

جزوه ماشین‌های الکتریکی ۲

بهروز آدینه

فهرست مطالب

۳	مدارهای مغناطیسی	۱
۳	مقدمه	۱-۱
۴	رابطه بین جریان و شدت میدان مغناطیسی	۲-۱
۵	رابطه بین شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی	۳-۱
۷	مدار معادل مغناطیسی	۴-۱
۹	منحنی مغناطیس‌شوندگی	۱-۴-۱
۱۲	مدار معادل مغناطیسی برای سازه‌ای متشکل از چند ماده مغناطیسی	۲-۴-۱
۱۸	اثر فاصله هوایی	۵-۱
۲۱	مدارهای مغناطیسی غیرخطی	۶-۱
۲۶	اندوکتانس	۷-۱
۲۹	پس‌ماند (هیستریزیس)	۸-۱
۳۳	هسته‌های دلتا ماکس	۱-۸-۱
۳۴	تلفات پس‌ماند (تلفات هیستریزیس)	۲-۸-۱
۳۵	تلفات جریان گردابی (فوکو)	۳-۸-۱
۳۷	تلفات هسته	۴-۸-۱
۳۸	تحریک سینوسی	۹-۱

فصل ۱

مدارهای مغناطیسی

۱-۱ مقدمه

امتیاز اساسی به کار گرفتن ماده مغناطیسی در ماشین‌های الکتریکی، به این دلیل است که چگالی شار^۲ بزرگی در ماشین حاصل شود و بالمال به تولید گشتاوری^۳ زیاد یا خروجی افزونی به ازای واحد حجم منجر می‌گردد. به سخنی دیگر با به کارگیری مواد مغناطیسی ابعاد ماشین الکتریکی به نحو چشم‌گیری کاهش می‌یابد [۱].

مدارهای مغناطیسی ماشین‌های الکتریکی ممکن است فقط از مواد فرومغناطیسی^۴ تشکیل شده باشند (ترانسفورماتورها)، یا از مواد فرومغناطیسی در پیوند با شکاف هوایی (فاصله هوایی)^۵ فراهم شده باشند (ماشین‌های الکتریکی دوار). در اکثر ماشین‌های الکتریکی به جز ماشین‌های با آهن‌ربای دائم^۶، میدان مغناطیسی یا شار^۷ به کمک عبور جریان الکتریکی از سیم‌پیچ‌های^۸ که بر روی مواد مغناطیسی پیچیده می‌شود، ایجاد می‌گردد [۱].

میدان الکتریکی از بارهای الکتریکی ساکن نشأت می‌گیرند. اگر بارهای الکتریکی با سرعتی یکنواخت به حرکت درآیند، اثر ثانویه یعنی مغناطیس شکل می‌گیرد. نتیجه آنکه میدان مغناطیسی از بارهای الکتریکی متحرک حاصل می‌شود. از آنجائیکه بارهای الکتریکی متحرک موجب جریان الکتریکی هستند، لذا جریان‌های الکتریکی منابع اصلی میدان‌های مغناطیسی محسوب می‌شوند [۲].

²Flux Density

³Torque

⁴Ferro Magnetic Materials

⁵Air Gap

⁶Permanent Magnet Machines

⁷Flux

⁸Coils

۲-۱ رابطه بین جریان و شدت میدان مغناطیسی

در آغاز رابطه بین جریان یک سیم پیچ (i) و شدت میدان مغناطیسی^۱ حاصله توسط جریان (H) را مورد بررسی قرار می‌دهیم. هرگاه از یک هادی جریان عبور کند، میدان مغناطیسی در اطراف هادی شکل می‌گیرد (شکل ۱-۱). جهت خطوط شار یا شدت میدان مغناطیسی توسط قانون شست^۲ دست معین می‌شود. طبق این قانون، اگر هادی با دست راست نگه‌داشته شود به نحوی که انگشت شست در جهت جریان باشد، در این صورت سرانگشتان دیگر جهت شدت میدان مغناطیسی را نشان خواهد داد [۱].



fig1

شکل ۱-۱: میدان مغناطیسی در گرداگرد یک هادی حامل جریان و قانون دست راست

رابطه بین جریان و شدت میدان مغناطیسی از قانون مداری آمپر^۳ حاصل می‌شود. طبق این قانون، انتگرال خطی شدت میدان مغناطیسی بر روی هر مسیر مسدود^۴ معادل مجموعه جریان‌هایی است که بواسطه آن مسیر مسدود احاطه می‌شود [۱].

با توجه به شکل ۲-۱ داریم [۱]:

$$\oint H \cdot dl = \sum i = i_1 + i_2 - i_3 \quad (1-1) \quad \text{eq1}$$

در این رابطه H شدت میدان مغناطیسی در یک نقطه بر روی مسیر بسته است و dl طول جزئی (دیفرانسیل طول) در همان نقطه می‌باشد. اگر θ زاویه بین بردارهای H و dl باشد، داریم [۱]:

$$\oint H dl \cos \theta = \sum i \quad (2-1) \quad \text{eq2}$$

اکنون یک هادی^۵ را در نظر بگیرید که جریانی همچون شکل ۳-۱ از آن بگذرد. برای دست‌یابی به رابطه‌ای جهت شدت میدان مغناطیسی در فاصله r نسبت به هادی، دایره‌ای به شعاع r رسم می‌کنیم. در هر نقطه از این

¹Magnetic Field Intensity

²Thumb Rule

³Amper's Circuit Law

⁴Contour

⁵Conductor

۳-۱. رابطه بین شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی

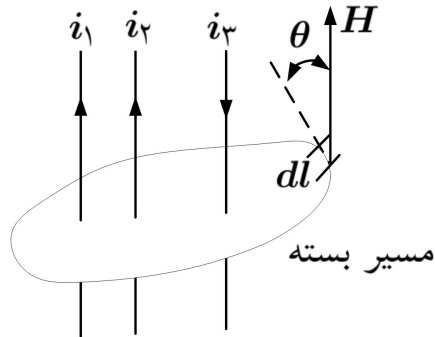


fig2

شکل ۲-۱: قانون مداری آمپر

مسیر مدور H و dl هم‌سو هستند. به سخنی دیگر θ معادل صفر است. باید گفت به سبب تقارن، H در همه نقاط این مسیر مدور و مسدود یکسان خواهد بود. لذا از رابطه (۲-۱) داریم [۱]:

$$\oint H \cdot dl = i \Rightarrow \oint H dl \cos 0 = H \int dl = i \Rightarrow H \cdot 2\pi r = i \Rightarrow H = \frac{i}{2\pi r} \quad (3-1) \quad \text{eq3}$$

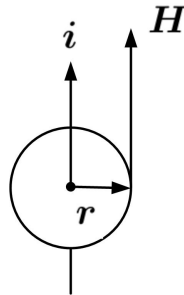


fig3

شکل ۳-۱: تعیین شدت میدان مغناطیسی ناشی از هادی حامل جریان

۳-۱ رابطه بین شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی

شدت میدان مغناطیسی در هر جا که باشد، چگالی شار مغناطیسی (B) را پدید می‌آورد و این دو کمیت این‌گونه به هم وابسته‌اند [۱]:

$$B = \mu H \quad \frac{\text{weber}}{\text{m}^2} \quad \text{یا} \quad \text{tesla} \quad (4-1) \quad \text{eq4}$$

$$B = \mu_r \mu_0 H \quad \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \quad \text{یا} \quad \text{T} \quad (5-1) \quad \boxed{\text{eq5}}$$

باید دانست [۱]:

۰۱. μ_0 خصیصه‌ای از محیط است و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی^۱ محیط (پرمابلیته) نام دارد.

۰۲. μ_0 ضریب نفوذپذیری مغناطیسی فضای آزاد بوده و برابر $4\pi \times 10^{-7}$ است. واحد این ضریب هانری بر متر است.

۰۳. μ_r ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی^۲ محیط نام دارد.

در فضای آزاد یا هادی‌های الکتریکی همچون مس و آلومینیوم یا عایق‌ها، مقدار μ_r برابر یک است. اما در مواد مغناطیسی مانند آهن، کبالت و نیکل، μ_r از چندین صد تا چندین هزار تغییر می‌کند. μ_r در مواد مغناطیسی به کار رفته در ماشین‌های الکتریکی در محدوده ۲۰۰۰ تا ۶۰۰۰ تغییر می‌کند. هرچه μ_r بزرگتر باشد، به ازای جریان کمتری چگالی شار افزونی در ماشین حاصل می‌شود [۱].

همچنین می‌توان قانون آمپر را به شکل زیر نوشت [۲]:

$$\oint B \cdot dl = \mu \sum i \quad (6-1) \quad \boxed{\text{eq6}}$$

از نقطه نظر تغییرات B برحسب i می‌توان مواد را به دو دسته تقسیم کرد [۲]:

۰۱. مواد غیرمغناطیسی^۳، همچون عایق‌ها و فلزاتی که نفوذپذیری مغناطیسی آن‌ها از نظر مقاصد عملی معادل μ_0 است.

۰۲. مواد مغناطیسی که به گروه آهن مربوط شده و به آن‌ها مواد فرومغناطیسی نیز گفته می‌شود. B برحسب i غیرخطی است.

مواد فرومغناطیس را نیز می‌توان به دو دسته تقسیم نمود [۲]:

۰۱. مواد فرومغناطیس نرم^۴ که در آن‌ها خطی کردن تغییرات B برحسب i امکان‌پذیر است و از تقریب خوبی برخوردار می‌باشد.

¹Permeability

²Relative Permeability

³Nonmagnetic Materials

⁴Soft

۲. مواد فرومغناطیس سخت^۱ که در آن‌ها تعریف نفوذپذیری مغناطیسی مشکل است و اینگونه مواد برای

ساخت مغناطیس دائم مناسب هستند.

باید دانست که عموماً در مواد فرومغناطیس نرم چگالی شار بخاطر جریان حاصل می‌شود اما در مواد

فرومغناطیس سخت، B بخاطر دو عامل جریان و خاصیت مغناطیس‌شوندگی ماده بروز می‌نماید [۲].

۴-۱ مدار معادل مغناطیسی

شکل ۴-۱ یک مدار مغناطیسی ساده را نشان می‌دهد که هسته مغناطیسی حلقه‌گونی را دارد و چنبره^۲

نامیده می‌شود. گیریم به دور چنبره مغناطیسی یک سیم‌پیچ N دوری (حلقه‌ای)^۳ پیچیده شده باشد و از آن

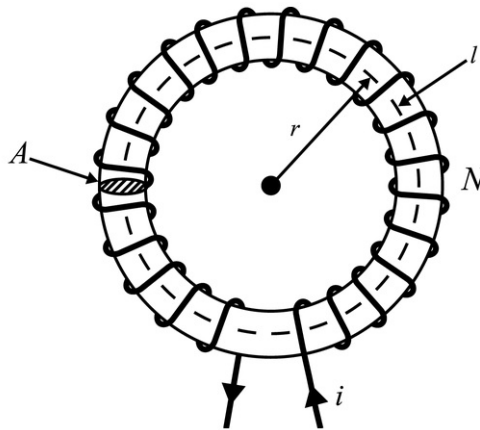
جریان i عبور کند. در این صورت شار مغناطیسی که عمدتاً درون ماده هسته محبوس می‌گردد، شکل می‌گیرد.

