

زبان عمومی و تخصصی

- ۱- گزینه «۱» صحیح است.
- ۲- گزینه «۴» صحیح است.
- ۳- گزینه «۴» صحیح است.
- ۴- گزینه «۲» صحیح است.
- ۵- گزینه «۴» صحیح است.
- ۶- گزینه «۱» صحیح است.
- ۷- گزینه «۲» صحیح است.
- ۸- گزینه «۱» صحیح است.
- ۹- گزینه «۲» صحیح است.
- ۱۰- گزینه «۳» صحیح است.
- ۱۱- گزینه «۲» صحیح است.
- ۱۲- گزینه «۴» صحیح است.
- ۱۳- گزینه «۲» صحیح است.
- ۱۴- گزینه «۳» صحیح است.
- ۱۵- گزینه «۱» صحیح است.

متن A:

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های سیستم بسته جرمی ما (کره زمین) میزان سازمان یافتگی آن است. در حالیکه از دیدگاه انرژی بیوسفر به خاطر دریافت دائمی تشعشعات خورشیدی سیستم باز به شمار می‌رود، هیچ شیء فیزیکی‌ای از زمان پیدایش کره زمین به وجود نیامده است. بنابراین بازچرخش همه‌چیز یک ضرورت مطلق برای ماهیت تمام فرآیندهای اکولوژیکی می‌باشد. محصولات پسماند یک فرآیند باید مواد اولیه فرآیند بعدی شود. برخی از مواد سازمان یافته‌تر مثل سوخت‌های فسیلی میلیون‌ها سال طول کشیده تا بوجود بیایند. به منظور جلوگیری از بی‌نظمی، مواد نمی‌توانند سریع‌تر از اینکه تولید شوند، مصرف شوند. به ساده‌ترین زبان، زمانی که تولید پسماندهایمان بیش‌تر از میزانی باشد که اکوسیستم می‌تواند تصفیه کند، آلودگی تولید می‌شود. ما در سیستم باز چرخش و پالایش طبیعت دخالت کرده‌ایم. میزان اضافی پسماندی که تولید کرده‌ایم بازچرخان و پالایش نمی‌شود.

- ۱۶- گزینه «۲» صحیح است.
- ۱۷- گزینه «۴» صحیح است.
- ۱۸- گزینه «۳» صحیح است.
- ۱۹- گزینه «۳» صحیح است.

متن B:

برای هر منظور و مقصودی حرفه مهندسی شیمی از سال ۱۸۸۸ ظهور پیدا کرد. در حالیکه، لفظ "مهندسی شیمی" به افراد فنی در دهه ۱۸۸۰ اطلاق می‌شد، هیچ تحصیلات رسمی‌ای برای چنین فردی وجود نداشت. مهندسی شیمی در آن سال‌ها هم مهندسی مکانیکی بود که یک سری اطلاعات از تجهیزات فرآیندهای شیمیایی بدست آورده بود، هم سرکارگر واحدهای صنعتی شیمیایی با یک عمر تجربه ولی تحصیلاتی کم و هم شیمی‌دانی کاربردی با دانش واکنش‌های شیمیایی صنعتی در مقیاس بزرگ بود. تلاشی در سال ۱۸۸۰ برای یکی کردن تخصص‌های مختلف در «انجمن مهندسی شیمی» که توسط جرج دیویس انجام شد ناموفق از آب درآمد. اگرچه این وضعیت نابسامان امور در سال ۱۸۸۸ تغییر کرد، زمانی که پروفیسور لوئیس نورتون از مؤسسه فناوری ماساچوست (MIT) رشته تحصیلی دهم را معرفی و بنابراین مهندسی شیمی را در یک مدرک تحصیلی رسمی متحد کرد. دیگر دانشگاه‌ها مثل دانشگاه پنسیلوانیا و تولان، به سرعت خواهان اضافه شدن دوره‌ی چهارساله مهندسی شیمی را به ترتیب در سال‌های ۱۸۹۲ و ۱۸۹۴ شدند.

- ۲۰- گزینه «۳» صحیح است.
- ۲۱- گزینه «۴» صحیح است.
- ۲۲- گزینه «۲» صحیح است.

متن C:

عدد اکتان توانایی یک سوخت را برای پیشگیری از اشتعال زودرس که کوبش نامیده می‌شود مورد ارزیابی قرار می‌دهد. اشتعال زودرس توان موتور را پایین آورده و باعث می‌شود به سرعت مستهلک شود. به طور اختیاری مقیاس اکتان برای n - هپتان مقدار صفر و برای ایزواکتان عدد ۱۰۰ را تعریف می‌کند. ایزواکتان به هپتان اضافه می‌شود تا زمانی که مخلوط خواص کوبشی مشابه با سوختی که آزمایش شده پیدا کند. درصد ایزواکتان به عنوان عدد اکتان مجهول سوخت‌ها در نظر گرفته می‌شود. تترا اتیل سرب به عنوان افزودنی ضدکوبش متداول که عدد اکتان سوخت‌ها را بالا می‌برد استفاده می‌شد. سوختی با عدد اکتان بالا می‌تواند در موتورهایی با نسبت تراکم بالا که توان بیش‌تری تولید می‌کند استفاده شود. با این حال مواد افزودنی به علت نگرانی در مورد آلودگی سرب دیگر استفاده نمی‌شود.

۲۳- گزینه «۴» صحیح است.

۲۴- گزینه «۱» صحیح است.

متن D:

تحقیقات برای یافتن منابع انرژی جایگزین در سمت و سوهای مختلفی پیش‌رفته است. بسیاری از جوامع زباله‌ها و دیگر پسماندهای بیولوژیکی تولید شده را می‌سوزانند تا برق تولید کنند. تبدیل پسماندها به گاز یا روغن نیز یکی از راه‌های موثر دفع ضایعات است. اقدام عملی در حال انجام است تا از زغال‌سنگ، لایه‌های خاکی نفتی و قیر زغال‌سنگ، سوخت‌های مصنوعی را مشتق کنند. اما تاکنون این فرآیند، فرآیند گرانی از آب درآمده است. آزمایشات دیگری در حال انجام است تا از توان آسیاب‌های بادی غول‌پیکر استفاده شود. توان زمین گرمایی، گرمای تولیدی زمین، نیز در حال آزمایش است.

برخی از کارشناسان پیش‌بینی می‌کنند که شرکت‌های تأسیساتی دوباره با استفاده از انرژی هیدروالکتریکی که از رودخانه‌ها و جریان‌های آب بدست می‌آیند را احیا کنند. پنجاه سال پیش نیروی هیدروالکتریکی $\frac{1}{3}$ برق مصرفی ایالات متحده را تأمین می‌کرد اما اکنون تنها چهار درصد از آن را تأمین می‌کند. اقیانوس‌ها یکی دیگر از منابع انرژی بالقوه می‌باشند. دانشمندان در حال مطالعه راه‌هایی برای تبدیل انرژی جریان‌ات اقیانوسی، جزر و مدها و موج‌ها به برق می‌باشند. اقداماتی در حال انجام است تا از اختلاف دمایی در آب اقیانوس‌ها برای تولید انرژی استفاده شود.

۲۵- گزینه «۴» صحیح است.

۲۶- گزینه «۲» صحیح است.

۲۷- گزینه «۳» صحیح است.

۲۸- گزینه «۲» صحیح است.

۲۹- گزینه «۴» صحیح است.

۳۰- گزینه «۴» صحیح است.

انتقال حرارت ۱ و ۲

۳۱- گزینه «۱» صحیح است.

طبق معادله فوریه داریم:

$$q = -KA \frac{dT}{dr}$$

سطح A برابر $2\pi rd$ است.

$$q = K_o(1 + \beta T) \times 2\pi r L \frac{dT}{dr}$$

$$\int_{r_1}^{r_2} q \frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} -L_o(1 + \beta T) \times 2\pi l dT$$

$$q = -2\pi K_o L [(T_2 + \beta T_2^2) - (T_1 + \beta T_1^2)] / \ln \frac{r_2}{r_1}$$

۳۲- گزینه «۱» صحیح است.

برای یک پره هر چه در ابتدا سطح مقطع بیشتر باشد و به تدریج کم باشد بهتر است می‌توان نشان داد که در این شرایط پره با شکل سهموی از همه بهتر است.

۳۳- گزینه «۱» صحیح است.

مقدار انتقال حرارت که به سطح جسم می‌رسد از طریق انتقال حرارت هدایتی است که در برابر $-KA \frac{dT}{dy}$ است. این حرارت سهم انتقال حرارت جابه‌جایی و تشعشعی می‌شود. در انتقال حرارت جابه‌جایی انتقال حرارت با دمای هوای مجاور T_{∞} صورت می‌گیرد. که الزاماً T_{∞} نیست بنابراین داریم:

$$-kA \frac{dT}{dy} \Big|_{\text{wall}} = hA(T_w - T_{\infty}) + A(T_w^f - T_s^f) \sigma F$$

۳۴- گزینه «۳» صحیح است.

