌های موازی نسبت دبی‌ها به صورت زیر می‌باشد:

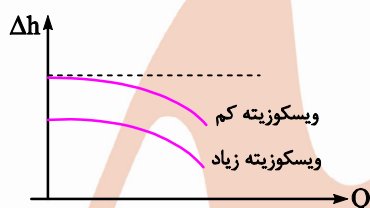
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{f_1}{f_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^5}$$

بنابراین:

$$\frac{Q_{\text{لوله بزرگ}}}{Q_{\text{لوله کوچک}}} = \sqrt{2 \times 1 \times \left(\frac{2D}{D} \right)^5} = \sqrt{2^6} = 8$$

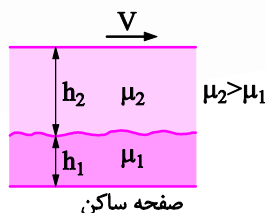
69. گزینه 2 درست است.

طبق منحنی مشخصه پمپ‌های گریز از مرکز، با افزایش ویسکوزیته سیال، هر پمپ کاهش می‌یابد. بنابراین، ناحیه هاشورخورده زیاد می‌شود.



70. گزینه 3 درست است.

توزیع سرعت در هر دو مایع خطی است.



از طرفی می‌توان تنش برشی در سطح تماس دو مایع را برابر فرض کرد: (u سرعت سطح تماس (فصل مشترک) دو سیال است).

$$\tau_1 = \tau_2 \Rightarrow \mu_1 \frac{u}{h_1} = \mu_2 \frac{(V-u)}{h_2} \Rightarrow \left(\frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2} \right) u = \frac{\mu_2 V}{h_2}$$

$$\Rightarrow u = \frac{\frac{\mu_2 V}{h_2}}{\frac{\mu_1 h_2 + \mu_2 h_1}{h_1 h_2}} = \frac{\mu_2 h_1 V}{\mu_1 h_2 + \mu_2 h_1}$$

71. گزینه 4 درست است.

از آن جا که $(h \neq L)$ است، پروفیل سرعت در مایع درون حفره خطی است:

$$\tau = \mu \frac{V}{h}$$

$$F = \tau \times A = \mu \frac{V}{h} \times (1 \times L) = \frac{\mu VL}{h}$$

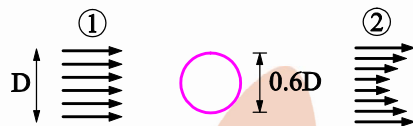
پهنای صفحه را برابر واحد فرض کردیم.

72. گزینه 1 درست است.

با کاهش دانسیته نیروی وارد بر دریچه کاهش می‌یابد

مرکز تأثیر نیرو مستقل از دانسیته سیال‌ها و در هر دو حالت یکسان است

73. گزینه 3 درست است.



معادله موازنه ممنتوم را برای جریان داخل لوله می‌نویسیم:

$$-\sum F_x = (\dot{m}V)_2 - (\dot{m}V)_1 = (\rho AV^2)_2 - (\rho AV^2)_1 = \beta(\rho A\bar{V})_2^2 - \beta(\rho A\bar{V})_1^2$$

ضریب تصحیح ممنتوم برابر با یک می‌باشد $(\beta = 1)$ سیال تراکم‌ناپذیر (ثابت P) و سطح مقطع لوله ثابت است $(A_1 = A_2)$:

$$\sum F_x = \rho A (\bar{V}_1^2 - \bar{V}_2^2) = \rho \times \frac{\pi D^2}{4} \times (U^2 - (0.8U)^2) = \frac{\rho \pi D^2}{4} (0.36 U^2)$$

از طرفی مجموع نیروهای افقی بین دو نقطه 1 و 2 برابر نیروی درگ وارد بر کره می‌باشد:

$$\frac{\rho \pi D^2}{4} (0.36 U^2) = \frac{1}{2} C_D A' \rho U^2, \quad A' = \frac{\pi (0.6D)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho \pi D^2}{4} (0.36 U^2) = \frac{1}{2} C_D \left(\frac{\pi 0.36 D^2}{4} \right) \rho (U^2) \Rightarrow C_D = 2$$

74. گزینه 4 درست است.

$$\text{سرعت حدی است} \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow mg = \tau A \Rightarrow$$

$$mg = \mu \frac{V}{h} \times (\pi DL) \Rightarrow V = \frac{mgh}{\pi DL \mu} \Rightarrow$$

$$V = \frac{2.5 \times 10 \times 0.1 \times 10^{-3}}{3.14 \times 70 \times 10^{-3} \times 250 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^{-3}} \approx \frac{1000}{147}$$

75. گزینه 2 درست است.

ارتفاع بالا رفتن رنگ در حالت در نظر نگرفتن ε :

$$h = \frac{2\sigma \cos \beta}{\rho g a}$$

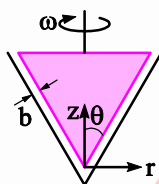
از طرفی h با کسر حجمی رنگ $(1-\varepsilon)$ رابطه مستقیم و ε رابطه معکوس دارد.

76. گزینه 1 درست است.

لوله‌های موازی‌اند $(h_{f1} = h_{f2} = \dots = h_{f3})$ و $(Q = Q_1 + Q_2 + Q_3)$ بنابراین توان پمپ از رابطه زیر به دست می‌آید:
 $P = \rho g Q h_f = \rho g Q h_{f3}$

77. هیچ یک از گزینه‌ها درست نیست.

چون b بسیار کوچک است، پروفایل سرعت در سیال خطی است.



$$dT = r dF$$

$$dF = \tau dA = \mu \frac{r\omega}{b} \left(2\pi r \frac{dr}{\sin \theta} \right) = \frac{2\pi r^2 \mu \omega}{b \sin \theta} dr$$

$$dT = r dF = \frac{2\pi r^3 \mu \omega}{b \sin \theta} dr \Rightarrow T = \frac{2\pi \mu \omega}{b \sin \theta} \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi \mu \omega R^4}{2b \sin \theta}$$

$$\mu = \frac{2b \sin \theta T}{\pi \omega R^4}$$

اگر در گزینه 3 به جای $\sin \theta, \tan \theta$ بود گزینه 3 درست بود.