شار بیرون چنبره به اندازه‌ای ناچیز است که در مقاصد عملی می‌توان از آن چشم‌پوشی نمود. این شار به شار

نشئی^۴ معروف است. در شکل ۴-۱ مسیری به شعاع r را در نظر بگیرید. شدت میدان مغناطیسی بر روی این

مسیر H بوده و طبق قانون مداری آمپر داریم [۱]:

$$\oint H \cdot dl = Ni \Rightarrow Hl = Ni \Rightarrow H2\pi r = Ni \quad (۷-۱)$$



شکل ۴-۱: مدار مغناطیسی چنبره‌ای شکل

fig4

¹Hard

²Toroid

³Turns

⁴Leakage

کمیت Ni نیروی محرکه مغناطیسی^۱ یا mmf نامیده می‌شود و واحد آن آمپر دور می‌باشد. به سهولت

داریم [۸]:

$$Hl = Ni = F \Rightarrow H = \frac{N}{l} i \quad \frac{At}{m} \quad (۸-۱) \quad \boxed{\text{eq7}}$$

از روابط (۴-۱) و (۸-۱) داریم [۸]:

$$B = \frac{\mu Ni}{l} \quad T \quad (۹-۱) \quad \boxed{\text{eq8}}$$

گیریم همگی شار در چنبره محبوس باشد، یعنی شار نشتی در میان نباشد، شاری که از سطح مقطع چنبره

می‌گذرد این چنین است [۸]:

$$\phi = \int B dA \Rightarrow \phi = BA \quad Wb \quad (۱۰-۱) \quad \boxed{\text{eq9}}$$

در این روابط B چگالی شار متوسط هسته و A سطح مقطع چنبره است. چگالی شار متوسط می‌تواند با

مسیری به شعاع متوسط چنبره متناظر گردد. اگر H شدت میدان مغناطیسی این مسیر باشد، آنگاه از روابط

(۹-۱) و (۱۰-۱) داریم [۸]:

$$\phi = \frac{\mu Ni}{l} A = \frac{Ni}{\frac{l}{\mu A}} = \frac{Ni}{\text{Re}} = \frac{F}{\text{Re}} \quad (۱۱-۱)$$

که:

$$\text{Re} = \frac{l}{\mu A} = \frac{1}{P} \quad \frac{At}{Wb} \quad (۱۲-۱) \quad \boxed{\text{eq10}}$$

R مقاومت مغناطیسی^۲ (رلوکتانس) و P هدایت مغناطیسی^۳ (پرمانس) نامیده می‌شوند [۸].

از روابط (۱۰-۱) و (۱۲-۱) در می‌یابیم که:

۰۱. اگر نفوذپذیری مغناطیسی ماده زیاد باشد، مقاومت مغناطیسی کم شده و لذا شار بیشتری در ماده شکل

می‌گیرد.

۰۲. اگر نفوذپذیری مغناطیسی ماده کم باشد، مقاومت مغناطیسی زیاد شده و لذا شار کمتری در ماده به از

mmf مشابهی شکل می‌گیرد.

¹Magnetic Motive Force

²Reluctance

³Permeance

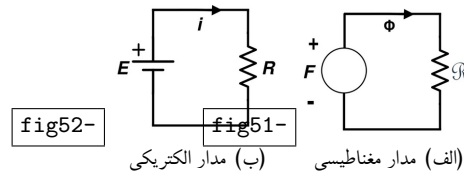
۴-۱. مدار معادل مغناطیسی

۹

اگر a و b به ترتیب شعاع داخلی و خارجی چنبره باشند، آنگاه شعاع متوسط آن به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲]:

$$r = a + \frac{b-a}{2} \quad (۱۳-۱)$$

رابطه (۱۲-۱) نشان می‌دهد که نیروی تحریک‌کننده مدار مغناطیسی شکل ۴-۱ همان نیروی محرکه مغناطیسی (F یا Ni یا mmf) بوده و شار مغناطیسی را در برابر مقاومت مغناطیسی با رلوکتانس Re پدید می‌آورد. از این‌رو مدار مغناطیسی چنبره می‌تواند همچون مدار مغناطیسی معادلی که در شکل ۵-۱(الف) نشان داده شده نمایش داده شود.



شکل ۵-۱: تشابه مدار مغناطیسی و الکتریکی

fig5

لازم به تذکر است که رابطه (۱۲-۱) مشابه قانون اهم در یک مدار الکتریکی است ($i = \frac{E}{R}$). مدار الکتریکی مشابه در شکل ۵-۱(ب) نشان داده شده است. باید گفت همواره به مدار مغناطیسی در چهره یک مدار الکتریکی نگریسته می‌شود. تشابه این دو مدار در جدول (۱-۱) آمده است [۱].

جدول ۱-۱: کمیت‌های الکتریکی در مقایسه با کمیت‌های مغناطیسی

t1

مدار الکتریکی	مدار مغناطیسی
منبع تغذیه E یا Emf	نیروی محرکه مغناطیسی F یا mmf
جریان i	شار ϕ
مقاومت R	مقاومت مغناطیسی Re

۱-۴-۱ منحنی مغناطیس‌شوندگی

اگر در هسته چنبره شکل ۴-۱ با افزایش جریان i شدت میدان مغناطیسی افزون شود، چگالی شار در هسته مانند شکل ۶-۱ تغییر یافته و افزایش می‌یابد. به منحنی شکل ۶-۱ مشخصه $B - H$ یا منحنی مغناطیس‌شوندگی^۱ گفته می‌شود. چگالی شار در ناحیه‌ای که شدت میدان مغناطیسی اندازه‌های کمی دارد،

^۱Magnetization Curve

فصل ۰۱. مدارهای مغناطیسی

تقریباً به گونه‌ای خطی^۱ افزایش می‌یابد، در حالی که در اندازه‌های بیشتر H ، تغییرات B غیرخطی^۲ است. به عبارت دیگر ماده مغناطیسی اثر اشباع^۳ را از خود نشان می‌دهد. مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس) مسیر مغناطیسی به چگالی شار بستگی دارد. آنگاه که B کم است مقاومت مغناطیسی کوچک است و هرگاه B بزرگ باشد، مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس) نیز زیاد است. از این نظر مدار مغناطیسی با مدار الکتریکی متفاوت است. زیرا عموماً مقاومت به جریان در مدار الکتریکی بستگی ندارد، حال آنکه مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس) به چگالی شار مدار مغناطیسی وابسته است [۱].

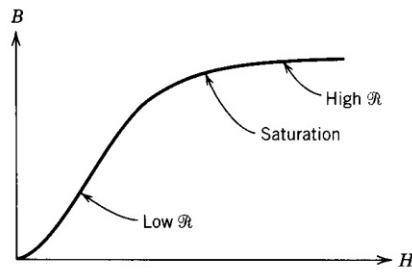


fig6

شکل ۱-۶: مشخصه $B - H$ یا منحنی مغناطیس‌شوندگی

مشخصه‌های $B - H$ هسته مغناطیسی چدن^۴، فولاد ریخته‌گری^۵ و ورق فولادی سیلیکونی^۶ در شکل ۱-۷ نشان داده شده است. واضح است اگر بخواهیم چگالی شار خاصی در این سه ماده پدید آید به جریان‌های متفاوتی نیاز داریم.

مثال ۱-۱ یک مدار مغناطیسی چمبره‌ای شکل مفروض است. شعاع متوسط^۷ ۲۵ سانتی‌متر و سطح مقطع^۸ آن ۳ سانتی‌متر مربع است. تعداد دور سیم‌پیچ ۶۰۰ دور و جریان مستقیم عبوری از آن ۱/۵ آمپر می‌باشد. نفوذپذیری مغناطیسی هسته ۱۵۰۰ است. مطلوبست:

الف) مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس هسته)

¹Linear

²Non Linear

³Saturation

⁴Cast Iron

⁵Cast Steel

⁶Silicon Sheet Steel

⁷Average Radius

⁸Cross sectional Area

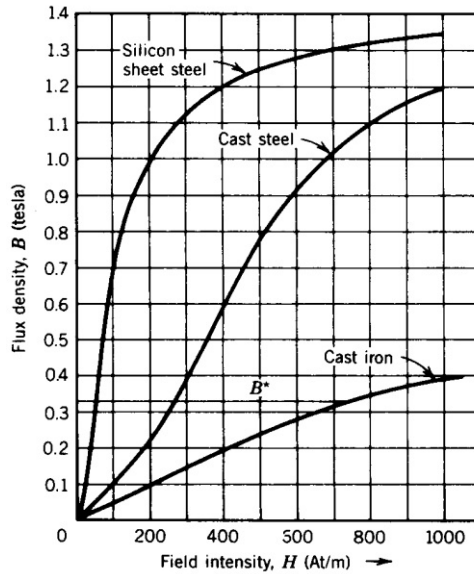


fig7

شکل ۱-۷: منحنی‌های مغناطیس‌شوندگی

(ب) MMF و H در این مدار مغناطیسی

(ج) شار و چگالی شار در هسته چنبره

حل:

(الف)

$$L_{av} = 2\pi \times 0.25 \text{ m}, \quad \mu = 1500 \times 4\pi \times 10^{-7}, \quad A = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{Re} = \frac{L_{av}}{\mu A} = \frac{2\pi \times 0.25}{1500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^{-4}} = 2.87 \times 10^6 \frac{\text{At}}{\text{Wb}}$$

(ب)

$$F = NI = 600 \times 150 = 900 \text{ At}, \quad H = \frac{F}{L_{av}} = \frac{900}{2\pi \times 0.25} = 572.96 \frac{\text{At}}{\text{m}}$$

(ج)

$$\phi = \frac{F}{\text{Re}} = \frac{900}{2.87 \times 10^6} = 3.14 \times 10^{-4} \text{ Wb} \quad B = \frac{\phi}{A} = \frac{3.14 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-4}} = 1.04 \text{ T}$$

یا به طریقی دیگر:

$$B = \mu H = 1500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 572/96 = 1/0.8,$$

$$\phi = BA = 1/0.8 \times 3 \times 10^{-4} = 3/24 \times 10^{-4} \text{Wb}$$

۲-۴-۱ مدار معادل مغناطیسی برای سازه‌ای متشکل از چند ماده مغناطیسی

اگر میدان مغناطیسی یکنواخت فرض شود، مفهوم مدارهای مغناطیسی را می‌توان به سازه‌های همچون شکل ۸-۱ که از مواد گوناگون ساخته شده‌اند، تعمیم داد. مسیر انتگرال‌گیری جهت اعمال قانون آمپر در این سازه، مسیر ahgfedcba است. طول مسیر abcde را با l_1 ، مسیر ef را با l_2 ، مسیر fgh را با l_3 و مسیر ah را با l_4 نشان می‌دهیم. طبق قانون آمپر داریم [۲]:

$$F = NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4$$

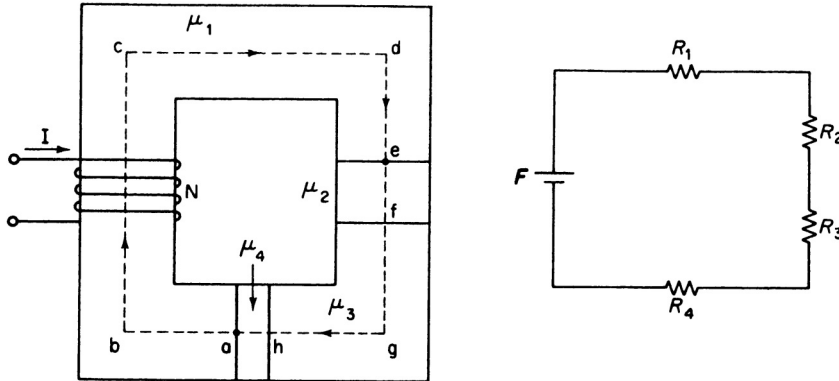


fig8

شکل ۸-۱: یک سازه مغناطیسی که از مواد گوناگون ساخته شده است

در این مدار مغناطیسی تک درجه‌ای (تک حلقه‌ای)^۱ شار در تمامی مسیرها یکسان است (از شار نشتی

صرفنظر می‌شود). لذا داریم [۲]:

$$B_1 = \frac{\phi}{A_1} \quad B_2 = \frac{\phi}{A_2} \quad B_3 = \frac{\phi}{A_3} \quad B_4 = \frac{\phi}{A_4}$$

A_4 تا A_1 سطح مقطع قسمت‌های مختلف این سازه است. می‌دانیم [۲]:

$$B_i = \mu_i H_i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

^۱Single Loop

لذا:

$$H_i = \frac{\phi}{\mu_i A_i}$$

در نتیجه:

$$F = NI = \phi \left(\frac{l_1}{\mu_1 A_1} + \frac{l_2}{\mu_2 A_2} + \frac{l_3}{\mu_3 A_3} + \frac{l_4}{\mu_4 A_4} \right) \quad (14-1)$$

با توجه به رابطه مقاومت‌های مغناطیسی (رلوکتانس‌ها) داریم: $R_i = \frac{l_i}{\mu_i A_i}$ پس در می‌یابیم:

$$F = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)\phi$$

نتیجه می‌گیریم که مقاومت‌های مغناطیسی همچون شکل ۸-۱ با هم سری می‌شوند [۲].