طبق معادله فوریه $q = -Ak \frac{dT}{dx}$ است بنابراین $\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dx}$ و $\frac{q}{A} \alpha \frac{dT}{dx}$ ، اگر در یک مقدار انتقال حرارت ثابت q سطح مقطع A

کاهش پیدا کند $\frac{dT}{dx}$ زیاد می‌شود و عکس این نیز صحیح است همچنین دما در طول جسم در حال کاهش است بنابراین تنها گزینه درست گزینه ۳ است.

۳۵- گزینه «۴» صحیح است.

برای این نوع مواد در مکانی که دما زیاد است انتقال گرما کم است بنابراین شیب منحنی دمایی زیاد است و به تدریج زمانی که به منطقه سرد می‌رسیم شیب کم می‌شود زیرا در مکان سردتر ضریب انتقال حرارت هدایتی زیاد می‌شود.

۳۶- گزینه «۱» صحیح است.

در حالت یک بعدی اثر مقاومت حرارتی در پره را حذف می‌کنیم در حالی که در حالت دو بعدی اثر مقاومت پره وارد می‌شود و در نتیجه مقدار حرارت انتقال داده شده از حالت یک بعدی کم‌تر و در نتیجه ضریب تأثیر نیز کم خواهد شد.

۳۷- گزینه «۴» صحیح است.

در مورد گزینه ۱ باید بیان کرد که در یک کره صلب همگن که شرایط انتقال گرمای پایا برقرار است، تغییرات در جهت شعاع وجود دارد و در جهت θ و ϕ صفر است.

در مورد گزینه ۲ باید بیان کرد که در یک استوانه صلب همگن تغییرات فقط در جهت طولی وجود دارد.

در مورد گزینه ۳ هم باید بیان کرد اگر شعاع استوانه به اندازه کافی کوچک باشد، انتقال گرما را می‌توان یک بعدی و در جهت شعاعی در نظر گرفت.

۳۸- گزینه «۱» صحیح است.

$$\dot{q}_x = -k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=1}$$

$$۳۶۰ \times ۱/۲ = -۱/۵ \frac{dT}{dx} \Big|_{x=1}$$

$$\frac{dT}{dx} \Big|_{x=1} = -۲۹۲ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

۳۹- گزینه «۳» صحیح است.

$$S = \frac{M}{N} = \frac{\text{تعداد مسیرها}}{\text{تعداد نموها}} = \frac{۴}{۵}$$

۴۰- گزینه «۱» صحیح است.

$$q = -k \frac{dT}{dx}$$

در دمای بالاتر ضریب هدایت حرارتی بیشتر است و در نتیجه $\frac{dT}{dx}$ کوچک‌تر خواهد بود.

۴۱- گزینه «۱» صحیح است.

$$R = \sum R_i$$

$$\frac{L}{k_1 A} + \frac{L}{k_2 A} = \frac{2L}{kA} \Rightarrow \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

۴۲- گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

معمولاً بین ضریب انتقال حرارت هدایتی در فلزات و رسانایی آنها رابطه مستقیم وجود دارد و فلز رساناتر به علت وجود دریای الکترونی بیشتر انتقال حرارت بهتری را هم نشان می‌دهد.

۴۳- گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

$$q = \int_0^{\delta} h(T - T_{\infty}) p dx = \int_0^{\delta} h(\gamma \delta - x^2) \pi d dx = h \pi d \left[\gamma \delta x - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\delta} = 16 / 65 \pi$$

۴۴- گزینه «۱» صحیح می‌باشد.

با توجه به رابطه $q = -kA \frac{dT}{dr}$ چون q مقدار ثابتی است و هم‌چنین k نیز ثابت در نظر گرفته شده است.

$$q = -k \pi r^2 \frac{dT}{dr} \rightarrow -C = r^2 \frac{dT}{dr} \rightarrow T = \frac{C}{r} + B$$

بنابراین گزینه ۱ که شکل منحنی $\frac{1}{r}$ را دارد صحیح است.

۴۵- گزینه «۱» صحیح می‌باشد.

برای سیم‌های برق که در آنها جریان الکتریسیته جاری است و درون آن‌ها گرما تولید می‌شود ضخامت عایق باید طوری انتخاب شود که هم عایق الکتریکی را بر عهده گیرد و هم باعث خروج گرما از سیم شود بنابراین مناسب‌ترین شعاع برای عایق شعاع بحرانی است.

$$r_C = \frac{k}{h} = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm} \quad \text{ضخامت عایق} = 5 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

ترمودینامیک

۴۶- گزینه «۳» صحیح است. (کتاب ترمودینامیک اسمیت ترمودینامیک ون وایلن)

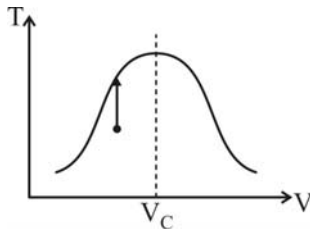
چگالی، فشار و غلظت یک سیستم، مستقل از جرم آن می‌باشند.

۴۷- گزینه «۳» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس، ترمودینامیک ون وایلن)

$$V = \frac{2 \times 10^{-3}}{2} \text{ با: حجم مخصوص این سیستم برابر است با:}$$

$$V = 0.001 < V_C$$

با توجه به نمودار $T - V$ می‌بینیم که با افزایش دما چون $V < V_C$ است، مقدار مایع افزایش می‌یابد و ممکن است در حالت نهایی فقط مایع متراکم داشته باشیم. (بستگی به این دارد که دمای 440 K در کجا منحنی را قطع کند.)



۴۸- گزینه «۳» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس)

ضرایب ویریال برای اجسام مختلف، تابعیت متفاوتی از دما دارند.

$$B' = \frac{B}{RT} \quad , \quad C' = \frac{C - B^2}{(RT)^2}$$

۴۹- گزینه «۳» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس)

چون فرایند به آرامی انجام می شود، می توان آن را دما ثابت در نظر گرفت و با توجه به اینکه حجم ثابت و فشار نصف شده است، مقدار گاز موجود در مخزن هم نصف می شود.

$$T, V = \text{cte}, P_2 = \frac{1}{2} P_1 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{2} m_1$$

چون گاز ایده آل است:

$$T_1 = T_2 \Rightarrow h_1 = h_2 = h, u_1 = u_2 = u$$

در این حالت قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر ساده می شود:

$$Q_{c.v} = m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

و از معادله پیوستگی داریم:

$$\dot{m}_e = m_1 - m_2 = m_1 - \frac{m_1}{2} \Rightarrow \boxed{\dot{m}_e = \frac{m_1}{2}}$$

$$Q_{c.v} = \frac{m_1}{2} (h_e + u_2 - 2u_1) = \frac{m_1}{2} (h - u)$$

$$h - u = PV \Rightarrow Q_{c.v} = \frac{m_1}{2} \times PV = \frac{PV}{2} \Rightarrow Q_{c.v} = \frac{12 \times 10^3 \times 1}{2} = 6000 \text{ kJ}$$

۵۰- گزینه «۴» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس، ترمودینامیک ون وایلن)

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}_e (h_e + \frac{1}{2} v_e^2 + gz_e) - \dot{m}_i (h_i + \frac{1}{2} v_i^2 + gz_i)$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_i \Rightarrow \dot{Q} - \dot{W} = \dot{m} ((h_e - h_i) + \frac{1}{2} (v_e^2 - v_i^2) + g(z_e - z_i))$$

تغییر انرژی پتانسیل برابر صفر است. در ضمن سرعت هوای ورودی نیز برابر صفر می باشد و کمپرسورها معمولاً عایق در نظر گرفته می شوند.

$$\Rightarrow -\dot{W} = \dot{m} ((h_e - h_i) + \frac{v_e^2}{2}) \Rightarrow \dot{W} = -\dot{m} \left[(h_e - h_i) + \frac{v_e^2}{2} \right]$$

$$h_e - h_i = C_p (T_e - T_i) = 1 \times (480 - 300) = 180$$

$$\dot{W} = -15 \times \left[180 + \frac{100^2}{2 \times 1000} \right] = -2775 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$$

۵۱- گزینه «۱» صحیح می باشد.

$$Q_{\text{cycle}} = 50 - 75 + 50 = 25 \text{ J}$$

$$Q_{1-2} = W_{1-2} = 50 \quad Q_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} \Rightarrow 25 = 50 + W_{2-3} + 0 \Rightarrow W_{2-3} = -25 \text{ J}$$

۵۲- گزینه «۲» صحیح است.

۵۳- گزینه «۱» صحیح می باشد.

با توجه به این که انرژی داخلی گاز ایده آل فقط تابع دماست پس داریم:

$$\Delta u_{\text{فشار ثابت}} = \Delta u_{\text{حجم ثابت}}$$

$$\Delta u = Q - W \Rightarrow Q = \Delta u + W$$

$$W_{\text{فشار ثابت}} > 0 \quad W_{\text{حجم ثابت}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{فشار ثابت}} > Q_{\text{حجم ثابت}}$$

۵۴- گزینه «۲» صحیح است.

$$V = \text{cte} \rightarrow W = 0$$

$$Q = W + \Delta U \rightarrow \Delta U = Q = 30 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = \Delta U + P \Delta V = \Delta U + mR \Delta T = 30 + 0/7 \times 40 = 58 \text{ kJ}$$

بنابراین گزینه ی «۲» صحیح است.

