تحلیل مهندسی مدار

ویراست هفتم - ۲۰۰۷

ویلیام هیت

جک کمرلی

استیون دوربن

دکتر قدرت‌الله سپیدنام

(عضو هیأت علمی دانشگاه فردوسی مشهد)

علوم رایانه

چاپ پنجم

ویراست هفتم - ۲۰۰۷

تحلیل مهندسی مدار

ویلیام هیت

جک کمرلی

استیون دوربن

دکتر قدرت‌الله سپیدنام

(عضو هیأت علمی دانشگاه فردوسی مشهد)

آدرس سایت انتشارات: www.olomrayaneh.net

سرشناسه : هیت، ویلیام هارت، ۱۹۲۰ ـ م.
Hoyt, William Hart.
عنوان و نام پدیدآور : تحلیل مهندسی مدار / ویلیام هیت، جک کمرلی، استیون دوربن؛ [مترجم] قدرت‌الله سپیدنام.
مشخصات نشر : بابل: علوم رایانه، ۱۳۸۶.
مشخصات ظاهری : ۶۴۰ ص.: مصور (رنگی)، جدول، نمودار.
شابک : 978-964-8996-43-2
وضعیت فهرست‌نویسی : فیپا
یادداشت : عنوان اصلی: Engineering circuit analysis, 7th ed < c2006.
یادداشت : کتاب حاضر قبلاً توسط ناشرین متفاوت به چاپ رسیده است.
موضوع : مدارهای برقی -- تجزیه و تحلیل.
موضوع : برقی -- شبکه‌ها -- تجزیه و تحلیل.
شناسه افزوده : کمرلی. جک‌الزورث، ۱۹۲۴ - م.
شناسه افزوده : Kemmerly, Jack Ellsworth.
شناسه افزوده : دوربن، استیون
شناسه افزوده : Durbin, Steven M.
شناسه افزوده : سپیدنام، قدرت‌الله، ۱۳۲۴ - مترجم.
رده‌بندی کنگره : الف ۱۳۸۶ ۳ ت ۹ ه / TK ۴۵۴
رده‌بندی دیویی : ۶۲۱/۳۱۹۲
شماره کتابشناسی ملی : ۱۰۹۳۷۹۱

www.olomrayaneh.net
علوم رایانه بابل، صندوق پستی : ۸۹۱-۴۷۱۳۵ تلفن : ۳۲۶۰۷۷۲-۰۱۱۱

تحلیل مهندسی مدار (ویراست هفتم ـ ۲۰۰۷)
تألیف: ویلیام هیت ـ جک کمرلی ـ استیون دوربن
ترجمه: دکتر قدرت‌الله سپیدنام (عضو هیأت علمی دانشگاه فردوسی مشهد)
ناشر: علوم رایانه
چاپ پنجم (ویراست هفتم - چاپ دوم): پاییز ۱۳۸۸
۲۰۰۰ جلد
شابک: ۲-۴۳-۸۹۹۶-۹۶۴-۹۷۸
حروفچینی و صفحه‌آرایی: علوم رایانه قیمت: ۱۱۰۰۰ تومان

تهران، خیابان انقلاب، خیابان اردیبهشت، نبش وحید نظری، شماره ۱۴۲ تلفکس : ۶۶۴۰۰۲۲۰ - ۶۶۴۰۰۱۴۴

فهرست مطالب

فصل اول: تحلیل مدار و مهندسی برق

۱-۱ پیشگفتار ۹
۱-۲ مروری بر این کتاب ۱۰
۱-۳ رابطه تحلیل مدار با مهندسی ۱۲
۱-۴ تحلیل و طراحی ۱۲
۱-۵ تحلیل به کمک کامپیوتر ۱۳
۱-۶ استراتژی موفق حل مسئله ۱۴
۱-۷ خواندنی‌های کمکی ۱۵

فصل دوم: قطعات اساسی و مدارهای الکتریکی

۲-۱ واحدها و مقیاس‌ها ۱۷
۲-۲ بار الکتریکی، جریان، ولتاژ و توان ۱۹
۲-۳ منابع ولتاژ و جریان ۲۴
۲-۴ قانون اهم ۲۸
۲-۵ خلاصه فصل و مرور ۳۲
۲-۶ خواندنی‌های کمکی ۳۲
مسائل ۳۳

