کاربرد آمار استنباطی در مدیریت آموزشی

جامعه و نمونه - روشهای نمونه گیری - مقایسه آزمون فرض - کفایت نمونه

تخمین پارامترهای جامعه با استفاده از آماره های نمونه

- آزمون های پارامتری
- آزمون های ناپارامتری (مستقل - رتبه ای - اسمی)

جامعه و نمونه :

جامعه آماری : مجموعه ای از افراد یا اشیاء که دارای حداقل یک صفت مشترک باشند

نمونه : بخشی از جامعه است که به روش خاصی انتخاب می شود .

جامعه : Population

نمونه : Sample

استنباط : تعمیم نتایج نمونه به جامعه

نمونه باید نماینده درستی از جامعه باشد .

انواع روش های نمونه گیری

روش های نمونه گیری غیر احتمالی : ① نمونه گیری آسان
② گلوله برفی

روش های نمونه گیری احتمالی : ① تصادفی ساده
② منظم (سیستماتیک)
③ طبقه ای
④ خوشه ای
⑤ ترکیبی

روش‌های نمونه‌گیری غیر احتمالی

روش‌هایی هستند که در آن‌ها همه افراد جامعه شانس حضور در نمونه را ندارند

① نمونه‌گیری آسان

Convenience Sampling

انتخاب افراد در دسترس

تعمیم نتایج از نمونه به جامعه احتمال دارد

② نمونه‌گیری سهمیه‌ای

qouta Sampling

انتخاب افراد در دسترس با کنترل تعداد در طبقه‌ها

روش‌های نمونه‌گیری احتمالی

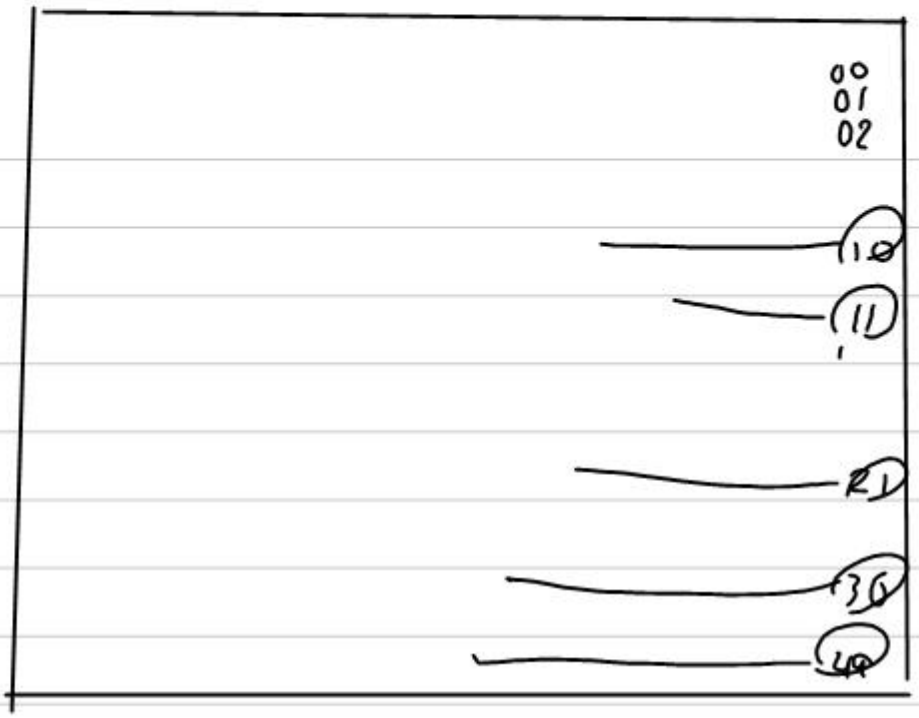
روش‌هایی هستند که در آن‌ها هر فرد جامعه دارای شانس مشخص و معلومی برای انتخاب شدن است.

① تصادفی ساده: روشی است که همه افراد جامعه شانس مساوی برای انتخاب شدن دارند

الف- ابتدا لیست شماره‌دار از افراد جامعه تهیه می‌کنیم

ب- از جدول اعداد تصادفی به تعداد مورد نیاز عدد تصادفی انتخاب می‌کنیم

ج- افرادی که اعداد تصادفی انتخاب شده از لیست افراد برمی‌داریم.