۵۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$Q = w + \Delta u = \frac{R}{1-n}(T_r - T_1) + \frac{R}{\gamma-1}(T_r - T_1)$$

$$\rightarrow Q = \frac{R(n-\gamma)}{(n-1)(\gamma-1)}(T_r - T_1)$$

$$T_1 = \frac{P_1 v_1}{nR} = \frac{0.1 \times 10^5 \times 0.1}{1 \times 8} = 1000 \text{ K}$$

$$\rightarrow Q = \frac{\lambda(\gamma-1/\delta)}{(\gamma-1)(1/\delta-1)} \times (500-1000) = -6000 \text{ J} = -6 \text{ kJ}$$

۵۶- گزینه «۱» صحیح است.

قانون اول:

$$Q + m_i h_i = w + m_e h_e + m_r u_r - m_1 u_1$$

معادله‌ی پیوستگی:

$$m_r - m_1 = m_i - m_e \rightarrow m_r - m = \frac{m}{\gamma} \rightarrow m_r = \frac{\gamma m}{\gamma}$$

$$Q = 0, w = P_o(v_r - v_1)$$

چون گاز کامل است با فرض مقابل پیش می‌رویم:

$$h = C_p T, u = C_v T = Pv = mRT \rightarrow \frac{m}{\gamma} C_p T_i = P(v_r - v_1) + \frac{\gamma m}{\gamma} P_v T_r - m C_v T_1$$

$$\rightarrow \frac{m}{\gamma} (C_v + R) T_i = P \left(\frac{\gamma m}{\gamma} \frac{RT_r}{P} - \frac{mRT_1}{P} \right) + \frac{\gamma m}{\gamma} C_v T_r - C_v T_1$$

$$\rightarrow \frac{1}{\gamma} (C_v + R) T_i = \frac{\gamma}{\gamma} (C_v + R) T_r - (C_v + R) T_1 \rightarrow T_r = \frac{T_i + \gamma T_1}{\gamma}$$

بنابراین گزینه‌ی «۱» صحیح است.

۵۷- گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\delta V}{\delta T} \right)_P \quad k = -\frac{1}{V} \left(\frac{\delta V}{\delta P} \right)_T \Rightarrow \frac{dV}{V} = \beta dT - k dp$$

$$\Rightarrow \ln \frac{V_r}{V_1} = \beta(T_r - T_1) - k(P_r - P_1) = \frac{2}{5} \times 10^{-2} (40 - 30) - 0.1/13(1-6) = 1$$

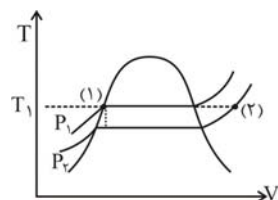
$$\Rightarrow \frac{V_r}{V_1} = 2.71 \Rightarrow V_r = 2.71 V_1 \Rightarrow \Delta V = V_r - V_1 = 1.71 V_1$$

۵۸- گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

$$W = \int p dv = \int_{V_1}^{V_r} \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V_r} \right) dv = RT \ln \frac{V_r - b}{V_1 - b} + a \left(\frac{1}{V_r} - \frac{1}{V_1} \right)$$

۵۹- گزینه «۳» صحیح می‌باشد.

با توجه به نمودار T-V داریم:



با برداشتن وزنه فشار و دما کاهش می‌یابد با توجه به این که دستگاه با محیط در حال تعادل است. دمای آن با تبادل گرما با محیط ثابت می‌ماند بنابراین در کل فرآیند دما ثابت ولی فشار کاهش یافته است که در نهایت درون سیلندر بخار داغ خواهیم داشت.

۶۰- گزینه «۳» صحیح می باشد.

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{R R_1} = \frac{16/62 \times 90 \times 10^{-3}}{83/14 \times 300} = 6 \text{ kmol}$$

چون فرآیند خیلی آهسته است می توان آن را دمای ثابت فرض نمود.

$$T, V = \text{cte}, P_2 = \frac{1}{3} P_1 \Rightarrow n_2 = \frac{1}{3} n_1 = 2 \text{ kmol}$$

۶۱- گزینه «۲» صحیح می باشد.

تغییرات انرژی داخلی و گرمای ویژه تابع مسیر نیستند در نتیجه اگر فقط حجم اولیه و ثانویه برابر باشند $\Delta U = \int C_V dT$ برقرار است ولی برای فرآیند برگشتناپذیر دیگر $Q = \Delta U$ و Q را می توان از قانون اول ترمودینامیک یعنی $Q - W = \Delta U$ به دست آورد.

۶۲- گزینه «۱» صحیح می باشد.

$$Q_{CV} + \sum m_i h_i = W_{CV} + \sum m_e h_e$$

$$Q_{CV} + 2 \times 350 + 3 \times 150 = -50 + 5 \times 200 \Rightarrow Q_{CV} = -20 \text{ kw}$$

۶۳- گزینه «۱» صحیح می باشد.

$$\Delta H = \Delta U + \Delta PV = 2 + (100 \times 100 - 200 \times 25) \times 10^{-3} = 7$$

۶۴- گزینه «۲» صحیح می باشد.

$$h_i = h_e + \frac{V_e^2}{2} \Rightarrow V_e^2 = (1000 - 550) \times 2 = 900 \Rightarrow V_e = 30 \text{ m/s}$$

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} V^2}{\frac{1}{2} V_{s=\text{cte}}^2} \Rightarrow 0.81 = \left(\frac{V}{30}\right)^2 \Rightarrow V = 27 \text{ m/s}$$

۶۵- گزینه «۲» صحیح می باشد.

برای فرآیند آدیاباتیکی برگشت پذیر داریم:

$$\Delta U = \frac{R(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}, W = \frac{R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

برای فرآیند پلی تروپیک برگشت پذیر داریم:

$$\Delta U = \frac{R(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}, W = \frac{R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

ΔU مستقل از n است.

مکانیک سیالات

۶۶- گزینه «۴» صحیح است.

در اصطلاح سیالی را ایده آل می گویند که ویسکوزیته آن صفر باشد و ویسکوزیته خود تابع دو پدیده است که یکی انتقال مومنوم و دیگری چسبندگی بین مولکولها است. بنابراین گزینه ۲ کامل نیست.

۶۷- گزینه «۱» صحیح است.

از آنجایی که همین مقدار گاز را در مخزن کروی ذخیره می کنیم، بنابراین حجم مخزن استوانه ای و کروی برابر است. بنابراین داریم:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \pi r^2 \times 18$$

$$R = 6 \text{ m}$$

شعاع مخزن کروی ۶ متر است.

برای استوانه، تنش به صورت $\sigma = \frac{Pr}{e}$ تعریف می‌شود که e ضخامت و r شعاع استوانه است. برای کره تنش به صورت $\sigma = \frac{Pr}{2e}$ است. از آنجایی که فشار و تنش برای هر دو مخزن برابر است، داریم:

$$\frac{r_1}{e_1} = \frac{r_2}{2e_2}$$

$$\frac{4m}{1cm} = \frac{6m}{2e_2}$$

$$e = 0.75$$

۶۸- گزینه «۳» صحیح است.

برای اینکه این دریچه در حالت تعادل قرار گیرد، باید گشتاور نیروی وارد شده به دریچه برابر صفر شود. به همین منظور ابتدا گشتاور نیروی آب را بر حول محور دریچه محاسبه می‌کنیم.
نیروی آب به حول دریچه برابر است با سطح دریچه ضرب در فشار در مرکز سطح

$$F = P \times A$$

$$F = 1/5 \times \gamma \times 1 \times \frac{3}{\sin 60}$$

مرکز فشار نیرو در فاصله $\frac{2}{3}$ ارتفاع فرو رفته سطح در مایع است. بنابراین ۱ متر از کف دریچه، مرکز فشار قرار دارد. از آنجایی که نیرو بر سطح دریچه عمود است، پس گشتاور حول محور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

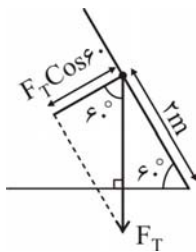
$$T_1 = F \times h = 4/5 \gamma \sqrt{2} \times \frac{1}{\sin 60} = 95$$

گشتاور حول محور توسط نیروی آب

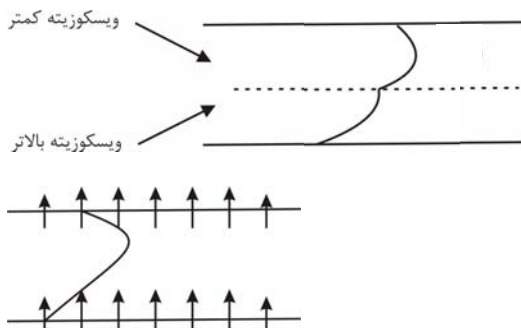
$$T_1 = T_2 = F_T \cos 60 \times 2 = 95$$

گشتاور نیروی در راستای عمود به دریچه برابر است با

$$F_T = 95$$



۶۹- گزینه «۴» صحیح است.



