

بسمه تعالی

## آموزش کاربردی مدل سوئیچینگ مارکف (بخش اول)

بررسی سیکل های روکود و رونق با استفاده از روش سوئیچینگ مارکف

تهیه کننده: حسین خاندانی

مدل تغییر جهت سوئیچینگ مارکف برای تبیین رفتار متغیرهایی که به طور مدام تغییر جهت می دهند و رفتار آنها از یک حالت به حالت دیگر تغییر کرده و مجدداً به حالت قبلی بر می گردد، مناسب است.

**ویژگی بدیع مدل مارکف-سوئیچینگ** این است که مکانیسم تغییر رژیم در این مدل به یک متغیر وضعیت بستگی دارد که از یک ویژگی زنجیره مارکف مرتبه اول پیروی می کند. این ویژگی در تضاد کامل با مدلی مانند مدل تصادفی کوانت است که در آن رژیمها در طول زمان مستقل از یکدیگر هستند.

مدل مارکف-سوئیچینگ همچنین متفاوت از مدل های تغییر ساختاری می باشد. در مدل مارکف اجازه تغییر در هر نقطه از زمان و به هر تعداد وجود دارد درحالیکه در مدل های تغییر ساختاری تنها اعمال تغییرات در زمان های خاص و بصورت برونزا امکان پذیر است. بنابراین مدل مارکوف-سوئیچینگ برای توضیح داده های مناسب است که الگوهای رفتاری گوناگونی در بازه های مختلف زمانی از خود نشان می دهند (صمدی، پهلوانی، سنگ سفیدی، ۱۳۹۱).

اقتصادهای امروزی دارای یک ویژگی مشترک هستند و آن این است که فعالیت های اقتصادی در آنها از یک دوره رونق که در آن رشد اقتصادی وجود دارد به یک دوره رکود که در آن فعالیت های اقتصادی دارای رشد منفی است، در حرکت می باشد. این نوسانات در عملکرد و سرنوشت اقتصادی هر کشوری نقش مهمی ایفا می نماید. به همین علت است که شناسایی این پدیده و پی بردن به دلایل بروز آن یکی از مهمترین چالش های اقتصاد هر کشوری است.

برای آشنایی بیشتر با روش سوئیچینگ مارکف جدول زیر را در نظر بگیرید.

	T+1	1	2
T			
1		P11	1-p11=P12
2		P21	P22

$P11$ : احتمال این است که در دوره  $t$  وضعیت ۱ برقرار باشد، به شرطی که در دوره قبل ( $t-1$ ) نیز وضعیت ۱ برقرار بوده باشد.

$1-p11$ : احتمال این است که  $Y(t)$  از وضعیت ۱ در دوره قبلی ( $t-1$ ) به وضعیت ۲ در دوره فعلی ( $t$ ) تغییر جهت دهد. ( $P22$  و  $1-p22$  به صورت مشابه برای وضعیت ۲ بحث می‌شوند).

$$P(Y_t = 1|Y_{t-1} = 1) = P11 \quad , \quad P(Y_t = 2|Y_{t-1} = 1) = 1 - P11 = p_{12}$$

به طور کلی  $p11, p22$  نشان دهنده عدم احتمال تغییر وضعیت است.

طبق فرمول زیر اگر از وضعیت ۱ در دوره  $t-1$  به وضعیت ۱ در دوره  $t$  برسیم بدین معنی است که تغییر جهت رخ نداده است و  $Z$  صفر است. ( $Z(t)=0$ )

اما اگر از وضعیت ۱ در دوره  $t-1$  به وضعیت ۲ در دوره  $t$  برسیم، بدین معناست که تغییر جهت رخ داده است و  $Z_t=1$  است.

$$\begin{aligned} p_{21} + p_{22} &= 1 \\ p &= p_{11} + p_{22} - 1 \\ Z_t &= (1 - p_{22}) + pZ_{t-1} + v_{1t} \end{aligned}$$

میانگین و واریانس در وضعیت یک برابر با  $\sigma_1^2$ ،  $a$  است و برای وضعیت ۲ برابر با  $\sigma_2^2$ ،  $\beta$  است. بنابراین باید ۶ پارامتر مجهول را به روش حداکثر درست نمایی برآورد کرد.

