



سال تحصیلی ۹۳-۱۳۹۲

۱۶ و ۱۷ آبان ماه

المپیادهای آزمایشی آریسک

یحق

سؤال ۱۶

مکانیک

سؤال ۵

سیالات، حرارت و ترمودینامیک

سؤال ۶

الکتربسیته ساکن و جاری

سؤال ۳

نور هندسی

سؤال ۵

فیزیک عمومی

IRanian Young Scholars Club

آزمون شماره (۱)

المپیاد فیزیک

۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

نیازی به محاسبات طولانی نیست! چون توزیع بار محدود است انتظار داریم در بی‌نهایت میدان صفر باشد پس گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند و از دو گزینه‌ی باقی مانده تنها بعد گزینه‌ی ۲، از جنس میدان است و بعد گزینه‌ی ۳ ولتاژ است.

۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک همیشه بر جهت سرعت آن عمود است لذا کار انجام شده توسط آن صفر خواهد بود. دو نیروی مغناطیسی و گرانشی نیز پایستارند و کفایت معادله‌ی بقای انرژی را بنویسیم: $\frac{1}{2}mv_1^2 + Eq\Delta x = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg\Delta y$ حال کفایت

$$v_1 = 60\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

در این مثال ارتفاع برج را ۴۰۰ متر (توجه کنید که از ۴۰۰ تا ۳۰۰۰ متر هیچ تفاوتی در محاسبات نخواهد داشت زیرا لگاریتم این دو عدد در صورت گرد کردن یکسان است) و جنس آن را آهن فرض می‌کنیم که چگالی آن تقریباً $10^4 \frac{kg}{m^3}$ (باز هم تا ۳۰۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب تفاوتی نخواهد کرد). حال فرض می‌کنیم، برج میلاد استوانه‌ای به شعاع ۵۰ متر است (تا ۳۰۰ متر نتیجه یکسان خواهد بود) که ۳۰ درصد کل حجم آن را آهن تشکیل داده یعنی: $\frac{30}{100} \times \rho h \pi r^2 = m$ که با جاگذاری اعداد داریم:

$$m = 10^4 \frac{kg}{m^3} \times 400m \times 3 / 14 \times 50^2 m^2 \times \frac{30}{100}$$

با تقریب لگاریتمی: $1kg = 10^2 \times 10^2 \times 10^4 = 10^8 kg$ که می‌شود ۱۰۰ هزار تن. جالب است بدانید وزن واقعی برج ۱۶۱ هزار تن است یعنی از نظر مرتبه جواب ما دقیقاً درست است.

۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

بیشترین سرعت در نقطه‌ی d اتفاق می‌افتد. گرچه ممکن است اندازه شتاب در ابتدای حرکت از انتهای حرکت بیشتر باشد اما در شتاب ابتدا منفی و در انتها مثبت است؛ پس شتاب انتها بزرگ‌تر است. (در مورد نمودار مکان-زمان اگر تقعر منحنی به سمت بالا باشد (یعنی

منحنی مانند آینه‌ی مقعر باشد اگر از بالا نگاه کنیم) شتاب مثبت است و اگر تقعر منحنی به سمت پایین باشد (اگر منحنی را محدب ببینیم) شتاب منفی است. در بخش b تا c هم، سرعت منفی است.

۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

ضریب انبساط حجمی سه برابر ضریب انبساط طولی است لذا حجم ثانویه جیوه و ظرف به قرار ذیل محاسبه می‌شود:

$$V_{Hg} = V_{Hg}(1 + \beta_{Hg}\Delta\theta) \quad ; \quad V_1 = V_1(1 + \beta\Delta\theta)$$