مثال ۲-۱ سازه یک مدار مغناطیسی در شکل ۹-۱ نشان داده شده است. اگر بخواهیم چگالی شاری معادل یک تسلا در این سازه شکل بگیرد. جریان سیم‌پیچ را حساب کنید. نفوذپذیری مغناطیسی نسبی هسته ۳۹۸۰ است [۲].

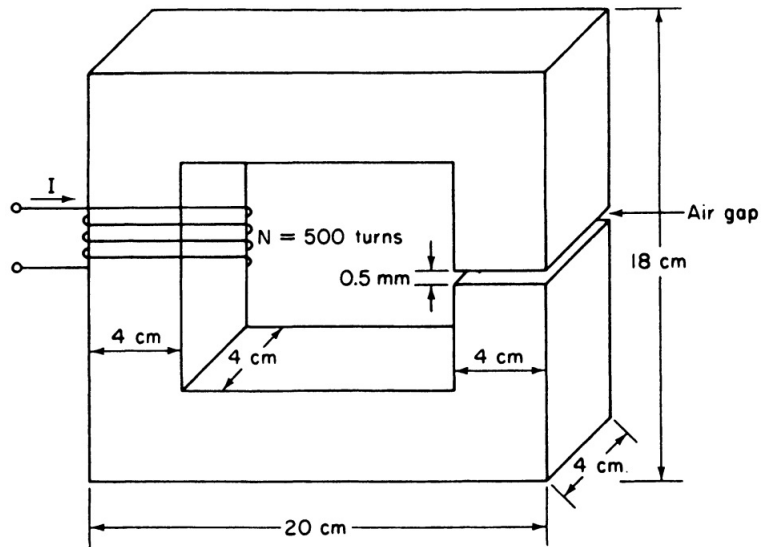


fig9

شکل ۹-۱: سازه مغناطیسی برای مثال ۲-۱

حل: با توجه به شکل طول هسته بقرار زیر است: $l_c = 2(16 + 14) = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$

همچنین طول فاصله هوایی اینچنین است: $l_g = 0.5 \text{ mm} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

سطح مقطع کل سازه بقرار زیر است: $A_g = A_c = 16 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی بقرار زیر است:

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g} = \frac{0.5 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(16 \times 10^{-4})} = 248/68 \times 10^3$$

مقاومت مغناطیسی هسته آهنی بقرار زیر است:

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.6}{(4\pi \times 10^{-7})(3980)(16 \times 10^{-4})} = 74/979 \times 10^3$$

می‌خواهیم چگالی شار معادل یک تسلا باشد، پس باید:

$$\phi = BA = (1)(16 \times 10^{-4}) = 1/6 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

MMF مورد نیاز جهت تامین شار اینچنین حساب می‌شود:

$$F = (R_g + R_c)\phi = 1/6 \times 10^{-3}(248/68 \times 10^3 + 74/979 \times 10^3) = 517/85 \text{ At}$$

$$I = \frac{F}{N} = \frac{517/85}{500} = 1/0.357 \text{ A}$$

در اینجا متذکر می‌شویم که اغلب به سیم‌پیچ موجد MMF، سیم‌پیچ تحریک^۱ و به جریان آن جریان تحریک^۲ اطلاق می‌شود. بحث‌های قبلی به مدارهای مغناطیسی تک دریچه‌ای محدود می‌شد. اما باید دانست که سازه‌ها ممکن است چند دریچه (چند حلقه‌ای^۳) نیز باشند. شکل ۱۰-۱ (الف) یک مدار مغناطیسی با سازه دو دریچه‌ای را نشان می‌دهد.

$$F = H_a l_a + H_c l_c + H_g l_g$$

طبق قانون آمپر داریم:

$$H_a = \frac{\phi}{A_a \mu}, \quad H_c = \frac{\phi}{A_c \mu}, \quad H_g = \frac{\phi}{A_g \mu}$$

با توجه به تعریف مقاومت مغناطیسی، رابطه زیر را برای حلقه سمت چپ می‌توان نوشت:

$$F = \phi R_a + \phi_1(R_c + R_g)$$

که:

$$R_a = \frac{l_a}{\mu A_a}, \quad R_c = \frac{l_c}{\mu A_c}, \quad R_g = \frac{l_g}{\mu A_g}$$

¹Excitation Winding

²Excitation Current

³Multi Loops

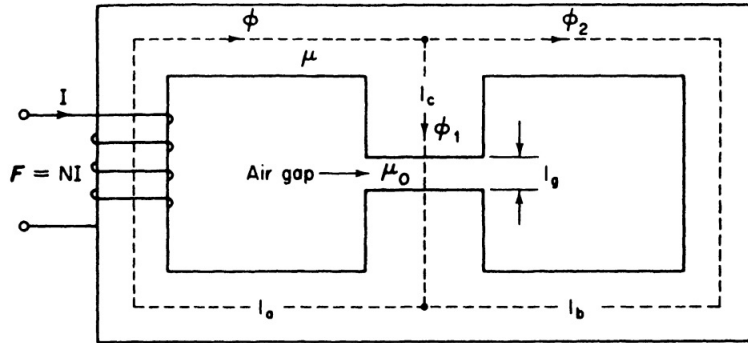


fig10a

(الف) سازه یک مدار مغناطیسی دو دریچه‌ای

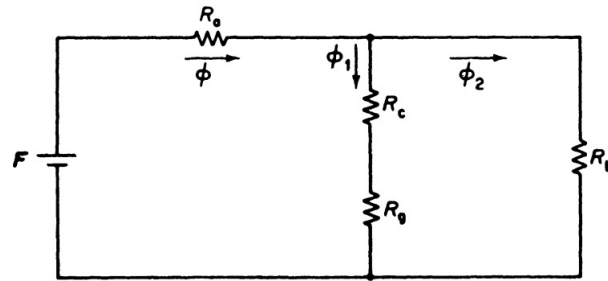


fig10b

(ب) مدرا معادل

fig10

شکل ۱-۱: سازه یک مدار مغناطیسی دو دریچه‌ای و مدار معادل آن

با توجه به اصل تداوم شار داریم: $\phi = \phi_1 + \phi_2$

قانون آمپر را در حلقه سمت راست بکار می‌بریم، پس: $\bullet = H_g l_g + H_c l_c - H_b l_b$
نتیجه می‌گیریم:

$$\bullet = \phi_1 \left(\frac{l_g}{\mu_0 A_g} + \frac{l_c}{\mu A_c} \right) - \phi_2 \frac{l_b}{\mu A_b} \quad (۱۵-۱)$$

لذا: $\bullet = \phi_1 (R_g + R_c) - \phi_2 R_b$

$$R_b = \frac{l_b}{\mu A_b} \text{ و}$$

با توجه به نکات فوق‌الذکر می‌توان مدار معادلی همچون شکل ۱-۱ (ب) برای این سازه تعریف نمود و

مشاهده می‌شود که این معادل‌سازی به نحو چشم‌گیری به حل مسائل مدارهای مغناطیسی کمک می‌کند. باید

دانست همان قوانین موجود در مدارهای الکتریکی را نیز می‌توان در اینجا بکار برد [۲].

مثال ۱-۳ یک سازه مغناطیسی همچون شکل ۱-۱ (الف) را در نظر می‌گیریم که از ماده فرومغناطیسی

نرم با نفوذپذیری مغناطیسی نسبی 4100 ساخته شده است. ابعاد این سازه بقرار زیر است:

$$l_a = l_b = 0.85 \text{ m} \quad l_c = 0.36 \text{ m} \quad l_g = 0.8 \text{ mm} \quad (16-1)$$

سطح مقطع این سازه در کل مسیرها معادل 0.0008 متر مربع بوده و MMF اعمال شده از طریق سیم پیچ 180 آمپر دور است. چگالی شار در فاصله هوایی را بدست آورید [۲].

حل: ابتدا مقاومت‌های مغناطیسی قسمت‌های مختلف را در این سازه بدست می‌آوریم:

$$R_a = \frac{l_a}{\mu_r \mu_0 A} = \frac{0.85}{(4\pi \times 10^{-7})(4100)(8 \times 10^{-3})} = 2.0622 \times 10^3,$$

$$R_a = R_b \quad \text{چرا؟!}$$

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A} = \frac{0.36}{(4\pi \times 10^{-7})(4100)(8 \times 10^{-3})} = 8.734 \times 10^3,$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A} = \frac{0.8 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(8 \times 10^{-3})} = 79.577 \times 10^3,$$

با توجه به روابط موجود در مدارهای الکتریکی می‌توان مقاومت مغناطیسی معادل این سازه را اینچنین

بدست آورد:

$$R_c + R_g = (8.734 + 79.577) \times 10^3 = 88.311 \times 10^3$$

$$R_{eq} = R_a + \frac{R_b(R_c + R_g)}{R_b + R_c + R_g} = \left[2.0622 + \frac{2.0622 \times 88.311}{2.0622 + 88.311} \right] \times 10^3 = 37.34 \times 10^3$$

از آنجایی که طبق صورت مساله MMF اعمال شده به سیستم 180 آمپر دور است، پس:

$$\phi = \frac{F}{R_{eq}} = \frac{180}{37.34 \times 10^3} = 4.8205 \times 10^{-3}$$

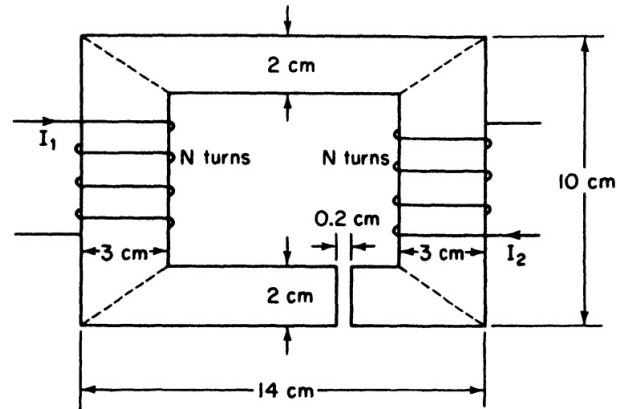
باز از تئوری موجود در مدارهای الکتریکی استفاده کرده و می‌نویسیم:

$$\phi_1 = \frac{R_b}{R_b + R_c + R_g} \phi = 4.8205 \times 10^{-3} \left(\frac{2.0622}{2.0622 + 88.311} \right) = 912.57 \times 10^{-6}$$

پس چگالی شار در فاصله هوایی اینچنین می‌شود:

$$B_1 = \frac{\phi_1}{A} = \frac{912.57 \times 10^{-6}}{8 \times 10^{-3}} = 0.114 \text{ T}$$

در برخی از مدارهای مغناطیسی، سازه ممکن است حاوی دو سیم پیچ همچون شکل ۱۱-۱ باشد.