شکل پروفیل سرعت در حالتی که (۱) دو مایع امتزاج ناپذیر با هم وارد لوله شده‌اند و (۲) یک جریان عمود بر جریان اصلی از صفحه پایین وارد شده است، رسم شده است.

۷۰- گزینه «۱» صحیح می‌باشد.

۷۱- گزینه «۳» صحیح می باشد.

$$F = \gamma \bar{h} A = \gamma \frac{h}{\sqrt{3}} \left(h \sqrt{3} - \left(\frac{h}{\sqrt{3}} \right) \sqrt{3} \right) = \frac{4h^2 \sqrt{3}}{9}$$

۷۲- گزینه «۲» صحیح است.

با افزایش دما ویسکوزیته گازها افزایش می یابد و با توجه به اینکه تنش برشی ثابت است و $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ هرچه به صفحه بالایی نزدیک

می شویم $\frac{du}{dy}$ کاهش می یابد.

۷۳- گزینه «۲» صحیح است.

$$F = \tau \cdot A \Rightarrow \rho a \sqrt{3} g = \mu \frac{u}{h} \cdot a \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{\mu u}{\rho g h}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4 \times 10^{-3} \times 5}{2 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-4}} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

۷۴- گزینه «۳» صحیح است.

$$F = \gamma h_C A$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{h_{C_1}}{h_{C_2}} = \frac{h + \frac{h}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{4h}{\sqrt{3}}}{\frac{4h}{\sqrt{3}}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

۷۵- گزینه «۳» صحیح است.

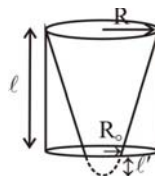
$$F_y = V_{\text{نیم کره}} \times \gamma = \frac{2}{3} \pi R^2 \gamma$$

۷۶- گزینه «۱» صحیح است.

$$L' = \frac{R_o^2 \omega^2}{2g}$$

$$L + L' = \frac{R^2 \omega^2}{2g}$$

$$\Rightarrow L = \frac{R^2 \omega^2}{2g} - \frac{R_o^2 \omega^2}{2g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2gL}{R^2 - R_o^2}}$$



۷۷- گزینه «۴» صحیح است.

$$\tan \alpha = -\frac{a_x}{a_y + g} = -\frac{g \cos 30^\circ}{g \sin 30^\circ + g} = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}g}{\frac{3}{2}g} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

۷۸- گزینه «۴» صحیح می باشد.

۷۹- گزینه «۱» صحیح می باشد.

$$F = \tau A, \tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u}{y} \Rightarrow F = \mu \frac{u}{y} A \Rightarrow \mu = \frac{Fy}{uA} = \frac{4 \times 2 \times 10^{-3}}{0.5 \times 1} = 16 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

۸۰- گزینه «۴» صحیح می باشد.

نیروی وارده به سطح خمیده برابر است با وزن سیال بالای سطح مذکور.

$$F = mg = \rho V g \quad V = \lambda \times \left(\frac{\pi}{4} (r)^2 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3} \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right) = 49 / 455 \text{ m}^3 \Rightarrow F = 1000 \times 49 / 455 \times 9.81 = 485 \text{ kN}$$

کنترل فرآیندها

۸۱- گزینه «۱» صحیح است. (مبانی کنترل فرآیند در مهندسی شیمی - دکتر منوچهر نیک‌آذر)

$$L^{-1} \left[\frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \right] = ?$$

$$\frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \equiv \frac{A}{(s+1)^2} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2} \equiv \frac{A(s+2) + B(s+1)(s+2) + C(s+1)^2}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$\Rightarrow As + 2A + Bs^2 + 2Bs + 2B + Cs^2 + 2Cs + C \equiv 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B + C = 0 & \Rightarrow B = -C \\ A + 2B + 2C = 0 & \Rightarrow A - C = 0 \Rightarrow A = C \Rightarrow A = 1, B = -1, C = 1 \\ 2A + 2B + C = 1 & \Rightarrow 2C - 2C + C = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow L^{-1} \left[\frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \right] = L^{-1} \left(\frac{1}{(s+1)^2} \right) + L^{-1} \left(\frac{1}{s+2} \right) + L^{-1} \left(\frac{-1}{s+1} \right) = te^{-t} - e^{-t} + e^{-2t}$$

$$\Rightarrow G(t) = (t-1)e^{-t} + e^{-2t}$$

۸۲- گزینه «۲» صحیح است.

همان‌طور که مشخص است با استفاده از تبدیل لاپلاس که ترم‌های مشتقی موجود در معادلات دیفرانسیل را به ترم‌های جبری برحسب متغیر وابسته تبدیل می‌کند و ضرایب s^n را به آنها اختصاص می‌دهد، ما با معادلات جبری سروکار داریم که تحلیل و عملیات ریاضی روی آنها آسان‌تر است. مسلم است که می‌توان خود معادله دیفرانسیل را مستقیماً حل کرد و از تبدیل لاپلاس که ما را به فضای فرکانسی می‌برد استفاده نکرد و سپس از روی حل مستقیم، سیستم را تحلیل کرد که البته این کار مشکلی است!!

۸۳- گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به رابطه اختلاف فاز $\phi = \tan^{-1}(-\omega\tau)$ مشاهده می‌شود که این مقدار به فرکانس ورودی و ثابت زمانی سیستم وابسته است.

قابل ذکر است اختلاف فاز در پاسخ سیستم درجه اول نسبت به ورودی سینوسی با توجه به مقادیر ω و τ می‌تواند بین صفر تا $-\frac{\pi}{2}$ متغیر باشد.

۸۴- گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

هر چه ثابت زمانی سیستم درجه اول کوچک‌تر باشد پاسخ سریعتر به مقدار نهایی خود می‌رسد. در نتیجه بهتر است: $\tau \rightarrow 0$

۸۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$y(t) = (t-1)e^{-3(t-1)}u(t-1)$$

$$L(y(t)) = y(s) = L\{(t-1)e^{-3(t-1)}u(t-1)\}$$

$$L\{te^{-3t}u(t)\} = \frac{1}{(s+3)^2} \rightarrow L(y(t)) = \frac{1}{(s+3)^2} e^{-s}$$

۸۶- گزینه «۳» صحیح می‌باشد.

$$R = \frac{\text{تغییرات نیروی محرکه سیستم}}{\text{تغییرات جریان در سیستم}} = \text{مقاومت کنترلی}$$

$$C = \frac{\text{تغییرات کمیت ذخیره شده در سیستم}}{\text{تغییرات نیروی محرکه سیستم}} = \text{ظرفیت کنترلی}$$

برای یک سیستم بهمزن داریم:

$$C = V, R = \frac{1}{f}, \tau = RC = \frac{V}{f}$$

۸۷- گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+2)^2} \right\} = te^{-2t} = 2e^{-2t}$$

۸۸- گزینه «۱» صحیح می باشد.

$$sX(s) - 3 = \frac{X(s)}{s} - \frac{1}{s^2} \Rightarrow X(s) = \frac{3s^2 - 1}{s(s^2 - 1)} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s-1} \Rightarrow x(t) = 1 + e^{-t} + e^t$$

۸۹- گزینه «۲» صحیح می باشد.

$$G(s) = k \frac{\xi s + 1}{(\tau s + 1)}$$

$$Y(s) = k \frac{\xi s + 1}{\tau s + 1} X(s) = k \frac{\xi s + 1}{s(\tau s + 1)}$$

با توجه به قضیه مقدار اولیه، مقدار اولیه پاسخ از رابطه زیر بدست می آید:

$$y(t=0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} sk \frac{\xi s + 1}{s(\tau s + 1)} = \frac{k\xi}{\tau}$$

با توجه به قضیه مقدار نهایی، مقدار نهایی پاسخ از رابطه زیر بدست می آید:

$$y(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sk \frac{\xi s + 1}{s(\tau s + 1)} = k$$

$$\text{مقدار اولیه پاسخ} > \text{مقدار نهایی پاسخ} \Rightarrow \frac{k\xi}{\tau} > k \Rightarrow \xi > \tau$$

۹۰- گزینه «۳» صحیح می باشد.

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{\epsilon s + 1}, \quad \tau = 0.1 \text{ min} = \epsilon s$$

$$x(t) = (1.0 - 0.9)u(t) \Rightarrow x(s) = \frac{1.0}{s}$$

$$Y(s) = \frac{1.0}{s(\epsilon s + 1)} \Rightarrow y(t) = 1.0(1 - e^{-t/\epsilon}) \Rightarrow (0.5 - 0.9) = 1.0(1 - e^{-t/\tau})e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2 \Rightarrow t = \ln 2 \times \tau = \ln 2 \times \epsilon = 4/2s$$

۹۱- گزینه «۱» صحیح می باشد.