در مورد تغییرات دما می‌دانیم که دمای ثانویه 70° و دمای اولیه 20° درجه بوده است پس تغییرات دما 50° درجه است؛ اما حجم اولیه‌ی جیوه نیز در ابتدا عدد 20 درجه را نشان می‌دهد و حجم دماسنج هم خطی بوده برابر یک چندم حجم اولیه‌ی ظرف است. پس دمای خوانده شده‌ی نهایی از حاصل تقسیم دو حجم ثانویه بر هم ضرب در 100 که دمای کل دماسنج است به دست می‌آید:

$$\theta_{obs} = \frac{V_{Hg}}{V_1} \times 100 = \frac{V_{Hg}(1 + \beta_{Hg}\Delta\theta)}{V_1(1 + \beta\Delta\theta)} \times 100 = \frac{V_0(1 + \beta_{Hg}\Delta\theta)}{V_0(1 + \beta\Delta\theta)} \times 100 \Rightarrow \theta_{obs} = \frac{V_0(1 + 3 \times 10^{-3} \times 50)}{V_0(1 + 6 \times 10^{-4} \times 50)} \times 100$$

که در نهایت خواهیم داشت: $\theta_{obs} = 21/1$

۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

سطوح هم پتانسیل خط بار متناهی به شکل بیضی‌هایی خواهد بود که کانون‌هایش دو سر خط باشند. توجه کنید که شکل ۳ خطوط توزیع میدان را نشان می‌دهد نه سطوح هم پتانسیل را.

۷- گزینه‌ی ۳ درست است.

سر منفی دو باتری را به عنوان مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم؛ سپس قانون جریان را در دو گره A و B می‌نویسیم:

$$A: \frac{V_A - 3V}{10\Omega} + \frac{V_A}{10\Omega} + \frac{V_A - V_B}{10\Omega} \quad ; \quad B: \frac{V_B + 10V}{10\Omega} + \frac{V_B}{20\Omega} + \frac{V_B - V_A}{10\Omega}$$

و در نتیجه: $V_A = 10V$; $V_B = 0V$ که نتیجه‌ی جالب صفر شدن ولتاژ نقطه‌ی B است.

۸- گزینه‌ی ۲ درست است.

می‌دانیم که در روزهای یخبندان دمای عمیق‌ترین جای آب 4° درجه خواهد بود. در سطح آب دمای آب صفر درجه است اگر دما از این مقدار هم کمتر شود؛ آب یخ می‌زند و به سطح آب می‌آید (به خاطر چگالی کمترش)؛ لذا دمای لبه‌ی پایین یخ 0° و بالای آن 10° درجه زیر صفر خواهد بود. دمای دریافتی از زمین در کف دریاچه در حالت تعادل که ضخامت یخ ثابت است بایستی با دمای منتقل شده از یخ به بیرون برابری کند. برای انتقال دما هم داریم: $Q = \Delta T \frac{A\rho}{l}$, $l = 48mm$ که ρ در آن ثابت انتقال آب است.

۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

اجسامی که در هوا سقوط می‌کنند به دلیل آنکه اصطکاک هوا با سرعت آن‌ها متناسب است پس از مدتی که سرعت به حدی زیاد شد که اصطکاک با گرانش برابری کرد با سرعت ثابتی پس از آن سقوط خواهند کرد. اصطلاحاً به این سرعت، سرعت حد می‌گویند. برای آب حدوداً پس از 20 متر سقوط قطرات به سرعت حد می‌رسند. پس سرعت قطرات 100 و 200 متر از 5 متر بیشتر خواهد بود ولی با یکدیگر یکسان و برابر سرعت حد خواهد بود.

۱۰- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

در بی نهایت انتظار داریم سیستم به تعادل برسد لذا خروجی مقدار ثابتی خواهد بود. این خروجی را برابر a در نظر می گیریم. این خروجی دوباره به ورودی رفته و با ۱ جمع می شود و سپس وارد سیستم می شود تا یک سوم شود تا خروجی مرحلهی بعد را بدهد. اگر خروجی

$$\text{مرحله بعد هم } a \text{ باشد خواهیم داشت: } a = \frac{1}{2} ; a = \frac{1+a}{3}$$