$\tan \theta$ ، نادرست است زیرا اگر مثل زاویه $\theta = \frac{\pi}{2}$ باشد (استوانه)، پاسخ کاملاً نادرست است زیرا $\tan \frac{\pi}{2}$ تعریف نشده است.

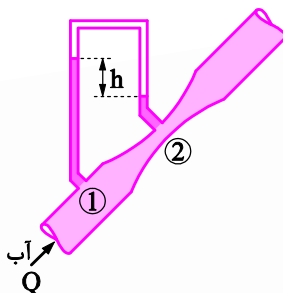
78. گزینه 4 درست است.

$$F_3 = \gamma \bar{h} A_3 = \gamma \omega \left(2h + \frac{h}{2} \right) (b \times h) = \frac{5}{2} h^2 b \gamma \omega$$

$$F_{کل} = \gamma \bar{h} A = \gamma \omega \left(\frac{3h}{2} \right) (b \times 3h) = \frac{9}{2} h^2 b \gamma \omega$$

$$\frac{F_3}{F_{کل}} = \frac{5}{9}$$

79. گزینه 2 درست است.



معادله برنولی را بین نقاط 2,1 می‌نویسیم:

$$\frac{P_1}{\gamma_\omega} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma_\omega} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

از طرفی رابطه مانومتری فشار را بین نقاط 2,1 می‌نویسیم:

$$P_1 - \gamma h = P_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \gamma h$$

حال با استفاده از معادله‌های بالا داریم:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = h$$

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

حال اگر دبی را دو برابر کنیم، داریم:

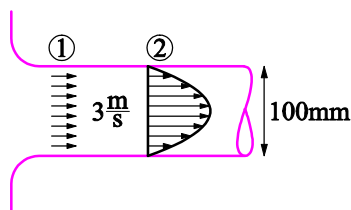
$$\frac{Q'}{Q} = 2, \quad Q' = A_1 V_1' = A_2 V_2' \Rightarrow V_1' = 2V_1, \quad V_2' = 2V_2$$

حال دوباره معادله برنولی را بین دو نقطه 2,1 می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{P_1'}{\gamma} + \frac{V_1'^2}{2g} + z_1 &= \frac{P_2'}{\gamma} + \frac{V_2'^2}{2g} + z_2 \Rightarrow \\ \frac{P_1' - P_2'}{\gamma} &= \frac{V_2'^2 - V_1'^2}{2g} = \frac{4V_2^2 - 4V_1^2}{2g} = 4 \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \right) = 4h \end{aligned}$$

بنابراین h چهار برابر و ارتفاع آب در شاخه متصل به مقطع بزرگتر بالاتر می‌رود.

80. گزینه 3 درست است.



موازنه ممتموم بین نقاط 1 و 2 می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \sum f_x &= (\dot{m}V)_1 - (\dot{m}V)_2 = (\rho AV^2)_1 - (\rho AV^2)_2 = \\ &= \beta(\rho A \bar{V}^2)_1 - \beta(\rho A \bar{V}^2)_2 = \frac{4}{3}(\rho A \bar{V})^2 - 1(\rho A \bar{V})^2 = \frac{1}{3}\rho A \bar{V}^2 \quad (I) \end{aligned}$$

مجموع نیروهای اصطکاکی و فشاری وارد بر لوله از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sum F_x = -F + (P_1 - P_2)A \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} F = \left(P_1 - P_2 - \frac{1}{3} \rho \bar{V}^2 \right) A = \left(10000 - \frac{1}{3} \times 1000 \times (9) \right) \times \frac{\pi (0.1)^2}{4}$$

$$F = 52.5 \approx 50 \text{ (N)}$$



کنترل فرآیندها

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 81. گزینه 1 درست است. | 86. گزینه 2 درست است. | 91. گزینه 3 درست است. |
| 82. گزینه 2 درست است. | 87. گزینه 4 درست است. | 92. گزینه 4 درست است. |
| 83. گزینه 1 درست است. | 88. گزینه 1 درست است. | 93. گزینه 4 درست است. |
| 84. گزینه 4 درست است. | 89. گزینه 3 درست است. | 94. گزینه 1 درست است. |
| 85. گزینه 3 درست است. | 90. گزینه 2 درست است. | 95. گزینه 3 درست است. |

پاسخ تشریحی توسط: سید محمد کاظم موسوی

96. گزینه 2 درست است.

رابطه زیر بیان کل انتقال جرم صورت گرفته ناشی از نفوذ مولکولی و حرکت توده‌ای (جابجایی) است:

$$N_{iz} = J_{iz} + x_i \sum_{i=1}^n N_{iz}$$

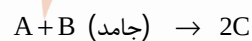
کل	انتقال	انتقال جرم جزء i
انتقال	جرم جزء	در جهت Z در اثر
جرم جزء	i در جهت	حرکت توده‌ای
در i	Z در اثر	(جابجایی)
جهت Z	نفوذ	
	مولکولی	

بنابراین، برای سیستم دو جزئی شامل A و B، فلاکس مطلق انتقال جرم جزء A به صورت زیر می‌باشد:

$$N_A = J_A + x_A (N_A + N_B)$$

فلاکس	فلاکس انتقال جرم
انتقال	جزء A ناشی حرکت
جرم	توده‌ای (جابجایی)
جزء A	
ناشی از	
نفوذ	
مولکولی	

97. گزینه 1 درست است.



