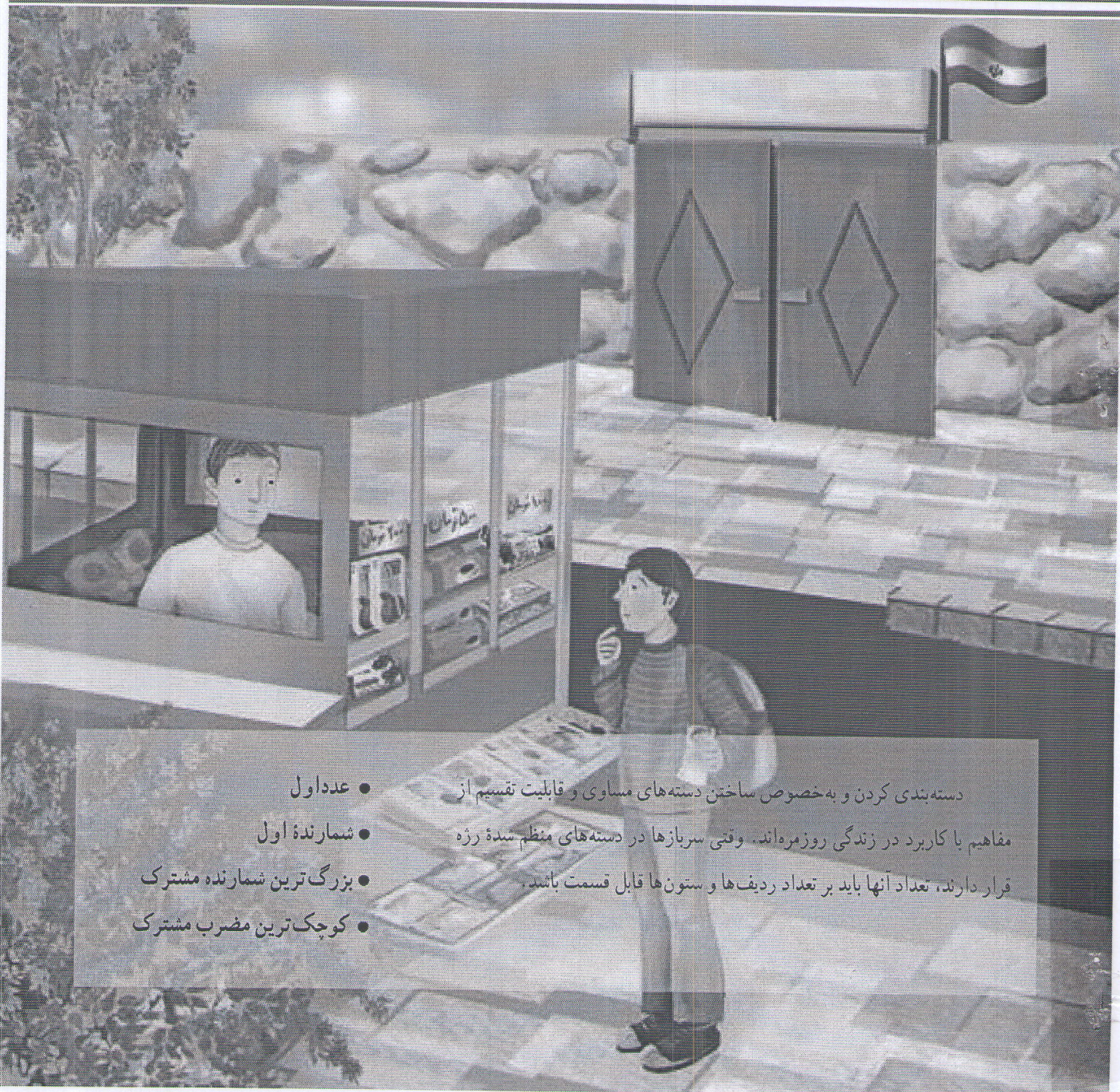


فصل ۶

شمارنده ها و اعداد اول



- دسته بندی کردن و به خصوص ساختن دسته های مساوی و قابلیت تقسیم از
- مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند. وقتی سربازها در دسته های منظم شده رژه
- قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف ها و ستون ها قابل قسمت باشد.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ ترین شمارنده مشترک
- کوچک ترین مضرب مشترک