۱۱- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

بایستی در فاصله ای از لیزر قرار بگیریم که در شصت ثانیه به دمای سوختن برسیم. توان بر واحد سطح بر حسب مساحت پرتو خطی است؛ لذا کفایت مساحت را بیابیم؛ که آن هم با فاصله از لیزر رابطهی خطی دارد:

$$S = AX + S_0 \Rightarrow S = \frac{10 \text{ mm}^2}{10 \text{ m}} X + 1 \text{ mm}^2$$

که X فاصله از لیزر است. حال بایستی در ۱ دقیقه به دمای اشتعال برسیم پس داریم:

$$C\Delta T = P\Delta t = Q$$

$$P = \frac{\dot{Q}}{S_1} = \frac{P_0}{\frac{10 \text{ mm}^2}{10 \text{ m}} X + 1 \text{ mm}^2}$$

که P ها در آن توان بر واحد سطح در آن فاصله اند. که در نهایت با جایگذاری دو رابطه برای X داریم: $X = 2 / 75 \text{ m}$

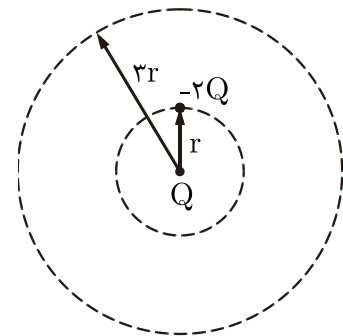
۱۲- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

با استفاده از رابطه انرژی پتانسیل الکتریکی:

$$\Delta u_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta u_e = \frac{-2Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{3r} - \frac{1}{r} \right) = \frac{-2Q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{Q^2}{3\pi\epsilon_0 r}$$

$$W_{ext} = \Delta u_e = \frac{Q^2}{3\pi\epsilon_0 r}$$



۱۳- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

بایستی مکش جاروبرقی بر گرانش غلبه کند؛ لذا مؤلفه ی گرانش در راستای لوله باید برابر باشد با کل گرانش ضرب در سینوس زاویه با افق. سطح موثر ذرات نیز چون کروی اند در مقابل اختلاف فشار دایره ای به شعاع کره خواهد بود لذا داریم:

$$\Delta P \pi r^2 = mg \sin(\epsilon_0) \Rightarrow m = \frac{\Delta P \pi r^2}{g \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

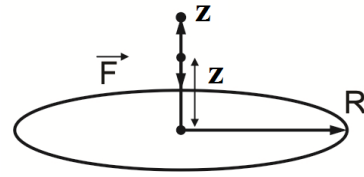
که با عدد گذاری خواهیم داشت: $m \approx 73 \text{ g}$ {الحق که جاروی قدرتمندی است!!}

۱۴- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qqx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = m\ddot{x}$$

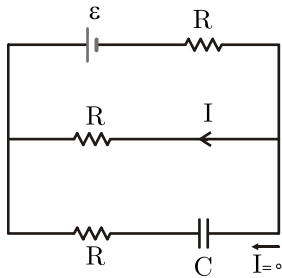
$$\Rightarrow m\ddot{x} + \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^3} x = 0, \omega_n = \sqrt{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot \frac{q}{m}}$$

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{Q\beta}{4\pi\epsilon_0 R^3}}$$



۱۵- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

بعد از $t \rightarrow \infty$ دیگر جریان از شاخه‌ای که خازن دارد، نمی‌گذرد.



$$I = \frac{\epsilon}{R + R} = \frac{\epsilon}{2R}$$

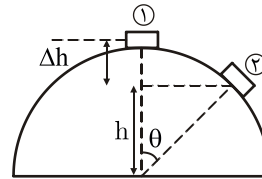
$$V_C = IR = \frac{\epsilon}{2R} \times R = \frac{\epsilon}{2}$$