شکل ۱-۱۱: سازه مغناطیسی با دو سیم پیچ

fig11

مثال ۴-۱ ex4 شکل ۱-۱۱ سازه یک مدار مغناطیسی را نشان می‌دهد و هسته آن از ماده فرومغناطیسی نرم با نفوذپذیری مغناطیسی نسبی ۱۰۰۰۰ ساخته شده است. ضخامت هسته ۲ سانتی‌متر است و داریم:

$$N = 400, \quad I_1 = 1A, \quad I_2 = 1/2A$$

شار در هسته را بیابید [۲].

با توجه به شکل در می‌یابیم که طول متوسط بازوهای عمودی بقرار زیر است: $l_1 = 8 \times 10^{-2} m$

از شکل در می‌یابیم که طول متوسط شاخه‌های افقی بقرار زیر است: $l_2 = 11 \times 10^{-2} m$

طول فاصله هوایی بقرار زیر است: $l_g = 0.2 \times 10^{-2} m$

سطح مقطع قسمت‌های مختلف سازه با توجه به شکل و ضخامت هسته به قرار زیر است:

$$A_1 = 6 \times 10^{-4} m^2, \quad A_2 = 4 \times 10^{-4} m^2, \quad A_g = 4 \times 10^{-4} m^2$$

مقاومت مغناطیسی هر بازوی عمودی و هر شاخه افقی و فاصله هوایی به قرار زیر است:

$$R_1 = \frac{l_1}{\mu A_1} = \frac{8 \times 10^{-2}}{10^4 (4\pi \times 10^{-7}) (6 \times 10^{-4})} = 10/61 \times 10^3 \frac{A}{Wb}$$

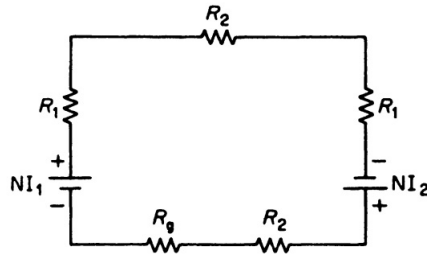
$$R_2 = \frac{l_2}{\mu A_2} = \frac{11 \times 10^{-2}}{10^4 (4\pi \times 10^{-7}) (4 \times 10^{-4})} = 21/884 \times 10^3 \frac{A}{Wb}$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu \cdot A_g} = \frac{8 \times 10^{-2}}{10^4 (4\pi \times 10^{-7}) (4 \times 10^{-4})} = 3/9789 \times 10^6 \frac{A}{Wb}$$

مدار معادل این سازه در شکل ۱۲-۱ نشان داده شده است و به سبب سهولت می توان گفت:

$$\phi = \frac{N(I_1 + I_2)}{2(R_1 + R_2) + R_g} = \frac{400(1 + 1/2)}{[2(10/61 + 21/884) + 3/9789 \times 10^{-3}]10^3}$$

$$= 0.2176 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$



شکل ۱۲-۱: مدار معادل سازه مغناطیسی مثال ۴-۱

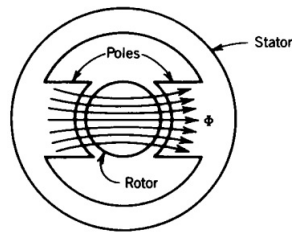
fig12

۵-۱ اثر فاصله هوایی

در ماشین‌های الکتریکی دوار، قسمت گردان یا روتور^۱ با یک شکاف هوایی یا فاصله هوایی از قسمت ساکن یا استاتور^۲ جدا می‌شود. شکل ۱۳-۱ تصویر یک برش از ماشین جریان مستقیم (DC) را نشان می‌دهد. باید گفت همان شاری که در قطب‌ها پدید می‌آید عملاً در شکاف هوایی نیز ایجاد می‌گردد. گفتنی است که قطب‌ها از هسته مغناطیسی ساخته شده‌اند. برای فراهم آوردن چگالی شار همسانی، شکاف هوایی به نیروی محرکه مغناطیسی (MMF) بیشتری نسبت به هسته نیاز دارد. اگر چگالی شار زیاد باشد، بخش هسته‌ای یا فازی مدار مغناطیسی با اشباع روبرو می‌شود، در حالی که شکاف هوایی با اشباع مواجه نمی‌شود، علت این امر آن است که نمودار $B - H$ هوا خطی است (μ ثابت است) [۱].

در این قسمت در رابطه با حضور فواصل هوایی در سازه‌های مغناطیسی بیشتر صحبت می‌کنیم. ابتدا لازم است مقایسه‌ای در رابطه با مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی و مقاومت مغناطیسی هسته انجام دهیم. در مثال ۴-۱ دیدیم که مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی حدود ۱۸۰ برابر مقاومت مغناطیسی شاخه افقی سازه می‌باشد. این امر نشان می‌دهد که اصولاً مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی به مراتب بیشتر از مقاومت مغناطیسی در هسته

¹Rotor
²Stator



شکل ۱-۱۳: برشی از یک ماشین جریان مستقیم (DC)

fig14

آهن است. این امر را با توجه به روابط زیر می‌توان توجیه کرد که c نمایانگر بخش آهنی سازه است [۲].

$$\begin{cases} R_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A} \\ R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A} \end{cases} \Rightarrow R_g = R_c \frac{\mu_r}{l_g} \quad (۱۷-۱)$$

$$\text{اگر } \frac{l_c}{l_g} \ll \mu_r \text{ پس } \frac{R_g}{R_c} \gg ۱$$

پس در این حالت مسیر مغناطیسی آهنی را می‌توان با تقریب خوب به صورت یک اتصال کوتاه در مدار

معادل مدل‌سازی نمود [۲].

نکته دیگر در رابطه با حضور فواصل هوایی در سازه‌های مغناطیسی آن است که خطوط میدان در هنگام عبور از فواصل هوایی قدری به سمت بیرون متمایل می‌شوند (شکل ۱-۱۴). این پدیده را پدیده تراوشی یا پدیده پراکندگی^۱ شار می‌نامند و برای تاثیر این پدیده در محاسبات مربوطه باید سطح مقطع فواصل هوایی را بیش از مقدار واقعی گرفت. معمولاً از رابطه زیر برای محاسبه سطح مقطع جهت منظور نمودن پدیده تراوشی استفاده می‌کنند [۲].

$$A_g = (a + l_g)(b + l_g) \quad (۱۸-۱) \quad \text{eq22}$$

مثال ۵-۱ شکل ۱-۱۵ مدار مغناطیسی یک رله ساده و ابتدایی را نشان می‌دهد. تعداد دور سیم‌پیچی برابر ۵۰۰ دور بوده و طول متوسط مسیر هسته معادل ۳۶۰ میلی‌متر است. اگر طول هر شکاف فاصله هوایی $۱/۵$ میلی‌متر باشد، برای عملکرد رله چگالی شاری معادل $۰/۸$ تسلا نیاز داریم. مطلوب است [۱]:

۱- جریان سیم‌پیچی

^۱Fringing Effect

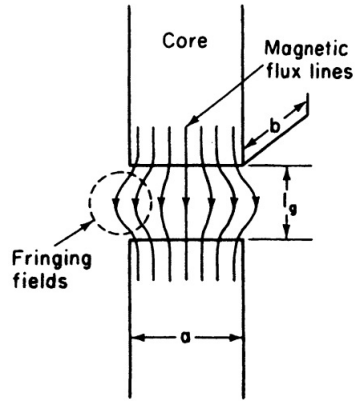


fig13

شکل ۱-۱۴: شار تراوشی (شار پراکندگی) در فاصله هوایی

۲- ضریب نفوذپذیری و ضریب نفوذپذیری نسبی هسته

۳- اگر طول شکاف‌های هوایی صفر شود و چگالی شار همان ۰/۸ تسلا باشد، جریان سیم‌پیچی را به دست آورید.

توجه: جنس هسته از فولاد ریخته‌گری است و برای $B_c = 0.8 T$ داریم: $H_c = 510 \frac{At}{m}$

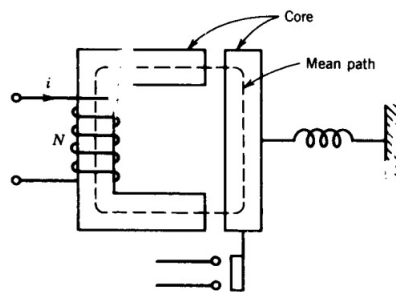


fig15

شکل ۱-۱۵: مدار مغناطیسی مثال ۵-۱

حل:

۱- از آنجایی که طول شکاف‌های هوایی کوچک است از اثر خمیدگی شار چشم‌پوشی می‌کنیم.

$$F_c = H_c l_c = 510 \times 0.36 = 184 \text{ At}$$

$$F_g = H_g l_g = \frac{B_g}{\mu_0} l_g = \frac{0.8}{4\pi \times 10^{-7}} \times 2 \times 1/5 \times 10^{-3} = 1910 \text{ At}$$

$$F = F_g + F_c = 184 + 1910 = 2094 \text{ At}$$

$$i = \frac{F}{N} = \frac{2094}{500} = 4.19 \text{ A}$$

می‌بینیم با آنکه طول شکاف‌های هوایی به مراتب از طول هسته کمتر است، با این وصف بخش اعظم mmf مورد نیاز مربوط به شکاف‌های هوایی خواهد بود.

۲- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته:

$$\mu_c = \frac{B_c}{H_c} = \frac{0.8}{510} = 1.57 \times 10^{-3}$$

ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی:

$$\mu_r = \frac{\mu_c}{\mu_0} = \frac{1.57 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}} = 1250$$

۳-

$$F = H_c l_c = 510 \times 0.36 = 184 \text{ At}, \quad i = \frac{184}{500} = 0.368 \text{ A}$$

مشاهده می‌شود در اثر عدم حضور شکاف هوایی در سیستم به جریان بسیار کمتری جهت تامین چگالی شار یکسان نیاز داریم.

۶-۱ مدارهای مغناطیسی غیرخطی

در حل مسائل مربوط به مدارهای مغناطیسی فرض بر آن بود که نفوذپذیری مغناطیسی نسبی عددی است ثابت، به عبارت دیگر منحنی $B - H$ را خطی فرض کرده بودیم. در حالی که منحنی $B - H$ مواد غیرخطی است، باز از مفهوم مدار معادل می‌توان استفاده کرد و چون دیگر نفوذپذیری مغناطیسی ثابت نیست، پس مقاومت‌های مدار معادل را باید تابعی از H فرض نمود. در این حالت با دو نوع مساله برخورد می‌کنیم:

۱- در برخی مسائل MMF معلوم است و باید شار در مدار مغناطیسی حساب شود.

۲- شار در سازه مغناطیسی معلوم است و MMF باید محاسبه گردد.