پاسخ ضربه برابر با مشتق پاسخ پله ای است در نتیجه داریم:

$$\text{پاسخ ضربه} = \frac{dy(t)}{dt} = -2e^{-t} + 2(t+1)e^{-t} = 2te^{-t}$$

۹۲- گزینه «۴» صحیح می باشد.

در سیستم درجه دوم هنگامی که ضریب میرایی برابر با یک باشد، سریع ترین پاسخ غیر نوسانی را خواهیم داشت:

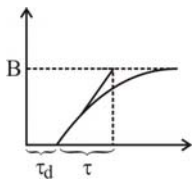
$$G = \frac{1}{\lambda s^2 + as + 2} = \frac{1/2}{\tau^2 s^2 + \frac{a}{2}s + 1} \Rightarrow \begin{cases} \tau^2 = 4 \Rightarrow \tau = 2 \\ 2\tau\xi = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 8\xi = 8 \times 1 = 8 \end{cases}$$

۹۳- گزینه «۱» صحیح می باشد.

$$\text{نسبت فرا رفت} = \text{overshoot} = \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

$$\text{نسبت میرایی} = \text{DecayRatio} = \exp\left(\frac{-2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) = (\text{overshoot})^2 \Rightarrow \text{over shoot} = \sqrt{4} = 2$$

۹۴- گزینه «۱» صحیح می باشد.



تابع انتقال درجه یک همراه با تأخیر انتقالی $(G(s) = \frac{ke^{-\tau_d s}}{\tau s + 1})$ را می توان به صورت منحنی زیر نمایش داد:

$$k = \frac{B}{A} = \frac{\text{مقدار نهایی}}{\text{تغییری که در ورودی داریم}}$$

در این سؤال $A=2, k=3, \tau_d=2, \tau=1$ در نتیجه $B=6$

۹۵- گزینه «۳» صحیح می باشد.

$$\frac{H_1(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_1}{\tau_1 s + 1} \Rightarrow R_1 = R, \tau_1 = 1, \tau_1 = A_1 R_1$$

$$\frac{H_2(s)}{Q_2(s)} = \frac{R_2}{\tau_2 s + 1} \Rightarrow R_2 = R, \tau_2 = 1, \tau_2 = A_2 R_2$$

دو تانک به طور سری و دارای اثر متقابل هستند در نتیجه برای این دو تانک رابطه زیر برقرار می باشد: $(A_1 = A_2)$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1 R_2) s + 1} = \frac{1}{s^2 + (1+1+A_1 R_2) s + 1}$$

$$R_1 = R_2 = R \Rightarrow A_1 R_2 = A_1 R_1 = \tau_1 = 1 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}$$

انتقال جرم و عملیات واحد ۱ و ۲

۹۶- گزینه «۳» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

$$m = \frac{3}{2} \leftarrow y = \frac{3}{2} x \text{ منحنی تعادلی به صورت}$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x} \quad \begin{array}{l} \text{مقاومت فاز گاز} = \frac{1}{k_y} \\ \text{مقاومت فاز مایع} = \frac{m}{k_x} \end{array} \rightarrow \frac{1}{K_y} = \frac{\text{مقاومت فاز گاز}}{k_y} + \frac{\text{مقاومت فاز مایع}}{k_x} = \frac{K_x}{m K_y} \quad (1)$$

$$(1) \rightarrow \frac{k_x}{\frac{3}{2} k_y} = 2 \rightarrow k_x = 3 k_y \rightarrow \frac{k_x}{k_y} = 3 \quad (2)$$

$$\text{می دانیم} \rightarrow \frac{k_x}{k_y} = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{Ai} - x_{AL}} = 3$$

$$\rightarrow \frac{0.2 - 0.1}{0.05 - x_{AL}} = 3 \rightarrow 0.15 - 3x_{AL} = 0.1 \rightarrow x_{AL} = 0.0167$$

۹۷- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

می دانیم در انتقال جرم بین دو فاز رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m k_y} \rightarrow \text{درصد مقاومت فاز مایع} = \frac{\frac{1}{m k_y}}{\frac{1}{k_x} + \frac{1}{m k_y}} = \frac{1}{1 + \frac{k_x}{m k_y}} \times 100$$

طبق منحنی تعادلی که به صورت خطی است، شیب این خط برابر است با:

$$\frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{m = \frac{1}{\gamma}} \text{ و } \boxed{k_x = \gamma / \delta k_y}$$

$$\rightarrow \text{درصد مقاومت فاز مایع} = \frac{1 \times 100}{1 + (\gamma / \delta \times \gamma)} = \frac{1}{6} \times 100 = 16.67\%$$

پس گزینه «۲» صحیح است.

۹۸- گزینه «۱» صحیح است.

با استفاده از معادله‌ی پیوستگی به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} = D_{AB} \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \right]$$

که مقدار u_x با استفاده از معادله ناور-استوکس به صورت زیر است:

$$u_x = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu} \left[1 - \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right]$$

۹۹- گزینه «۱» صحیح است.

$$sh_{ave} = \gamma sh_L \quad sh \times x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (sh_{ave})_{new} = \sqrt{\gamma} (sh_{ave})_{old} \Rightarrow (sh_{ave})_{new} = 50 \cdot \sqrt{\gamma}$$

۱۰۰- گزینه «۴» صحیح است.

می‌دانیم که مجموع شارهای نفوذ مولکولی برای اجزا صفر است یعنی:

$$\sum_{i=1}^n J_i = 0 \Rightarrow J_A + J_B = 0 \Rightarrow J_A = -J_B$$

$$J_A \neq 0 \Rightarrow J_B \neq 0$$

یعنی همان‌گونه که جزء A نفوذ مولکولی می‌کند جزء B نیز نفوذ مولکولی برابر نفوذ A و در خلاف جهت آن انجام می‌دهد. از طرفی داریم:

$$N_B = J_B + x_B N_t = 0 \Rightarrow J_B = -x_B N_t$$

که جمله $x_B N_t$ سهم جزء B از حرکت توده‌ای سیال را نشان می‌دهد. لذا در این حالت نفوذ مولکولی و حرکت توده‌ای جزء B برابر و در خلاف جهت یکدیگر می‌باشند.

۱۰۱- گزینه «۴» صحیح است. (عملیات واحد مک کیب، جلد دوم، ص ۵۲۲)

در مورد ضریب نفوذ در گازها داریم:

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1/5} \times \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \times \left(\frac{f_1}{f_2} \right), \quad f = \frac{kT}{\varepsilon_{AB}}$$

که در اختلاف درجه حرارت‌های پایین قابل صرف نظر می‌باشد، ولی با توجه به سوال که محدوده دمایی بین ۷۰۰ و ۱۰۰۰ کلوین است و اینکه انتگرال برخورد با افزایش دما کاهش می‌یابد، پس ضریب نفوذ برحسب T به نمای بیش از ۱/۵ افزایش می‌یابد و برای پخش در هوا

داریم $D \propto T^{1/7-1/8}$. پس تنها گزینه ۴ می‌تواند صحیح باشد.

۱۰۲- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} F \ln \frac{\frac{N_A}{N_A + N_B} - y_{A_2}}{\frac{N_A}{N_A + N_B} - y_{A_1}}$$

$$N_B = 0 \rightarrow N_A = F \ln \frac{1 - y_{A_2}}{1 - y_{A_1}} = \boxed{\frac{F}{y_{BM}} (y_{A_1} - y_{A_2})} \quad (1)$$

۱- رابطه F با K_C :

$$N_A = K_C (C_{A_1} - C_{A_2}) = K_C C (y_{A_1} - y_{A_2})$$

$$(1) \rightarrow \frac{F}{y_{BM}} (y_{A_1} - y_{A_2}) = K_C C (y_{A_1} - y_{A_2}) \rightarrow \boxed{F = K_C C y_{BM}}$$

۲- رابطه با K_G و F :

$$N_A = K_G(P_{A_1} - P_{A_2}) = K_G P(y_{A_1} - y_{A_2})$$

$$(1) \rightarrow \frac{F}{y_{BM}}(y_{A_1} - y_{A_2}) = K_G P(y_{A_1} - y_{A_2}) \rightarrow \boxed{F = K_G P y_{BM}}$$

۳- رابطه با K_y و F :

$$N_A = K_y(y_{A_1} - y_{A_2})$$

$$(1) \rightarrow \frac{F}{y_{BM}}(y_{A_1} - y_{A_2}) = K_y(y_{A_1} - y_{A_2}) \rightarrow \boxed{F = y_{BM} K_y}$$

$$\rightarrow \frac{F}{y_{BM}} = K_C C = K_G P = K_y$$

۱۰۳- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

با توجه به معادله پیوستگی که به فرم (۱) $U_x \frac{\partial C_A}{\partial x} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}$ می‌باشد.

$$U_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + U_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + U_z \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) + R_A \quad (2)$$

واضح است که مشتق‌های دوم غلظت نسبت به مکان مربوط به نفوذ مولکولی و مشتق‌های اول آن نسبت به مکان مربوط به حرکت توده‌ای می‌باشد. با توجه به اینکه در معادله (۱) حرکت توده‌ای فقط در جهت X وجود دارد و جهت پایین، جهت X است و همچنین با توجه به معادلات (۱) و (۲)، ترم‌های نفوذ مولکولی در جهات X و Z حذف شده‌اند. پس نفوذ مولکولی در جهات X و Z در مقایسه با حرکت توده‌ای به سمت پایین بسیار ناچیز بوده‌اند. پس گزینه «۲» صحیح است.