۱۶- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$h = R \cos \theta, \Delta h = R - h$$

$$\sum w_i = k_f - k_i \Rightarrow mg\Delta h - w_f = k_f \Rightarrow$$

$$mg(R - h) - w_f = \frac{1}{2}mv^2 \quad (۱)$$

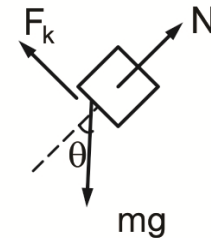


با استفاده از حرکت دایره‌ای:

$$mg \cos \theta - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = 0 : v^2 = Rg \cos \theta = gh \quad (۴)$$

$$(۱) S(۲) : mg(R - h) - w_f = \frac{1}{2}mgh$$

$$\Rightarrow mgR - w_f = \frac{3}{2}mgh \Rightarrow h = \frac{2}{3}\left(R - \frac{w_f}{mg}\right)$$



۱۷- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

گلوله در راستای x ، مسافتی برابر $20D$ و در جهت y ارتفاع h را طی می‌کند. برای حداقل مقدار D ، سرعت در هنگام خروج را برابر صفر در نظر می‌گیریم.

$$v_y = -gt + v_0 \sin 15^\circ = 0 \Rightarrow gt = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 \quad (۱)$$

$$x = (v_0 \cos 45^\circ)t = 20D \Rightarrow 20D = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 t \quad (۲)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin 45^\circ t \Rightarrow h = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 t \quad (۳)$$

$$(۱), (۲), (۳) \Rightarrow h = 10D, D = \frac{h}{10}$$

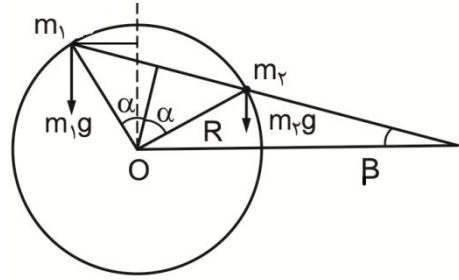
۱۸- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

برای برقراری شرط تعادل، بایستی گشتاور حول نقطه‌ی O برابر صفر باشد.

$$mg \sin(\alpha + \beta) = m_{\gamma}g \sin(\alpha - \beta)$$

$$\frac{m_{\gamma}}{m} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha} \Rightarrow$$

$$\frac{m_{\gamma}}{m} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \Rightarrow \tan \beta = \left(\frac{m_{\gamma} - m}{m_{\gamma} + m} \right) \tan \alpha$$



۱۹- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

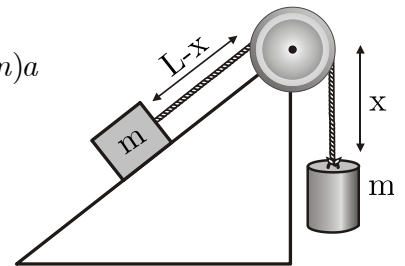
جرم نخ‌ها را بدست می‌آوریم:

$$m(x) = \frac{x}{L} m' ; \quad m(L-x) = \frac{L-x}{L} m' = \left(1 - \frac{x}{L}\right) m'$$

$$\sum f = (\gamma m + m')a \Rightarrow (m + m(x))g - (m(L-x) + m)g \sin 30^{\circ} = (m' + \gamma m)a$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{\gamma} + m'g \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{\gamma} + \frac{x}{\gamma L} \right) = (m' + \gamma m)a \Rightarrow$$

$$\frac{mg}{\gamma} + \frac{m'g}{\gamma} \left(\gamma \frac{x}{L} - 1 \right) = (m' + \gamma m)a \Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{m + m' \left(\gamma \frac{x}{L} - 1 \right)}{\gamma (m' + \gamma m)}$$



۲۰- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

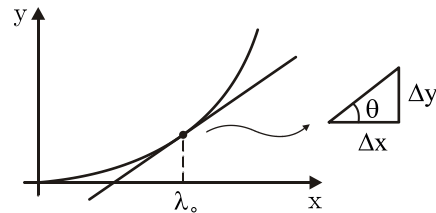
با رسم شکل، و با استفاده از قضیه هندسی تالس، مشاهده می‌شود که ابعاد لکه نورانی، همواره دو برابر ابعاد آینه است و به موقعیت و فاصله آینه از منبع نور وابسته نیست.