مثال ۶-۱ شکل ۱۶-۱ سازه یک مدار مغناطیسی مربوط به یک رله الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد. اگر بخواهیم شاری معادل 5° میکرو وبر در این سازه شکل بگیرد، MMF مورد نیاز را حساب کنید. جنس هسته را فولاد ریخته‌گری در نظر بگیرید که منحنی $B-H$ آن در شکل ۱۷-۱ نشان داده شده است. اثر پراکندگی شار را نیز در محاسبات منظور نمائید [۲].

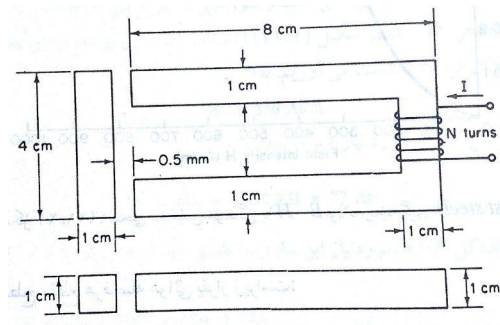


fig18

شکل ۱۶-۱: مدار مغناطیسی مثال ۶-۱

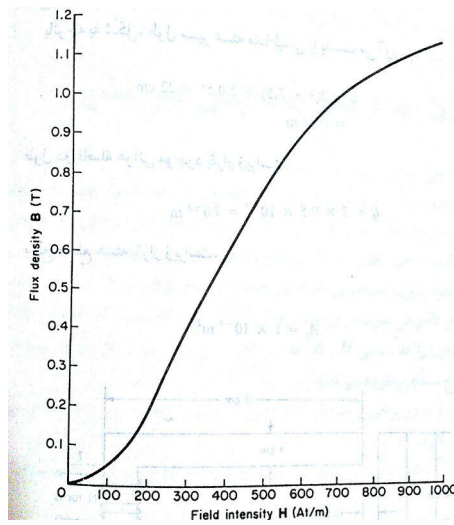


fig19

شکل ۱۷-۱: نمودار $B-H$ مثال ۵-۱

حل: با توجه به شکل، طول مسیر هسته مغناطیسی را بدست می‌آوریم:

$$l_c = 2(3 + 7/5) + 2(0/5) = 22 \text{ cm} = 0/22 \text{ m}$$

طول دو فاصله هوایی موجود بقرار زیر است: $l_g = 2 \times 0/5 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ m}$

سطح مقطع هسته بقرار زیر است: $A_c = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

سطح مقطع هر فاصله هوایی بقرار زیر است (طبق معادله ۱۸-۱):

$$A_g = (0/5 \times 10^{-1} + 1)(0/5 \times 10^{-1} + 1) = 1/1025 \text{ cm}^2 = 110/25 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

چگالی شار در هر فاصله هوایی اینچنین است: $B_g = \frac{\phi}{A_g} = \frac{50 \times 10^{-6}}{110/25 \times 10^{-6}} = 0/4535 \text{ T}$
 شدت میدان مغناطیسی در هر فاصله هوایی بقرار زیر است:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{0/4535}{4\pi \times 10^{-7}} = 360/9 \times 10^2$$

لذا MMF موردنیاز هر دو فاصله هوایی به شرح زیر است: $F_g = 2H_g l_g = 360/9 \text{ At}$

تا اینجا با نحوه حل مساله با توجه به نکات قبلی آشنایی داشته‌ایم. از این مرحله به بعد راه جدیدی برای

محاسبات مربوط به هسته معرفی می‌کنیم. چگالی شار هسته باید این چنین باشد (چرا؟)

$$B_c = \frac{\phi}{A_c} = \frac{50 \times 10^{-6}}{10^{-4}} = 0/5 \text{ T}$$

از آنجائیکه سیستم غیرخطی است و نفوذپذیری مغناطیسی هسته ثابت نمی‌باشد از منحنی $B - H$ در

شکل ۱۷-۱ استفاده کرده و با توجه به چگالی شار فوق‌الذکر، H را بدست می‌آوریم. لذا: $H_c = 350 \frac{\text{At}}{\text{m}}$

پس MMF مورد نیاز هسته اینچنین است: $F_c = H_c l_c = 350 \times 0/22 = 77 \text{ At}$

لذا کل MMF موردنیاز این سازه مغناطیسی باید اینچنین باشد:

$$F_c = H_g l_g + H_c l_c = 360/9 + 77 = 437/9 \text{ At}$$

حل مسائلی از نوع آنچه در مثال بالا ذکر شده ساده و سهل‌الوصول است. در اینجا روش حل را با توجه

به سازه مغناطیسی و مدار معادل آن خلاصه می‌کنیم:

گام اول: با توجه به شار، چگالی شارها را حساب می‌کنیم.

گام دوم: با توجه به چگالی شارهای بدست آمده و منحنی‌های $B - H$ دو ماده مورد استفاده، H_1 و H_2 را

در این دو ماده بدست می‌آوریم.

گام سوم: MMF مورد نیاز هر قسمت را بدست می آوریم:

$$F_1 = H_1 l_1, \quad F_2 = H_2 l_2$$

گام چهارم: کل MMF مورد نیاز را اینچنین محاسبه می کنیم:

$$F = F_1 + F_2$$

روند عملیاتی فوق را می توان برای سیستم های تک حلقه ای با بیش از دو ماده تعمیم داد. همچنین اگر در اینگونه ساره ها فواصل هوایی موجود باشد. باید اثرات آن ها را نیز منظور داشت. باید دانست که رابطه $B - H$ فاصله هوایی خطی است که شیب^۱ آن μ_0 است.

حال بیایید نوع دیگری از مسائل مربوط به مدارهای مغناطیسی غیرخطی را مطرح کنیم. در این حالت MMF معلوم بوده و شار باید محاسبه گردد.

مثال ۱-۷ مدار مغناطیسی شکل ۱-۱۵ را در نظر بگیرید. اگر جریان سیم پیچی ۴ آمپر باشد و طول هر شکاف هوایی یک میلی متر در نظر گرفته شود، چگالی شار در شکاف هوایی چقدر است؟

در این مثال جریان و یا به عبارت دیگر MMF معلوم است و باید B را حساب نمود. می دانیم منحنی $B - H$ مربوط به هوا یک خط مستقیم است، اما منحنی $B - H$ هسته غیرخطی می باشد. در اینجا باید یک مدار مغناطیسی غیرخطی تحلیل گردد تا چگالی شار حاصل شود. در این مثال دو روش بررسی می شود: روش اول: روش خط بار^۲

گیریم l_c طول متوسط هسته و l_g مجموع طول های دو شکاف هوایی باشد. به سهولت داریم:

$$Ni = H_g l_g + H_c l_c = \frac{B_g}{\mu_0} l_g + H_c l_c$$

رابطه اخیر را مرتب می کنیم:

$$B_g = -\mu_0 \frac{l_c}{l_g} H_c + \frac{Ni \mu_0}{l_g}$$

رابطه بالا نمایش معادله خطی در مختصات $B - H$ است و شیب این خط به قرار زیر است. به این خط مستقیم خط بار^۳ اطلاق می شود:

$$m = -\mu_0 \frac{l_c}{l_g} = -4\pi \times 10^{-7} \times \frac{360}{4} = -2/26 \times 10^{-4}$$

¹Slope

²Load Line Method

³Load Line

محل تلاقی این خط مستقیم با محور B دارای مختصات زیر است:

$$c = \frac{Ni\mu_0}{l_g} = \frac{500 \times 4 \times 4\pi \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-3}} = 1256 T$$

این خط مستقیم منحنی $B - H$ هسته را قطع کرده و B در نقطه تلاقی $1/0.8$ تسلا می‌باشد (شکل ۱-۱۸).

روش دیگر ساختن خط بار به قرار زیر است: ارقام MMF روی شکاف هوایی اعمال شود ($H_c = 0$) چگالی شار هوایی عبارت می‌شود از:

$$B_g = \frac{Ni}{l_g} \mu_0 = 1256 T$$

B_g محل تلاقی خط بار با محور B می‌باشد.

اگر کل MMF روی هسته اعمال شود ($B_g = 0$):

$$H_c = \frac{Ni}{l_c} = \frac{500 \times 4}{36 \times 10^{-2}} = 5555/6 \frac{At}{m}$$

H_c محل تلاقی خط بار با محور H است.

روش دوم: روش سعی و خطا^۱ در این روش سلسله عملیات زیر را انجام می‌دهیم:

(الف) یک چگالی شار حدس می‌زنیم ($B_c = B_g$)

(ب) از منحنی $B - H$ هسته H_c و از رابطه $H_g = \frac{B_g}{\mu_0}$ شدت‌های میدان مغناطیسی شکاف هوایی و هسته را بدست می‌آوریم.

(ج) از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$F_c = H_c l_c, \quad F_g = H_g l_g, \quad F = F_c + F_g$$

(د) جریان را بدست می‌آوریم: $i = \frac{F}{N}$

(ه) اگر i بدست آمده با صورت مساله تطابق داشته باشد، جواب نهایی حاصل گشته است. در

غیر این صورت از گام الف دوباره شروع کرده و با یک B جدید سلسله عملیات فوق را ادامه می‌دهیم تا بالاخره جریان نزدیک ۴ آمپر بدست آوریم. در اینجا شاید سوال این باشد که چه

¹Trial and Error

فصل ۰۱. مدارهای مغناطیسی

عددی برای B حدس می‌زنیم. می‌گوییم که اگر کل MMF به شکاف‌های هوایی اعمال شود داریم:

$$B = \frac{Ni}{l_g} \mu_0 = 1256 T$$

پرواضح است که در حالت کلی با حضور هسته، چگالی شار از مقداری فوق‌تر است. ما در اینجا دو نمونه از عملیات مربوطه به روش سعی و خطا را ارائه می‌دهیم.

جدول ۱-۲: روش سعی و خطا

t2

i	F	F_g	F_c	H_g	H_c	B
۴/۰۸	۲۰۳۸/۷	۱۷۵۰/۷	۲۸۸	$۸/۷۵۳۵ \times ۱۰^۵$	۸۰۰	۱/۱
۴	۲۰۰۰/۸۷	۱۷۱۸/۸۷	۲۸۲	$۸/۵۹۴۳۵ \times ۱۰^۵$	۷۸۵	۱/۰۸

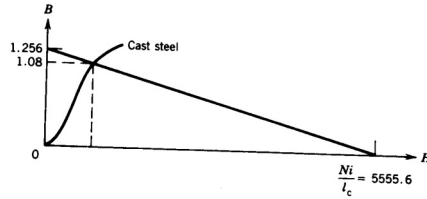


fig20

شکل ۱-۱۸: محل تلاقی دو نمودار

۷-۱ اندوکتانس

در بخش‌های قبلی هنگام توضیح مطالب وضعیت خاصی را مدنظر قرار دادیم و فرض نمودیم که متغیرهای مورد نظر (جریان و شار) با زمان تغییر نمی‌کنند. حال ببینیم تغییرپذیری با زمان چه تأثیراتی بر سیستم‌های مغناطیسی دارند. باید دانست که تغییر میدان مغناطیسی باعث پدید آمدن ولتاژ القایی شده و به قانون فاراده معروف است [۲].