۱۰۴- گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به این که هوا ثابت است از انتقال جرم توسط جابجایی آزاد و اجباری صرف نظر می‌کنیم لذا داریم:

$$sh = \tau = \frac{kD}{D_{AB}} \Rightarrow k = \frac{\tau D_{AB}}{D} = \frac{2 \times 2 / 44 \times 10^{-5}}{2 \times 2 \times 10^{-2}} = 1/22 \times 10^{-3} \left(\frac{m}{s} \right)$$

۱۰۵- گزینه «۱» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

در عملیات انتقال جرم گاز-گاز، در فرایند تراوش (permeation)، غشا دارای تخلخل نیست، گاز هنگام عبور از غشا ابتدا در آن حل شده و سپس نفوذ می‌کند پس جداسازی در این حالت در اثر اختلاف حلالیت سازنده‌های گاز می‌باشد.

۱۰۶- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

مسافت خالصی را که مولکول در زمان معین و در جهت معین طی می‌کند، شدت نفوذ آن گویند و سرعت این پدیده با کاهش فشار که باعث کاهش تعداد برخوردها می‌شود و افزایش دما که سرعت مولکولی را زیاد می‌کند، افزایش می‌یابد. (انتقال جرم تریبال، ص ۲۸)
عمق نفوذ طبق نظریه رسوخ: فاصله‌ای که غلظت در آنجا به اندازه یک درصد با مقدار نهایی اختلاف دارد. (مک کیب، ص ۵۳۱)

۱۰۷- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال، ص ۲۹ و ۳۰)

مکانیسم انتقال جرم در سیالات ساکن و یا سیالاتی که حرکت آرام دارند از طریق نفوذ مولکولی می‌باشد ولی در جریان متلاطم این مکانیسم به طریق گردانه‌ای و نفوذ مولکولی می‌باشد زیرا در درون هر گردانه انتقال از طریق نفوذ مولکولی انجام می‌شود.

۱۰۸- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

در نفوذ در مایعات، می‌دانیم که تناسب زیر برقرار است:

$$D \propto \frac{T}{\mu}$$

پس برای دو حالت ۱ و ۲:

$$\frac{D_1 \mu_1}{T_1} = \frac{D_2 \mu_2}{T_2}$$

دما در آزمایش‌ها:

$$\begin{cases} T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ T_2 = 47 + 273 = 320 \text{ K} \end{cases}$$

ویسکوزیته: ویسکوزیته محلول در حالت ۲، ۵۰ درصد بیشتر از حالت ۱ است. پس:

$$\mu_2 = \mu_1 + 0.5\mu_1 = 1.5\mu_1$$

$$\rightarrow \frac{1/5 \times 10^{-5} \times \mu_1}{300} = \frac{D_2 \times 1/5 \mu_1}{320} \Rightarrow D_2 = \frac{320}{300} \times 10^{-5} = \boxed{\frac{1/0.67 \times 10^{-5} \text{ cm}^2}{\text{S}}}$$

۱۰۹- گزینه «۴» صحیح است. (انتقال جرم تریبال، ص ۷۵)

در انتقال جرم از گاز به درون مایع ریزان اگر فرض شود که زمان تماس مایع و گاز طولانی بوده و شدت جریان هم کم باشد (اعداد رینولدز کمتر از ۱۰۰) به معادله زیر می‌رسیم:

$$\frac{K_{L_{av}} \delta}{D_{AB}} = 3/41$$

$$\rightarrow \delta = \frac{3/41 \times D_{AB}}{K_{L_{av}}} \rightarrow \boxed{\delta = \frac{6/82 \times 10^{-8}}{K_{L_{av}}}}$$

۱۱۰- گزینه «۳» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

$$pe_D = Re.SC = \frac{Lu\rho}{\mu} \times \frac{v}{D_{AB}} = \frac{Lu}{v} \times \frac{v}{D_{AB}} = \frac{Lu}{D_{AB}}$$

$$\left\{ \begin{aligned} st_D &= \frac{sh}{Re.SC} = \frac{sh}{pe_D} = \frac{FL}{\frac{Lu}{D_{AB}}} = \frac{FLD_{AB}}{CD_{AB}Lu} = \frac{F}{cu} \\ sh &= \frac{FL}{CD_{AB}} \end{aligned} \right.$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۱۱- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال، ص ۱۸۴)

در روش ناهمسو، نیروی محرکه متوسط در یک وضعیت مشخص، بیشتر از روش همسو است پس اگر شرایط جریان‌ها معین باشد دستگاه ناهمسو کوچکتر و اگر دستگاه‌ها یکسان باشند، شدت جریان‌ها در ناهمسو کمتر است (شدت جریان‌ها در همسو بیشتر است) پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۱۲- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال، ص ۱۶۹)

اگر مواد فعال سطحی حتی به غلظت بسیار ناچیز در فاز مایع موجود باشد، در سطح مشترک جمع شده و تغلیظ می‌شوند و در آنجا ممکن است ۱- سبب انسداد جزئی سطح مشترک در برابر انتقال حل شوند. ۲- سطح مشترک در طرف مایع را غیرقابل انعطاف و سخت کند. ۳- با حل شونده‌ای که انتقال می‌یابد وارد ترکیب شود، به هر حال شدت انتقال ماده کاهش می‌یابد. پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۱۳- گزینه «۲» صحیح است. (انتقال جرم تریبال، ص ۱۶۶)

با توجه به اینکه فقط ایجاد تلاطم در فاز مایع باعث افزایش ضریب کلی انتقال جرم بین دو فاز شده است، در می‌یابیم که مقاومت کنترل کننده انتقال ماده در فاز مایع بوده است همچنین می‌دانیم که اثر دما بر ضرایب انتقال جرم فاز مایع خیلی بیشتر از ضرائب مربوط به فاز گاز است، پس چون مقاومت کنترل کننده در فاز مایع بوده، و اثر دما بر ضرائب انتقال جرم فاز مایع زیاد است، پس نتیجه می‌گیریم که اثر

دما بر ضریب کلی انتقال جرم بین دو فاز هم زیاد می‌باشد و باید در اثر دما، یک تغییر قابل توجه در ضریب انتقال جرم کلی بین دو فاز به وجود آید که باعث شیب زیاد نمودار ضریب کلی انتقال جرم بین دو فاز برحسب دما می‌شود.
پس فقط گزینه ۲ می‌تواند صحیح باشد.

۱۱۴- گزینه «۱» صحیح است.

$$2N_A = -N_B \rightarrow \frac{N_A}{N_A + N_B} = -1$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB}P_t}{RTZ} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A + N_B} - y_{A_2}}{\frac{N_A}{N_A + N_B} - y_{A_1}}$$

$$N_A = \frac{-D_{AB}P_t}{RTZ} \ln \frac{1 + y_{A_2}}{1 + y_{A_1}}$$

۱۱۵- گزینه «۳» صحیح است.

معادله انتقال جرم برای نفوذ متقابل به صورت $N_A = \frac{D_{AB}}{RTZ} (P_{A_1} - P_{A_2})$ است و پروفایل غلظت یا فشار به صورت خطی تغییر می‌کند.

سینتیک و طرح راکتورهای شیمیایی

۱۱۶- گزینه «۴» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتور واکنش‌های شیمیایی- فصل دوم- سرعت واکنش‌های متجانس)

این ثوابت اگر تغییرات دما کوچک باشد، مستقل از دما هستند، در غیر این صورت وابسته به دما می‌باشند.

۱۱۷- گزینه «۳» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتور واکنش‌های شیمیایی- فصل دوم- سرعت واکنش‌های متجانس)

$$\frac{-r_A}{a} = \frac{-r_B}{b} = \frac{+r_C}{c} \rightarrow$$

$$\frac{4}{2} = \frac{r_C}{3} \rightarrow r_C = 6 \text{ mol/S}$$

۱۱۸- گزینه «۱» صحیح است.

همان‌طور که می‌دانید سرعت واکنش‌های اتوکاتالیستی موقعی حداکثر است که $C_A = C_R$ باشد.

۱۱۹- گزینه «۲» صحیح است.

رجوع شود به صفحه ۴۰ از کتاب طراحی راکتور.

۱۲۰- گزینه «۱» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتورهای شیمیایی)

$$M = \frac{K_2 + K_3}{1} = 2$$

$$V_{\max} = K_3 C_{E_0} = 1 \times 2 = 2$$

$$\frac{1}{-r_A} = \frac{M}{V_{\max}} \left(\frac{1}{C_A} \right) + \frac{1}{V_{\max}} \rightarrow 1 = \frac{2}{2} \left(\frac{1}{C_A} \right) + \frac{1}{2} \rightarrow C_A = 2 \text{ mol/lit}$$

۱۲۱- گزینه «۴» صحیح است.