N = 50

11 21 10 36 49 n = 5

نمونه گیری منظم (سیستماتیک)

برای این روش نمونه ها با فاصله یکنواخت از یکدیگر انتخاب می شوند.

الف- احتمال انتخاب شدن برای افراد جامعه یکسان است

ب- مقدار $K = \frac{N}{n}$ را به دست آورید.

ج- از بین اعداد 1 تا K به طور تصادفی یک عدد را انتخاب کرده و به عدد به دست آمده K را اضافه کرده تا تعداد نمونه مورد نظر به دست آید.

$N = 50$

$n = 5$

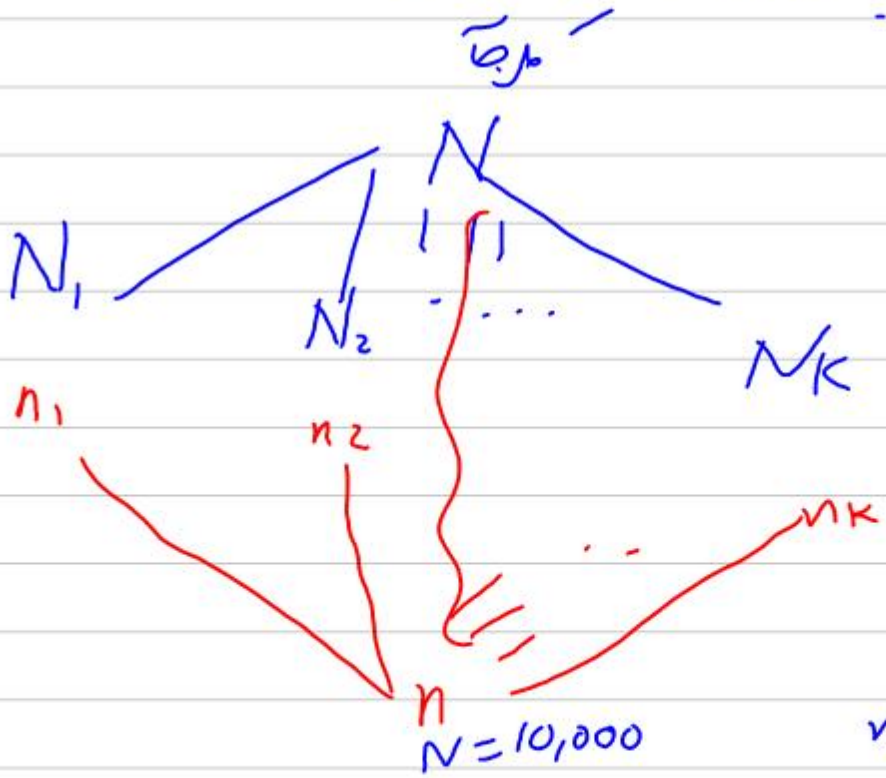
$K = \frac{50}{5} = 10$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

4 14 24 34 44

نمونه‌گیری طبقه‌ای :

طبقه : اگر جامعه به زیرگروه‌هایی تقسیم شود که از واحدهای هم‌گروه مشابه تشکیل شده‌اند، زیرگروه‌ها نسبت به یکدیگر ناهمگون هستند.



کارشناس	کارشناس ارشد	دکتری
$N_1 = 3000$	$N_2 = 6000$	$N_3 = 1000$

$$n_1 = \frac{N_1}{N} \cdot n = \frac{3000}{10,000}(100) = 30$$

$$n_2 = \frac{N_2}{N} \times n = \frac{6000}{10,000}(100) = 60$$

$$n_3 = \frac{N_3}{N} \cdot n = \frac{1000}{10,000}(100) = 10$$

100

نمونه‌گیری خوشه‌ای

خوشه‌ها: اگر جامعه به گروه‌هایی تقسیم شود که درون‌ها به‌طور شبیه باشند اما درون‌گروه‌ها بسیار متفاوت باشند، به هر گروه یک خوشه گفته می‌شود. مثال: مدارس

روش‌های نمونه‌گیری در مطالعات کیفی

1. ارجاع زنجیره‌ای
2. گلوله برفی
3. قضاوتی

حجم نمونه

Sample size

برآورد: تخمین پارامتر مجهول جامعه توسط آماره نمونه.