حالات مختلف مدل سوئیچینگ مارکف در جدول زیر نمایش داده شده است.

جدول (۱): حالت‌های مختلف مدل مارکوف- سوئیچینگ

نام مدل	معادله	توزیع جملات اختلال	جزء وابسته به رژیم
MSM (m)-AR(P)	$\Delta y_t - \mu(s_t) = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\Delta y_{t-i}) \mu(S_{t-i}) + \varepsilon_t$	$\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$	میانگین
MSI (m)-AR(P)	$\Delta y_t = c(s_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\Delta y_{t-i}) + \varepsilon_t$	$\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$	عرض از مبدا
MSH (m)-AR(P)	$\Delta y_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\Delta y_{t-i}) + \varepsilon_t$	$\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2(S_t))$	واریانس جملات خطا
MSA (m)-AR(P)	$\Delta y_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i (S_t) (\Delta y_{t-i}) + \varepsilon_t$	$\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$	ضرایب جملات خود توضیح

مأخذ: (Krolzig (3;9), p.35)

## فیلترینگ (چگونگی تشخیص نوسانات یا ادوارد)

یکی از مباحث مهم در اقتصاد تمایز و جدا کردن بخش روند و دوران در سری های زمانی است که بخش روند آن اصولاً بخش نامانا متغیر است. بخش غیر روند می تواند فرایندی مانا داشته باشد.

اقتصاد از دو نوع تکانه متاثر می شود. که بعضی از آنها اثر "دائمی" و برخی دیگر دارای آثار "موقتی" هستند.

برای مثال در تولید:

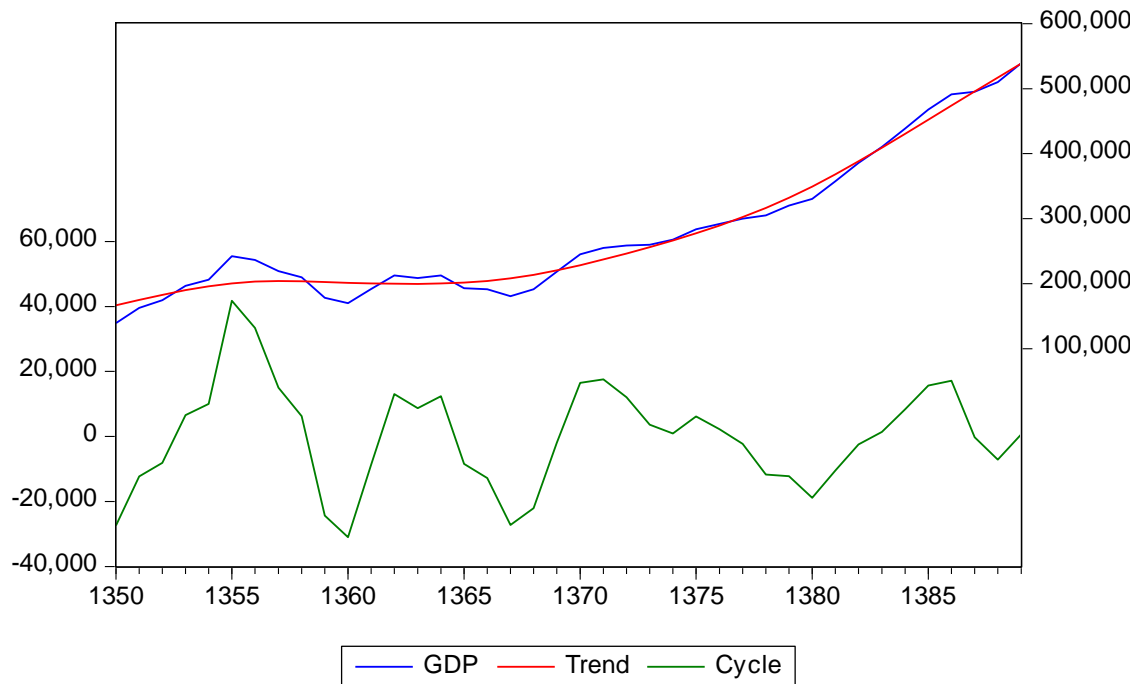
- بهره وری یا افزایش جمعیت نیروی کار که دارای "اثرات دائمی" بوده است.
- افزایش مخارج دولت و یا حجم پول رویکرد "موقتی" است (به طور کلی برخی از سیاست های پولی و مالی).