۲۱- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_0 \lambda_y \Delta T}{x_0 \lambda_x \Delta T} = \frac{\lambda_y \cdot y_0}{\lambda_x \cdot x_0} \quad (1)$$

$$\tan \theta = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = \gamma x_0 \quad (2)$$

$$(1), (2) : \frac{y_0 \lambda_y}{x_0 \lambda_x} > \gamma x_0 \Rightarrow \lambda_y y_0 > \gamma x_0^2 \lambda_x \xrightarrow{y_0 = x_0^{\gamma}} \gamma \lambda_x < \lambda_y$$

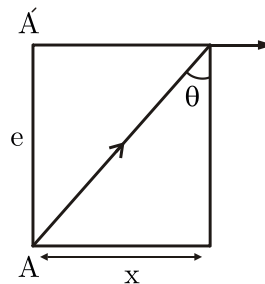


۲۲- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

با استفاده از زاویه حد.

$$n \sin \theta = n' \Rightarrow \frac{n}{n'} = \frac{1}{\sin \theta} , \quad \sin \theta = \frac{L}{\sqrt{L^2 + e^2}}$$

$$\therefore \frac{n}{n'} = \frac{\sqrt{L^2 + e^2}}{L}$$



۲۳- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$Q_1 = \frac{W}{L} ; \quad Q_1 = \alpha(T_e - T_0) \text{ گرمای خروجی از پمپ}$$

(۵)

$$\eta = 1 - \frac{T_0}{T_e} \Rightarrow w = \frac{\alpha}{T_e} (T_e - T_0)^2 \Rightarrow \frac{W}{\alpha} T_e = T_e^2 + T_0^2 - 2T_e T_0 \Rightarrow T_e^2 - (2T_0 + \frac{w}{\alpha}) T_e + T_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow T_e = T_0 + \frac{w}{2\alpha} + \sqrt{\frac{T_0 w}{\alpha} + (\frac{w}{2\alpha})^2}$$

۲۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

با استفاده از تحلیل های ابعادی (دیمناسیون) این مسئله را حل می کنیم.

پارامترهای مسئله: r, G, C, M, θ است که در این بین θ مجهول است. $\theta = M^\alpha G^\beta C^\gamma r^\lambda$

می دانیم که θ (زاویه) بدون دیمناسیون است؛ بنابراین ترکیب بالا نیز باید بدون دیمناسیون باشد. همچنین دیمناسیون G را از قانون گرانش نیوتن بدست می آوریم.

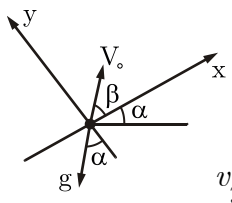
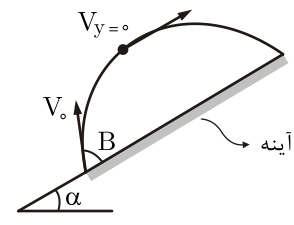
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow G = \frac{F r^2}{m_1 m_2} = \frac{MLT^{-2}L^2}{M^2} = M^{-1}L^2T^{-2}$$

$$1 = M^\alpha (M^{-1}L^2T^{-2})^\beta (LT^{-1})^\gamma L^\lambda \Rightarrow 1 = M^{\alpha-\beta} L^{2\beta+\gamma+\lambda} T^{-2\beta-\gamma} \Rightarrow \begin{cases} \alpha - \beta = 0 \\ 2\beta + \gamma + \lambda = 0 \\ -2\beta - \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta = \alpha \\ \lambda = -2\beta - \gamma = -2\alpha + 2\phi = -\alpha \\ \gamma = -2\beta = -2\alpha \end{cases} \Rightarrow \theta = M^\alpha G^\alpha C^{-2\alpha} r^{-\alpha} = (\frac{MG}{rc^2})^\alpha \Rightarrow \theta = \frac{MG}{rc^2}$$

۲۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

با انتخاب محورهای مختصات مطابق شکل و نوشتن روابط سرعت در دو راستا به راحتی به جواب می رسمیم.



$$v_y = v_0 \sin \beta - g \cos \alpha t$$

در ارتفاع اوج پرتاب نسبت برآیند سرعت v_y صفر است.