پارامتر: ثابت، خطی، مربوط به جامعه، نامعلوم، نامتغیر ..... P σ^2 μ

آماره: شانسی، مربوط به نمونه، متغیر، معلوم ..... p S^2 $\bar{x}$

درصد سیگاری‌ها در ایران: نامعلوم

درصد سیگاری‌ها در کلاس ما: معلوم

انواع برآورد

۱) برآورد نقطه‌ای: تخمین پارامتر مجهول جامعه با یک مقدار عددی

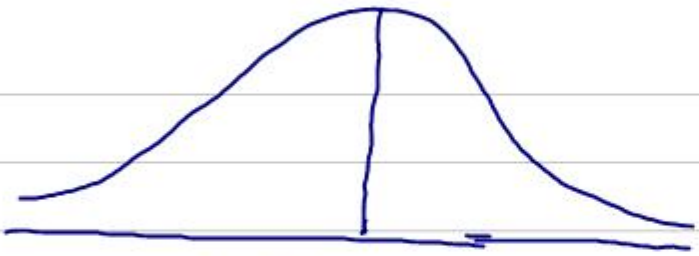
۲) برآورد بازه‌ای (فاصله‌ای): تخمین پارامتر مجهول جامعه با یک بازه

پارامتر: ثابت جامعه

برآورد نقطه‌ای: تقریباً 30 درصد جامعه بیکار

برآورد فاصله‌ای: بیکاری بین 25 تا 35 درصد (فاصله)

ناصر اسلامیان



توزیع نرمال (زنگوله‌ای)

① متقارن (چولگی ندارد)

② کشیدگی کمتر از یک دارد

③ میانه = میانگین = نما باهم برابرند

قضیه حد مرکزی: فرض کنیم $X_1, X_2, \dots, X_n$ از جامعه‌ای با میانگین μ و واریانس σ^2 انتخاب شده باشند. اگر $n \geq 30$ باشد آنگاه $\bar{X}$ از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس $\frac{\sigma^2}{n}$ پیروی می‌کند.

مثال: فرض کنید جامعه شامل اعداد 2,3,0,4,5 باشد. نحوه‌ی نمونه‌گیری با جایگذاری را بیان کنید.

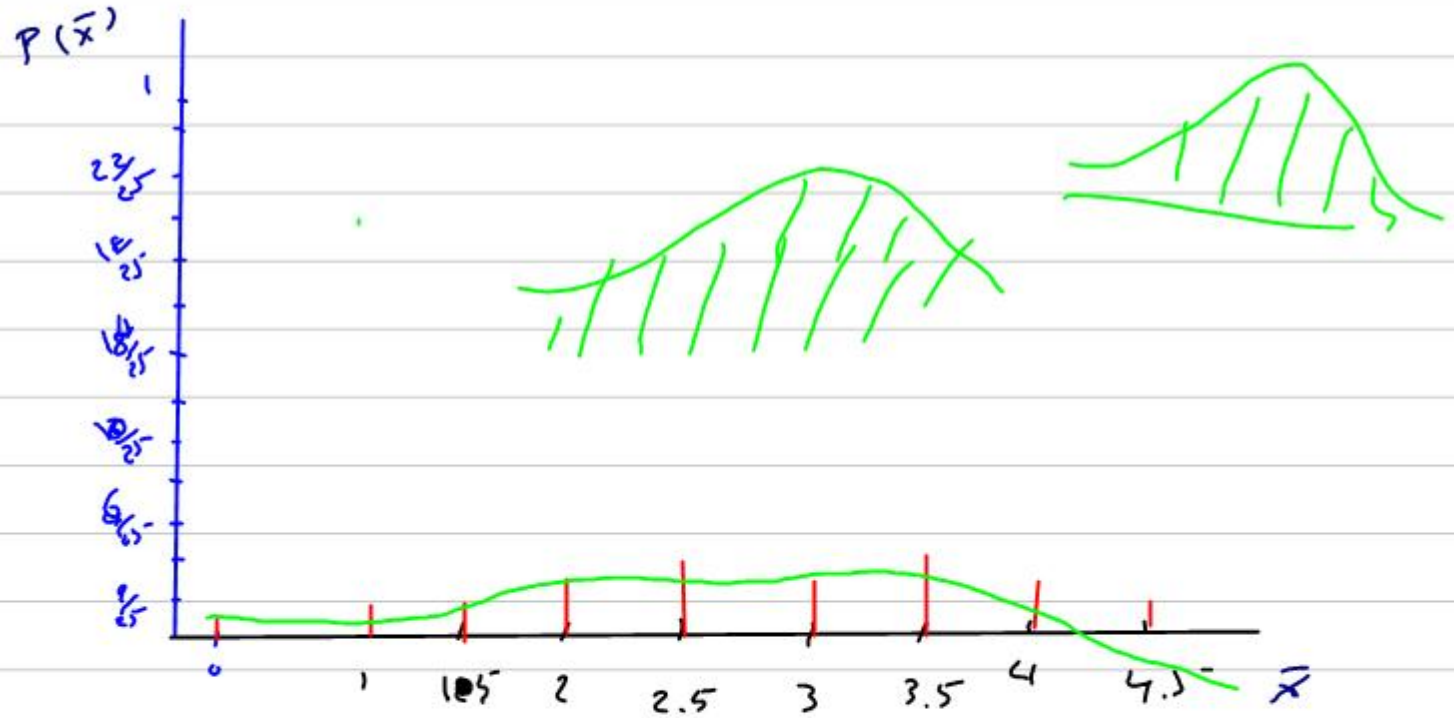
$\bar{x}$		$\bar{x}$		$\bar{x}$		$\bar{x}$		$\bar{x}$
2,2	2	3,2	2.5	0,2	1	4,2	3	5,2	3.5
2,3	2.5	3,3	3	0,3	1.5	4,3	3.5	5,3	4
2,0	1	3,0	1.5	0,0	0	4,0	2	5,0	2.5
2,4	3	3,4	3.5	0,4	2	4,4	4	5,4	4.5
2,5	3.5	3,5	4	0,5	2.5	4,5	4.5	5,5	5