واکنش هتروژن (ناهمگن) سریع می‌باشد، یعنی مقدار جزء مولی A در فاصله اندک از روی بستر برابر صفر است.

$$y_A(z=z) = y_{A_2} = 0$$

از طرفی ماده B جامد است و نفوذ آن قابل صرفنظر کردن است ($N_B = 0$). بنابراین داریم:

$$\beta = \frac{\sum N_i}{N_A} = \frac{N_B + N_C + N_A}{N_A} = \frac{-2N_A + N_A}{N_A} = -1$$

رابطه کلی انتقال جرم به صورت زیر می‌باشد:

$$N_A = J_A + y_A \sum N_i = J_A - y_A N_A$$

که در آن $J_A = -CD_{AB} \frac{\partial y_A}{\partial z}$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$N_A(1 + y_A) = -CD_{AB} \frac{\partial y_A}{\partial z} \Rightarrow \int_0^z \frac{N_A}{-CD_{AB}} dz = \int_{y_{A_1}}^{y_{A_2}} \frac{\partial y_A}{1 + y_A}$$

$$\Rightarrow \frac{N_A z}{-CD_{AB}} = \ln \frac{1 + y_{A_2}}{1 + y_{A_1}} \Rightarrow N_A = -\frac{CD_{AB}}{z} \ln \frac{1 + y_{A_2}}{1 + y_{A_1}}$$

از طرفی می‌دانیم $\left(C = \frac{P_t}{RT}\right)$ و واکنش بسیار سریع است ($y_{A_2} = 0$)، بنابراین:

$$N_A = -\frac{D_{AB} P_t}{RT z} \ln \left(\frac{1}{1 + y_{A_1}} \right) = \frac{D_{AB} P_t}{RT z} \ln(1 + y_{A_1})$$

همچنین از معادله سرعت داریم:

$$\frac{N_A}{1} = \frac{N_C}{-2} \Rightarrow N_C = -2N_A = \frac{-2D_{AB} P_t}{RT z} \ln(1 + y_{A_1})$$

98. گزینه 1 درست است.

$$N_B = 0$$

نفوذ در جزء غیرنفوذی (جزء ساکن) می‌باشد، بنابراین:

رابطه انتقال جرم جزء A به صورت زیر در می‌آید:

$$N_A = -\frac{P_t}{RT} D_{AB} \frac{\partial y_A}{\partial z} + y_A (N_A)$$

از طرفی فشار ثابت است، پس می‌تواند (عدد ثابت) وارد دیفرانسیل شود:

$$N_A = -\frac{D_{AB}}{RT} \frac{\partial P_A}{\partial z} + y_A (N_A) \Rightarrow \frac{N_A (1 - y_A)}{-\frac{D_{AB}}{RT}} = \frac{\partial P_A}{\partial z}$$

بنابراین در دو نقطه y_{A_1} ، y_{A_2} داریم:

$$\text{نقطه 1} \rightarrow \frac{\partial P_A}{\partial z} \Big|_1 = \frac{N_A \left(1 - \cancel{y_{A_1}^{0.1}}\right)}{-\frac{D_{AB}}{RT}} = (0.9) \times \left(\frac{N_A}{-\frac{D_{AB}}{RT}} \right)$$

$$\text{نقطه 2} \rightarrow \frac{\partial P_A}{\partial z} \Big|_2 = \frac{N_A \left(1 - \cancel{y_{A_2}^0}\right)}{-\frac{D_{AB}}{RT}} = (1) \times \left(\frac{N_A}{-\frac{D_{AB}}{RT}} \right)$$

در صورت سوال گفته شده دما و فشار ثابت است، همچنین نوع عناصر تغییری نمی‌کند بنابراین D_{AB} ثابت می‌ماند. از طرفی بیان شده که مختصات کارتزین است، بنابراین N_A هم ثابت است:

$$\left. \frac{\partial P_A}{\partial z} \right|_1 = \frac{0.9}{1} = 0.9$$

$$\left. \frac{\partial P_A}{\partial z} \right|_2$$

99. گزینه 2 درست است.

طبق تئوری فیلمی، که انتقال جرم فقط داخل لایه مرزی صورت می‌گیرد و خارج از آن غلظت ثابت است، ضریب متوسط انتقال در فاز مایع به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{k}_L = \frac{D_{AB}}{z_f} = \frac{D_{AB}}{\delta} \Rightarrow \delta = \frac{D_{AB}}{\bar{k}_L} = \frac{1 \times 10^{-9} \left(\frac{m^2}{s} \right)}{1 \times 10^{-4} \left(\frac{m}{s} \right)} = 10^{-5} (m) = 10^{-2} mm$$

در نظریه رسوخ یا نفوذ عمقی (Penetration)، که به آن نظریه هگبی (Higbie) هم گفته می‌شود، زمان تماس θ ، برای تمامی اِدی‌ها یکسان فرض شده و ضریب متوسط انتقال جرم از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{k}_L = 2 \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \theta}}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{4 D_{AB}}{\pi \bar{k}_L^2} = \frac{4 \times 1 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}}{3 \times \left(1 \times 10^{-4} \frac{m}{s} \right)^2} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} (s)$$

طبق نظریه تجدید سطح (Dankwerts)، زمان تماس اِدی‌ها، متفاوت است، بنابراین سرعت نسبی تجدید سطح (چیدن اِدی جدید) S تعریف می‌گردد. رابطه ضریب متوسط انتقال جرم در تئوری تجدید سطح به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{k}_L = \sqrt{S D_{AB}} \Rightarrow S = \frac{(\bar{k}_L)^2}{D_{AB}} = \frac{\left(1 \times 10^{-4} \frac{m}{s} \right)^2}{1 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}} = 10 \left(\frac{1}{s} \right)$$

100. گزینه 1 درست است.

نفوذ هیدروژن در لوله استوانه‌ای پلاستیکی است، بنابراین:

$$N_A = -C D_{AB} \frac{\partial x_A}{\partial r} + x_A \sum N_i = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial r} + \frac{C_A}{C} \sum N_i$$

مقدار کمی گاز در پلاستیک نفوذ می‌کند ($C_A \rightarrow 0$) از این رو رابطه بالا به صورت زیر در می‌آید:

$$N_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial r}$$

از طرفی در مختصات کروی و استوانه سرعت (شدت) انتقال جرم ثابت است (در شرایط پایا):

$$G_A = N_A (2\pi r L) = \text{ثابت} = K \Rightarrow \left(-D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) (2\pi r L) = K \Rightarrow$$

$$-\frac{K}{2\pi L D_{AB}} \int \partial C_A = \int \frac{\partial r}{r}$$

که از رابطه بالا در دو حالت (r تا r_0) و (r_i تا r_0) انتگرال گیری می‌کنیم:

$$\frac{-K}{2\pi L D_{AB}} (C_A - C_0) = \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad \frac{-K}{2\pi L D_{AB}} (C_{A_i} - C_0) = \ln\left(\frac{r_i}{r_0}\right)$$

از تقسیم دو رابطه بالا، داریم:

$$\frac{C_A - C_0}{C_{A_i} - C_0} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)}{\ln\left(\frac{r_i}{r_0}\right)} \xrightarrow[\text{غلظت A در سطح جامد ناچیز است}]{C_0=0} \frac{C_A}{C_{A_i}} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)}{\ln\left(\frac{r_i}{r_0}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{r_i + r_0}{2r_0}\right)}{\ln\left(\frac{r_i}{r_0}\right)}$$

101. گزینه 2 درست است.