سیکل یا ادوار در حقیقت آن بخش از متغیر که ناشی از تکانه های موقتی است را مربوط به "دوران" و چرخه اقتصادی آن است. در ادامه به چگونگی تفسیر مدل مذکور پرداخته خواهد شد.

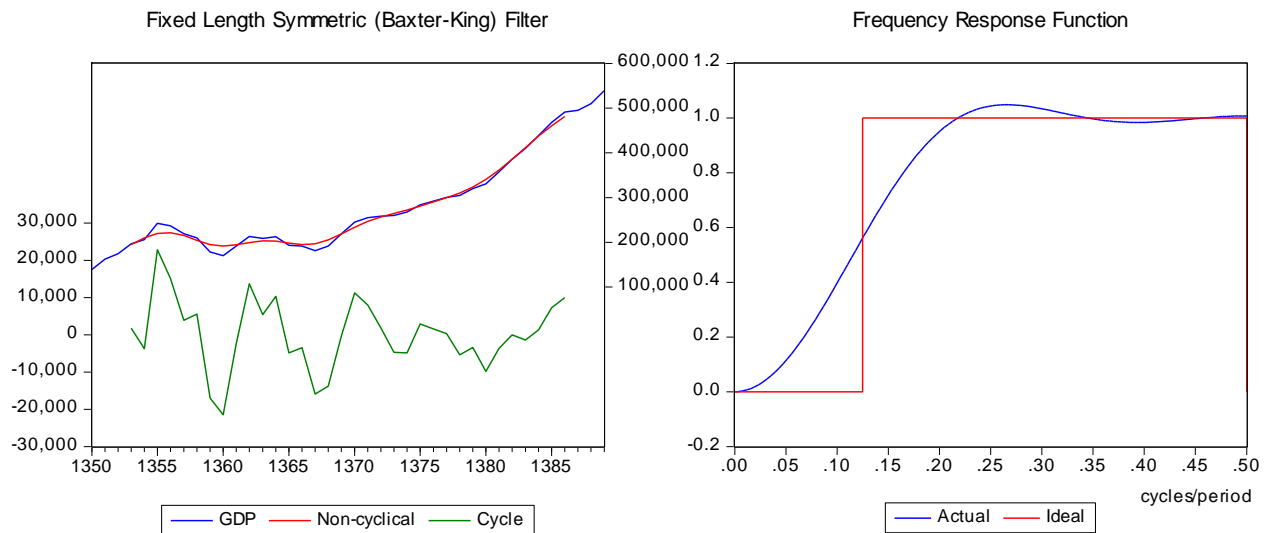
در این آموزش برای معرفی کارکرد روش سوئیچینگ مارکف و چگونگی شناسایی و پی بردن به تغییر رژیم و دوران و همچنین تفسیر مدل مذکور یک مثال کاربردی آورده شده است. بدین منظور با استفاده از اطلاعات متغیر GDP مدلسازی مربوطه صورت پذیرفته است.

در این راستا در ابتدای امر برای تشخیص وجود سیکل در متغیر، **رهیافت فیلترینگ** بر روی تولید ناخالص داخلی انجام پذیرفته است که نتایج آن در ادامه آورده شده است.

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



شکل ۲. فیلتر باکستر-کینگ



با توجه به نتایج دو رهیافت فیلترینگ فوق وجود سیکل‌ها نوسانی در متغیر تولید ناخالص داخلی کشور به وضوح قابل مشاهده است در نتیجه پس از تشخیص وجود سیکل‌های رکود و رونق میتوان از روش سوئیچینگ استفاده نمود.

## تفسیر نتایج تخمین الگوی سوئیچینگ مارکف بر روی تولید ناخالص داخلی

در جدول زیر نتایج تخمین سوئیچینگ مارکف مشاهده می‌شود. در این پژوهش برای عدم مواجهه با مشکل ناهمسانی واریانس و خودهمبستگی از روش حداکثر درستنمایی مقاوم (Robust) استفاده شده است.

