

سری چهارم مسائل جامعه پایدار*

حسین نادری
دانشجوی علوم کامپیوتر شریف
hnaderi268.blog.ir

جمعه ۲ بهمن ۱۳۹۴

۱ جامعه پایدار

در جامعه ای شامل n دختر و n پسر هر فردی لیست اولیتهی برای ازدواج از گروه مقابل دارد. یعنی لیستی n نفره که ترتیب اولویت ازدواج را برای فرد مشخص می کند. لیست زیر یک مثال برای یک جامعه ۷ نفره است، که در آن فردی که این لیست متعلق به اوست (شماره ۲) شماره ۳ را بیشتر از شماره ۵ دوست دارد.

۲: ۴،۳،۱،۶،۵،۷

مساله ای که می خواهیم آن را حل کنیم در مورد پایدار بودن جامعه است. پایدار بودن جامعه به این معناست که اگر همه ی n نفر به نحوی با هم ازدواج کنند، هیچ دو نفری ناراضی نباشد. ناراضی بودن دو نفر $B1$ و $G2$ به این صورت است که فرد $B1$ که با $G1$ ازدواج کرده است، $G2$ را بیشتر از $G1$ دوست داشته باشد و $G2$ نیز $B1$ را بیشتر از $B2$ که اکنون با او ازدواج کرده است، دوست داشته باشد. $B1$ و $G2$ می توانند با هم ازدواج کنند و زندگی بهتری داشته باشند.

۱.۱ داریم واقعن؟

آیا برای هر جامعه ای یک وضعیت پایدار که در آن زوج های ناراضی وجود ندارند، وجود دارد؟ اگر تا به حال اثبات های الگوریتمی ندیده باشید، از جهات مختلف به تحوه ی حل و حتی فکر کردن روی این سوال فکر کنید، احتمالان برایتان جالب است.

*چون مساله این سری بنیادی است و خود چندین سوال در بردارد، فقط یک مساله مطرح می کنیم.

۲.۱ آره داریم

الگوریتمی ارائه دهید، که با گرفتن اطلاعات یک جامعه، یک وضعیت پایدار از جامعه را به ما نشان دهد. ممکن است یافتن الگوریتم مورد نظر در این سوال سخت باشد، ولی روی آن فکر کنید چون حتمن برایتان آشناست. این الگوریتم بسیار شبیه به آن چیزی است که در زندگی واقعی در جامعه اتفاق می افتد. به عنوان راهنمایی کلیت الگوریتم را در زیر می آوریم.

هر روز هر پسر به خواستگاری دختری که در اولویت اول لیست اوست می رود. در پایان روز هر دختر به بهترین فردی که برای خواستگاری او آمده، جواب شاید و به بقیه جواب هرگز می دهد. هر پسری هم که جواب هرگز شنیده نام آن دختر را از لیستش خط می زند.

سعی کنید به سوالات زیر پاسخ دهید:

۱. آیا الگوریتم پایان پذیر است؟
۲. وقتی الگوریتم به پایان رسید، جواب درست را ارائه داده است؟
۳. آیا جامعه های ورودی الگوریتم خاص هستند یا برای هر جامعه ای الگوریتم کار میکند؟ ارتباط این سوال با سوال زیر بخش قبلی چیست؟

۳.۱ بدتر از این همیشه

با یک نگاه ابتدایی به نظر می رسد در الگوریتم قبل این دخترها هستند که حق انتخاب دارند و بهترین پسر ممکن را انتخاب می کنند. ولی کمی دقیق تر که شویم به حکم زیر می رسیم.

جواب الگوریتم قبل بدترین وضعیت پایدار برای دخترها و بهترین وضعیت ممکن برای پسرهاست. یعنی در هیچ وضعیت پایدار دیگری دختر بهتری گیر یک پسر نمی آید و همینطور هر دختر با بدترین پسر ممکن در میان همه ی وضعیت های پایدار ازدواج می کند.

سعی کنید عبارت بالا را ثابت کنید.

فرض کنید می خواهیم بفهمیم تعداد وضعیت های پایدار بیشتر از یک است یا نه؟ عبارت بالا به چه دردی می خورد؟