طبق تشابه رینولدز - کلبرن داریم:

$$j_H = j_D \leq \frac{f}{2} \Rightarrow j_H = j_D \Rightarrow St_H Pr^{\frac{2}{3}} = St_D Sc^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{St_D}{St_H} = \left(\frac{Pr}{Sc}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{Le}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow St_D = \frac{1}{2} \times 0.0048 = 0.0024$$

102. گزینه 3 درست است.

برای سیستم‌های گاز - مایع با نفوذ با مول‌های برابر ($\sum N_i = 0$) داریم:

$$\frac{1}{F_{OG}} = \frac{1}{F_G} + \frac{m}{F_L}$$

$$\frac{1}{F_{OL}} = \frac{1}{F_L} + \frac{1}{mF_G}$$

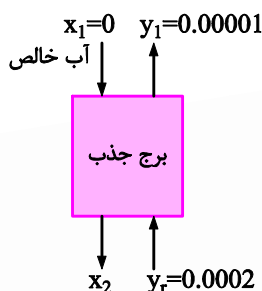
که m شیب خط تعادل است.

بنابراین $\left(\frac{F_{OL}}{F_{OG}}\right)$ را از تقسیم دو رابطه بالا به دست می‌آید:

$$\frac{F_{OL}}{F_{OG}} = \frac{\frac{1}{F_{OG}}}{\frac{1}{F_{OL}}} = \frac{\frac{1}{F_G} + \frac{m}{F_L}}{\frac{1}{F_L} + \frac{1}{mF_G}} = \frac{\frac{F_L + mF_G}{F_G F_L}}{\frac{mF_G + F_L}{mF_L F_G}} = \frac{mF_L F_G}{F_G F_L} = m$$

103. گزینه 3 درست است.

با توجه به داده‌های مسئله، فرآیند جذب ناهمسو (انتقال از گاز به مایع) می‌باشد.



از طرفی در صورت سوال گفته شده منحنی تبادل به صورت خطی می باشد ($y = 0.004 x_A$) همچنین خطوط تبادل و تعادل موازی می باشند ($A=1$) و چون انحلال پذیری (کسر مولی) CO_2 در آب بسیار کم است (غلظت ها بسیار پایین است) می توان از رابطه کرمسر برای به دست آوردن تعداد واحدهای جمعی انتقال گاز (N_{tOG}) استفاده کرد:

$$\frac{X_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{L_s}{R_s} = m = 0.004$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - 0} = 0.004$$

$$x_2 = \frac{0.00019}{0.004}$$

$$N_{tOG} = \frac{y_1 - y_2}{(y - y^*)_m} \xrightarrow{\text{محلول رقیق و } A=1} N_{tOG} = \frac{y_2 - y_1}{y_2 - mx_2} = \frac{0.0002 - 0.00001}{0.0002 - \frac{0.00019}{0.004}(0.004)}$$

$$\Rightarrow N_{tOG} = \frac{0.00019}{0.00001} = 19$$

104. گزینه 1 درست است.

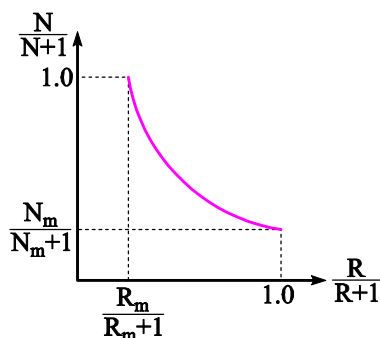
در خشک کن های پاششی زمان فرآیند حدود 3 تا 6 ثانیه در نوع همسو و 25 تا 30 ثانیه در نوع ناهمسو می باشد. بنابراین، مزیت عمده این نوع خشک کن ها، زمان کوتاه خشک کردن است که امکان خشک کردن مواد حساس به دما و تولید ذرات کروی جامد یا توخالی را فراهم می کند. بنابراین در هر دو حالت ذکر شده خشک کن پاششی بهترین انتخاب است.

105. گزینه 2 درست است.

کاهش فشار عملیاتی (P_E) موجب افزایش اختلاف دما (ΔT)، کاهش سطح مورد نیاز برای انتقال حرارت (A) و کاهش دبی بخار مصرفی می گردد (S).

106. گزینه 4 درست است.

رابطه بین نسبت جریان برگشتی و تعداد مراحل به صورت زیر می باشد.



107. گزینه 3 درست است.

مخلوط آب و استیک اسید دارای آزنوتروپ نیست اما جداسازی آن بسیار دشوار است.

108. گزینه 1 درست است.

خط خوراک را با استفاده از محل تلاقی دو خط کار و نقطه (z_F, z_F) به صورت زیر به دست می آورند:

$$y = \frac{q}{q-1}x - \frac{z_F}{q-1}$$

با جایگذاری نقاط داده شده در معادله خط خوراک بالا داریم:

$$0.38 = \frac{q}{q-1}(0.4) - \frac{0.5}{q-1} \Rightarrow q = 6 > 1 \Rightarrow$$

خوراک مایع سرد بوده است

109. گزینه 3 درست است.

حداقل نسبت جریان برگشتی R_m در واقع حداکثر نسبتی است که در صورت به کار بردن آن تعداد سینی های لازم جهت انجام یک جداسازی معین به بی نهایت می رسد $(N \rightarrow \infty)$. به این علت، اختلاف دما بین سینی ها کاهش یافته و تعدادی از سینی های پشت سرهم در برج، دمای یکسانی خواهند داشت.

در این حالت بار حرارتی کندانسور (مبرد) و ریبولر (جوش آور) حداقل مقدار ممکن را دارد.

