



educo.ir

دانلود سوالات آزمون‌های مختلف



سوالات و پاسخ

مرحله دوم

نهمین المپیاد

نجوم و اختر فیزیک

ویرایش و پاسخ: کامبیز خالقی

تذکرات پیش از آزمون:

- ۱- ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به نکات زیر دقیقاً توجه فرمایید:
 - ۱- تعداد سؤالات این آزمون ۶ سؤال و وقت آن ۴ ساعت است.
 - ۲- بر روی هر برگه پیش نویس که به شما داده می شود نام و نام خانوادگی خود را حتماً بنویسید.
 - ۳- در زیر خط چین بالای پاسخنامه غیر از جواب سؤالات هیچ علامت یا عبارت مشخصه ای ننویسید.
 - ۴- معرفی نامه و کارنامه ی خود را در دسترس نگه دارید تا مسئول مربوط بتواند آن ها را ملاحظه و جمع آوری نماید.
 - ۵- استفاده از ماشین حساب مهندسی که قابل برنامه ریزی نباشد، مجاز است.
 - ۶- استفاده از جدول های نجومی، اطلس ها و آلماناک ها به هر شکل که باشند، مجاز نیست.
 - ۷- هنگام آزمون همراه داشتن تلفن همراه (خاموش یا روشن) تخلف محسوب می شود. لذا آن را قبل از شروع آزمون به مسئول حوزه تحویل دهید.
 - ۸- نتایج این آزمون در اواخر خرداد ماه اعلام خواهد شد.

تکثیر این سوالات تنها بدون دریافت وجه و فقط برای افزایش سطح علمی دانش آموزان بلا مانع است.

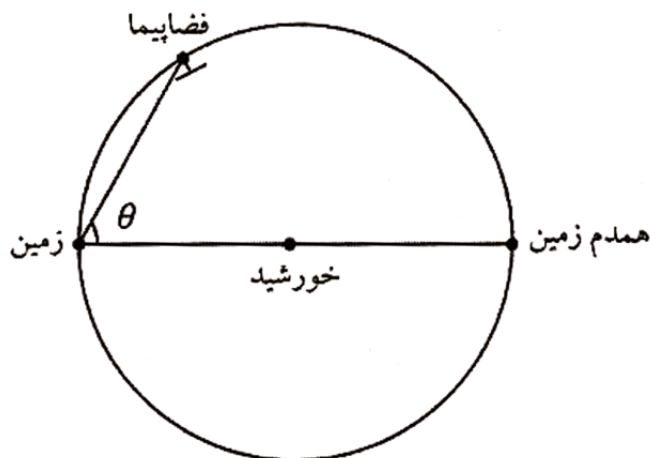
ثوابت فیزیکی و نجومی

$6 / 67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$	ثابت جهانی گرانش	G
$3 \times 10^8 ms^{-1}$	سرعت نور	c
$3 / 0.9 \times 10^{16} m$	پارسک	pc
$1 / 50 \times 10^{11} m$	واحد نجومی	Au
$9 / 46 \times 10^{15} m$	سال نوری	Ly
$6 / 96 \times 10^8 m$	شعاع خورشید	R_{\odot}
$6 / 38 \times 10^6 m$	شعاع زمین	R_{\oplus}
$1 / 74 \times 10^6 m$	شعاع ماه	
$3 / 84 \times 10^8 m$	شعاع مداری ماه	
$5 / 97 \times 10^{24} kg$	جرم زمین	M_{\oplus}
5777 K	دمای خورشید	T_{\odot}
$3 / 85 \times 10^{26} W$	درخشندگی خورشید	L_{\odot}
$1 / 37 \times 10^3 Wm^{-2}$	ثابت خورشیدی	
-26 / 8	قدر ظاهری خورشید	m_{\odot}
$70 Km s^{-1} Mpc^{-1}$	ثابت هابل	H_0