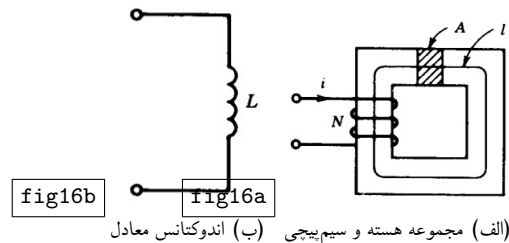
شکل ۱۹-۱ (الف) را در نظر می‌گیریم که در آن سیم‌پیچی به دور هسته مغناطیسی پیچیده شده است. اینگونه مدارها غالباً در سیستم‌ها و مدارهای الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این سیم‌پیچی ممکن است به منزله یک عنصر مداری ایده‌آل به نام اندوکتانس نمایش داده شود. اندوکتانس به صورت نسبت شار دور^۱

^۱Flux Linkage

یا شار پیوندی سیم پیچی به جریان آن تعریف می‌گردد [۱]:

$$\lambda = N\phi \quad (۱۹-۱) \quad \text{eq18}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (۲۰-۱) \quad \text{eq19}$$



شکل ۱۹-۱: اندوکتانس مجموعه‌ای از هسته و سیم پیچی

fig16

همچنین داریم:

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NBA}{i} = \frac{N\mu HA}{i} = \frac{N\mu HA}{\frac{Hl}{N}} = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A}} \quad (۲۱-۱) \quad \text{eq20}$$

$$L = \frac{N^2}{R} H \quad (۲۲-۱) \quad \text{eq21}$$

معادله (۲۱-۱) اندوکتانس را برحسب ابعاد فیزیکی همچون مساحت سطح مقطع و طول هسته تعریف می‌کنند، در حالی که معادله (۲۲-۱) آن را بر پایه مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس) بیان می‌نماید. توجه نمایید که اندوکتانس با مجذور تعداد دور متناسب است. هسته و سیم پیچی شکل ۱۹-۱ (الف) با اندوکتانس معادل و ایده‌آلی همچون شکل ۱۹-۱ (ب) نشان داده می‌شود [۱].

اگر منحنی $B - H$ خطی نباشد، تعریف واحدی برای اندوکتانس وجود ندارد. واحد اندوکتانس هانری یا ویر بر دور بر آمپر است [۲].

براساس شار دور تعریف شده قانون فاراده در قالب ریاضی این چنین تعریف می‌شود [۲]:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} \quad (۲۳-۱)$$

لذا نیروی محرکه الکتریکی^۱ (EMF) یا ولتاژ القا شده معادل نرخ تغییرات شار دور در سازه مغناطیسی است [۲].

¹Electric Motive Force

مثال ۸-۱ برای مواد مغناطیسی شکل ۲۰-۱ داریم:

$$N = 400 \text{ دور}$$

$$l_c = 5 \text{ cm} \text{ طول متوسط هسته}$$

$$l_g = 1 \text{ mm} \text{ طول شکاف هوایی}$$

$$A_c = A_g = 15 \text{ cm}^2 \text{ مساحت سطح مقطع}$$

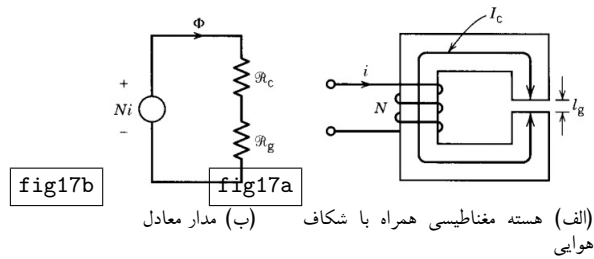
$$\mu_r = 3000 \text{ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی هسته}$$

$$i = 1 \text{ A} \text{ جریان}$$

پیدا کنید [۱]:

۱- شار و چگالی شار در شکاف هوایی

۲- اندوکتانس سیم‌پیچ



شکل ۲۰-۱: سازه مرکب

fig17

حل:

۱.

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{5 \times 10^{-2}}{3000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{-4}} = 88.42 \times 10^3 \frac{\text{At}}{\text{Wb}}$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{-4}} = 530.515 \times 10^3 \frac{\text{At}}{\text{Wb}}$$

$$\phi = \frac{Ni}{R_c + R_g} = \frac{400 \times 1}{(88.42 + 530.515) \times 10^3} = 0.6463 \times 10^{-3}$$

$$B = \frac{\phi}{A_g} = \frac{0.6463 \times 10^{-3}}{15 \times 10^{-4}} = 0.4309 \text{ T}$$

.۲

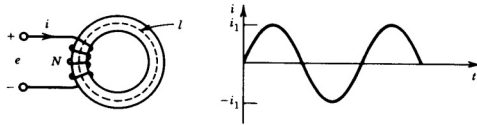
$$L = \frac{N^2}{R_c + R_g} = \frac{400^2}{(88/42 + 530/515) \times 10^{-3}} = 258/52 \times 10^{-3} H$$

یا

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{400 \times 0/6463 \times 10^{-3}}{1} = 258/52 \times 10^{-3} H$$

۸-۱ پس ماند (هیستریزیس)

مواد فرومغناطیسی بوسیله مشخصه‌های $B - H$ معرفی می‌شوند که هم غیرخطی و هم چند مقداری هستند. این امر معمولاً به مشخصه هیستریزیس^۱ معروف است [۲]. برای نمایش این پدیده شکل ۱-۲۱ را در نظر بگیرید که در آن سیم‌پیچی به دور هسته پیچیده شده است. فرض کنید که هسته در ابتدای امر مغناطیس نشده باشد [۱]. سلسله مراتبی را که در شکل ۱-۱۸ پدید می‌آید را تشریح می‌کنیم. فرض بر آنست که هسته فرومغناطیسی خام^۲ می‌باشد و MMF اعمالی به چنبره و بالمال H بصورت سینوسی با پریود زمانی T تغییر می‌کنند [۲].



شکل ۱-۲۱: هسته و سیم‌پیچ با تغییرات جریان سیم‌پیچ (جریان تحریک)

fig21

۱- فاصله زمانی اول (شکل ۱-۲۲ الف):

این فاصله زمانی بین $0 \leq t \leq \frac{T}{4}$ رخ می‌دهد. شدت میدان مغناطیسی (H) مثبت بوده و روند افزایشی دارد. چگالی شار نیز بر روی منحنی oa افزایش می‌یابد تا هسته به اشباع برسد (B_s). افزایش بیشتر H از سطح اشباع ماده، دیگر B را افزایش نخواهد داد.

۲- فاصله زمانی دوم (شکل ۱-۲۲ ب):

این فاصله زمانی بین $\frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}$ رخ می‌دهد. شدت میدان مغناطیسی H مثبت اما روند نزولی دارد. چگالی شار نیز بر روی مسیر ab که بالای oa قرار دارد کاهش می‌یابد. لذا برای H مفروضی مقادیر

¹Hysteresis Characterestic

²Vergin

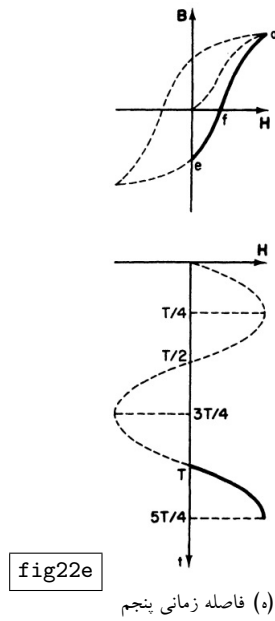
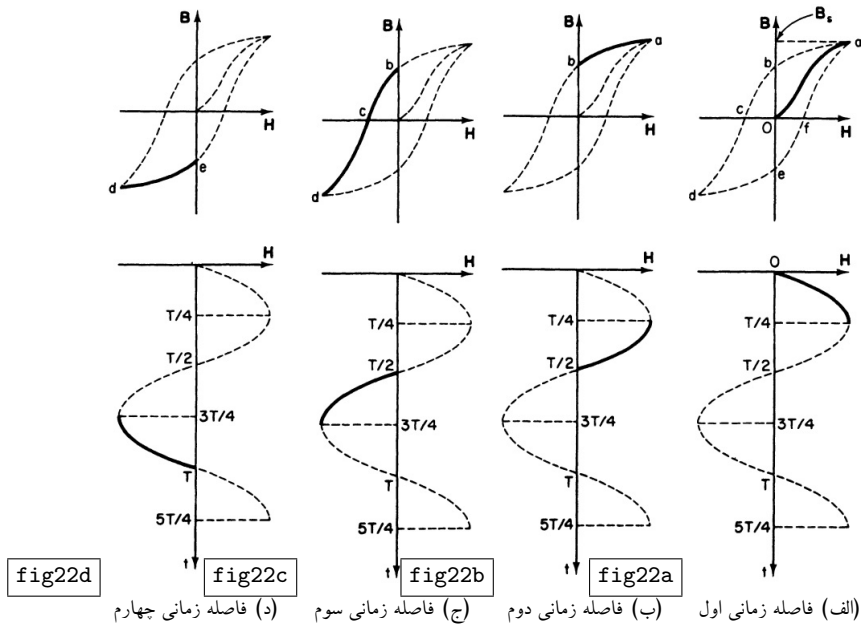


fig22

شکل ۱-۲۲: تکامل حلقه هیستریزیس

مختلف برای B حاصل می‌شود. در $t = \frac{T}{4}$ مقدار H صفر شده اما B معادل B_r خواهد شد که به آن چگالی شار پس ماند^۱ مغناطیسی گفته می‌شود. در این حالت، اگر جریان سیم‌پیچی را قطع کنیم، هسته همچنان خاصیت مغناطیسی خود را حفظ می‌کند. در مرجع [۱] به B_r چگالی شار پس ماند^۲ گفته شده است.

۳- فاصله زمانی سوم (شکل ۱-۲۲-ج):

این فاصله زمانی بین $\frac{3T}{4} \leq t \leq T$ رخ می‌دهد. در این حالت جهت H عوض می‌شود و مقدار آن روند افزایش دارد. B نیز کاهش می‌یابد و در نقطه c مقدار B صفر می‌شود. هنگامیکه B صفر می‌شود، مقدار H معادل H_c می‌گردد و به آن نیروی ضد مغناطیسی^۳ گفته می‌شود. در انتهای این فاصله زمانی به نقطه d خواهیم رسید که باز مرحله اشباع پیش خواهد آمد.

۴- فاصله زمانی چهارم (شکل ۱-۲۲-د):

این فاصله زمانی بین $T \leq t \leq \frac{5T}{4}$ رخ می‌دهد. در این حالت مقدار H منفی اما روند افزایشی دارد. B نیز منفی و روند افزایشی دارد تا بالاخره به نقطه e برسیم. باز در اینجا به پس ماند مغناطیسی برمی‌خوریم.

۵- فاصله زمانی پنجم (شکل ۱-۲۲-ه):

این فاصله زمانی بین $\frac{5T}{4} \leq t \leq T$ رخ می‌دهد. در این مرحله H از صفر شروع شده و ابتدای امر B منفی ولی روند افزایشی دارد تا بالاخره به نقطه f برسیم. در نقطه f باز دوباره نیروی ضد مغناطیسی حاصل می‌شود. پس از نقطه f چگالی شار روند افزایشی خود را ادامه می‌دهد تا دوباره به نقطه a برسیم.

در طول سیکل مغناطیسی شدن، چگالی شار از شدت میدان مغناطیسی عقب می‌ماند. این پدیده را عقب ماندگی در هسته مغناطیسی هیستریزیس نامیده می‌شود [۱].