$\bar{x}$	0	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$P(\bar{x})$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$

توزیع احتمال کلیه آماره‌ها را توزیع نمونه‌گیری گویند.

توزیع نمونه‌ای $\bar{x}$

$\bar{x}$	0	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$P(\bar{x})$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$

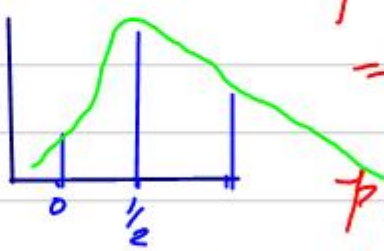


فرض کنید سرکلاس اعداد 2, 3, 0, 4, 5 باشد

از تمرکز همه نمونه‌ها در یک جا نیز توزیع نمونه "نسبت اعداد زوج" را بیابید.

P	P	P	P	P
2,2 +	3,2 $\frac{1}{2}$	0,2 +	4,2 +	5,2 $\frac{1}{2}$
2,3 $\frac{1}{2}$	3,3 0	0,3 $\frac{1}{2}$	4,3 $\frac{1}{2}$	5,3 0
2,0 +	3,0 $\frac{1}{2}$	0,0 +	4,0 +	5,0 $\frac{1}{2}$
2,4 +	3,4 $\frac{1}{2}$	0,4 +	4,4 +	5,4 $\frac{1}{2}$
2,5 $\frac{1}{2}$	3,5 0	0,5 $\frac{1}{2}$	4,5 $\frac{1}{2}$	5,5 0