110. گزینه 3 درست است.

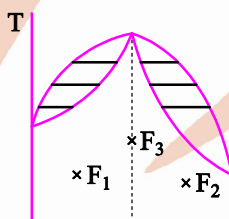
آب و متانول دارای آزنوتروپ نیست و با تقطیر ساده جداسازی می شود.

تذکر: محلول آب و اتانول در فشار اتمسفریک در غلظت 89.4% یا 90% اتانول دارای آزنوتروپ با نقطه جوش حداقل است. با کاهش فشار سیستم می توان کسر جزء مولی آزنوتروپ را افزایش داد، به طوری که با انجام فرآیند تقطیر در فشار کمتر از 700 mmHg نقطه آزنوتروپ را حذف کرد.

111. گزینه 1 درست است.

سیستم دارای آزنوتروپ با حداقل فشار (دمای جوش حداکثر) است. بنابراین اگر خوراکی از این مخلوط در برج تقطیر وارد شود، بسته به ترکیب خوراک سه حالت رخ می دهد:

آزنوتروپ با نقطه جوش حداکثر



الف) اگر خوراک در موقعیت F_3 (آزنوتروپ) وارد برج شود، تقطیر نمی شود زیرا مخلوط آزنوتروپ مثل ماده خالص رفتار می کند. بنابراین محصول پایین برج آزنوتروپی است.

ب) اگر خوراک در موقعیت F_1 وارد برج شود آنگاه:

محصول بالای برج: محصول غنی از ماده غیر فرار (B)

محصول پایین برج: محصول آزنوتروپی

پ) اگر خوراک در موقعیت F_2 وارد برج شود، آنگاه:

محصول بالای برج: محصول غنی از ماده فرار (A)

محصول پایین برج: محصول آزنوتروپی است.

براین اساس در هر سه حالت محصول پایین برج، محصول آزنوتروپ می باشد.

112. گزینه 1 درست است.

نقطه تفاضل (ΔR) محل همرسی تمام خطوط کار است.

شیب خطوط رابط (Tie Lines)، مثبت یا منفی، اثری بر موقعیت نقطه تفاضل (ΔR) ندارد اما بر ($\Delta R_{\min}$) موثر است. بنابراین در این سوال که در مورد موقعیت (ΔR) سوال شده است، این نقطه می تواند هم در سمت چپ و هم در سمت راست قرار گیرد.

113. گزینه 3 درست است.

N_{tOG} ، تعداد واحدهای انتقال بر مبنای فاز گاز و بر مبنای انتقال جرم از رابطه زیر به دست می آید:

$$N_{tOG} = \frac{k_y M_B a V_T}{G'_s}$$

ارتفاع یک واحد انتقال:

$$H_{tOG} = \frac{G'_s \bar{C}_s}{h_y a}$$

و ارتفاع برج از رابطه زیر به دست می آید:

$$z_T = H_{tOG} N_{tOG}$$

بنابراین، اگر شدت جریان هوای خشک (G'_s) را دو برابر کنیم، H_{tOG} ، دو برابر، N_{tOG} نصف شده و z بدون تغییر می ماند.

114. گزینه 1 درست است.

115. گزینه 4 درست است.

فریدمن و مارشال رابطه زیر را که در مورد ماندگی بسیاری از جامدات که تحت شرایط مختلف صادق است ارائه کردند. (برای واحد SI):

$$\phi_D = \phi_{DO} \pm KG = \frac{0.3344 S_S}{S \rho_s N^{0.9} T_D} \pm \frac{0.6085}{\rho_s d_p^{1.2}}$$

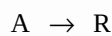
که در آن S شیب خشک کن، N سرعت چرخش آن (دور بر ثانیه)، T_D قطر خشک کن، ρ_s دانسیته ذرات جامد و d_p قطر متوسط ذرات می باشد.

همچنین علامت منفی برای جریان هم جهت گاز و جامد و علامت مثبت برای جریان مختلف الجهت آن ها می باشد.

بنابراین با کاهش شیب خشک کن و کاهش اندازه ذرات در جریان مختلف الجهت، ماندگی افزایش می یابد (ϕ_D زیاد می شود).

پاسخ تشریحی توسط: سید محمد کاظم موسوی

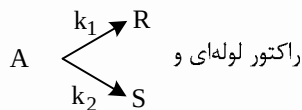
116. گزینه 4 درست است.



$$-r_A = 4C_A^{0.5} \Rightarrow -\frac{dC_A}{dt} = 4C_A^{0.5} \Rightarrow t_{\text{end}} = \frac{C_{A0}^{1-n}}{(1-n)k} = \frac{(1)^{1-0.5}}{(1-0.5)4} = 0.5$$

زمان اتمام واکنش 0.5 ثانیه، 0.5 دقیقه یا 0.5 ساعت است !!!
بنابراین پس از گذشت 1 ساعت، میزان تبدیل 100% است.

117. گزینه 1 درست است.



تابع تشکیل آنی را برای R می‌نویسیم:

$$\phi\left(\frac{R}{A}\right) = \frac{k_1 C_A}{k_1 C_A + k_2 C_A} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} = \frac{2}{3}$$

$$C_R - C_{R0} = - \int_{C_{A0}}^{C_{Af}} \phi\left(\frac{R}{A}\right) dC_A$$

C_R زمانی حداکثر است که $C_{Af} = 0$ گردد:

$$C_{R,\text{max}} = - \int_1^0 \frac{2}{3} dC_A = \frac{2}{3} = 0.667$$

(البته در صورت سؤال گفته نشده است $(C_{R0} = C_{S0} = 0)$ اما با توجه به گزینه‌ها می‌توان فهمید که $C_{R0} = 0$ فرض شده است).