فصل سوم: قوانین ولتاژ و جریان

۳-۱ گره‌ها، حلقه‌ها، مسیرها و شاخه‌ها ۳۷
۳-۲ قانون جریان کیرشهف ۳۸
۳-۳ قانون ولتاژ کیرشهف ۴۰
۳-۴ مدار تک‌حلقه‌ای ۴۲
۳-۵ مدار زوج تک‌گره ۴۵
۳-۶ منابع مستقل سری و موازی ۴۷
۳-۷ مقاومت‌های سری و موازی ۴۹
۳-۸ تقسیم ولتاژ و جریان ۵۳
۳-۹ خلاصه فصل و مرور ۵۵
۳-۱۰ خواندنی‌های کمکی ۵۷
مسائل ۵۷

فصل چهارم: تحلیل گره‌ای و مش

۴-۱ تحلیل گرهی ۶۷
۴-۲ آبَرگره ۷۴
۴-۳ تحلیل مِش ۷۷
۴-۴ آبَرمش ۸۲
۴-۵ تحلیل گرهی و تحلیل مش: یک مقایسه ۸۴
۴-۶ تحلیل کامپیوتری مدار ۸۵
۴-۷ خلاصه فصل و مرور ۸۹
۴-۸ خواندنی‌های کمکی ۹۰
مسائل ۹۰

فصل پنجم: تکنیک‌های مفید تحلیل مدار

۵-۱ خطی‌بودن و تجمیع ۹۹
۵-۲ تبدیل منابع ۱۰۶
۵-۳ مدارهای معادل تونن و نورتن ۱۱۲
۵-۴ حداکثر انتقال توان ۱۱۹
۵-۵ تبدیل ستاره ـ مثلث ۱۲۱
۵-۶ انتخاب روش: مقایسه انواع تکنیک‌ها ۱۲۳
۵-۷ خلاصه فصل و مرور ۱۲۴
۵-۸ خواندنی‌های کمکی ۱۲۵
مسائل ۱۲۵

فصل ششم: تقویت‌کننده عملیاتی

۶-۱ پیش‌زمینه ۱۳۵
۶-۲ تقویت‌کننده عملیاتی ایده‌آل ۱۳۶
۶-۳ طبقات پی‌درپی ۱۴۳
۶-۴ مدارهای منابع ولتاژ و جریان ۱۴۵
۶-۵ ملاحظات عملی ۱۴۸
۶-۶ مقایسه گرها و تقویت‌کننده‌های وسایل اندازه گیری ۱۵۷
۶-۷ خلاصه فصل و مرور ۱۵۹
۶-۸ خواندنی‌های کمکی ۱۶۰
مسائل ۱۶۰

فصل هفتم: خازن‌ها و القاگرها

۷-۱ خازن ۱۶۹
۷-۲ القاگر ۱۷۵
۷-۳ ترکیب القاگرها و خازن‌ها ۱۸۲

۷-۴ نتایج خطی‌بودن ۱۸۵
۷-۵ مدارهای op amp ساده با خازن ۱۸۶
۷-۶ دوگانگی ۱۸۸
۷-۷ مدل‌سازی خازن‌ها و القاگرها با PSpice ۱۹۰
۷-۸ خلاصه فصل و مرور ۱۹۲
۷-۹ خواندنی‌های کمکی ۱۹۳
مسائل ۱۹۳

فصل هشتم: مدارهای RL و RC

۸-۱ مدار RL بدون منبع ۲۰۱
۸-۲ خواص پاسخ نمایی ۲۰۶
۸-۳ مدار RC بدون منبع ۲۰۹
۸-۴ تعمیم دیدگاه ۲۱۱
۸-۵ تابع پله واحد ۲۱۷
۸-۶ مدارهای RL واداشته ۲۲۰
۸-۷ پاسخ طبیعی و واداشته ۲۲۲
۸-۸ مدارهای RC واداشته ۲۲۷
۸-۹ پیش‌بینی پاسخ مدارهای سوئیچ‌شده متوالی ۲۳۱
۸-۱۰ خلاصه فصل و مرور ۲۳۶
۸-۱۱ خواندنی‌های کمکی ۲۳۷
مسائل ۲۳۷