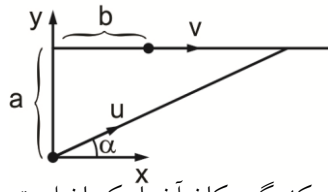
$$v_y = 0 \Rightarrow v_0 \sin \beta - g \cos \alpha t = 0 \rightarrow t = \frac{v_0 \sin \beta}{g \cos \alpha}$$

۲۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

هر جلد به طور متوسط ۴۰۰ صفحه، ابعاد هر صفحه مانند A_4 یعنی حدوداً $21 \times 30 \text{ cm}$ با در نظر گرفتن حاشیه صفحه، در هر صفحه ۲۵ خط وجود دارد و در هر خط ۲۰ کلمه.

$$40 \times 400 \times 25 \times 20 = 1/6 \times 10^3 \times 5 \times 10^2 = 8 \times 10^5$$

۲۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



هنگام رسیدن شخص و اتوبوس به یکدیگر مکان آن ها یکسان است:

شخص $\begin{cases} x = u \cos \alpha t \\ y = u \sin \alpha t \end{cases}$ اتوبوس $\begin{cases} x = b + vt \\ y = a \end{cases}$

$$\begin{cases} u \cos \alpha t = b + vt \rightarrow \cos \alpha = \frac{b + vt}{ut} \\ u \sin \alpha t = a \rightarrow \sin \alpha = \frac{a}{ut} \end{cases} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

T زمان رسیدن شخص به اتوبوس است.

$$\Rightarrow \left(\frac{b+vt}{ut}\right)^2 + \left(\frac{a}{ut}\right)^2 = 1 \Rightarrow b^2 + v^2 t^2 + 2bvt + a^2 = u^2 t^2 \Rightarrow (v^2 - u^2)t^2 + 2bvt + a^2 + b^2 = 0$$

شرط وجود جواب برای t بزرگتر بودن Δ از صفر است:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (2bv)^2 - 4(v^2 - u^2)(a^2 + b^2) \geq 0 \Rightarrow b^2 v^2 - v^2 a^2 - v^2 - b^2 + u^2 a^2 + u^2 b^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow u^2(a^2 + b^2) \geq a^2 v^2 \Rightarrow u^2 \geq \frac{a^2}{a^2 + b^2} v^2 \Rightarrow u \geq \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} v$$

۲۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

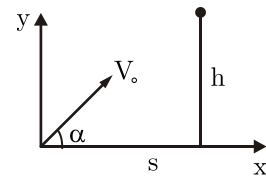
معادله مسیر پرتابه:

$$y = \tan \alpha x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \Rightarrow h = \tan \alpha \times s - \frac{gs^2}{2v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{gs^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha - s \tan \alpha + h + \frac{gs^2}{2v_0^2} = 0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow s^2 - 4 \frac{gs^2}{2v_0^2} \left(h + \frac{gs^2}{2v_0^2}\right) \geq 0 \Rightarrow \frac{v_0^2}{2g} \geq h + \frac{gs^2}{2v_0^2}$$

$$\Rightarrow v_0^4 \geq 2ghv_0^2 + g^2 s^2 \Rightarrow v_0^4 - 2ghv_0^2 - g^2 s^2 \geq 0$$



دلتهای عبارت بالا همواره بزرگتر از صفر است.

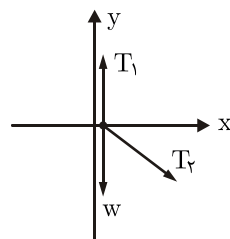
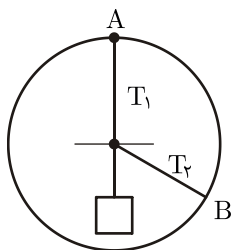
$$v_0^2 = \frac{2gh \pm \sqrt{(2gh)^2 + 4g^2 s^2}}{2} = gh \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{s^2}{h^2}} \right]$$

علامت مثبت مورد قبول است (چرا؟)

$$\Rightarrow v_0^2 = gh \left[1 + \sqrt{1 + \frac{s^2}{h^2}} \right]$$

۲۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

دوره تناوب جسم-فنر از رابطه ی $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ بدست می آید. همانطور که مشهود است این عبارت هیچ ارتباطی به شتاب محل آزمایش ندارد.