118. گزینه 2 درست است.

$$\bar{t} = \frac{V}{v_f} = \frac{V}{v_0(1 + \epsilon_A x_A)} = \frac{\frac{V}{v_0}}{1 + \epsilon_A x_A} = \frac{\tau}{1 + \epsilon_A x_A} \quad (1)$$

از طرفی واکنش گازی است و ε_A به طریق زیر محاسبه می‌گردد:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta n}{a} \times y_{A_0} = \frac{3-1}{1} \times 1 = 2$$

از طرفی برای راکتورهای Mixed داریم:

$$\frac{\tau}{C_{A_0}} = \frac{x_A}{(-r_A)_f} = \frac{x_A}{0.5 C_{A_0} \frac{(1-x_A)}{1+\varepsilon_A x_A}} = \frac{x_A (1+2x_A)}{0.5 C_{A_0} (1-x_A)} \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{x_A + 2x_A^2}{0.5 - 0.5x_A}, \quad \tau = \frac{V}{v_0} = \frac{100}{100} = 1 \Rightarrow$$

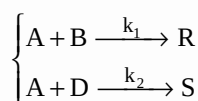
$$1 = \frac{x_A + 2x_A^2}{0.5 - 0.5x_A} \Rightarrow 2x_A^2 + x_A = -0.5x_A + 0.5 \xrightarrow{\times 2} 4x_A^2 + 3x_A - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (4x_A - 1)(x_A + 1) = 0 \rightarrow x_A = \frac{1}{4} = 0.25$$

در معادله (1) قرار می‌دهیم:

$$\bar{t} = \frac{\tau}{1+2x_A} = \frac{1}{1+2(0.25)} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3} = 0.67$$

119. گزینه 2 درست است.



راکتور مخلوط شونده (Mixed) و واکنش فاز مایع و

$$B \text{ موازنه: } C_{B_0} - C_B = C_R - C_{R_0} \xrightarrow{C_{R_0}=0} C_R = 1 - C_B$$

$$D \text{ موازنه: } C_{D_0} - C_D = C_S - C_{S_0} \xrightarrow{C_{S_0}=0} C_D = 1 - C_S$$

$$\frac{r_R}{r_S} = \frac{dC_R}{dC_S} = \frac{k_1 C_A C_B}{k_2 C_A C_D} = \frac{2C_B}{C_D} = \frac{2(1-C_R)}{1-C_S} \Rightarrow \frac{dC_R}{2-2C_R} = \frac{dC_S}{1-C_S}$$

از معادله بالا انتگرال گیری می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \ln(1-C_R) = \ln(1-C_S) \Rightarrow 1-C_S = \sqrt{1-C_R} \Rightarrow C_S = 1 - \sqrt{1-C_R}$$

از طرفی $x_B = 0.25$ می‌باشد، بنابراین:

$$C_B = C_{B_0} (1 - x_B) = 1(1 - 0.25) = 0.75$$

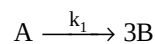
$$C_R = 1 - C_B = 1 - 0.75 = 0.25 \Rightarrow C_S = 1 - \sqrt{1 - 0.25} = 1 - \sqrt{\frac{3}{4}} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.134$$

درصد R در کل محصولات برابر است با:

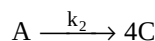
$$\frac{\text{میزان R}}{\text{میزان کل محصولات}} = \frac{C_R}{C_R + C_S} = \frac{0.25}{0.25 + 0.134} \approx 65\% \rightarrow$$

نزدیکترین گزینه 64 درصد می‌باشد

120. گزینه 2 درست است.

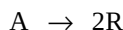


فاز مایع و راکتور مخلوط شونده (Mixed) و



$$\frac{dC_B}{dC_C} = \frac{3k_1 C_A}{4k_2 C_A} = \frac{3k_1}{4k_2} = 2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{8}{3}$$

121. گزینه 3 درست است.



راکتور لوله‌ای و فاز گازی و $y_{A_0} = 0.5$ ، $\varepsilon_A = \frac{2-1}{1} \times 0.5 = 0.5$

$$\text{درصد افزایش شدت جریان خروجی} = \frac{v_f - v_0}{v_0} = \frac{v_0(1 + \varepsilon_A x_A) - v_0}{v_0} = \varepsilon_A x_A = (0.5)(0.6) = 0.3$$

شدت جریان خروجی 30% افزایش می‌یابد.

122. هیچ یک از گزینه‌ها درست نیست.

واکنش درجه دوم، راکتور مخلوط شونده و $(\varepsilon_A = 0)$:

$$k\tau C_{A_0} = \frac{x_A}{(1-x_A)^2} = 2$$

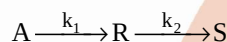
$$\Rightarrow 2x_A^2 - 5x_A + 2 = 0 \Rightarrow x_A = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \left\{ \begin{array}{l} x_A = 2 \\ x_A = 0.5 \end{array} \right. \Rightarrow x_A = 0.5$$

123. گزینه 3 درست است.

$$\phi\left(\frac{R}{A}\right) = \frac{dC_R}{-dC_A} = 0.1 + 0.01C_A$$

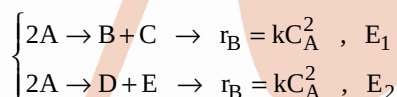
$$C_R - C_{R_0} = (0.1 + 0.01C_A)(10 - C_A) \xrightarrow{C_A=0} C_{R_{\max}} = 0.1 \times 10 = 1 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

124. گزینه 4 درست است.



درجه واکنش اول بیشتر از واکنش دوم $(n_1 > n_2)$ ، $E_1 < E_2$ است. بنابراین برای تولید حداکثر مقدار R ، واکنش را باید در حداقل دما و غلظت زیاد A انجام دهیم.

125. گزینه 1 درست است.



از آن جا که کاهش دما به نفع واکنش‌های با انرژی فعال سازی کمتر است و همچنین با کاهش دما غلظت B زیاد می‌شود، بنابراین $E_1 < E_2$ می‌باشد.

126. گزینه 2 درست است.

$$\phi\left(\frac{R}{A}\right) = \frac{k_1 C_A^3 C_B}{k_1 C_A^3 C_B + k_2 C_A^2 C_B} = \frac{1}{1 + \frac{k_2}{k_1 C_A}}$$

با افزایش غلظت A $(C_A \rightarrow \infty)$ ، کسر $\left[\left(\frac{k_2}{k_1 C_A}\right) \rightarrow 0\right]$ و $\phi\left(\frac{R}{A}\right)$ افزایش می‌یابد، بنابراین برای تولید حداکثر مقدار R

بهترین انتخاب راکتور لوله‌ای است.