۱- دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. جدول تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟
والیبال، چون به راحتی می‌توانیم روئیم درست کنیم

در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟
ثبت نام در تیم‌های زیر بجز والیبال مناسب نیست و می‌تواند در تیم فوتبال خیلی خوب است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

پاسخ: زاس

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.
۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی $6 = 2 \times 3$

$$6 = 3 \times 2$$

سه دسته ۲ تایی

$$6 = 1 \times 6$$

یک دسته ۶ تایی

$$6 = 4 \times 1$$

۶ دسته ۱ تایی

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).

$$10 \div 2 = 5$$

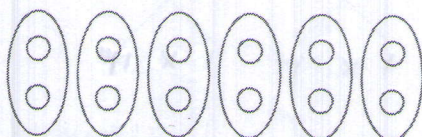
یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد

$$10 \div 5 = 2$$

$$10 \div 10 = 1$$

$$10 \div 1 = 10$$

۴- ۱۲ دایره را مانند نمونه به دسته‌های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به



این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده‌های ۱۲

فعالیت دست‌ورزی

اطلاع شود

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

۱۴ : شمارنده‌های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

۱۵ : شمارنده‌های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

۹ : شمارنده‌های ۹ : ۱، ۳، ۹

۸ : شمارنده‌های ۸ : ۱، ۲، ۴، ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

ا شمارنده‌ی b هست و b شمارنده‌ی c است پس a شمارنده‌ی c است

۳- به‌طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کلاسی

کلاسی

★ شمارنده‌ی یک عدد عددی طبیعی است. زیرا بر عدد منفی نمی‌تواند عددی را شمارد

MATH-HOME.IR

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۶	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۴	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد بد شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد بد است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خود آن عدد است.

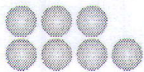
همه شمارنده‌های یک عدد آن عدد می‌شمارد

بعضی از عددها فقط دو شمارنده دارند

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

اصلاح

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.

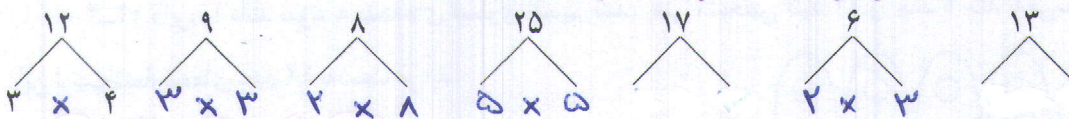


اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۳ و ۱۷

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ آری

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید

با نسخ باز است

۱	②	③	۴ ۲×۲	⑤	۶ ۲×۳	⑦	۸ ۲×۴	۹ ۳×۳	۱۰ ۲×۵
⑪	۱۲ ۲×۶	⑬	۱۴ ۲×۷	۱۵	۱۶ ۴×۴	⑰	۱۸ ۲×۹	⑲	۲۰ ۵×۴
۲۱ ۳×۷	۲۲ ۲×۱۱	⑳	۲۴ ۲×۱۲	۲۵ ۵×۵	۲۶ ۲×۱۳	۲۷ ۳×۹	۲۸ ۲×۱۴	㉑	۳۰ ۳×۱۰

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ **خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود**

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ **بله**

۳- عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. **۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵**

عددی بر ۱۵ بخش پذیر است

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ **۳۶۰، ۵۵۵، ۹۲۴، ۲۴۵** **که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند**

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. **۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰، ۲۴**

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

۱۸، ۲۰، ۳۰، ۴۰ **۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۹، ۱۸** **۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰**

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. **فقط شمارنده دارد** **× - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. عدد یک فقط یک شمارنده دارد**

× - تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. **عدد ۲ زوج است ولی اول است**

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. **چون پس از دو شمارنده دارد**

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد

۱۲ گروه سه نفره $12 \times 3 = 36$

۹ گروه دو نفره $9 \times 4 = 36$

۶ گروه یک نفره $6 \times 6 = 36$

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟ **بله - چون ۱۸ را می توان ۳ تا ۳ و ۶ تا ۳ و ۹ تا ۲ شمارش کرد**

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ **خیر مثال ۴**

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ **خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب**

دو عدد بزرگ تر از یک نوشت

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی **زوج** است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی **زوج** است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی **فرد** است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید). به سؤال زیر پاسخ دهید.