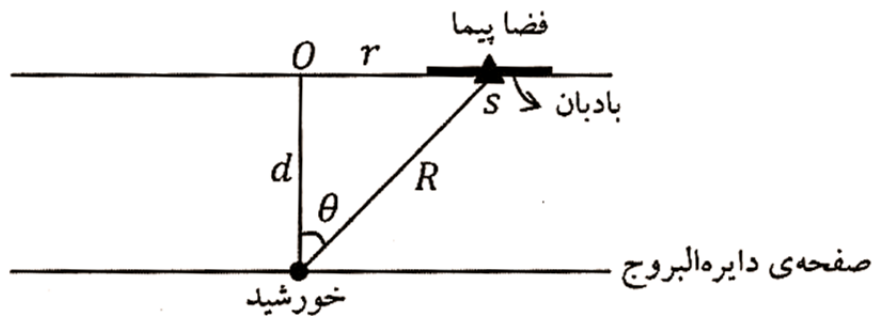
(۱) **IRYSC.COM** یک ناظر در سطح زمین به طول جغرافیایی φ و عرض جغرافیایی λ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم زاویه‌ی مسیر مشاهده شده‌ی خورشید با سطح زمین هنگام غروب خورشید از دید این ناظر را حساب کنیم. این زاویه را با α نشان می‌دهیم. جهت خورشید هنگام غروب را با طول جغرافیایی β و عرض جغرافیایی γ نشان می‌دهیم. γ به روزی که در آن هستیم بستگی دارد. γ و λ و φ داده‌های مسئله‌اند. α زاویه‌ی بین دو صفحه است. یکی از این صفحه‌ها صفحه‌ای است که بردار عمود بر آن بردار واصل مرکز زمین به ناظر است. صفحه‌ی دوم صفحه‌ای است که شامل بردار واصل مرکز زمین به خورشید در لحظه‌ی غروب است، و بر یک مخروط مماس است. مخروطی که محور آن محور چرخش زمین، و نصف زاویه رأس آن $\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$ است. این همان مخروطی است که مسیر خورشید در آن است. الف) β را حساب کنید.

ب) جهت بردار یکه‌ی عمود بر صفحه‌ی دوم را با طول جغرافیایی χ و عرض جغرافیایی ψ نشان می‌دهیم. ψ و χ را بر حسب β و γ محاسبه کنید. ج) $\cos \alpha$ را محاسبه کنید.

(۲) **IRYSC.COM** در یکی از نظریات عجیب در مورد موجودات فرازمینی گفته می‌شود که احتمالاً موجودات فرازمینی روی سیاره‌ی همدم زمین زندگی می‌کنند. همدم زمین سیاره‌ای است کاملاً هم شکل زمین که روی مدار فعلی زمین به دور خورشید می‌چرخد، به طوری که در نقطه‌ی مقابل قطری زمین قرار دارد، بنابراین از نظر زمینی‌ها همواره پشت خورشید قرار می‌گیرد و هیچ گاه قابل رصد نیست. فرض کنید اخترشناسان برای اینکه به وجود چنین سیاره‌ای پی ببرند فضایی را به فضا فرستاده‌اند. فضایی که به فضا پرتاب می‌شود که روی مدار زمین و در جهت خلاف حرکت زمین به سمت همدم زمین حرکت کند، به این فضایی آینه‌ی بزرگی به سطح A متصل است. قرار است که این آینه نور همدم زمین را به سمت رصدگران زمینی منعکس کند. اگر آینه به اندازه‌ی کافی بزرگ ساخته شده باشد، به طوری که اندازه‌ی ظاهری آن به اندازه‌ی کافی از قطر ظاهری همدم زمین از نظر ناظران زمینی بزرگ‌تر باشد. قدر همدم زمین در آینه‌ی فضایی از نظر رصدگران بر حسب کشیدگی فضایی (θ) چه قدر است؟