نسبت اعداد زوج در یک نمونه $= \frac{3}{5}$

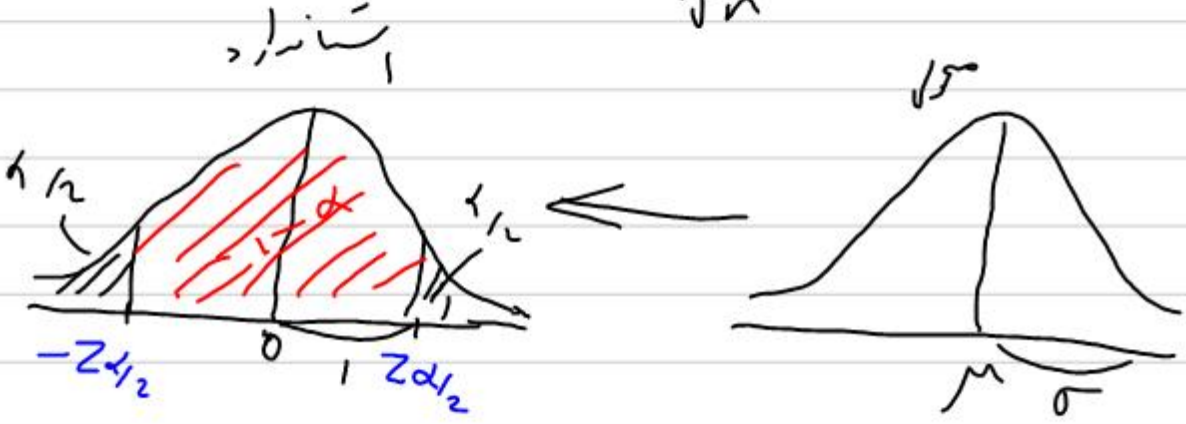


نسبت اعداد زوج در یک نمونه

P	0	$\frac{1}{2}$	1
P(P)	$\frac{4}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{9}{25}$

اگر $n \geq 30$ باشد $\bar{x}$ از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس $\frac{\sigma^2}{n}$ پیروی

کند. یعنی $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ نرمال استاندارد است



در توزیع نرمال استاندارد و نمال دوتکه متقارن هستیم بطوریکه احتمال بین

دوتکه برابر $1-\alpha$ باشد

$$P(-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$$ Confidence Interval

$$P\left(-Z_{\alpha/2} < \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$\vdots$$

$$CI(\mu) = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}$$

$100(1-\alpha)$

$$P\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

μ برای $1-\alpha$ درصد از بازه

$$CI(\mu) = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$100(1-\alpha)$

مثال: فرض کنید نمرات آمار دانشجویان یک دانشگاه دارای واریانس 25 باشد. یک نمونه تصادفی از ۷ دانشجو انتخاب کرده ایم و نمرات آنها را به صورت زیر ثبت کرده ایم.

5 17 11 16 18 12 9

یک فاصله اطمینان 95 درصدی برای میانگین نمرات دانشجویان بسازید.

$\mu = ?$

$\bar{x}$: برآورد نقطه‌ای

$$\bar{x} = \frac{88}{7} = 12.6$$

$\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5$

$$CI_{95}(\mu) = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\bar{x}$: برآورد نقطه‌ای → 7

$1-\alpha = 0.95 \quad \alpha = 0.05 \quad \alpha/2 = 0.025 \quad Z_{0.025} = 1.96$

$$CI_{95}(\mu) = 12.6 \pm 1.96 \frac{5}{\sqrt{7}} = 12.6 \pm 3.7 = (8.9, 16.3)$$

$Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d$: برای تعیین حجم نمونه لازم برای برآورد با دقت مشخص

$$\Rightarrow n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2} \sigma^2}{d^2}$$

درشکل زیر بخشی از نمودار جعبه‌ای مقادیر کربن را با 95 درصد

اطمینان و با اختلاف کمتر از نیم واحد برآورد کنید (عرض مناسب)

$\sigma^2 = 25$

$Z_{\alpha/2} = 1.96$

$n = ?$

$$n \geq \frac{(1.96)^2 (25)}{(0.5)^2} = 2498$$

فرض کنید از جوامع با حجم $N \geq 10,000$

از جوامع با حجم کمتر از این مقدار استفاده کنیم.

$$n \geq \frac{N Z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{(N-1)d^2 + Z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}$$

در این مثال $N = 2000$ یعنی کمتر از مقدار مناسب

$$n \geq \frac{2000 (1.96)^2 (25)}{(2000-1)(0.5)^2 + (1.96)^2 (25)} = 323$$

حجم نمونه برای برآورد یک نسبت

در جوامع محدود

$$n \geq \frac{N Z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}{(N-1)d^2 + Z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}$$

در جوامع نامحدود

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}{d^2}$$

مثال: در یک نمونه تصادفی 50 نفری از نمرات 12 دانشجو مشاهده شده است

با ضریب اطمینان 95 درصد و با خطای 2% برآورد کنید حداقل چند دانشجو باید انتخاب شوند تا خطای برآورد از 2% کمتر باشد

$$p = \frac{12}{50} = 0.24$$

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}{d^2} = \frac{(1.96)^2 (0.24)(1-0.24)}{(0.02)^2} = 1752$$

الف) $N > 10{,}000$

ب) $N = 2000$

$$n \geq \frac{2000\,(1.96)^2 (0.24)(0.76)}{(2000-1)(0.02)^2 + (1.96)^2 (0.24)(0.76)} = 935$$