127. گزینه 3 درست است.

$$\bar{t} = \frac{V}{v_f}, \tau = \frac{V}{v_0}, v_f = v_0(1 + \varepsilon_A x_A)$$

$$\bar{t} = \frac{\frac{V}{v_0}}{1 + \varepsilon_A x_A} = \frac{\tau}{1 + \varepsilon_A x_A}$$

128. گزینه 1 درست است.

اگر تابع تشکیل آنی بر حسب غلظت نزولی باشد، راکتور مخلوط شونده و اگر صعودی باشد راکتور لوله‌ای بهترین انتخاب است.

129. گزینه 4 درست است.

R تولیدی به سرعت مصرف می‌گردد و R تولید نمی‌شود.

130. گزینه 4 درست است.

راکتور مخلوط شونده و $A \xrightarrow{k_1} R \xrightarrow{k_2} S$

$$\frac{C_R}{C_{A_0}} = \frac{C_{R_0}}{C_{A_0}} + \frac{k_1 \tau_m}{(1 + k_1 \tau_m)(1 + k_2 \tau_m)} \xrightarrow{C_{R_0}=0} \frac{C_R}{C_{A_0}} = \frac{k_1 \tau_m}{(1 + k_1 \tau_m)(1 + k_2 \tau_m)}$$

سوال ۱۳۱- گزینه ۲ صحیح است.

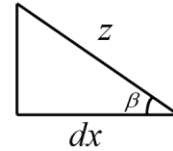
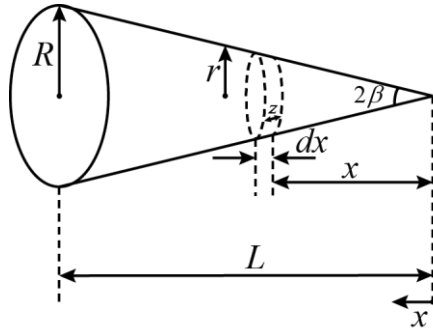
$$\rho_0 v_0 - 0 = \frac{dm}{dt}$$

$$PV = mRT \rightarrow m = \frac{PV}{RT}$$

$$\rho_0 v_0 = \frac{V}{RT} \frac{dP}{dt}$$

$$P = \alpha t \quad ; \quad \alpha = \frac{\rho_0 v_0 RT}{V}$$

سوال ۱۳۲- گزینه ۳ صحیح است.



$$qA \Big|_x - qA \Big|_{x+dx} - hds(T - T_\infty) = 0$$

$$A = \pi r^2 \quad ds = 2\pi r dz$$

$$\cos\beta = \frac{dx}{z} \rightarrow z = \frac{dx}{\cos\beta}$$

$$q(\pi r^2) \Big|_x - q(\pi r^2) \Big|_{x+dx} - h \left(\frac{2\pi r dx}{\cos\beta} \right) (T - T_\infty) = 0$$

$$\frac{r}{R} = \frac{x}{L} \rightarrow r = \frac{R}{L} x$$

$$q \left(\frac{\pi R^2 x^2}{L^2} \right) \Big|_x - q \left(\frac{\pi R^2 x^2}{L^2} \right) \Big|_{x+dx} - h \left(\frac{2\pi R x dx}{L \cos\beta} \right) (T - T_\infty) = 0$$

$$\div dx \rightarrow -\frac{\pi R^2}{L^2} \frac{d(qx^2)}{dx} - \frac{2h\pi R x}{L \cos\beta} (T - T_\infty) = 0$$

$$\rightarrow -\frac{d(qx^2)}{dx} - \frac{2hLx}{R \cos\beta} (T - T_\infty) = 0$$

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \rightarrow -\frac{d\left(-kx^2 \frac{dT}{dx}\right)}{dx} - \frac{2hLx}{R\cos\beta}(T - T_\infty) = 0$$

$$\rightarrow \frac{d\left(x^2 \frac{dT}{dx}\right)}{dx} - \frac{2hLx}{kR\cos\beta}(T - T_\infty) = 0$$

$$x^2 \frac{d^2 T}{dx^2} + 2x \frac{dT}{dx} - \frac{2hLx}{kR\cos\beta}(T - T_\infty) = 0 \quad ; \quad \frac{2hL}{kR\cos\beta} = m$$

$$x^2 \frac{d^2 T}{dx^2} + 2x \frac{dT}{dx} - mx(T - T_\infty) = 0$$

سوال ۱۳۳- گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۱۳۴- گزینه ۲ صحیح است.

$$qA \Big|_r - qA \Big|_{r+dr} - hs(T - T_\infty) = mC \frac{dT}{dx} \rightarrow \text{خطی مرتبه اول غیرهمگن}$$

سوال ۱۳۵- گزینه ۴ صحیح است.

$$N_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial r}$$

$$n_A = N_A A = N_A (2\pi r L) = \text{ثابت} = k$$

$$\left(-D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial r}\right) (2\pi r L) = k$$

$$\frac{-k}{2\pi L D_{AB}} \int \partial C_A = \int \frac{\partial r}{r}$$

۲ بار انتگرال گیری می کنیم:

(۱) از r تا r_1 :

$$\frac{-k}{2\pi L D_{AB}} (C_A - C_{A_1}^*) = \ln \frac{r}{r_1}$$

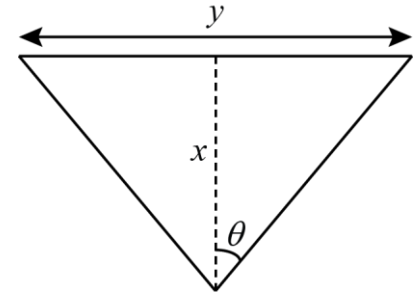
(۲) از r_1 تا r_2 :

$$\frac{-k}{2\pi L D_{AB}} (C_{A_2}^* - C_{A_1}^*) = \ln \frac{r_2}{r_1}$$

رابطه ۱ را بر رابطه ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{C_A - C_{A_1}^*}{C_{A_2}^* - C_{A_1}^*} = \frac{\ln r - \ln r_1}{\ln r_2 - \ln r_1}$$

سوال ۱۳۶- گزینه ۳ صحیح است.



$$Q - 0 = \frac{dV}{dt} \rightarrow Au = \frac{d(A'dx)}{dt}$$

$$A = 2hL \tan \theta$$

$$A' = 2xL \tan \theta$$

$$y = 2x \tan \theta$$

$$\rightarrow 2hL \tan \theta u = \frac{2xL \tan \theta dx}{dt} \rightarrow x dx = hu dt \rightarrow x = \sqrt{2hu} \sqrt{t} = \alpha \sqrt{t}$$

سوال ۱۳۷- گزینه ۱ صحیح است.