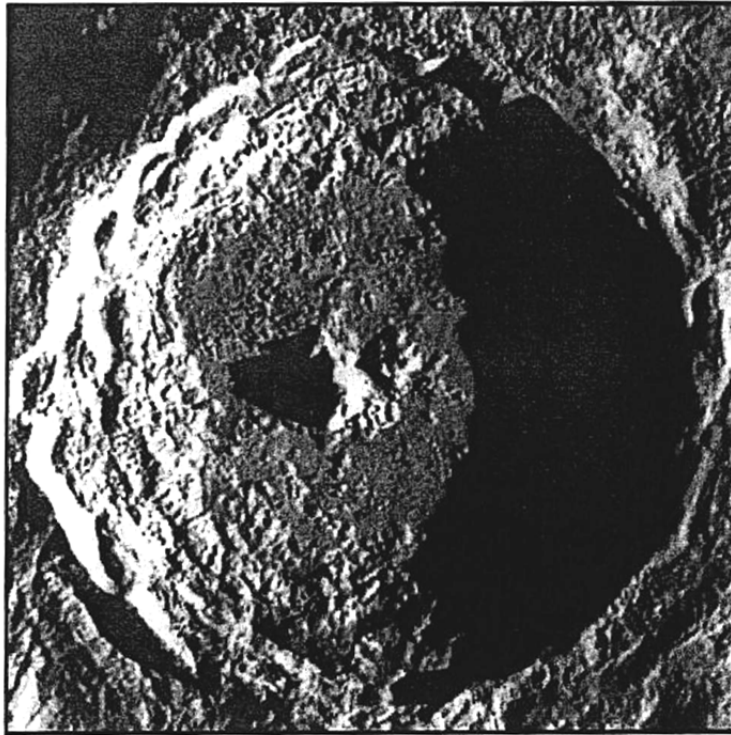
(۳) **IRYSC.COM** بادبان خورشید از آینه‌ای بزرگ و مسطح ساخته شده، که تحت تأثیر فشار تابشی نور خورشید به جلو رانده می‌شود. در این مسئله می‌خواهیم به کمک بادبان خورشیدی فضایی را در مدار خارج از صفحه‌ی منظومه‌ی شمسی قرار دهیم. مطابق شکل فضایی s به جرم m به دور مدار دایره‌ای به مرکز O و به شعاع r می‌گردد. صفحه‌ی مداری فضایی موازی صفحه دایره البروج و در فاصله‌ی عمودی d از خورشید قرار دارد. فضایی برای حفظ تعادل خود از بادبان خورشیدی بهره می‌گیرد. مطابق شکل سطح بادبان منطبق بر صفحه‌ی مداری فضایی است. سطح بادبان را بر حسب پارامترهای داده شده در صورت مسئله و شکل و ثوابت فیزیکی بدست آورید.



(۴) **IRYSC.COM** عرض جغرافیایی ناظر در چه بازه‌ای باشد تا دو ستاره که هم‌زمان طلوع می‌کنند، بتوانند هم سمت شوند؟

(۵) **IRYSC.COM** می‌دانیم، دمای تابش زمینه‌ی کیهان (CMB) در راستایی که با مختصات کهکشانی $b = 48^\circ$ و $l = 264^\circ$ داده می‌شود، بیشینه‌ی مقدار را دارد که به اندازه $\Delta T = 3 / 35 mK$ بیشتر از متوسط است. سرعت کهکشان راه شیری نسبت به تابش زمینه چه قدر است؟ (سرعت و جهت حرکت خورشید نسبت به مرکز کهکشان $220 km$ در جهت مختصات کهکشانی $l_0 = 90^\circ$ و $b_0 = 0^\circ$ است).

(۶) **IRYSC.COM** رصدگر علاقه‌مند به ماه تصمیم می‌گیرد با استفاده از تلسکوپ رصدخانه و ابزار تصویربرداری CCD ، تصویر نمای بسته از دهانه "تیکو" بگیرد. دهانه تیکو دهانه‌ای است با قطر $188 km$ که مطابق شکل زیر در مرکز آن قله‌ای دیده می‌شود به ارتفاع $2400 m$. طول و عرض جغرافیایی ماه مرکزی تیکو $11/2^\circ$ غربی و 43° جنوبی است. اگر در تصویر بدست آمده قطر دهانه‌ی تیکو 2010 پیکسل و حداکثر طول سایه قله مرکزی 272 پیکسل باشد، فاز ماه را در هنگام عکس برداری بر حسب درصد روشن قرص ماه حساب کنید.



IRYSC.COM

طول و عرض جغرافیایی ماه مرکزی:

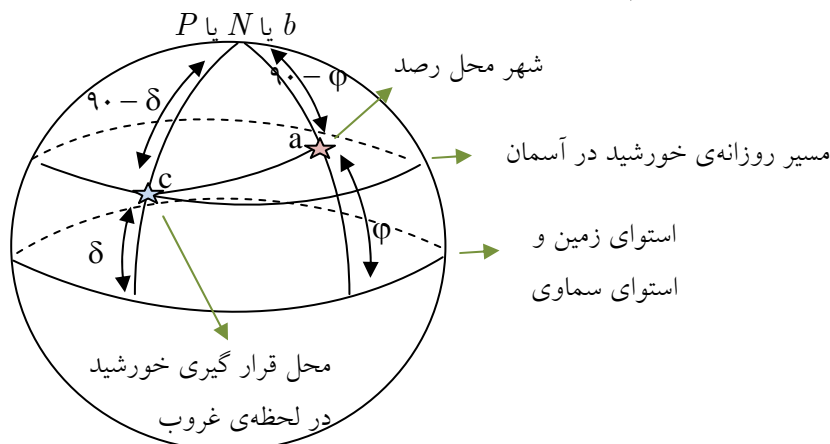
فرض می‌کنیم صفحه‌ی مداری ماه به دور زمین منطبق بر صفحه‌ی دایره‌البروج باشد در این صورت دایره‌ی استوای ماه عبارت است از فصل مشترک صفحه‌ی دایره‌البروج با سطح کره‌ی ماه. ناظر زمینی وقتی به قرص ماه نگاه می‌کند استوای ماه را به شکل قطری می‌بیند که از مرکز قرص می‌گذرد. عرض جغرافیایی همانند کره زمین به صورت زاویه‌ای که شعاع هر نقطه از کره‌ی ماه با صفحه‌ی استوای ماه (که همان صفحه‌ی دایره‌البروج است) می‌سازد، تعریف می‌شود. برای تعیین طول جغرافیایی به نصف‌النهار مبدأ نیاز داریم. نصف‌النهار مبدأ، نصف‌النهاری است که از مرکز قرص ماه از نظر ناظر زمینی می‌گذرد. به این ترتیب مرکز قرص ماه طول و عرض جغرافیایی صفر دارد. روی قرص ماه نقاطی با طول جغرافیایی صفر تا ۹۰ درجه غربی و صفر تا ۹۰ درجه شرقی دیده می‌شوند. نقاطی که طول جغرافیایی آن‌ها بیش از ۹۰ درجه است در نیم کره پشتی ماه هستند و هرگز دیده نمی‌شوند.

(۱) **IRYSC.COM** یکی از روش‌های نامتعارفی که در طراحی این سوال مورد توجه قرار گرفته، تعویض نمادگذاری‌هاست که در اینجا برای فرار از این ترکیب طرح سوال، ابتدا عناوین را با علامات قراردادی و متعارفمان جایگزین می‌کنیم و سپس در انتهای مسئله، آن‌ها را با آنچه مد نظر سوال بوده جایگزین می‌نماییم:

عبارت	نام قراردادی	نام به کار رفته در مسئله
طول جغرافیایی محل رصد	l	φ
عرض جغرافیایی محل رصد	φ	λ
	میل δ	عرض جغرافیایی γ
$\alpha \pm x = \beta$	بُعد α	طول جغرافیایی β

صفحه‌ی عمود بر بردار واصل مرکز زمین-ناظر، همان افق است (صفحه‌ی اول)

صفحه‌ی دوم هم، همان صفحه‌ی دایره‌ی عظیمه‌ای است که خورشید در طی ۲۴ ساعت بر روی آن حرکت می‌کند. برای ترسیم شکل، کره‌ی زمین و کره‌ی آسمان را هم‌اندازه و منطبق بر یکدیگر در نظر می‌گیریم.



از آنجا که فاصله‌ی سمت‌الرأسی خورشید در هنگام غروب 90° است، فاصله‌ی شهر محل رصد تا محل قرارگیری خورشید هم، به صورت نظیر به نظیر همان مقدار 90° را پیدا می‌کند. حال اگر در مثلث abc قضیه‌ی کسینوس‌ها را بنویسیم؛ داریم:

$$\cos ac = \cos bc \cos aab + \sin bc \sin ab \cos abc$$

$$\Rightarrow \cos 90 = \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos(\alpha - l)$$

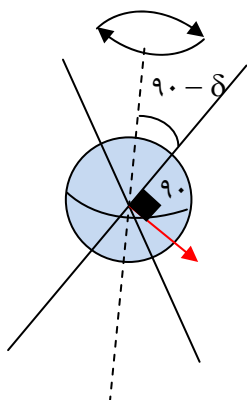
$$\Rightarrow \cos(\alpha - l) = -\tan \delta \tan \varphi$$

با جایگذاری نمادهای به کار رفته در مسأله چنین خواهیم داشت:

$$\cos(\beta - \varphi) = -\tan \gamma \tan \lambda$$

که همان پاسخ قسمت الف مسأله است.

حال به سراغ قسمت ب می‌رویم. همان‌طور که در صورت سوال هم مطرح شده، زمین در حال گردش به دور محورش است که در شکل زیر با خط‌چین نشان داده شده. خورشید با این محور زاویه‌ی $90 - \delta$ می‌سازد که با خط پررنگ نمایش داده شده. این خطوط پررنگ همان یال‌های مخروط هستند پس جهت بردار عمود بر صفحه‌ی زمین-خورشید مطابق شکل با فلش قرمز نشان داده شده است.