فصل نهم: مدار RLC

۹-۱ مدار موازی بدون منبع ۲۴۹
۹-۲ مدار RLC موازی فوق میرا ۲۵۳
۹-۳ میرای بحرانی ۲۵۷
۹-۴ مدار RLC موازی زیرمیرا ۲۶۰
۹-۵ مدار RLC سری بدون منبع ۲۶۵
۹-۶ پاسخ کامل مدار RLC ۲۶۹
۹-۷ مدار LC بدون اتلاف ۲۷۵
۹-۸ خلاصه فصل و مرور ۲۷۶
۹-۹ خواندنی‌های کمکی ۲۷۷
مسائل ۲۷۷

فصل دهم: تحلیل حالت ماندگار سینوسی مدار

۱۰-۱ ویژگی‌های توابع سینوسی ۲۸۳
۱۰-۲ پاسخ واداشته به توابع سینوسی ۲۸۵
۱۰-۳ تابع تحریک مختلط ۲۸۸
۱۰-۴ فیزور ۲۹۲
۱۰-۵ روابط فیزوری برای R، L و C ۲۹۴
۱۰-۶ امپدانس ۲۹۸
۱۰-۷ ادمیتانس ۳۰۱
۱۰-۸ تحلیل گرهی و مش ۳۰۲
۱۰-۹ تجمیع، تبدیل منبع و قضیه تونن ۳۰۵
۱۰-۱۰ نمودارهای فیزوری ۳۰۹
۱۰-۱۱ خلاصه فصل و مرور ۳۱۲
۱۰-۱۲ خواندنی‌های کمکی ۳۱۳
مسائل ۳۱۳

فصل یازدهم: تحلیل منابع انرژی AC

۱۱-۱ توان لحظه‌ای ۳۲۳
۱۱-۲ توان متوسط ۳۲۵
۱۱-۳ مقادیر ولتاژ و جریان موثر ۳۳۳
۱۱-۴ توان ظاهری و ضریب توان ۳۳۷
۱۱-۵ توان مختلط ۳۳۹
۱۱-۶ مقایسه واژه‌های توان ۳۴۳
۱۱-۷ خلاصه فصل و مرور ۳۴۵
۱۱-۸ خواندنی‌های کمکی ۳۴۵
مسائل ۳۴۵

فصل دوازدهم: مدارهای چندفاز

۱۲-۱ سیستم‌های چند فاز ۳۵۱
۱۲-۲ سیستم‌های تک‌فاز سه سیم ۳۵۳
۱۲-۳ اتصال سه فاز Y-Y ۳۵۶
۱۲-۴ اتصال مثلث یا دلتا (D) ۳۶۱
۱۲-۵ اندازه‌گیری توان در سیستم‌های سه‌فاز ۳۶۵
۱۲-۶ خلاصه فصل و مرور ۳۷۲
۱۲-۷ خواندنی‌های کمکی ۳۷۳
مسائل ۳۷۳

فصل سیزدهم: مدار باکوپل مغناطیسی

۱۳-۱ القای متقابل ۳۷۷
۱۳-۲ ملاحظات انرژی ۳۸۳
۱۳-۳ ترانسفورماتورهای خطی ۳۸۶
۱۳-۴ ترانسفورماتور ایده‌آل ۳۹۱
۱۳-۵ خلاصه فصل و مرور ۳۹۹
۱۳-۶ خواندنی‌های کمکی ۳۹۹
مسائل ۳۹۹

فصل چهاردهم: فرکانس مختلط و تبدیل لاپلاس

۱۴-۱ فرکانس مختلط ۴۰۷
۱۴-۲ تابع تحریک سینوسی میرا ۴۱۰

۱۴-۳ تعریف تبدیل لاپلاس ۴۱۳
۱۴-۴ تبدیل لاپلاس توابع زمانی ساده ۴۱۵
۱۴-۵ تکنیک‌های عکس تبدیل لاپلاس ۴۱۷
۱۴-۶ قضایای اصلی در تبدیل لاپلاس ۴۲۴
۱۴-۷ قضایای مقدار اولیه و مقدار نهایی ۴۳۰
۱۴-۸ خلاصه فصل و مرور ۴۳۲
۱۴-۹ خواندنی‌های کمکی ۴۳۳
مسائل ۴۳۳