سوال ۱۳۸- گزینه ۲ صحیح است.

$$y(0.5) = \frac{0.5}{2} (0.5 + 2(1) + 1.5) = 1$$

$$y(1) = \frac{0.5}{2} (1 + 2(1.5) + 2) = 1.5$$

$$y(1.5) = \frac{0.5}{2} (2 + 2(2.5) + 3) = 2.5$$

$$f = \frac{1}{2} (1 + 2(1.5) + 2.5) = 3.25$$

سوال ۱۳۹- گزینه ۴ صحیح است.

سوال ۱۴۰- گزینه ۱ صحیح است.

$$m^2 - m = 0 \rightarrow m = 0 ; m = 1 \blacksquare$$

$$y_P = e^x (Ax + B)x = e^x (Ax^2 + Bx)$$

$$y_p' = e^x(Ax^2 + Bx + 2Ax + B)$$

$$y_p'' = e^x(Ax^2 + Bx + 2Ax + B + 2Ax + B + 2A)$$

$$\text{جایگذاری} \quad 2Ax + 2A + B \equiv x$$

$$2A = 1 \rightarrow A = \frac{1}{2} \quad 2A + B = 0 \rightarrow B = -1$$

$$y_p = -xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x$$

سوال ۱۴۱- گزینه ۲ صحیح است.

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \quad x = \sqrt{\ln \frac{2}{\sqrt{\pi}}}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\ln \frac{2}{\sqrt{\pi}}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\ln \frac{\sqrt{\pi}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 1$$

سوال ۱۴۲- گزینه ۴ صحیح است.

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial C_A} & \frac{\partial f_1}{\partial C_B} \\ \frac{\partial f_2}{\partial C_A} & \frac{\partial f_2}{\partial C_B} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -1 - 2k\tau C_A C_B & -k\tau C_A^2 \\ -k\tau C_B & -1 - k\tau C_A \end{bmatrix}$$

سوال ۱۴۳- گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{\partial^2 C_P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_P}{\partial r} - \varphi^2 C_P = 0$$

$$\frac{C_{P_{i+1}} - 2C_{P_i} + C_{P_{i-1}}}{h^2} + \frac{1}{ih} \frac{C_{P_{i+1}} - C_{P_{i-1}}}{2h} - \varphi^2 C_{P_i} = 0$$

$$\xrightarrow{\times h^2} C_{P_{i+1}} - 2C_{P_i} + C_{P_{i-1}} + \frac{1}{i} \frac{C_{P_{i+1}} - C_{P_{i-1}}}{2} - \varphi^2 h^2 C_{P_i} = 0$$

$$\left(1 + \frac{1}{2i}\right) C_{P_{i+1}} + \left(1 - \frac{1}{2i}\right) C_{P_{i-1}} - (2 + \varphi^2 h^2) C_{P_i} = 0$$

سوال ۱۴۴- گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} < \frac{1}{2} \rightarrow \Delta t < \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha}$$

$$\Delta t < \frac{(0.02)^2}{2 \times 0.01} \rightarrow \Delta t < 0.02$$

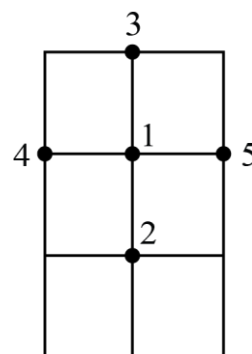
سوال ۱۴۵- گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$T_1 = T_2$$

$$\frac{T_5 - 2T_1 + T_4}{(3)^2} + \frac{T_3 - 2T_1 + T_1}{(3)^2} + 10 = 0$$

$$\frac{130 - 2T_1 + 70}{9} + \frac{100 - T_1}{9} + 10 = 0 \rightarrow T_1 = 130$$



سوال ۱۴۶- گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۱۴۷- گزینه ۱ صحیح است.

چون نقطه صفر، نقطه میانی است؛ لذا استفاده از مشتق مرکزی بیشترین دقت را دارد.

$$\frac{dF(0)}{dx} = F'(0) = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} = \frac{2 - 1.8}{2 \times 1} = 0.1$$

سوال ۱۴۸- گزینه ۱ صحیح است.

$$h = \sqrt[4]{\frac{180\varepsilon}{(b-a)M_4}}$$

$$M_4 = \max \left[\frac{2x(x+1)^4 - (2x+2)(4(x+1)^3)}{(x+1)^8} \right] \Big|_{x=0} = 8$$

$$h \leq \sqrt[4]{\frac{180}{2 \times 240 \times 8}} \rightarrow h \leq 0.5$$

سوال ۱۴۹- گزینه ۲ صحیح است.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [y'_i + f(x_{i+1}, y_{i+1}^*)] \quad ; \quad y_{i+1}^* = y_i + hy'_i$$

$$y'_0 = \frac{2y}{1+y} = \frac{2(1)}{1+1} = 1$$

$$y_1^* = y_0 + hy'_0 = 1 + (0.5)(1) = 1.5$$

$$f(x_1, y_1^*) = \frac{2y}{1+y} = \frac{2(1.5)}{1+1.5} = \frac{6}{5}$$

$$y_1 = 1 + \frac{0.5}{2} \left[1 + \frac{6}{5} \right] = 1.55$$

سوال ۱۵۰- گزینه ۴ صحیح است.

اختلاف تقسیم شده					
x_i	f_i	درجه اول	درجه دوم	درجه سوم	درجه چهارم
0	30				
		7			
5	37		3		
		10		0	
10	47		3		0
		13		0	
15	60		3		
		16			
20	76				

لذا چندجمله‌ای گذرنده، درجه دوم است.