

## ترتیب چهار عمل اصلی در محاسبات

یک عبارت ریاضی، شامل اعداد و نمادهایی از جمله پرانتز و چهار عمل اصلی است. برای محاسبه عبارت‌های ریاضی، نمادها را به ترتیب زیر به کار می‌بریم.

۱. پرانتز      ۲. ضرب یا تقسیم      ۳. جمع یا تفریق

اگر در یک عبارت، دو نماد دارای ترتیب مساوی بودند (مثلاً ضرب یا تقسیم)، ابتدا نمادی را به کار می‌بریم که در سمت چپ قرار دارد. به مثال‌های زیر توجه کنید.

- $12 - \overbrace{6 \div 2}^3 = 12 - 3 = 9$
- $7 - \underbrace{1 \times 2}_2 + 3 - 5 = \underbrace{7 - 2}_5 + 3 - 5 = \underbrace{5 + 3}_8 - 5 = 8 - 5 = 3$
- $2 + \underbrace{6 \div 3}_2 (18 + \underbrace{3 \times 2}_6) = 2 + 2(18 + 6) = 2 + 2 \times 24 = 2 + 48 = 50$
- $3 \times (13 + 7) \div (8 - 2) = 3 \times 20 \div 6 = 60 \div 6 = 10$

۱. عبارت‌های برابر دو ستون را به هم وصل کنید (یک مورد اضافی است).

- |  |      |
|--|------|
| • $6 \div 2(1 + 2)$                    | • ۱۹ |
| • $3(4 + 8) \div 3$                    | • ۶  |
| • $12 \div 4 + 2(3 + 5)$               | • ۹  |
| • $4 + 2 \times 3 - 8 \div 4 \times 2$ | • ۱  |
| • $280 - 40 \times (12 - 10 \div 2)$   | • ۱۲ |
|  | • ۰  |

۲. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $۳۴ - ۱۸ + ۲$

ب)  $۸ \div ۴ \div ۲$

ج)  $۱۲ - ۸ \div ۲ + ۱$

د)  $۱۰ - ۴ \times ۲ + ۳$

ه)  $۷ + ۹ \times (۳ + ۸)$

و)  $۶۳ \div (۱۰ - ۳) \times ۳$

ز)  $۱۲ \times ۶ \div ۳ - ۲ \times ۴$

ح)  $۲۱ \div (۳ + ۴) \times ۳ - ۸$

ط)  $۵۵ \div ۱۱ + ۷ \times (۲ + ۱۴)$

ی)  $۲۷ \div (۳ + ۶) \times ۵ - ۱۲$

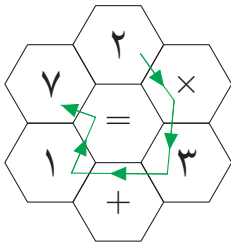
۳. در شکل روبه‌رو، از عدد ۲ شروع به حرکت کرده‌ایم و

در هر گام به یکی از خانه‌های همسایه رفته‌ایم. توجه

کنید که می‌خواهیم به هر خانه فقط یک بار وارد شویم.

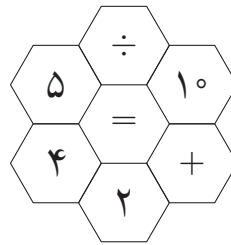
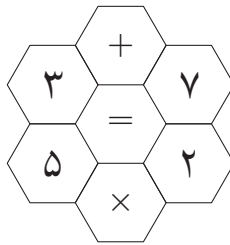
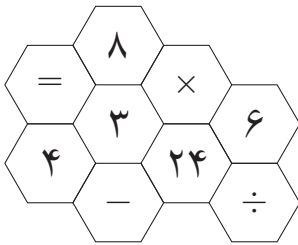
اگر به ترتیب ورود به هر خانه، عددها و عمل‌ها را پشت

سرهم بنویسیم، یک رابطه تساوی به دست می‌آید:



$$۲ \times ۳ + ۱ = ۷.$$

الف) در هر یک از شکل‌های زیر، مسیری بیابید تا یک رابطه تساوی به دست آید.