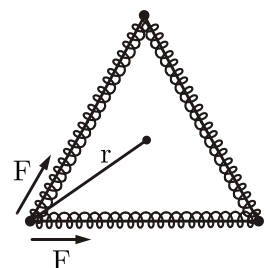


۳۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

تصویر حالت نهایی مطابق شکل روبرو است:

از تعادل نیروها واضح است که T_2 برابر صفر می باشد (چرا؟)

۳۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.



$$f = KL \quad ; \quad 2F \cos 30^\circ = m r \omega^2$$

$$2 \times KL \times \frac{\sqrt{3}}{2} = m \left(\frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2L\right) \omega^2 \Rightarrow K = \frac{2}{3} m \omega^2$$

مقدار تغییر طول فنر است.

۳۲- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

در هر سه نقطه‌ی a, b, c ، نیرو بر سرعت عمود است. بنابراین:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow \begin{cases} V_a = \sqrt{\frac{GM}{r_a}} & \frac{R}{3} \leq r_a \leq \frac{R}{2} \\ V_b = \sqrt{\frac{GM}{r_b}} & 2R < r_b < 3R \\ V_c = \sqrt{\frac{GM}{r_c}} & r_c = R \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} \leq V_a \leq \sqrt{\frac{3GM}{R}} \quad \sqrt{2}V_c \leq V_a \leq \sqrt{3}V_c \quad ; \quad \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{GM}{R} \leq V_a \leq \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{GM}{R} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} V_c \leq V_b \leq \frac{1}{\sqrt{2}} V_c$$

$$V_c = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad V_a > V_c \quad V_b < V_c$$

$$\Rightarrow 1 \cdot V_b > V_a > V_c$$

۳۳- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

با استفاده از تحلیل ابعادی (دیمانسیون) مسئله حل می‌شود.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

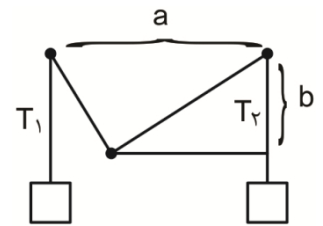
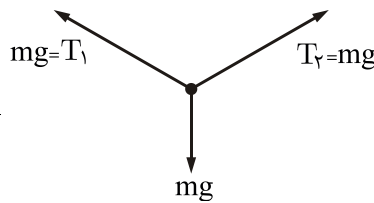
فقط گزینهی ۱ دیمانسیون مدل دارد.

$$R = \frac{PV}{nT} = ML^3T^{-2}m^{-1}k^{-1} \quad ; \quad V_m = L^3 \quad ; \quad n = m \quad ; \quad T = k$$

۳۴- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

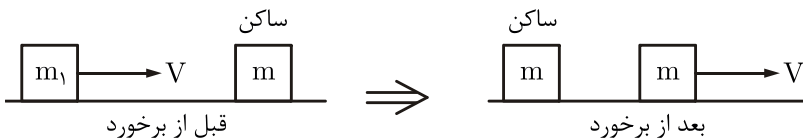
سه نیروی یکسان هنگامی با هم برابر هستند که زاویه بین آن‌ها 120° باشد.

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{a/2}{b} = \frac{a}{2b} \Rightarrow \frac{a}{b} = 2 \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}$$



۳۵- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

ابتدا مسئله برخورد دو جسم یکسان را بررسی می‌کنیم.



با استفاده از بایستگی تکانه و انرژی به راحتی اثبات می‌شود که در برخورد دو جسم یکسان سرعت‌ها تبادل می‌شوند یعنی جسم متحرک ساکن شده و جسم ساکن با سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند.

