

انتگرال روی نواحی صفحه‌ای (دستگاه مختصات قطبی)

۱. نواحی زیر را به صورت شعاعی توصیف کنید.

(۱) درون مثلثی با رئوس $(0, 1)$ ، $(0, 2)$ و $(1, 1)$.

(۲) درون دایره‌ای به مرکز $(-1, 0)$ و شعاع یک.

(۳) ناحیه بین دوابر $r = \sin \theta$ و $r = \cos \theta$.

۲. مساحت نواحی زیر را به دست آورید.

(۱) ناحیه محدود به یک برگ از $r = \cos 3\theta$

(۲) ناحیه بین $r = 1 + \cos \theta$ و $r = 1 - \cos \theta$

۳. انتگرال‌های زیر را در ناحیه داده شده محاسبه کنید.

$$(۱) \int_R x^2 y \, dA \quad R \text{ درون منحنی قطبی } r = 2 + \cos \theta$$

$$(۲) \int_R 9 - x^2 - y^2 \, dA \quad R \text{ بخشی از درون دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع یک واقع در ربع اول}$$

$$(۳) \int_R \frac{1}{y} \, dA \quad R \text{ ناحیه محدود به برگی از منحنی } r = \sin 3\theta \text{ واقع در ناحیه دوم}$$

۴. انتگرال‌های دوگانه زیر را محاسبه کنید.

$$(۱) \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dy \, dx$$

$$(۲) \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \sin(1 - x^2 - y^2) \, dx \, dy$$