

۱۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مقابل روابط زیر برقرار است:

$$\hat{M}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \quad \text{I}$$

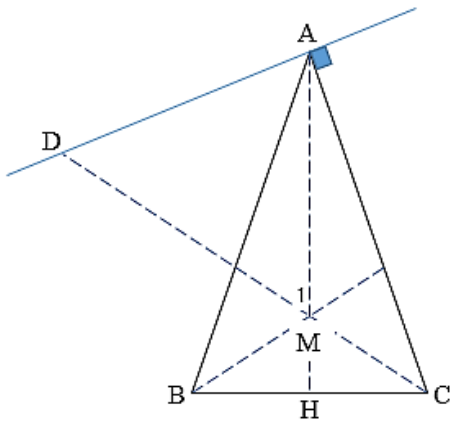
$$\hat{D} + \frac{\hat{C}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{D} = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} \quad \text{II}$$

$$\frac{\hat{A}}{2} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ - \hat{C} \quad \text{III}$$

از روابط I و III داریم،

$$\hat{M}_1 = 90^\circ - \hat{C} + \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \hat{M}_1 = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} \quad \text{IV}$$

و از مقایسه روابط II و IV می توان دریافت که زوایای \hat{M}_1 و \hat{D} با یکدیگر برابرند؛ پس مثلث ADM متساوی الساقین است و $AD = AM$.



۱۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$AB = AC = CD$$

پس مثلث های ABC و ACD متساوی الساقین هستند.

روابط زیر نیز برقرار است:

$$\hat{B} + \hat{D} = 102^\circ \quad \text{I}$$

$$\hat{B} = \hat{C}_1 \quad \text{II}$$

$$\hat{C}_1 = \hat{D} + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{C}_1 = 2\hat{A}_2 \quad \text{III}$$

از روابط I و II و III می توان نتیجه گرفت،

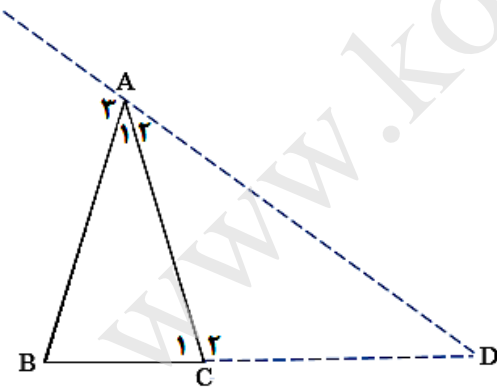
$$\hat{C}_1 + \hat{D} = 102^\circ \Rightarrow 2\hat{A}_2 + \hat{D} = 102^\circ \Rightarrow 3\hat{A}_2 = 102^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = 34^\circ$$

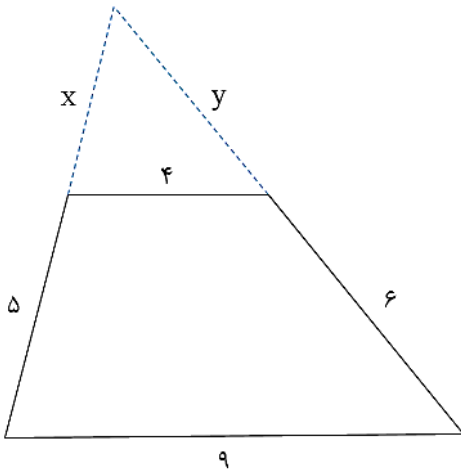
همچنین با توجه به اصل نیم صفحه داریم،

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + 34^\circ + 102^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = 44^\circ$$



۱۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



برای اطلاعات این مسئله شکل مقابل را در نظر می گیریم و طبق قضیه تالس داریم،

$$\frac{x}{x+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4x + 20 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{y}{y+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9y = 4y + 24 \Rightarrow y = 4/8$$

پس محیط مثلث برابر است با،

$$P = 4 + 4 + 4/8 = 12/8$$

۱۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مقابل داریم،

$$\sin \hat{A} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 \hat{A} = 1 - \sin^2 \hat{A} \Rightarrow \cos^2 \hat{A} = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$r = R \cos \hat{A} = 9 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 3\sqrt{5}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi (3\sqrt{5})^2 (6) = \pi \times 45 \times 6 = 270\pi$$