## جدول ۱. نتایج تخمین سیکل‌های رکود و رونق به روش سوئیچینگ مارکف

Dependent Variable: GDP  
 Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 07/03/15 Time: 20:35  
 Sample: 1350 1389  
 Included observations: 40  
 Number of states: 2  
 Initial probabilities obtained from ergodic solution  
 Huber-White robust standard errors & covariance  
 Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=1778432929)  
 Convergence achieved after 17 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	152856.6	11538.57	13.24745	0.0000
LOG(SIGMA)	9.944487	0.681720	14.58735	0.0000
Regime 2				
C	193140.5	14547.58	13.27647	0.0000
LOG(SIGMA)	9.784247	0.347635	28.14514	0.0000
Common				
AR(3)	1.356388	0.059168	22.92421	0.0000
Transition Matrix Parameters				
P11-C	1.459965	0.774345	1.885418	0.0594
P21-C	-1.832971	0.403312	-4.544798	0.0000
Mean dependent var	278751.7	S.D. dependent var	109085.9	
S.E. of regression	29782.09	Sum squared resid	3.10E+10	
Durbin-Watson stat	0.803149	Log likelihood	-464.4509	
Akaike info criterion	23.57254	Schwarz criterion	23.86810	
Hannan-Quinn criter.	23.67941			
Inverted AR Roots	1.11	-.55-.96i	-.55+.96i	
Estimated AR process is nonstationary				

طبق نتایج خروجی تمام متغیرها در سطح ۹۹ درصد معنادار می‌باشند. همچنین ضریب واریانس یا همان سیگما در رژیم دو کمتر از رژیم اول که به معنای این است که متغیر تولید ناخالص داخلی در دوره رونق دارای نوسانات بیشتری است که این مسأله بی‌ثباتی اقتصادی و ریسک را برای سرمایه‌گذاران بیشتر می‌کند در نتیجه در شرایط عدم اطمینان سرمایه‌گذاران کمتر تمایل به سرمایه‌گذاری پیدا خواهند کرد. همچنین شما می‌توانید طبق مبانی تئوریک از سایر متغیرهای کنترلی و توضیحی نیز بهره بگیرید.

ضرایب مدل (فرآیند خودرگرسیون) سوئیچینگ مارکف تفسیر اقتصادی خاصی ندارند و بیشتر تمرکز این روش بر روی ماتریس **احتمال انتقال** است که نتایج آن در قسمت انتهایی خروجی رژیم آمده است. اما این ماتریس مستقیماً چیزی را به ما نشان نمی‌دهد و باید آن را در روابط مربوطه جایگذاری کرد تا بتوان احتمال و تعداد دوره‌های ماندن در هر یک از دو وضعیت رکود و رونق را نشان بدهد.

نرم افزار ایویوز خود این کار را انجام می‌دهد که نتایج این محاسبات در جدول زیر آورده شده است.

## جدول ۲. نتایج ماتریس احتمال انتقال

Equation: UNTITLED

Date: 07/03/15 Time: 20:36

Transition summary: Constant Markov transition probabilities and expected durations

Sample: 1350 1389

Included observations: 40

Constant transition probabilities:

$P(i, k) = P(s(t) = k | s(t-1) = i)$

(row = i / column = j)

	1	2
1	0.811527	0.188473
2	0.137885	0.862115

Constant expected durations:

	1	2
1	5.305809	7.252432

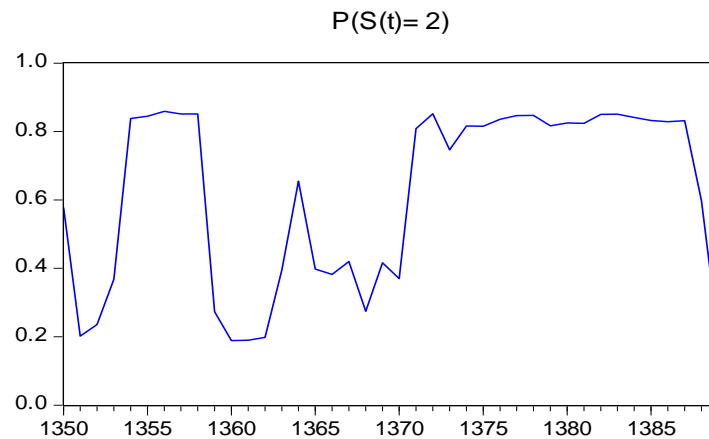
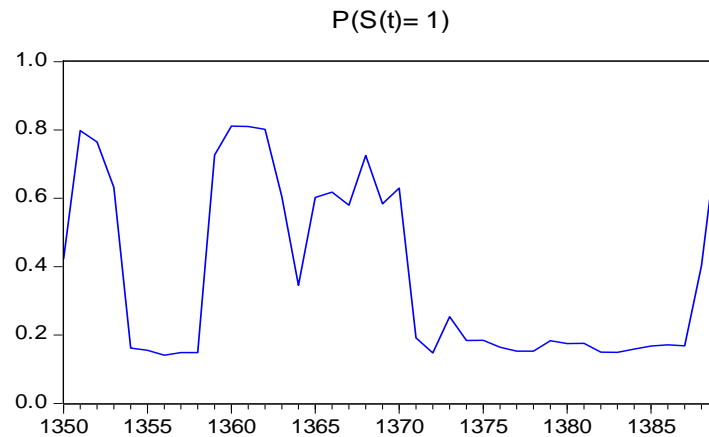
بر طبق خروجی نرم افزار متوسط ماندن در وضعیت رونق در کشور حدود ۷ سال می‌باشد و متوسط ماندگاری و توقف اقتصاد کشور در یک وضعیتی رکودی حدود ۵ سال به طول می‌انجامد.

همچنین با توجه به نتایج ماتریس احتمال انتقال میتوان بیان داشت که اگر در وضعیت رونق بوده باشیم بطور متوسط (طی دور ۷ ساله) با احتمال ۸۱ درصد در همان وضع در سال آتی باقی میمانیم و با احتمال ۱۸ درصد به دوره رکود انتقال می‌یابیم. اما اگر به وضعیت رکود وارد شده باشیم (طی دور ۵ سال) با احتمال ۸۶ درصد در سال بعد در همان وضعیت باقی میمانیم و تنها با احتمال ۱۳ درصد به دوره رونق باز خواهیم گشت.

در نمودارهای زیر احتمال باقی ماندن در دو رژیم را به صورت سالانه مشاهده می‌نمایید که با استفاده از تکنیک **one-step Ahead predicted** بدست آمده است (آموزش در نرم افزار در بخش دوم فایل آموزشی).

نمودار ۳. احتمال باقی ماندن در هر دو رژیم رکود و رونق

One-step Ahead Predicted Regime Probabilities



در نهایت باید مدل سوئیچینگ به دو صورت **ساده و مارکف** قابل برآورد است که تفاوت آن در زیر ذکر شده است.



تفاوت دو مدل ساده و مارکف:

در مدل ساده احتمال انتقال را ثابت فرض می‌شود ولی در مدل مارکف آنرا متغیر در نظر می‌گیرد. بدین معنا که در مدل ساده احتمال انتقال از یک دوره چه حالت رونق در نظر گرفته شود و چه حالت رکود یکسان و مشابه است. نحوه تخمین این دو مدل در نرم افزار در فایل دوم آموزشی بیان خواهد شد.

ماتریس انتقال در مدل ساده سوئیچینگ

Constant transition probabilities:

$$P(i, k) = P(s(t) = k | s(t-1) = i)$$

(row = i / column = j)

	1	2
1	0.970324	0.029676
2	0.970324	0.029676

منابع:

کتاب کاربرد ایویوز ۸ در اقتصادسنجی تألیف: علیرضا مرادی.

کتاب اقتصادسنجی پیشرفته تألیف: علی سوری

Krolzig, H.M., (1995), Markov-Switching Vector Autoregressions. Modelling, Statistical Inference and Applications to Business Cycle Analysis. Springer, Berlin.

[Econometrics.blog.ir](http://Econometrics.blog.ir)

تهیه کننده: حسین خاندانی