۱۲۲- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتور واکنش‌های شیمیایی- فصل دوم- سرعت واکنش‌های متجانس)

$$\text{در نظریه برخورد} \rightarrow n = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\text{در نظریه گذرا} \rightarrow n = 1$$

۱۲۳- گزینه «۴» صحیح است.

مجموع مولکول‌های واکنش‌دهنده‌ها، ۷ است، و از آن جا که مولکولاریته، نمی‌تواند بیشتر از ۳ باشد، مولکولاریته برای واکنش تعریف نمی‌شود.

۱۲۴- گزینه «۲» صحیح است.

۱۲۵- گزینه «۳» صحیح است.

$$\frac{(D_a)_r}{(D_a)_l} = \frac{K C_{A_0} \tau}{C_{A_0}} = \frac{C_{A_0}}{(C_{A_0})^r} = \frac{1}{C_{A_0}} = 0.1 \text{ mol/lit}$$

تعریف عدد دام کهلر: $D_a = \frac{-r_A \times v}{F_{A_0}}$

۱۲۶- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتورهای شیمیایی- فصل ۵)

از روی واحد K، متوجه می شویم واکنش درجه اول است.

$$K \tau_m = \frac{x_A (1 + \varepsilon_A x_A)}{(1 - x_A)}$$

$$\tau_m = \frac{v}{Q} = \frac{50}{100} = 0.5 \rightarrow 3 \times 0.5 = \frac{0.5(1 + \varepsilon_A \times 0.5)}{(1 - 0.5)}$$

$$1/5 = 1 + \varepsilon_A \times 0.5 \rightarrow \varepsilon_A = 1$$

$$1 = \varepsilon_A = \frac{\Delta n}{a} \times y_A = \frac{3}{2} \times y_A \rightarrow y_A = \frac{2}{3}$$

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ : کسر گاز بی اثر}$$

۱۲۷- گزینه «۱» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتورهای شیمیایی- فصل ۵)

واکنش درجه صفر $K = 1 \text{ mol/lit.min} \rightarrow$

$$Q = Q_0(1 + \varepsilon_A \times x_A), \varepsilon_A = \frac{3-2}{2} = 0.5 \rightarrow 70 = 50(1 + 0.5x_A) \rightarrow x_A = 0.8$$

$$\rightarrow K \tau_p = C_{A_0} \times x_A \rightarrow 1 \times \tau_p = 5 \times 0.8 \rightarrow \tau_p = 4 \text{ min}$$

۱۲۸- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتورهای شیمیایی- فصل ۵)

$$\bar{t} = \frac{v}{Q_f} = \frac{v}{Q_0(1 + \varepsilon_A x_A)} = \frac{1200}{100(1 + 0.4 \times x_A)} = 10 \text{ min} \rightarrow x_A = 0.5$$

$$\varepsilon_B = \frac{2}{3} \times 0.6 = 0.4, \varepsilon_A = \frac{2}{1} \times 0.2 = 0.4 \rightarrow x_B = 0.5$$

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{C_{A_0} \left(\frac{1-x_A}{1+\varepsilon_A x_A} \right)}{C_{B_0} \left(\frac{1-x_B}{1+\varepsilon_B x_B} \right)} \rightarrow \frac{C_A}{C_B} = \frac{C_{A_0}}{C_{B_0}} = \frac{C_{A_0}}{3C_{A_0}} = \frac{1}{3}$$

۱۲۹- گزینه «۴» صحیح می باشد.

درجه واکنش $n > 1$ است. لذا این واکنش در زمان محدود به پایان نمی رسد.

۱۳۰- گزینه «۴» صحیح می باشد.

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{2^{n-1} - 1}{k(n-1)} \Rightarrow \log t_{\frac{1}{2}} = \log \frac{2^{n-1} - 1}{k(n-1)} + (1-n) \log C_{A_0}$$

$n = 1 \Rightarrow$ شیب صفر

$n < 1 \Rightarrow$ شیب مثبت

$n > 1 \Rightarrow$ شیب منفی

ریاضیات (کاربردی - عددی)

۱۳۱- گزینه «۳» صحیح است. (کتاب‌های معادلات دیفرانسیل مانند کتاب دکتر نیکوکار)

ابتدا شیب این دسته منحنی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$y = \frac{x}{1-cx} \Rightarrow y' = \frac{1-cx+cx}{(1-cx)^2} = \frac{1}{(1-cx)^2}$$

حال بایستی پارامتر ثابت C را از معادله حذف کنیم:

$$y = \frac{x}{1-cx} \Rightarrow y' = \frac{y^2}{x^2}$$

می‌دانیم شرط عمود بودن این است که حاصلضرب شیب منحنی‌ها برابر با -۱ شود. یعنی $mm' = -1$. بنابراین برای دسته منحنی‌های

$$y' = -\frac{x^2}{y^2} \Rightarrow y^2 \frac{dy}{dx} = -x^2$$

جدید داریم:

$$y^2 dy = -x^2 dx \Rightarrow \frac{y^3}{3} = -\frac{x^3}{3} + c_1 \Rightarrow \frac{y^3}{3} + \frac{x^3}{3} = c_1 \Rightarrow \boxed{y^3 + x^3 = c_1}$$

۱۳۲- گزینه «۲» صحیح است. (کتاب کاربرد ریاضیات دکتر نیک‌آذر)

جواب خصوصی این مسأله باید به صورت $(Ax+B)e^{-x}$ باشد، ولی باید ریشه‌های معادله مشخصه بخش همگن را نیز بررسی کرد:

$$m^3 + 3m^2 + 3m + 1 = 0 \Rightarrow (m+1)^3 = 0 \Rightarrow m = -1$$

می‌بینیم که -۱ ریشه مضاعف مرتبه سوم می‌باشد. پس باید جواب خصوصی را در x^3 نیز ضرب کنیم:

$$\Rightarrow y_p = (Ax+B)x^3 e^{-x}$$

۱۳۳- گزینه «۲» صحیح است. (کتاب دکتر نیک‌آذر، کتاب دکتر نیکوکار)

$$(x-2)x^2 y'' - \sin xy' + y = 0$$

$$y'' - \frac{\sin x}{(x-2)x^2} y' + \frac{1}{(x-2)x^2} y = 0, \quad P(x) = \frac{-\sin x}{(x-2)x^2}, \quad q(x) = \frac{1}{(x-2)x^2}$$

$$x=0: \quad \lim_{x \rightarrow 0} xP(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{x(x-2)x} = \frac{-\cos 0}{x+x-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 q(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x-2)} = -\frac{1}{2}$$

پس $x=0$ نقطه تکین منظم است.

$$x=2: \quad \lim_{x \rightarrow 2} xP(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \frac{-\sin x}{(x-2)x} = \frac{-\sin 2}{1 \times 2} = \frac{-\sin 2}{2}$$

عدد معین

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 q(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x-2)^2 \frac{1}{(x-2)} = \infty \quad x-2=0$$

پس $x=2$ نقطه تکین منظم است.

۱۳۴- گزینه «۲» صحیح است. (کتاب معادلات دیفرانسیل دکتر نیکوکار)

$$I = \int_0^{\infty} x^{\frac{3}{2}} e^{-4x} dx$$

با تغییر متغیر $t = 4x$ به صورت تابع گاما در می‌آوریم:

$$4x = t \Rightarrow x = \frac{t}{4} \Rightarrow dx = \frac{dt}{4} \Rightarrow I = \int_0^{\infty} \left(\frac{t}{4}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-t} \frac{dt}{4} = \frac{1}{32} \Gamma\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \Rightarrow I = \frac{1}{32} \times \frac{3\sqrt{\pi}}{4} = \frac{3\sqrt{\pi}}{128}$$

۱۳۵- گزینه «۴» صحیح است. (معادلات دیفرانسیل دکتر نیکوکار)

از روش تجزیه کسرها استفاده می‌کنیم:

$$F(s) = e^{-\pi s} \times \frac{1}{s(s^2+1)} = e^{-\pi s} \left[\frac{1}{s} + \frac{-s}{s^2+1} \right]$$

$$F(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow L^{-1}\left(\frac{1}{s}\right) = 1 \text{ و } L^{-1}\left\{\frac{-s}{s^2+1}\right\} = -\cos t$$

از ترم $e^{-\pi s}$ نیز مشخص است که تابع پله‌ای می‌باشد:

$$\Rightarrow f(t) = u_{\pi}(t)(1 - \cos t)$$

۱۳۶- گزینه «۳» صحیح است. (کتاب‌های معادلات دیفرانسیل، کتاب دکتر نیکوکار)