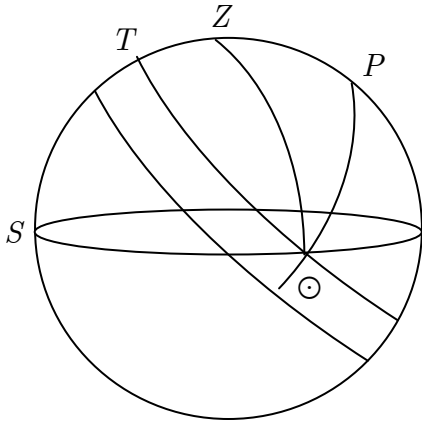


بدیهیست که زاویه‌ی بردار و استوا با زاویه‌ی صفحه و استوا یکی است (یعنی هر دو، استوا را در یک نقطه قطع می‌کنند) پس طول جغرافیایی هر دو، برابر و برابر $\alpha - l$ خواهد بود.

و از طرف دیگر، به صورتی کاملاً شهودی می‌توان نتیجه گرفت که زاویه‌ی بردار با استوای سماوی $\delta - 90$ درجه است. پس داریم:

$$\psi = 90 - \gamma \quad , \quad \chi = \beta - \phi$$

و در نهایت برای بدست آوردن زاویه‌ی دایره‌ی صغیره‌ی خورشید با افق چنین عمل می‌کنیم:



مطلوب است بدست آوردن زاویه‌ی $T \odot S$ ؛ می‌دانیم $Z \odot S$ برابر 90 درجه است. پس به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که: $T \odot S = Z \odot P$. حال برای بدست آوردن $Z \odot P$ قضیه‌ی کسینوس‌ها را برای ضلع $90 - \phi$ چنین می‌نویسیم:

$$\cos(90 - \phi) = \cos(90 - \delta) \cos 90 + \sin(90 - \delta) \sin 90 \cos Z \odot P$$

$$\Rightarrow \cos Z \odot P = \frac{\sin \phi}{\cos \delta}$$

با جایگزین کردن پارامترهای قرارداد شده در مسئله خواهیم داشت:

$$\cos \alpha = \sin \lambda \sec \gamma$$

(۲) IRYSC.COM با توجه به آنکه در مثلث فضاییما-زمین-همدم، ضلع زمین-همدم همان قطر دایره است؛ زاویه‌ی روبه‌رو به این ضلع برابر نصف کمان روبرویش می‌شود؛ یعنی می‌توانیم بنویسیم: زاویه‌ی زمین-فضاییما-همدم همواره برابر 90 درجه است. با توجه به این نکته طول ضلع همدم-فضاییما برابر می‌شود با: $2R \sin \theta$ که در آن R شعاع مداری زمین است. به طور مشابه داریم: ضلع زمین-فضاییما برابر است با $2R \cos \theta$. حال به سراغ حل مسئله می‌رویم. قدر همدم زمین به میزان نور رسیده به آینه و سهم بازتاب شده از آینه و در نهایت فاصله‌ی زمین تا آینه بستگی دارد؛ لذا ابتدا روشنایی همدم را در فاصله‌ی آینه تخمین می‌زنیم (از این پس همدم را با حرف اختصاری b نمایش می‌دهیم) از آنجا که سیاره مشابه زمین است، روشنایی رسیده از خورشید به سطح این سیاره نیز مشابه زمین بوده و برابر 1370 وات بر متر مربع است؛ حال برای محاسبه‌ی درخشندگی این سیاره باید سهم انرژی رسیده به کل سطح و رو به آینه را

حساب کنیم. درخشندگی بخشی از سیاره که نور دریافت می‌کند برابر می‌شود با: $L = \frac{4\pi r_{\oplus}^2}{2} \times 1370$ اما تمام بخش روشن سیاره، رو به آینه نیست لذا باید این مقدار را ضربدر فاز سیاره از دید ناظر مستقر روی آینه کنیم؛ از طرف دیگر مطابق آنچه در ابتدا بدست آوردیم

فاصله‌ی فضاییما تا همدم برابر است با $2R \sin \theta$. پس برای روشنایی همدم در فاصله‌ی فضاییما داریم: $b_b = \frac{L \times \phi}{4\pi d^2}$ که در آن ϕ فاز

سیاره است. برای محاسبه‌ی فاز هم مطابق رابطه داریم: $\phi = \frac{1 - \cos x}{2}$ که در اینجا $\phi = \frac{1 - \cos(90 - \theta)}{2}$