در اینجا متذکر می‌شویم که اگر هسته را جریان DC تحریک کنیم و ابتدا آن را افزایش دهیم، مطابق شکل ۱-۲۳ در مسیر oa حرکت خواهیم کرد تا به مرحله اشباع برسیم (B_s). حال اگر جریان را کم کنیم، بر روی مسیر ab حرکت خواهیم کرد و حتی اگر جریان شود ($H = 0$), باز هسته خاصیت مغناطیسی خود را حفظ می‌کند (نقطه b مربوط به پس ماند مغناطیسی). حال اگر جهت جریان را عوض کنیم و آن را زیاد کنیم، بر روی مسیر bc حرکت می‌کنیم. در نقطه c مقدار B صفر شده و به H در این نقطه نیروی ضد مغناطیسی

¹Residual Field

²Residual Flux Density

³Coercive Force

گفته می‌شود. با افزایش جریان به نقطه d می‌رسیم که باز مرحله اشباع را پیش‌رو داریم. حال اگر جریان را کم کنیم بر روی مسیر de حرکت کرده و دوباره در نقطه e پس‌ماند پیش می‌آید. پس از نقطه e بر روی مسیر ef حرکت کرده و در نقطه f به مساله نیروی ضدمغناطیسی برمی‌خوریم. پس از این مرحله با افزایش جریان بر روی مسیر fa حرکت می‌کنیم تا بالاخره به نقطه اولیه a بازگردیم. در شکل ۲۳-۱ منحنی $B-H$ یک ماده غیرفرومغناطیسی به صورت خط مستقیم نشان داده شده است [۲].

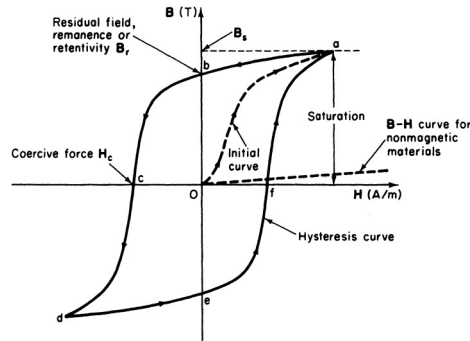


fig23

شکل ۲۳-۱: حلقه هیستریزس یک ماده فرومغناطیسی

باید دانست اگر تحریک سینوسی باشد دائماً همانند آنچه که گفته شد، حلقه هیستریزس دور زده می‌شود. در اینجا متذکر می‌شویم اگر هسته را با MMF سینوسی با دامنه‌های گوناگون تحریک کنیم، به حلقه‌های هیستریزس مختلفی دست می‌یابیم (شکل ۲۴-۱). در این شکل منحنی خط چینی که نوک حلقه‌های هیستریزس را به یکدیگر مربوط می‌سازد، همان منحنی مغناطیس‌شوندگی ماده در موقعی است که جریان تحریک (جریان سیم پیچ) DC باشد [۲].

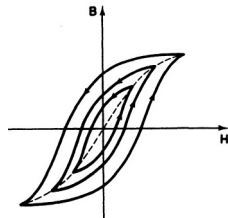
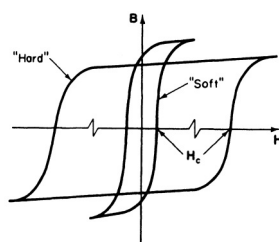


fig24

شکل ۲۴-۱: مجموعه‌ای از حلقه‌های هیستریزس

تمایز مواد فرومغناطیسی نرم و سخت را می‌توان با مقایسه حلقه‌های هیستریزس آن‌ها بهتر درک نمود و این امر در شکل ۲۵-۱ نشان داده شده است. در مواد فرومغناطیسی نرم نیروی ضدمغناطیسی (H_c) بمراتب کمتر از این نیرو در مواد فرومغناطیسی سخت است [۲].

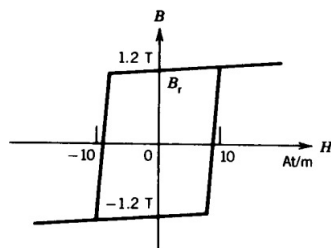


شکل ۱-۲۵: حلقه هیستریزیس مواد مغناطیسی نرم و سخت

fig25

۱-۸-۱ هسته‌های دلتا ماکس

گهگاه آلیاژی فرومغناطیسی خاص برای کاربردهای ویژه‌ای ساخته می‌شوند، حلقه‌های پس ماند (هیستریزیس) این‌گونه هسته‌ها با آنچه در شکل ۱-۲۴ نشان داده شده است، متفاوت می‌باشد. حلقه $B-H$ آلیاژی که ۵۰ درصد آن آهن و ۵۰ درصد دیگر آن از نیکل است، در شکل ۱-۲۶ نشان داده شده است. حلقه $B-H$ اینگونه هسته‌ها تقریباً مربعی شکل است و به هسته‌های دلتا ماکس^۱ معروف‌اند. سیم‌پیچی که بر روی هسته دلتا ماکس پیچیده شده است، می‌تواند به منزله کلید (سوئیچ) عمل کند. دقت کنید هنگامی که چگالی شار (B) از B_r (چگالی شار پس ماند) کمتر باشد، شدت میدان مغناطیسی و بالمال جریان بسیار کم است. اگر چگالی شار (B) از B_r (چگالی شار پس ماند) فراتر رود، شدت میدان مغناطیسی و بالمال جریان بشدت افزایش می‌یابد. از این امر می‌توان استفاده کرد تا سیم‌پیچی که بر روی هسته دلتا ماکس پیچیده شده است رفتاری همچون کلید داشته باشد. زیرا هنگامی که هسته اشباع نشده است، جریان بسیار کم و زمانی که هسته در اشباع بسر می‌برد، جریان بسیار زیاد خواهد بود [۱].



شکل ۱-۲۶: حلقه هیستریزیس یک هسته دلتا ماکس

fig26

^۱Delta Max Cores

۲-۸-۱ تلفات پس ماند (تلفات هیستریزیس)

در طی یک سیکل کامل جریان، در چند دوره زمانی انرژی به سیستم (هسته و سیم پیچ) روانه می شود و در چند دوره زمانی دیگر انرژی به منبع باز می گردد. انرژی وارده به سیستم همواره بیشتر از انرژی برگشتی به منبع است. لذا در یک سیکل کامل از جریان که تغییرات H را به دنبال دارد، مقداری از انرژی تلف می شود. این تلف انرژی در هسته به صورت گرما آشکار می شود. تلفات توان هسته به خاطر پدیده پس ماند (هیستریزیس) به تلفات پس ماند (تلفات هیستریزیس)^۱ معروف است. نشان داده می شود که اندازه حلقه هیستریزیس با تلفات هیستریزیس متناسب است [۱].

گیریم سیم پیچ شکل ۲۱-۱ مقاومتی نداشته و شار درون هسته ϕ باشد، طبق قانون فاراده ولتاژ e در دو سر سیم پیچ به قرار زیر است:

$$e = N \frac{d\phi}{dt}$$

انرژی انتقالی در اثنای دوره زمانی t_1 و t_2 به قرار زیر است [۱]:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} \text{توان} dt = \int_{t_1}^{t_2} e i dt = \int \frac{d\phi}{dt} N \cdot i dt = \int_{\phi_1}^{\phi_2} N i d\phi \quad (24-1) \quad \text{eq23}$$

اما

$$\phi = BA, \quad i = \frac{Hl}{N}$$

پس:

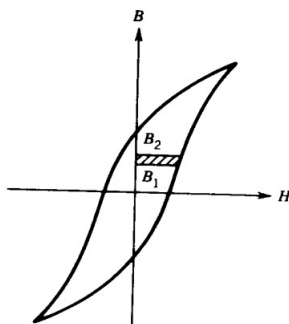
$$W = \int_{B_1}^{B_2} N \cdot \frac{Hl}{N} A dB = lA \int_{B_1}^{B_2} H dB = V_{core} \int_{B_1}^{B_2} H dB \quad (25-1) \quad \text{eq24}$$

باید دانست که V_{core} حجم هسته می باشد. انتگرال ذکر شده در رابطه (۲۵-۱) مبین سطح هاشور زده در شکل ۲۷-۱ می باشد. انرژی انتقالی در اثنای یک سیکل کامل از تغییرات، برابر است با:

$$W|_{cycle} = V_{core} \oint H dB = V_{core} \times (\text{مساحت حلقه } B-H) = V_{core} \times W_h \quad (26-1) \quad \text{eq25}$$

پرواضح است که W_h معادل مساحت حلقه $B-H$ بوده و به چگالی انرژی در هسته معروف است [۱].

¹Hysteresis Loss



شکل ۱-۲۷: تلفات هیستریزیس

fig27

تلفات توان^۱ در هسته به سبب تاثیر پدیده پس ماند به قرار زیر است:

$$P_h = V_{core} W_h f \quad (27-1) \quad \text{eq26}$$

در رابطه اخیر f فرکانس^۲ تغییرات جریان i است. محاسبه حلقه پس ماند کار دشواری است، زیرا مشخصه‌های $B - H$ غیرخطی و چند مقداری هستند و گذشته از آن توصیف ریاضی ساده‌ای از حلقه‌های $B - H$ در دست نیست. آقای چارلز استینمتز^۳ از شرکت جنرال الکتریک آزمایش‌های متعددی انجام داد و براساس آن‌ها رابطه‌ای تقریبی برای مواد مغناطیسی به کار رفته در ماشین‌های الکتریکی ارائه نمود [۱]:

$$B - H \text{ حلقه} = K B_{max}^n \quad (28-1) \quad \text{eq27}$$

در رابطه اخیر B_{max} چگالی شار ماکزیمم (بیشینه)، n عددی است که بین $1/5$ تا $2/5$ تغییر می‌کند و K ضریبی ثابت است. از روابط (۲۷-۱) و (۲۸-۱) تلفات پس ماند به صورت زیر خواهد بود:

$$P_h = K_h B_{max}^n f \quad (29-1) \quad \text{eq28}$$

در رابطه اخیر K_h عددی است ثابت و به جنس هسته و حجم هسته بستگی دارد [۱].

۳-۸-۱ تلفات جریان گردابی (فوکو)

علاوه بر تلفات فوق‌الذکر، تلفات دیگری در هسته مغناطیسی رخ می‌دهد. شکل ۱-۲۸ (الف) سطح مقطع هسته‌ای را نشان می‌دهد که چگالی شار در آن به تندی تغییر می‌کند. همانند این شکل، مسیری را بر روی سطح

¹Power Loss

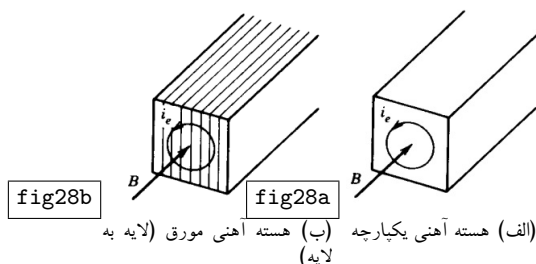
²Frequency

³Charles Steinmetz

مقطع در نظر می‌گیریم. از آنجایی که این مسیر شار را در بر گرفته است و این شار با زمان تغییر می‌کند، لذا در آن ولتاژ القا می‌گردد. از این رهگذر جریان i_e که به جریان گردابی^۱ معروف است، گرداگرد مسیر حرکت خواهد کرد. چون ماده هسته دارای مقاومت است، تلفات توان RI^2 به سبب جریان گردابی به شکل گرما در هسته ظاهر می‌شود. جریان گردابی به دو شیوه کاهش می‌یابد:

۱- ماده با مقاومت زیاد به کار برده شود. افزودن درصد ناچیزی از سیلیکون به آهن (مثلاً ۴ درصد)، مقاومت را به شدت افزایش می‌دهد.

۲- هسته لایه به لایه (مورق)^۲ به کار برده شود. در این حالت لایه‌های نازک (ورق‌ها)، از یکدیگر عایق‌بندی شده‌اند. در ماشین‌های الکتریکی و ترانسفورماتورها آن قسمت‌هایی که تحت تاثیر شارهای وابسته به زمان است، به صورت مورق ساخته می‌شوند (شکل ۲۸-۱ (ب)) [۱].



