

آزمون نوبت دوم درس هندسه ی تحلیلی و جبر خطی

| مهر آموزشگاه | زمان امتحان | | مشخصات امتحان |
|--------------|---------------|---------------------------|-------------------------------|
| | شماره ی کارت: | ساعت: ۸ صبح | درس: هندسه ی تحلیلی و جبر خطی |
| | نام: | روز و تاریخ: پنجشنبه ۲۵/۲ | رشته: ریاضی و فیزیک |
| | نام خانوادگی: | مدت: ۹۰ دقیقه | پایه: چهارم |

| | | | |
|-------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| توجه: | تعداد صفحات آزمون ۳ صفحه است. | استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. | آزمون نیاز به پاسخنامه ۲ برگه دارد. |
|-------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|

| ردیف | سؤال | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | <p>در هر مورد گزینه ی صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف: اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ آنگاه کسینوس زاویه ی بین دو بردار $\vec{a} - \vec{b}$ و \vec{b} کدام است؟</p> <p>(۱) $-\sqrt{\frac{3}{17}}$ (۲) $-\sqrt{\frac{5}{17}}$ (۳) $\sqrt{\frac{3}{17}}$ (۴) $\sqrt{\frac{5}{17}}$</p> <p>ب: تصویر قائم بردار $(0, -3, 6)$ روی امتداد بردار $(2, -1, -2)$ کدام است؟</p> <p>(۱) $(2, -1, -2)$ (۲) $(-2, 1, 2)$ (۳) $(4, -2, -4)$ (۴) $(2, 3, -1)$</p> <p>ج: اگر $\vec{a} = 5$ و $\vec{b} = 2\sqrt{6}$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ اندازه ی بردار $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟</p> <p>(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷</p> <p>د: اگر $\vec{a} = (1, -2, 3)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$، مساحت متوازی الاضلاع تولید شده توسط دو بردار $\vec{a} + 3\vec{b}$ و $2\vec{a} + 5\vec{b}$ کدام است؟</p> <p>(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{3}$</p> <p>ه: دو خط به معادلات $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$ و $(x=t, y=t, z=-2t-1)$ نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟</p> <p>(۱) متنافر (۲) متقاطع (۳) موازی (۴) عمود</p> <p>و: فاصله ی دو خط به معادلات $D: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ و $D': \frac{x}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{4}$ کدام است؟</p> <p>(۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{3}$</p> | ۵ |

| | | |
|-----|---|---|
| | <p>ز : اگر خط به معادله $\frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{a} = \frac{z}{1}$ بر صفحه ای به معادله $2x + y - 3z = 4$ واقع شود ، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟</p> <p>(۱) $(1, 2)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(1, -2)$ (۴) $(-1, -2)$</p> <p>ح : به ازای کدام مقدار b دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + b = 0$ مماس داخل اند؟</p> <p>(۱) -5 (۲) -4 (۳) -3 (۴) -2</p> <p>ط : مجانب های هذلولی به معادله $\frac{1}{4}x^2 - y^2 + ax + by = 1$ در نقطه $(-2, 1)$ متقاطع هستند. عرض از مبدأ خط مجانب آن با شیب مثبت، کدام است؟</p> <p>(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4</p> <p>ی : نقطه $S(2, 1)$ رأس سهمی است که محور تقارن آن موازی محور y ها است و از نقطه $(0, 5)$ می گذرد. معادله ی خط هادی آن کدام است؟</p> <p>(۱) $y = \frac{3}{2}$ (۲) $y = \frac{1}{2}$ (۳) $y = \frac{3}{4}$ (۴) $y = \frac{1}{4}$</p> | |
| ۲/۵ | <p>معادله ی مقطع مخروطی به شکل $xy + \sqrt{2}x = 1$ می باشد.</p> <p>الف : ثابت کنید که این مقطع مخروطی یک هذلولی می باشد.</p> <p>ب : فاصله ی کانونی هذلولی را تعیین کنید.</p> | ۲ |
| ۱/۵ | <p>مکان هندسی نقطه ی $A(1 + 4\sin\theta, -2 + 3\cos\theta)$ وقتی که θ تغییر می کند را با محاسبه بدست آورید.</p> | ۳ |
| ۱/۵ | <p>ماتریس زیر را به صورت مجموعی از یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پاد متقارن بنویسید.</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ | ۴ |
| ۱/۵ | <p>با استفاده از دوران مناسب حاصل $\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}^{13}$ را بیابید.</p> | ۵ |
| ۱/۵ | <p>به کمک ویژگی های دترمینان ، ثابت کنید که :</p> $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \sin(x+t) \\ \sin y & \cos y & \sin(y+t) \\ \sin z & \cos z & \sin(z+t) \end{vmatrix} = 0$ | ۶ |

((ادامه ی سئوالات در صفحه ی سوم))

| | | |
|-----|---|----|
| ۱/۵ | $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}$ اگر $ A = 3abc - (a^3 + b^3 + c^3)$. به کمک قاعده ی ساروس نشان دهید که $ A = 3abc - (a^3 + b^3 + c^3)$. | ۷ |
| ۱ | برای هر ماتریس مربعی A با مرتبه ی $n \times n$ ثابت کنید که $ A^* = A ^{n-1}$ | ۸ |
| ۱ | مقدار a را چنان بیابید که ماتریس $\begin{bmatrix} -۶ & a & ۱ \\ ۰ & ۱ & -۱ \\ a & -۱ & ۰ \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد. | ۹ |
| ۱ | اگر در دستگاه معادلات زیر دترمینان ضرایب برابر ۴ باشد، مقدار y را به دست آورید. $\begin{cases} x + ay + z = ۵ \\ ۲x + by + ۲z = ۹ \\ ۳x + ۳y - z = ۲ \end{cases}$ | ۱۰ |
| ۲ | دستگاه زیر را به روش گاوس - جردن حل کنید. $\begin{cases} x + ۲y + ۳z = ۹ \\ ۴x + ۵y + ۶z = ۲۴ \\ ۳x + y - ۲z = ۴ \end{cases}$ | ۱۱ |
| ۲۰ | جمع | |

موفق باشید.