پس از جایگذاری تمامی مقادیر، روشنایی سیاره از دید ناظر روی فضاپیما را چنین بدست خواهیم آورد:

$$b_b = \frac{\frac{4\pi r_{\oplus}^2}{2} \times 1370 \times \left(\frac{1 - \cos(90 - \theta)}{2}\right)}{4\pi(d)^2} = \frac{\pi r_{\oplus}^2 \times 1370 \times (1 - \sin \theta)}{4\pi(d)^2}$$

حال از آنجا که آینه یک بازتاب کننده‌ی کامل و تقریباً ایده‌آل است، کل روشنایی رسیده را بازتاب می‌دهد؛ از آنجا که در حالت متعارف مساحت آینه در کسر بازتاب شده از نور رسیده تأثیرگذار است و طبق خواسته‌ی صورت سوال چنین اتفاقی نباید بیافتد، تنها پارامتر تأثیرگذار توسط آینه را افزایش فاصله در نظر می‌گیریم! حال فاصله‌ی همدم تا فضاپیما و تا ناظر برابر می‌شود با:

$$2R \sin \theta + 2R \cos \theta$$

که همان مقدار مناسب برای d است. با جایگذاری این مقدار در عبارت b_b خواهیم داشت:

$$b_b = \frac{\pi r_{\oplus}^2 \times 1370 \times (1 - \sin \theta)}{16R^2 \pi (\sin \theta + \cos \theta)^2}$$

حال برای محاسبه‌ی قدر ظاهری کفایت این مقدار از روشنایی را در عبارت قدر-روشنایی جایگزین کنیم:

$$m_b - m_{\odot} = -2 / 5 \log \frac{\frac{\pi r_{\oplus}^2 \times 1370 \times (1 - \sin \theta)}{16R^2 \pi (\sin \theta + \cos \theta)^2}}{1370} = -2 / 5 \log \frac{r_{\oplus}^2 \times (1 - \sin \theta)}{16R^2 (\sin \theta + \cos \theta)^2}$$

و $m_{\odot} = -27$ پس داریم:

$$m_b = -27 - 2 / 5 \log \frac{r_{\oplus}^2 \times (1 - \sin \theta)}{16R^2 (\sin \theta + \cos \theta)^2}$$

(۳) مؤلفه شتاب در راستای عمود بر صفحه‌ی مداری صفر است، پس تنها کفایت مؤلفه عمودی ناشی از فشار تابشی با

مؤلفه عمودی ناشی از جاذبه‌ی گرانشی در تعادل قرار بگیرد: مؤلفه عمودی جاذبه‌ی گرانشی برابر است با $f_G = \frac{GmM}{R^2} \cos \theta$. حال

نوبت به محاسبه‌ی فشار تابشی می‌رسد.

$$E = P_{\odot} C \Rightarrow \text{تکانه خطی} \quad P_{\odot} = \frac{E}{C}$$

$$\text{انرژی} = \frac{\text{توان} \times \text{مقطع سطح} \times \text{زمان}}{\text{واحد سطح}}$$

$$E = bA\Delta t \Rightarrow P_{\odot} = \frac{bA\Delta t}{C}$$

$$P = m \Delta V = m(V_{\uparrow} - V_{\odot}) = -mV_{\odot} = -P_{\odot}$$

$$P = m\Delta V = \frac{bA\Delta t}{c} \Rightarrow m_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{bA}{c} \Rightarrow ma = \frac{bA}{c} \Rightarrow f = \frac{bA}{c}$$

که مؤلفه عمود بر مدار برابر می شود با $f' = \frac{bA}{c} \cos \theta$ از طرف دیگر، بادبان بر تابش های خورشیدی عمود نیست؛ لذا برای محاسبه ی تکانه ی موثر، کل این مقدار را در $\cos \theta$ و در متمم آبدوی سفینه ضرب می کنیم تا F_{abs} را بدست آوریم. سپس این مقدار را با فشار تابشی فوتون ها که از فشار تابشی بردار پوئین تینگ ناشی می شود و برابر $\frac{r(S)A}{c} \cos^2 \theta$ است، جمع می کنیم.