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ **خیر**

غیر اول $2 + 3 = 5$ **اول**

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

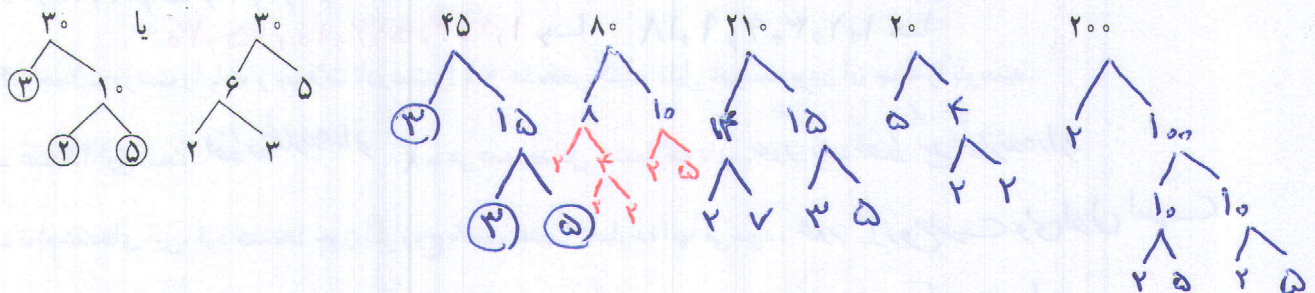
شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی اند؟ ۵ و ۷
شمارنده اول ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

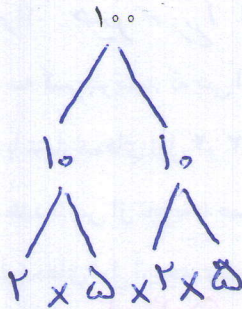
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

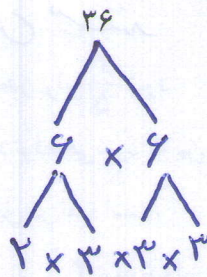
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

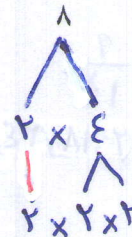
شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسر را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسر را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و

مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

مستطیل می‌تواند داشته باشند، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟

شماره‌های عدد ۱۸

می‌باشند

(۴) راجع دوم

$$a = 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \quad T(a) = 3 \times 2 \times 3 = 18$$

$$18 - 3 = 15$$

شمارنده‌ی غیراول

راصل اول ۱۵۰، ۱۵۵، ۱۶۰، ۱۶۵، ۱۷۰، ۱۷۵، ۱۸۰، ۱۸۵، ۱۹۰، ۱۹۵، ۲۰۰، ۲۰۵، ۲۱۰، ۲۱۵، ۲۲۰، ۲۲۵، ۲۳۰، ۲۳۵، ۲۴۰، ۲۴۵، ۲۵۰

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟ **خیر - زیرا از بزرگترین نیستند**

$$\frac{21}{35}, \frac{4}{10}, \frac{9}{15}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟ **۴۸، ۳۶، ۳۳**

$$a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد. **۱، ۴، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۶، ۴۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵، ۹۰، ۱۲۰، ۱۵۰، ۱۸۰، ۲۰۰، ۲۲۵، ۳۰۰، ۳۶۰، ۴۵۰، ۹۰۰، ۱۸۰۰**

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

$$b = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ **۲، ۳، ۵**

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \quad 104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید. **اعداد اول اعدادی هستند که شمارنده‌های اول آن‌ها خودشان باشند**

۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

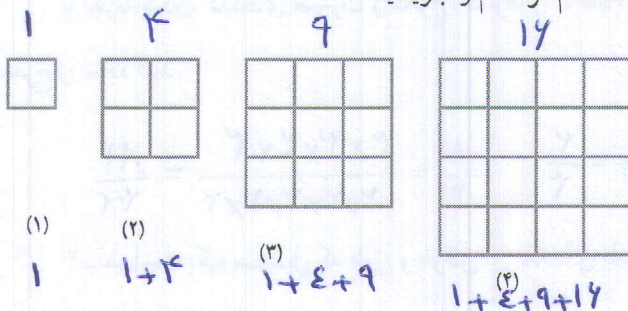
✗ الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. **عددهای شمارنده‌ی اول ندارند**

✓ ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

✗ ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد. **$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$**

✓ د) تعداد عددهای اول بی‌پایان‌اند.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله nام هر کدام را بنویسید.

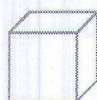


$$n \text{ امی جمله} = n \times n$$

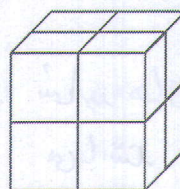
$$n \text{ امی جمله} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

رابطی دوم

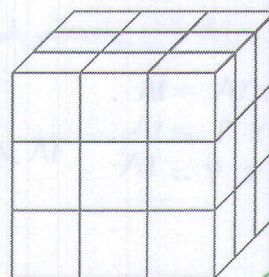
رابطی دوم



(۱)



(۲)



(۳)

۷۹

$$n \text{ امی جمله} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

رابطی دوم

رابطی اول



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

شماره‌های ۳۰: ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

چون این اعداد ۳۰ را به ۳ بخش مساوی تقسیم می‌کند، برای هر ۳ نفر یک چادر به صورت مساوی می‌تواند

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان

شماره‌های ۳۶: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

بر پا کرد؟ چرا؟

زیرا در تقسیم ۳۶ به این اعداد باقیمانده صفر می‌شود و چادرها به صورت مساوی می‌تواند

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۶

چون در تقسیم ۳۰ و ۳۶ به این اعداد باقیمانده صفر می‌شود و چادرها به صورت مساوی می‌تواند

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

تمام شمارنده‌های ۱۸: {۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸}

شمارنده‌های مشترک دو عدد = {۱، ۲، ۳، ۶}

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد {۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸، ۲۴} = ۶

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\xrightarrow{2 \times 3 = 6} 2 \times 3 = 6$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عوامل مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده

شماره‌های ۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰
 شماره‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲
 شماره‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰
 شماره‌های مشترک ۲ و ۳۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰
 شماره‌های مشترک ۱۲ و ۱۴: ۱, ۲
 $(۲۰, ۳۰) = ۱۰$
 $(۱۲, ۱۴) = ۲$

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳ \quad ۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$$

$$(۱۲ و ۱۴) = ۱۴ = ۲ \times ۷ \quad (۲۰ و ۳۰) = ۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$$

$۲ \times ۵ = ۱۰$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$۴۸ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \quad ۴۲ = ۲ \times ۳ \times ۷$$

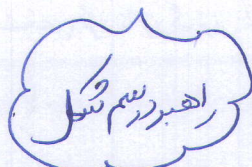
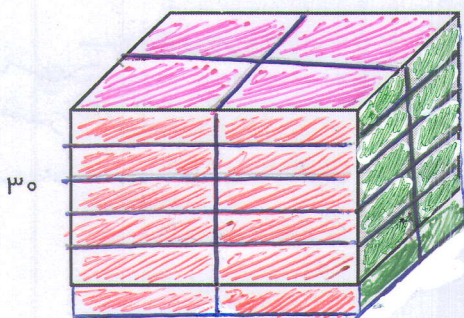
$$(۴۸ و ۳۶) = ۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \quad (۴۲ و ۳۰) = ۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$$

$۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.
 ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟
 این مستطیل را کاشی بچسبانیم، این اعداد شمارنده‌ی مشترک ۱۶ و ۱۲ هستند.
 اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟
 ۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شمارنده‌ی مشترک این دو عدد می‌باشد.