فصل پانزدهم: تحلیل مدار در حوزه s

۱۵-۱ Z(s) و Y(s) ۴۳۹
۱۵-۲ تحلیل گرهی و تک‌حلقه‌ای در حوزه s ۴۴۴
۱۵-۳ تکنیک‌های دیگر در تحلیل مدار ۴۴۸
۱۵-۴ قطب‌ها، صفرها و توابع تبدیل ۴۵۱
۱۵-۵ کانولوشن ۴۵۱
۱۵-۶ صفحه فرکانس مختلط ۴۶۰
۱۵-۷ پاسخ طبیعی و صفحه s ۴۶۵
۱۵-۸ تکنیک سنتز نسبت ولتاژها $H(s) = V_{out}/V_{in}$ ۴۷۰
۱۵-۹ خلاصه فصل و مرور ۴۷۲
۱۵-۱۰ خواندنی‌های کمکی ۴۷۲
مسائل ۴۷۳

فصل شانزدهم: پاسخ فرکانس

۱۶-۱ تشدید موازی ۴۷۹
۱۶-۲ عرض باند و مدارهای Q بالا ۴۸۶
۱۶-۳ تشدید سری ۴۹۰
۱۶-۴ دیگر فرم‌های تشدید ۴۹۲
۱۶-۵ تغییر مقیاس ۴۹۸
۱۶-۶ نمودار بُود ۵۰۱
۱۶-۷ فیلترها ۵۱۲
۱۶-۸ خلاصه فصل و مرور ۵۱۸
۱۶-۹ خواندنی‌های کمکی ۵۱۹
مسائل ۵۱۹

فصل هفدهم: شبکه‌های دودرگاهی

۱۷-۱ شبکه‌های یک‌درگاهی ۵۲۷
۱۷-۲ پارامترهای ادمیتانس ۵۳۰
۱۷-۳ چند شبکه معادل ۵۳۶
۱۷-۴ پارامترهای امپدانس ۵۴۲
۱۷-۵ پارامترهای هیبرید ۵۴۶
۱۷-۶ پارامترهای انتقال ۵۴۸
۱۷-۷ خلاصه فصل و مرور ۵۵۱
۱۷-۸ خواندنی‌های کمکی ۵۵۲
مسائل ۵۵۲

فصل هجدهم: تحلیل فوریه مدار

۱۸-۱ فرم مثلثاتی سری فوریه ۵۵۹
۱۸-۲ استفاده از تقارن ۵۶۵
۱۸-۳ پاسخ کامل به توابع تحریک متناوب ۵۶۹
۱۸-۴ فرم مختلط سری فوریه ۵۷۱
۱۸-۵ تعریف تبدیل فوریه ۵۷۵
۱۸-۶ بعضی از خواص تبدیل فوریه ۵۷۸
۱۸-۷ جفت تبدیل فوریه برای بعضی توابع زمانی ساده ۵۸۱
۱۸-۸ تبدیل فوریه یک تابع زمانی متناوب کلی ۵۸۵
۱۸-۹ تابع سیستم و پاسخ در حوزه فرکانس ۵۸۶
۱۸-۱۰ اهمیت فیزیکی تابع سیستم ۵۹۰
۱۸-۱۱ خلاصه فصل و مرور ۵۹۵
۱۸-۱۲ خواندنی‌های کمکی ۵۹۵
مسائل ۵۹۵

پیوست ۱ مقدمه‌ای بر توپولوژی شبکه ۶۰۱

پ ۱-۱ درخت‌ها و تحلیل گرهی کلی ۶۰۱
پ ۱-۲ تحلیل حلقوی ۶۰۵

پیوست ۲ حل معادلات همزمان ۶۱۱

پیوست ۳ اثبات قضیه تونن ۶۱۵

پیوست ۴ آموزش PSpice ۶۱۷

پیوست ۵ اعداد مختلط ۶۲۱

پ ۵-۱ عدد مختلط ۶۲۱
پ ۵-۲ اتحاد اولر ۶۲۳
پ ۵-۳ فرم نمایی ۶۲۴
پ ۵-۴ فرم قطبی ۶۲۵

پیوست ۶ آموزش مختصر متلب ۶۲۷

پیوست ۷ قضایای اضافی در تبدیل لاپلاس ۶۳۱

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۶۳۴

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۶۳۷

بسم الله الرحمن الرحیم

یکی از پایه‌های توسعه فرهنگی و رشد و شکوفایی استعدادها، مقوله کتاب و کتابخوانی است. نیاز به کتاب به سرعت در حال رشد است و انتشارِ نتیجهٔ مطالعات پژوهشگران و اندیشمندان پاسخگوی این نیاز خواهد بود.