$$\text{حال داریم: } f_{eff} = F_{rad} + F_{abs} = \frac{bA}{c} [r\alpha + (1 - \alpha)] \cos^2 \theta \text{ پس:}$$

$$f_G = f_{eff} \Rightarrow \frac{GmM}{R^2} \cos \theta = \frac{bA}{c} (1 + \alpha) \cos^2 \theta \Rightarrow$$

$$A = \frac{GmMc}{b(1 + \alpha) \cos \theta R^2}$$

۴) **IRYSC.COM** می دانیم دایره ی عظیمه ی گذرنده از دو نقطه ای که در فاصله ی کمتر از 180° درجه از هم قرار دارند، یکتا است. اگر در هنگام طلوع، هر دو ستاره روی دایره ی عظیمه ی افق قرار گرفته باشند و قرار باشد این دو ستاره هم ارتفاع شوند؛ این دایره ی عظیمه باید به واسطه ی دوران (به دور ستاره ی قطبی) در جایی از مسیر حرکتش بر افق عمود شود. در هنگامی که دایره ی عظیمه ی مورد نظر ما بر افق عمود می شود، از نقطه ی سومی هم می گذرد که همان سمت الرأس است. به عبارت دیگر در لحظه ی مطلوب ما هر سه نقطه ی ستاره ی اول، ستاره ی دوم و سمت الرأس بر یک دایره ی عظیمه قرار می گیرند. حال سوال را به این شکل ساده سازی می کنیم:

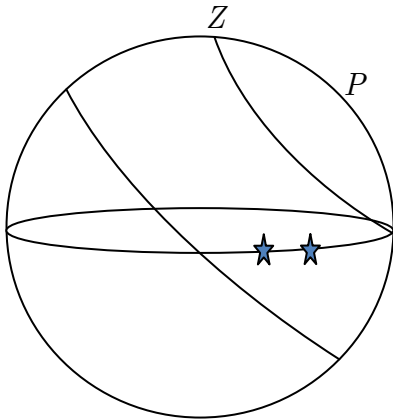
در کدام بازه از عرض های جغرافیایی ستاره ای که در سمت الرأس قرار دارد می تواند غروب کند؟

(یعنی مسیر حرکت ستاره ی واقع در سمت الرأس، افق را قطع کند)

دو مسأله نظیر به نظیر و یکسان اند.

این اتفاق در عرض های جغرافیایی 45° درجه ی شمال و جنوبی تا استوا می افتد.

$$-45 \leq \varphi \leq +45$$



۵) **IRYSC.COM** سرعت خورشید v به دو مؤلفه اصلی تفکیک می شود، یکی سرعت خورشید در کهکشان v_\odot و دیگری سرعت خود

$$\vec{v} = \vec{v}_\odot + \vec{v}_G \text{؛ لذا داریم:}$$

بردار سرعت را در دستگاه مختصاتی به مرکز مبدأ کهکشان باز می کنیم:

$$\vec{v} = v \cos b \cos l \vec{i} + v \cos b \sin l \vec{j} + v \sin b \vec{k}$$

با توجه به مقادیری که از راستای حرکت خورشید در صورت سوال آمده است، بردار سرعت خورشید هم برابر می شود با:

$$\vec{v}_{\odot} = v_{\odot} \vec{j}$$

پس برای بردار سرعت کهکشانی می توانیم چنین بنویسیم: $\vec{v}_G = v \cos b \cos l \vec{i} + (v \cos b \sin l - v_{\odot}) \vec{j} + v \sin b \vec{k}$

از آنجا که تمامی مقادیر معلوم اند تنها کافی است مقدار سرعت کل را حساب کنیم؛ با توجه به قانون وین داریم: $\lambda_{\max} T = 0.0029$

پس: $\lambda = \frac{0.0029}{T}$ و برای محاسبه تغییرات دوپلری باید میزان تغییرات طول موج را داشته باشیم: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1$

پس از جایگذاری وین داریم: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{0.0029}{T} - 1 = \frac{T_0}{T} - 1 = -\frac{\Delta T}{T}$ و دمای میانگین تابش پس زمینگی کیهان ۲/۷۳ کلونین

است؛ پس $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = -\frac{\Delta T}{T} = 1/2 \times 10^{-3}$

با برابری این مقدار با معادله سرعت دوپلر نسبتی داریم:

$$1/2 \times 10^{-3} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

که از اینجا سرعت کل 368 km.s^{-1} بدست می آید.