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟
 ۱ چون ضلع کوچک‌ترین کاشی که بدون شکست این مستطیل را پر می‌کند کاشی به ضلع ۱ می‌باشد.
 ۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟
 در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



$$۴ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$$

جعبه‌ی دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵ سانتی‌متر
 ۱۲ عدد ۲۴ سانتی‌متر
 ۵ عدد ۳۰ سانتی‌متر

عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

فرآیند
می‌گیرید



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود،

دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۶
شماره‌های ۲، ۳، ۶ پیمانه‌های مناسب برای این کار است

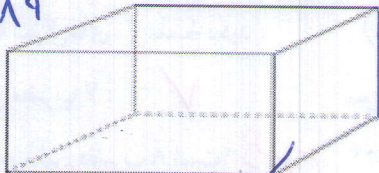
۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا

$$28 \times 36 \times 12 = 11808$$

$$4 \times 4 \times 4$$

تعداد مکعب‌ها



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$2 \times 2 = 4$$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

تنها شماره‌های مشترک

✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود.

✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است.

✓ کوچک‌ترین هکسوم علیه مشترک (با شماره‌های مشترک) هر دو عدد ۱ است

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117) = 13$$

$$(216 \text{ و } 108) = 108$$

$$(121 \text{ و } 55) = 11$$

$$214 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n \quad (4, 4) = 4, (2, 2) = 2$$

• ب.م.م دو عدد a و b شماره‌دهنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a.

$$(5, 14) = 1$$

$$(5, 15) = 5$$

کنید.

... و — و — و -4 و -7 و -3 و 0 و 3 و 4 و 9 و 12 و — و ...

مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

مضرب‌های ۷: $7, 14, 21, \dots$

۵، ۱۵، ۱۵، ۵ : مضرب های ۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ یعنی مضربها ادامه دارد

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

40 دھمین مضرب ۹ :

۱۸ سومین مضرب ۶:

اولین مضرب ۷ :

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ چهارمین

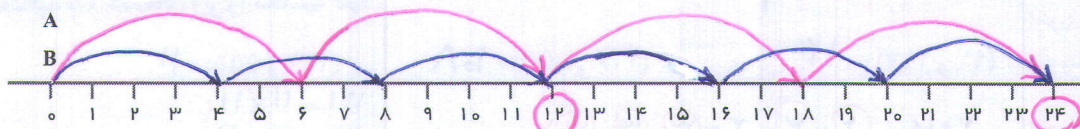
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ چهارمین ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ بیست و دومین

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟ **نیم**

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟

در یک بازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره

روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟ (حسابت حل شده دوباره مهره مساوی است)



4 مضارب : 4, 12, 18, 24, ...

مضارب مشترک : ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

۴ مضارب: ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ...

۱۲: کوچک ترین مضرب مشترک

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[۶ و ۴] = ۱۲$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

مضارب ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

[۱۲ و ۱۸] = ۳۶ مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ...

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{18}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{12}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 و 12] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A و B] = 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

ششمین مضرب - عدد ۲۴ است.

۴ شمارنده ۲۴ است.

چهارمین مضرب ۴ عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[۶ و ۹] = ۱۸$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60}$$

$$[۱۵ و ۲۰] = ۶۰$$

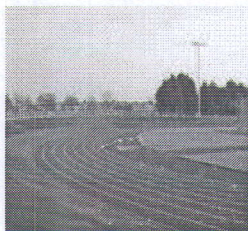
$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36}$$

$$[۱۲ و ۱۸] = ۳۶$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می کند.
 اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می کند. ساعت ۱۲ ظهر
 دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور
 همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟ $\frac{1}{2}$ دقیقه بعد
 یعنی ساعت ۱۳ $[20, 30] = 60$

۲- یک پیست دو میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.
 امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل
 پیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و



امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟
 مضربهای ۳۵ : ۳۵, ۷۰, ۱۰۵, ۱۴۰, ۱۷۵, ۲۱۰
 مضربهای ۲۱ : ۲۱, ۴۲, ۶۳, ۸۴, ۱۰۵, ۱۲۶, ۱۴۷, ۱۶۸, ۱۸۹, ۲۱۰
 پس از ۱۰۵ دقیقه $[35, 21] = 105$

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۳۰ و ۷ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده ی تقسیم ۲۱۰ بر ۳۰ برابر صفر می شود
 آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۳۰ و ۷ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده ی تقسیم ۴۲۰ بر ۳۰ برابر صفر است
 دو عدد ۳۰ و ۷ چند مضرب مشترک دارند؟ بی شمار



۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

$$[18, 4] = 18$$

□ اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است.

□ اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

□ ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$$[10, 1] = 10$$

$$n = [1, n] \quad \square$$

$$[10, 10] = 10$$

$$n = [n, n] \quad \square$$

$$(12, 8) = 4, [12, 8] = 24$$

□ ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. $\frac{1}{2}$ بی نظیری ۲۴ می باشد

$$12 \times 8 = 4 \times 24$$

□ حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$$(20, 30) = 10$$

$$(5, 7) = 1$$

$$(15, 3) = 3$$

$$[12, 4] = 12$$

$$[30, 50] = 150$$

$$(38, 19) = 19$$

$$[15, 30] = 30$$

$$(4, 9) = 1$$

$$[4, 9] = 36$$

$$[3, 2, 7] = 42$$

$$(3, 2, 7) = 1$$

$$[4, 6] = 12$$

۶ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.م □ ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ نوشتن شمارنده‌های یک عدد □ پیدا کردن عددهای اول

□ پیدا کردن شمارنده اول یک عدد □ ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول

□ پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

□ تجزیه عدد به شمارنده‌های اول

□ پیدا کردن ب.م.م دو عدد □ نوشتن مضرب‌های یک عدد

□ پیدا کردن ک.م.م دو عدد □ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

کاربرد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. $4, 3$ شمارنده‌های 12 من باشند، 12 مضرب 3 و 4 هست

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

۳- عددهای اول بین 50 تا 80 را بنویسید. $[72, 60] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$$53, 59, 61, 67, 71, 73, 79$$

۴- با شمارنده‌های اول 2 و 3 دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها 6 و ک.م.م آنها 36 باشد.

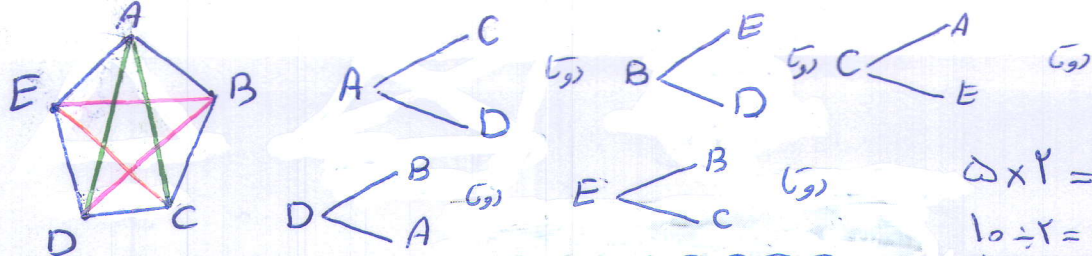
$$(18, 12) = 6, [18, 12] = 36$$

$$(4, 36) = 4, [4, 36] = 36$$

با استفاده از تجزیه

راهبر حرفه‌ای
حالت‌های
نا مطلوب

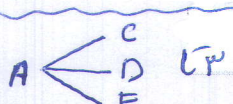
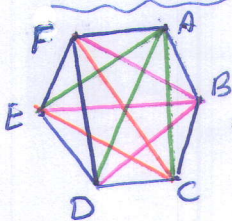
تشرین دوره ای ۳



$$5 \times 2 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

چون هر قطر دو بار تکرار شده



الگوی

$$A \rightarrow 3$$

$$D \rightarrow 3$$

$$4 \times 2 = 11$$

$$B \rightarrow 3$$

$$E \rightarrow 3$$

$$11 \div 2 = 9$$

$$C \rightarrow 2$$

$$F \rightarrow 2$$

$$11 \div 2 = 9$$

چون هر قطر دو بار تکرار شده
مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس یک n ضلعی $(n-3)$ تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به

$$\text{تعداد قطر ها} = \frac{n \times (n-3)}{2}$$

اینکه هر قطر دو بار تکرار شده داریم

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

$$\frac{4 \times 5 + 7}{3 \times 5 - 7} = \frac{20 + 7}{15 - 7} = \frac{27}{8}$$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b = 2a - 9b$$

$$9x - 8a + 2x - 3x = 11x - 8a$$

$$5a - 2a - 9a + 4b = -6a + 4b$$

$$2(a-b) - 3(b-a) = 2a - 2b - 3b + 3a = 5a - 5b$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 9x + 8 &= -10 \\ \Rightarrow 9x &= -10 - 8 \\ \Rightarrow 9x &= -18 \\ \Rightarrow x &= \frac{-18}{9} = -2 \end{aligned}$$