ب) در مثال بالا، مسیر سبز رنگ خاصیت عجیبی دارد!

روی مسیر سبز رنگ اعداد و نمادها به ترتیب «۲»، «×»، «۳»، «+»، «۱»، «=»، «۷»

و «۷» هستند. اگر در جهت عکس مسیر سبز رنگ اعداد و نمادها را به ترتیب

بنویسیم («۷»، «=»، «۱»، «+»، «۳»، «×» و «۲»)، دوباره یک رابطه تساوی

خواهیم داشت ( $۷ = ۱ + ۳ \times ۲$ ).

آیا مسیرهایی که در شکل‌های بالا پیدا کرده‌اید، این خاصیت عجیب را دارند؟

۴. در زیر، عبارت  $۲ \times ۳ + ۱$  را طوری پرانتزگذاری کرده‌ایم که حاصل عبارت برابر ۸ شود.

$$۲ \times (۳ + ۱) = ۸.$$

هریک از عبارت‌های زیر را طوری پرانتزگذاری کنید که تساوی برقرار شود.

الف)  $۲۸ \div ۲ \times ۳ + ۱ = ۴$                       ب)  $۲۴ + ۶ \div ۳ + ۲ = ۶$

ج)  $۱۸ + ۳ \times ۲۵ \div ۱۵ - ۳ = ۲۰$                       د)  $۳ \times ۴۰ \div ۸ + ۱۲ \div ۶ = ۱$

۵. جدول زیر را با اعداد قرمز رنگ طوری پر کرده‌ایم که در هر سطر و ستون تساوی‌ها برقرار باشند. معنای خانه‌های خاکستری رنگ این است که اعداد و نمادهای داخل این خانه‌ها در پرانتز قرار دارند.

۵	×	۲	-	۶	=	۴
+		+		×		+
۲	×	۸	÷	۴	=	۴
-		÷		÷		÷
۳	+	۵	-	۶	=	۲
=		=		=		=
۴	×	۲	-	۴	=	۴

برای مثال، در جدول بالا، در ستون سوم (از سمت چپ)، رابطه این‌گونه است:

$$(۲ + ۸) \div ۵ = ۲.$$

با قانون گفته شده، هر یک از جدول‌های زیر را با اعداد یک رقمی پر کنید.<sup>۱</sup>

	÷		×		=	۶
+		-		×		+
	+		-	۴	=	
÷		+		-		÷
	×	۳	-		=	
=		=		=		=
	÷		+		=	

	×		-		=	۹
+		+		-		-
	-		×	۴	=	
-		-		×		×
	-	۵	+		=	
=		=		=		=
۱	×		÷		=	

<sup>۱</sup>P.J. Carter, *Advanced IQ tests*, Kogan page, London, 2008, page 8.

## مسئله‌ها

۱. مسئله و راه‌حل زیر از کتاب «خلاقیت ریاضی»<sup>۱</sup> انتخاب شده است.

مسئله: دهقانی چند مرغ و چند خرگوش خانگی دارد. این مرغ‌ها و خرگوش‌ها روی هم، ۵۰ سر و ۱۴۰ پا دارند.<sup>۲</sup> این دهقان چند مرغ و چند خرگوش دارد؟



راه‌حل: دهقان، جانوران خود را مجبور می‌کند، در وضع غریبی قرار بگیرند: هر مرغ روی یک پا ایستاده است و هر خرگوش روی دوپای عقبی خود. با این تصور غریب، درست نصف همه پاها، یعنی ۷۰ عدد، شرکت خواهند داشت. عدد ۷۰ را می‌توان به‌عنوان سرها در نظر گرفت، به شرطی که هر مرغ یک‌بار و هر خرگوش را دوبار به‌حساب بیاوریم. بنابراین، اگر از عدد ۷۰ تعداد کل مرغ‌ها و خرگوش‌ها، یعنی ۵۰ را کم کنیم، تعداد خرگوش‌ها به‌دست می‌آید؛ یعنی تعداد خرگوش‌ها، برابر است با:

$$70 - 50 = 20$$

و البته، ۳۰ مرغ.