شکل ۲۸-۱: جریان گردابی در هسته مغناطیسی

fig28

تلفات گردابی در هسته‌های مغناطیسی ناشی از شار وابسته به زمان از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_e = K_e B_{max}^2 f^2 \quad (30-1) \quad \text{eq29}$$

K_e مقدار ثابتی است که ارزش آن به نوع مواد و ضخامت لایه‌ها بستگی دارد. ضخامت لایه‌ها در ماشین‌های الکتریکی از ۰/۵ تا ۵ میلی‌متر و در وسایل مورد استفاده در مدارهای الکتریکی با فرکانس‌های بالاتر ۰/۰۱ تا ۰/۵ میلی‌متر است.

¹Eddy Current

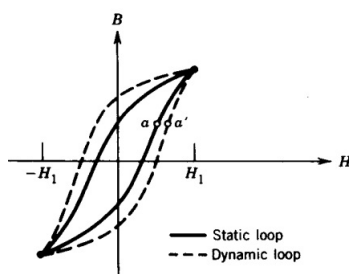
²Laminated Core

۴-۸-۱ تلفات هسته

به طور کلی تلفات هسته^۱ از مجموع تلفات پس ماند و تلفات جریان گردابی حاصل می شود. پس [۱]:

$$P_c = P_e + P_h \quad \text{eq30} \quad (۳۱-۱)$$

حال دوباره سیستم شکل ۲۱-۱ را در نظر می گیریم. اگر جریان سیم پیچ به آرامی تغییر کند، جریان گردابی القا شده بسیار ناچیز و قابل چشم پوشی است. در این حالت حلقه $B-H$ برای میدان هایی که به آرامی تغییر می نمایند، حلقه پس ماند (هیستریزیس) یا حلقه ایستا^۲ (استاتیک) نامیده می شود. اما اگر جریان سیم پیچ به تندی تغییر کند، حلقه $B-H$ پهن تر شده و علت آن تاثیر جریان گردابی است. حلقه وسعت یافته $B-H$ را حلقه پویا^۳ (دینامیک) می نامند. البته گاهی به حلقه پهن شده نام حلقه پس ماند جریان گردابی نیز اطلاق می گردد. شکل ۲۹-۱ حلقه های ایستا و پویا را نشان می دهد. تاثیر جریان گردابی بر حلقه $B-H$ را این چنین می توان توضیح داد [۱].



شکل ۲۹-۱: حلقه های ایستا و پویا (استاتیک و دینامیک)

fig29

هرگاه جریان سیم پیچ به تندی تغییر کند، جریان گردابی در هسته ظاهر می شود. این جریان گردابی نیروی محرکه مغناطیسی (MMF) ایجاد کرده و درصد تغییر شار برمی آید. برای حفظ شار در حد معین، جریان سیم پیچ باید افزایش یابد تا بر MMF ناشی از جریان گردابی چیره گردد. لذا نقطه a از حلقه $B-H$ ایستا به نقطه a' بر روی حلقه $B-H$ پویا جابه جا می شود. این جابه جایی به خاطر تغییر تند جریان سیم پیچ است و سبب می گردد تا حلقه پویا پهن تر از حلقه ایستا باشد [۱].

تلفات هسته از روابط (۲۸-۱) تا (۳۰-۱) قابل استحصال است. اما می توان تلفات هسته را این چنین

¹Core Loss

²Static Loop

³Dynamic Loop

نیز حساب کرد:

$$P_c = V_{core} f \oint_{DynamicLoop} H dB = (\text{حجم هسته}) (\text{فرکانس}) (\text{سطح حلقه پویا}) \quad (32-1) \quad \text{eq30}$$

تلفات هسته را می‌توان با وات‌متر اندازه گرفت، اما اینکه بدانیم چه درصدی از آن مربوط به تلفات جریان گردابی و چه درصدی مربوط به تلفات پس‌ماند (هیستریزیس) است کاری بس دشوار است. خوشبختانه در تحلیل ماشین‌های الکتریکی به جداسازی این دو تلفات نیاز نداریم و کل تلفات هسته همواره مد نظر است. در ماشین‌های الکتریکی حاوی هسته مغناطیسی و شار تغییر کننده با زمان، تلفات هسته واقع می‌شود و این تلفات به صورت حرارت در هسته ظاهر می‌شود [۱].

۹-۱ تحریک سینوسی

در ماشین‌های الکتریکی جریان متناوب^۱ (AC) و سایر کاربردها، ولتاژها و شارها به نسبت زمان بگونه‌ای سینوسی تغییر می‌کنند. شکل ۳۰-۱ (الف) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم شار هسته یا $\phi(t)$ بگونه‌ای سینوسی با زمان تغییر کند. پس [۱]:

$$\phi(t) = \phi_{max} \sin \omega t \quad (33-1) \quad \text{eq31}$$

باید دانست:

- ϕ_{max} دامنه شار در هسته است.

- $\omega = 2\pi f$ فرکانس زاویه‌ای^۲ است.

- f فرکانس می‌باشد.

از قانون فاراده در می‌یابیم که ولتاژ القا شده در سیم‌پیچ N دوری به قرار زیر است:

$$e(t) = N \frac{d\phi}{dt} = N \phi_{max} \omega \cos \omega t = E_{max} \cos \omega t \quad (34-1) \quad \text{eq32}$$

به سهولت در می‌یابیم اگر شار سینوسی باشد، ولتاژ القا شده کسینوسی است. موج‌های شار و ولتاژ در شکل ۳۰-۱ (ب) نشان داده شده‌اند. شکل ۳۰-۱ (ج) نمودار فازوری شار و ولتاژ را نشان می‌دهد. مقدار موثر

¹ Alternating Current

² Angular Frequency

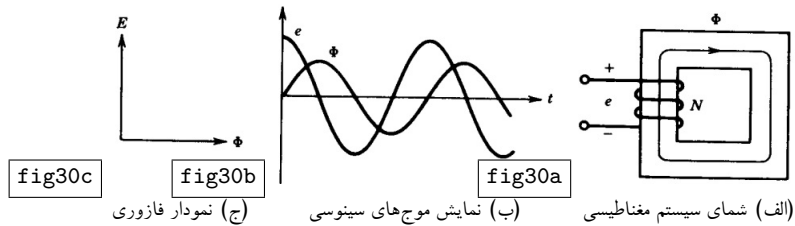


fig30

شکل ۳۰-۱: تحریک سینوسی هسته

(rms) ولتاژ القا شده به قرار زیر است [۱]:

$$E_{rms} = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{N\omega\phi_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_{max}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi f N \phi_{max} \quad (35-1) \quad \text{eq33}$$

$$= 4/44 N f \phi_{max} = 4/44 N f A_c B_{max}$$

از رابطه اخیر در تحلیل ماشین‌های الکتریکی جریان متناوب (AC) استفاده می‌شود [۱]. در حالت ماندگار ac، مقدار موثر ولتاژها و جریان‌ها بیشتر مورد نیاز است تا مقدار لحظه‌ای یا حداکثر آن‌ها، مقدار موثر یک موج سینوسی، $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر مقدار بیک آن است [۲].

مثال ۹-۱ یک منبع تک فاز، ۱۲۰ ولتی و ۶۰ هرتزی به سیم‌پیچ شکل ۳۰-۱ (الف) متصل شده است. این سیم‌پیچ ۲۰۰ دور دارد. پارامترهای هسته به قرار زیر است [۱]:

طول هسته = ۱۰۰ سانتی‌متر

مساحت سطح مقطع هسته = ۲۰ سانتی‌متر مربع

ضریب نفوذپذیری نسبی هسته = ۲۵۰۰

الف- چگالی شار هسته را بیابید.

ب- جریان سیم‌پیچ چقدر است؟

الف- از رابطه (۳۵-۱) داریم:

$$\phi_{max} = \frac{E_{max}}{N\omega} = \frac{120}{4/44 \times 200 \times 60} = 0.002253 \text{ Wb}$$

$$B_{max} = \frac{\phi_{max}}{A} = \frac{0.002253}{20 \times 10^{-4}} = 1/1265 \text{ T}$$

$$B = 1/1265 \sin 2\pi 60 t$$

ب-

$$H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu_r \mu_0} \frac{1/1265}{2500 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 358/575 \frac{At}{m}$$

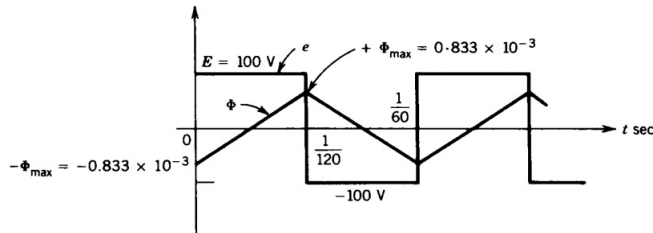
$$i_{max} = \frac{H_{max} l}{N} = \frac{358/575 \times 100 \times 10^{-2}}{200} = 1/7928 A$$

$$i = 1/7928 \sin 2\pi 60 t$$

مثال ۱۰-۱ ex10 یک هسته آهنی مطابق شکل ۱-۳۰ (الف) مفروض است و به دور آن سیم پیچ پیچیده شده است. به این سیم پیچ یک موج چهارگوش با دامنه $E = 100$ ولت و فرکانس 60 هرتز اعمال می شود (۱-۳۱). تعداد دور سیم پیچ 500 دور است. مساحت و سطح مقطع هسته 0.01 مترمربع می باشد. از مقاومت سیم پیچ صرف نظر کنید [۱].

الف- حداکثر مقدار شار در هسته را محاسبه کنید و موج های ولتاژ و شار را بر حسب زمان رسم کنید.

ب- اگر بخواهیم چگالی شار ماکزیمم از $1/2$ تسلا تجاوز نکند، حداکثر مقدار E را حساب کنید.



شکل ۱-۳۱: شکل مثال ۱۰-۱

fig31

حل:

الف- با توجه به شکل ۱-۳۰ (الف) داریم:

$$e = N \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow N d\phi = e dt \xrightarrow{\text{به دلیل تغییرات لحظه ای و اندک}} N \Delta\phi = E \Delta t$$

در حالت مانا (ماندگار)^۱ سطح بخش مثبت نمودار ولتاژ زمان در نیم سیکل مثبت، شار را از ماکزیمم منفی (بیشینه منفی یا $-\phi_{max}$) به ماکزیمم مثبت (بیشینه مثبت یا $+\phi_{max}$) تغییر می دهد. لذا کل تغییرات

^۱Steady State

شار در طی نیم سیکل ولتاژ معادل $2\phi_{max}$ خواهد بود. طبق رابطه بالا اگر E ثابت باشد، شار نسبت به زمان به صورت خطی تغییر می‌کند. داریم:

$$500 \times 2 \times \phi_{max} = 100 \times \frac{1}{120} \Rightarrow \phi_{max} \frac{100}{1000 \times 120} = 0.833 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

موج‌های ولتاژ و شار در شکل ۳۱-۱ رسم شده‌اند.

ب- به سهولت داریم:

$$B_{max} = \sqrt{2} T \Rightarrow \phi_{max} = B_{max} A = \sqrt{2} \times 0.01 = \sqrt{2} \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$N \times 2 \times \phi_{max} = E \times \frac{1}{120} \Rightarrow E = 120 \times 500 \times 2 \times \sqrt{2} \times 10^{-3} = 1447$$