مقدار سرعت کهکشانی از جمع جبری $\vec{v}_G = v \cos b \cos l \vec{i} + (v \cos b \sin l - v_{\odot}) \vec{j} + v \sin b \vec{k}$ بدست می آید، لذا:

$$v_G = \sqrt{v_{\odot}^2 + v^2 - 2v_{\odot}v \cos b \sin l} = 542 \text{ km.s}^{-1}$$

۶) **IRYSC.COM** برای حل این سوال در گام اول، طول سایه ی قله را برحسب کیلومتر و با استفاده از تناسب بدست می آوریم. همان طور

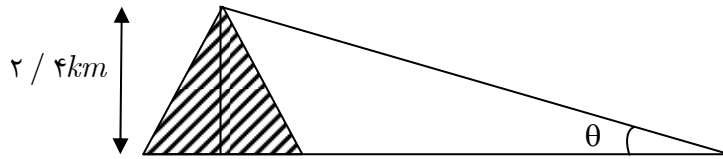
که در متن سوال هم توضیح داده شده، اگر قطر دهانه ۲۰۱۰ پیکسل باشد حداکثر طول سایه ۲۷۲ پیکسل خواهد بود، پس داریم:

طول سایه	قطر دهانه
۲۷۲ پیکسل	۲۰۱۰ پیکسل
x کیلومتر	۸۸ کیلومتر

که از اینجا مقدار x برابر $11/9 \text{ km}$ بدست می آید. توجه کنید که حتی اگر صورت سوال در مورد قطر سایه و دهانه برحسب پیکسل

چیزی نمی گفت، به سادگی و با استفاده از خط کش بر روی تصویر نمایش داده شده، می توانستید طول سایه را محاسبه کنید.

از آنجا که ارتفاع قله 240 m داده شده است، به سادگی می توانید ارتفاع خورشید را از دید ناظر واقع در آن منطقه محاسبه کنید:



$$\tan \theta = \frac{2/4 \text{ km}}{11/9 \text{ km}} \Rightarrow \theta = 11/4^\circ$$

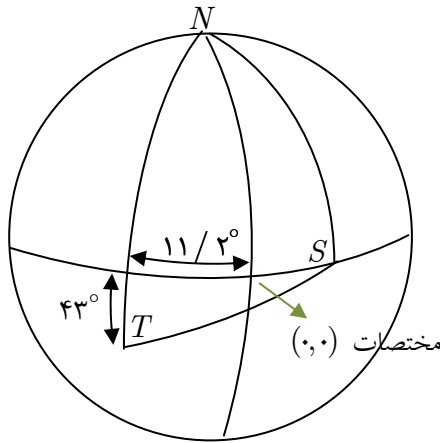
یعنی از دید ناظر واقع بر قله، ارتفاع خورشید ۱۱/۴ درجه و فاصله‌ی سمت الرأسی آن ۷۵/۶ درجه خواهد شد.

حال در ادامه‌ی کار از یک تناظر برای ساده شدن حل مسئله استفاده می‌کنیم:

از آنجا که طبق صورت سوال مدار گردش زمین و ماه، منطبق بر هم فرض شده‌اند، می‌توانیم نقاطی نظیر خورشید و زمین را بر سطح ماه،

تصویر کنیم. حال به سراغ رسم شکل می‌رویم:

که در آن T محل قرارگیری گودال تیکو است.



از آنجا که با توجه به شکل، سایه در جهت شرق به غرب کشیده شده، به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که محل خورشید در سمت شرق گودال قرار گرفته و از آنجا که خورشید روی استوای ماه حرکت می‌کند، شکل مطابق آنچه در مقابل می‌بینید ترسیم می‌شود.

حال در مثلث NST قضیه‌ی کسینوس‌ها را برای ضلع TS چنین می‌نویسیم:

(کمان TS نظیر فاصله‌ی سمت الرأسی خورشید از گودال تیکو است)

$$\cos ST = \cos NS \cos NT + \sin NS \sin NT \cos SNT$$

$$\Rightarrow \cos 78/6 = \cos 90 \cos 133 + \sin 90 \sin 133 \cos SNT$$

$$\Rightarrow \hat{SNT} = 74^\circ$$

بدیهی است که زاویه‌ی SNT برابر است با مجموع طول جغرافیایی شرقی خورشید به علاوه طول جغرافیایی گودال تیکو (غربی) که

نتیجه می‌دهد:

$$SNT = \lambda_S + \lambda_T \Rightarrow \lambda_S = 74^\circ - 11/4^\circ = 62/8^\circ$$

از طرفی می‌دانیم که فاز ماه از دید ناظر زمینی، از رابطه‌ی $\phi = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \times 100$ بدست می‌آید. پس در مورد این حالت خاص داریم:

$$\phi = \frac{1 + \cos 62/8}{2} \times 100 = 72/8\%$$

توجه داشته باشید که برخی در هنگام حل این مسئله حالت دومی را برای طول جغرافیایی غربی خورشید در نظر می‌گیرند. این حالت با

توجه به تصویر داده شده در صورت سؤال، غیر قابل قبول است (یعنی خورشید لزوماً باید در سمت راست گودال باشد).