بعد از خواندن راه‌حل بالا، سعی کنید راه‌حل دیگری برای این مسئله ارائه دهید.

<sup>۱</sup> جرج پولیا، خلاقیت ریاضی، ترجمه پرویز شهریاری، انتشارات فاطمی، صفحه ۶۰.  
<sup>۲</sup> دقت کنید در این مسئله دست‌های خرگوش به‌عنوان پا در نظر گرفته شده است.

۲. به چهار روش می‌توان عدد ۴ را به صورت مجموع اعداد طبیعی کوچک‌تر از آن نوشت:

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1,$$

$$4 = 1 + 1 + 2,$$

$$4 = 1 + 3,$$

$$4 = 2 + 2.$$

هریک از اعداد ۳، ۵ و ۶ را به چند روش می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودشان نوشت؟ همه حالت‌های ممکن را بنویسید.

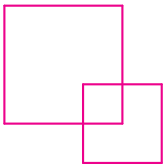
۳. قانونی برای الگوی زیر کشف کنید.

۱, ۱۱, ۲۱, ۱۲۱۱, ۱۱۱۲۲۱, ۳۱۲۲۱۱, ۱۳۱۱۲۲۲۱, ...



اگر موفق به کشف این قانون نشدید، نگران نشوید! ریاضی‌دان معروف انگلیسی معاصر (تصویر روبه‌رو)، به نام جان کانوی (John Conway)، وقتی برای اولین بار با این الگو برخورد کرد، بعد از ساعت‌ها تفکر نتوانست آن را حل کند؛ اما بعد از اینکه یکی از دوستانش قانون الگو را به او گفت، کانوی پی برد اطلاعات لازم برای کشف قانون الگو این است که: «یک نفر فقط بلد باشد تا عدد ۳ بشمارد!»

۴. پروژه. با ۲ مربع، حداکثر ۳ مربع می‌توان ساخت. شکل زیر را ببینید.



الف) با ۳ مربع، حداکثر چند مربع می‌توان ساخت؟ شکل مربوطه را رسم کنید.

ب) با ۴ یا ۵ مربع چطور؟ با مراجعه به «[www.webmath.ir](http://www.webmath.ir)» نتایج خود را ارسال کنید.

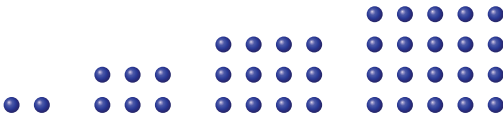


۵. مسابقات سه‌گانه از سه بخش شنا، دوچرخه‌سواری و دو تشکیل شده است. در المپیک ورزشکاران این رشته، ابتدا  $\frac{3}{10}$  مسیر را شنا می‌کنند. سپس  $\frac{4}{5}$  باقی‌مانده راه را رکاب می‌زنند و بعد ۱۰ کیلومتر می‌دوند تا به خط پایان برسند. طول مسیر مسابقات سه‌گانه در المپیک چند کیلومتر است؟



۶. گلی شنبه شب  $\frac{1}{4}$  کتاب قصه را برای عروسک‌هایش خواند. یکشنبه شب نیز  $\frac{1}{4}$  از باقی‌مانده کتاب را خواند و دوشنبه شب  $\frac{1}{4}$  از باقی‌مانده کتاب را برای عروسک‌ها خواند. سه‌شنبه شب  $\frac{1}{8}$  باقی‌مانده را خواند. گلی چه کسری از کتاب را برای عروسک‌هایش نخوانده است؟

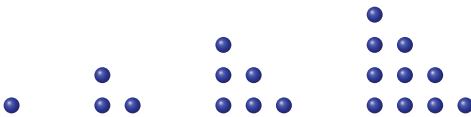
۷. به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل پنجم این الگو را رسم کنید.

ب) در شکل بیستم این الگو، چند گلوله وجود دارد؟

۸. به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل پنجم این الگو را رسم کنید.

ب) در شکل بیستم این الگو، چند گلوله وجود دارد؟ این تعداد با عددی که در

قسمت «ب» مسئله قبل به دست آوردید، چه رابطه‌ای دارد؟