

## زنگ حل مساله: (هفته‌ی هفتم)



😊.  $n$  گلوله با وزن‌های متفاوت و یک ترازوی دو کفه‌ای داریم. ثابت کنید حداکثر با  $2 - \left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor$  بار وزن کردن می‌توان

سبک‌ترین و سنگین‌ترین را فهمید

😊. ثابت کنید هر چند ضلعی محدب به مساحت ۱ را می‌توان در یک مستطیل به مساحت ۲ جا داد.

😊. خیکوله در مبدا مختصات قرار گرفته است. او در  $n$  مرحله حرکات زیر را انجام می‌دهد:

در مرحله‌ی  $i$  ام ( $1 \leq i \leq n$ ) او باید دقیقاً  $i$  واحد در یکی از چهار جهت (بالا، راست، پایین و چپ) حرکت کند. در صورتیکه خیکوله بتواند در انتها به خانه‌ی  $(x, y)$  برسد، این خانه را علامت می‌زنیم. چه خانه‌هایی علامت زده می‌شوند؟

😊. فرض کنید  $P(n)$  تعداد افرازیهای عدد طبیعی  $n$  باشد، ثابت کنید:

$$P(n) \leq \frac{P(n-1) + P(n+1)}{2}$$

😊.  $G$  یک گراف کامل جهت‌دار قویا همبند است (از هر راسی به هر راس دیگر می‌توان رسید). ثابت کنید در این گراف

دور به هر طولی بین ۳ تا  $n$  وجود دارد.

سوال هفته‌ی گذشته:

😊.  $2n$  نقطه سفید و  $2n$  نقطه سیاه در صفحه طوری قرار دارند که هیچ ۳ نقطه‌ای روی یک خط نیستند. ثابت کنید خطی

در صفحه وجود دارد که از هر رنگ  $n$  نقطه در ۲ سمت خط قرار گیرد.

راهنمایی: یک خط تصادفی در نظر بگیرید. خط را یک دور کامل بچرخانید و ثابت کنید در این چرخش لحظه‌ای وجود

دارد که شرایط مسئله برقرار است.

روزگاری ست که سودای بتان دین من است غم این کار نشاط دل غمگین من است

دیدن روی تو را دیده‌ی جان بین باید وین کجا مرتبه‌ی چشم جهان بین من است