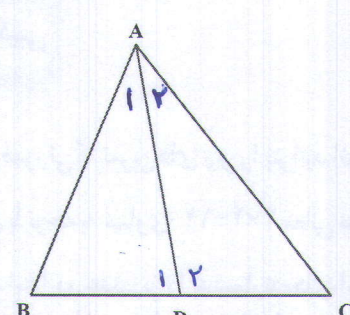
$$\begin{aligned} 4x - 4 &= 8 \Rightarrow 4x = 8 + 4 \\ \Rightarrow 4x &= 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{4} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 18 &= -12 \Rightarrow 3x = -12 - 18 \\ \Rightarrow 3x &= -30 \\ \Rightarrow x &= \frac{-30}{3} = -10 \end{aligned}$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است به ازای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. **الگوسازی**



پاره خط ها $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$

$(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$

$\hat{B}, \hat{C}$

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

راه حل خود را توضیح دهید.

به همان روش بالا تعداد پاره خط ها را بدست آورید

روشن دوم

۱) به همان روش بالا تعداد پاره خط ها را بدست آورید
۲) سپس برای بدست آوردن تعداد قطر ها (تعداد اضلاع - تعداد پاره خط ها) را بدست آورید

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۳۴

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷، ۱۱، ۱۵، ۱۹، ۲۳، ۲۷، ۳۱، ۳۵، ۳۹، ۴۳، ۴۷، ۵۱، ۵۵، ... $+34$ $+34$
 ۱، ۱۰، ۱۹، ۲۸، ۳۷، ۴۶، ۵۵، ... $[9, 4] = 36$ ۱۹، ۵۵، ۹۱، ...

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

باز هم

(۳۶، ۷۲)

نیز داشته باشد. ۳۶

۳۶ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

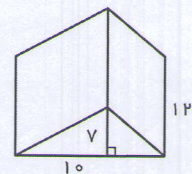
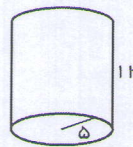
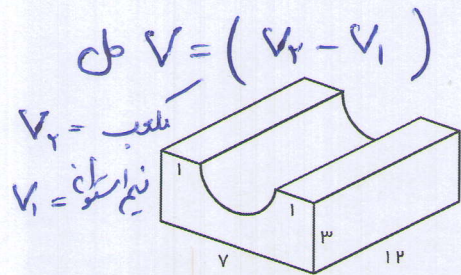
۱۰- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید. ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹، ۶۷، ۷۱، ۷۳، ۷۹، ۸۳، ۸۹، ۹۷، ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹

حرف‌های نامطلوب

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌های ۳ و ۶ و ۵ باشد.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.

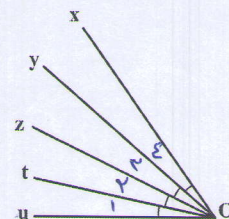
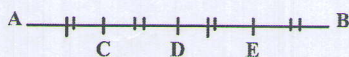


۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



باشد. $S_{\text{جانبی}} = \frac{S_{\text{جانبی استوان}}}{2} + S_{\text{مستطیل}}$
 $S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (S_{\text{نیم دایره}})$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$$AD = \dots DE$$

$$AB - DE = \dots + \dots$$

$$AE = \dots AB$$

$$AC - CE + \dots = AB$$

$$u\hat{O}t + t\hat{O}z = u\hat{O}z$$

$$x\hat{O}u = \dots y\hat{O}z$$

$$y\hat{O}u = \dots x\hat{O}u$$

$$y\hat{O}u - z\hat{O}t = \dots + \dots$$