با کمی دقت می‌بینیم که معادله دیفرانسیل کامل می‌باشد:

$$(e^x + \ln y + \frac{y}{x})dx + (\frac{x}{y} + \ln x + \sin y)dy = 0$$

$$f(x, y) = \int (e^x + \ln y + \frac{y}{x})dx + g(y) = e^x + x \ln y + y \ln x + g(y)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x}{y} + \ln x + g'(y) = \frac{x}{y} + \ln x + \sin y$$

$$\Rightarrow g'(y) = \sin y \Rightarrow g(y) = -\cos y + c$$

$$\Rightarrow f(x, y) = e^x + x \ln y + y \ln x - \cos y + c = 0$$

۱۳۷- گزینه «۲» صحیح است. (کتاب‌های معادلات دیفرانسیل)

معادله مشخصه را می‌نویسیم:

$$m^4 - 3m^3 + 3m^2 - m = 0$$

$$\Rightarrow m^3(m^2 - 3m + 3 - \frac{1}{m}) = 0 \Rightarrow m^3(m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 1$$

$m = 0$ ریشه مضاعف مرتبه ۲ و $m = 1$ ریشه مضاعف مرتبه ۳ می‌باشد پس:

$$y = c_1 + c_2 x + c_3 e^x + c_4 x e^x + c_5 x^2 e^x$$

۱۳۸- گزینه «۱» صحیح است. (کتاب معادلات دیفرانسیل، کتاب دکتر نیکوکار)

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \text{ و } \operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x) \Rightarrow \operatorname{erf}(-a) = -\operatorname{erf}(a) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-t^2} dt = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \times \frac{\sqrt{\pi}}{2} = -1$$

۱۳۹- گزینه «۱» صحیح است. (کتاب‌های معادلات دیفرانسیل)

معادله را به فرم معادله دیفرانسیل مرتبه اول خطی مرتب می‌کنیم:

$$y' - y = x - 1$$

$$\Rightarrow y e^{-x} = \int (x-1)e^{-x} + c$$

حاصل انتگرال را از روش جزء به جزء محاسبه می‌کنیم:

$$y e^{-x} = -x e^{-x} + c \Rightarrow y = -x + c e^x$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 1 = 0 + c \Rightarrow \boxed{c = 1}$$

$$\Rightarrow y = -x + e^x$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -1 + e \Rightarrow \boxed{y(1) = e - 1}$$

۱۴۰- گزینه «۱» صحیح است. (معادلات دیفرانسیل دکتر نیکوکار)

$$y'' - y' - 2y = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

$$\Rightarrow y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x}$$

از شرایط مرزی برای یافتن C_1 و C_2 استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} x=0 \Rightarrow y &= \alpha = C_1 + C_2 \\ x=0 \Rightarrow y' &= 2 \Rightarrow 2 = 2C_1 - C_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{3}(\alpha + 2) \\ C_2 &= \frac{2}{3}(\alpha - 1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\alpha + 2}{3} e^{2x} + \frac{2}{3}(\alpha - 1)e^{-x}$$

برای آنکه وقتی $x \rightarrow \infty$ نگاه $y \rightarrow 0$ بایستی مقدار C_1 برابر با صفر شود:

$$\frac{\alpha + 2}{3} = 0 \Rightarrow \alpha = -2$$

۱۴۱- گزینه «۳» صحیح است. (کتاب‌های معادلات دیفرانسیل، کتاب کاربرد ریاضیات دکتر نیک‌آذر)

معادله دیفرانسیل داده شده فاقد متغیرهای وابسته و مستقل (y, x) می‌باشد. با تغییر متغیر $y' = p$ داریم:
با جایگذاری در معادله دیفرانسیل:

$$y' = p \Rightarrow y'' = \frac{dp}{dx} + p^2 = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p^2} = -dx \Rightarrow -\frac{1}{p} = -x + C_1 \Rightarrow p = \frac{1}{x + C_2} \Rightarrow y = \ln(x + C_2) + C_3$$

$$\Rightarrow y = \ln(Ax + B)$$

حال شرایط اولیه را اعمال می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} y(0) = 0 &\Rightarrow 0 = \ln(0 + B) \Rightarrow B = 1 \\ y'(0) = 1 &\Rightarrow 1 = \frac{A}{A \times 0 + B} \Rightarrow \frac{A}{B} = 1 \Rightarrow A = 1 \end{aligned} \right. \Rightarrow \boxed{y = \ln(x + 1)}$$

$$y(2) = \ln(2 + 1) = \ln 3$$

۱۴۲- گزینه «۱» صحیح است. (معادلات دیفرانسیل دکتر نیکوکار)

از قضیه مقدار اولیه استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{f \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} SF(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s(\Delta s - 1)}{s^2 - 2\Delta s + \Delta} = \Delta$$

۱۴۳- گزینه «۴» صحیح است.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{4}{x}y = \frac{1 + x^2}{x} \Rightarrow u(x) = e^{\int -\frac{4}{x} dx} = x^{-4}$$

$$\frac{d(x^{-4}y)}{dx} = \frac{1 + x^2}{x^5} \Rightarrow y + cx^4 = -\frac{1}{4} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

$$y + 4 = -\frac{1}{4} - 2 \Rightarrow y = -\frac{25}{4}$$

۱۴۴- گزینه «۱» صحیح است.

جواب عمومی \leftarrow معادله دیفرانسیل عمومی \leftarrow قرار دادن $-\frac{1}{y'}$ به جای y' \leftarrow حل معادله حاصل

$$e^x y^2 + 2yy'e^x = 0 \Rightarrow y + 2y' = 0 \Rightarrow y + 2\left(-\frac{1}{y'}\right) = 0 \Rightarrow y = \frac{2dx}{dy} \Rightarrow \frac{1}{2}y^2 = 2x + c$$

۱۴۵- گزینه «۴» صحیح است.

معادله به فرم $y = xy' + f(y')$ معادله کلرو است. برای حل آن کافی است به جای y' ، c قرار دهیم:

$$y = cx + e^c \quad y(0) = e = e^c \Rightarrow c = 1 \quad y(-1) = -1 + e = 1/\sqrt{2}$$

۱۴۶- گزینه «۲» صحیح است.

$$e^{\cos x} dy + \sqrt{1-y^2} \cos x e^{\cos x} dx = 0 \xrightarrow{\text{معادله جداشدنی}} \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = -\cos x dx$$

$$\Rightarrow \sin^{-1}(y) = -\sin(x) + c \Rightarrow y = \sin(-\sin(x) + c)$$

$$\text{یا } \frac{-dy}{\sqrt{1-y^2}} = \cos x dx \Rightarrow \cos^{-1}(y) = \sin x + c \Rightarrow y = \cos(\sin(x) + c)$$

۱۴۷- گزینه «۳» صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} y &= Ax + Be^x \\ y' &= A + Be^x \\ y'' &= Be^x \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = y' - y'' \Rightarrow y = (y' - y'')x + y'' \Rightarrow y''(1-x) + xy' - y = 0$$

راه ساده‌تر: چون هر دو جواب دارای ضریب ثابت هستند پس یک جواب مستقل هستند و باید به تنهایی در معادله صدق کنند. پس Be^x را در تک تک گزینه‌ها امتحان می‌کنیم. فقط در گزینه ۳ صحیح است.

۱۴۸- گزینه «۴» صحیح است.

این معادله اویلر است.

$$\Rightarrow z = \ln x$$

$$\Rightarrow y'' + (\epsilon - 1)y' + \epsilon y = 0 \quad m^2 + \delta m + \epsilon = 0 \Rightarrow m = -1, -\epsilon$$

$$\Rightarrow y = c_1 e^{-z} + c_2 e^{-\epsilon z} = \frac{c_1}{x} + \frac{c_2}{x^\epsilon}$$

۱۴۹- گزینه «۲» صحیح است.

$$Mdx + Ndy = 0 \quad (x^2 + y^2 - 2x)dx + (ye^x - 2y)dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = f(x) \xrightarrow{\text{معادله به معادله کامل تبدیل می‌شود.}} \frac{\partial y}{\partial y} - \frac{\partial x}{\partial x} = f(x)$$

$$\Rightarrow \frac{2y - ye^x}{ye^x - 2y} = -1 \Rightarrow \mu = e^{-x} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = N\mu = y - 2ye^{-x}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2}y^2 - y^2 e^{-x} + c(x) \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = y^2 e^{-x} + \frac{dc}{dx} = M\mu = x^2 e^{-x} + y^2 e^{-x} - 2xe^{-x}$$

$$\Rightarrow C = \int (x^2 - 2x)e^{-x} dx = -x^2 e^{-x} + k \Rightarrow f(x, y) = \frac{1}{2}y^2 - y^2 e^{-x} - x^2 e^{-x} + k$$

۱۵۰- گزینه «۳» صحیح است.

$$\frac{y}{x} + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2} = \frac{dy}{dx} \xrightarrow{\text{معادله همگن}} z + \sqrt{1 - z^2} = x \frac{dz}{dx} + z$$

$$\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \ln x + c = \sin^{-1} z \Rightarrow z = \frac{y}{x} = \sin(\ln x + c) = \sin(\ln cx) \Rightarrow y = x \sin(\ln(cx))$$