جهت تحقق این امر و گام برداشتن به سمت خودکفایی، چاپ کتب علمی، به‌خصوص در زمینه فنّاوری جدید، یعنی کامپیوتر، که توسعه سایر فنّاوری‌ها نیز به آن وابسته است، ضروری است.

عین اله جعفرنژاد قمی
انتشارات علوم رایانه

مقدمه

توکل بر الطاف بی‌بدیل یکتای بی‌همتا و سلام بر دوستاران اهل علم و قلم. هرچند که به نظررسید نوشتن مقدمه‌ای بر این مکتوب جایگاهی نداشته باشد، و اهل فن، بر علم و توانمندی نویسنده کتاب و دستیارانش وقوف کامل دارند ولی نگاشت چند سطر در راستای آشنایی تازه‌واردان به عرصه مهندسی مدار دریغ نشد.

اعمال دقت وافر و وسواس در انتخاب و معرفی کتاب اولین گام در راستای تهیه این مکتوب بود که مورد پسند عامه و استفاده علاقمندان و اهل فن در این رشته بوده است. دقت در ترجمه متون و بیان آن‌ها با زبانی ساده گام دیگری است که در فرآیند نشر آن برداشته شده است، ضمن آن‌که پایین‌بودن بهای کتاب نیز فراموش نشده است.

در این نسخه از کتاب همچون نسخ اصلی قبل، خواننده با مدارهای dc و ac آشنا شده در راستای تحلیل و طراحی شبکه‌های الکتریکی با قوانین و قضایای موجود آشنا می‌گردد. به‌کارگیری فنون و شگردهای مختلف رایج در تحلیل و طراحی شبکه‌های الکتریکی خواننده را با شیبی ملایم به اوج دانش و فن می‌رساند. مطالب هر فصل و فصول مختلف گام‌به گام و زنجیروار به هم پیوند شده‌اند و بدین ترتیب عواملی چون ناپیوستگی در متن یا در موضوع ذهن خواننده را مشوش نمی‌کنند.

در این ویرایش علاوه بر افزودن اصلاح بر موضوع و متن‌های قبل، خواننده با نرم‌افزار متلب نیز آشنا می‌شود. تمرینان و مسائلی هم در این باب ارائه شده است. مثال‌ها و مسائل متعدد در متن و انتهای هر فصل به درک موضوع تحلیل و طراحی کمک شایانی نموده است. مسائلی که در آخر هر فصل با علامت "ط" (به معنی مسائل طراحی) معرفی شده‌اند می‌توانند به‌وسیله کاربر در طراحی مسائل نمونه به‌کارگرفته شوند.

مع‌الوصف از خوانندگان عزیزی که این کتاب را مطالعه می‌نمایند تقاضا می‌شود هرگونه ارشاد و راهنمایی را دریغ ننمایند و ما را در این امر فرهنگی راهنمایی نمایند.

دکتر قدرت‌الله سپیدنام
(عضو هیأت علمی دانشگاه فردوسی مشهد)

فصل اول

تحلیل مدار و مهندسی برق

مفاهیم کلیدی

جنبه‌های تحلیل مدار: تحلیل dc، تحلیل گذرا، تحلیل ac، و تحلیل فرکانس

تحلیل و طراحی

تحلیل به کمک کامپیوتر

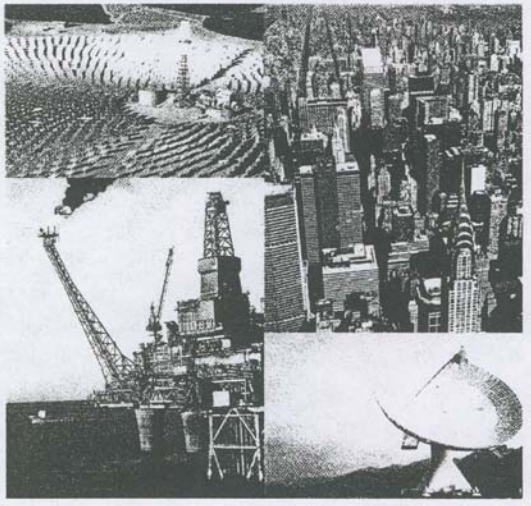
استراتژی موفق حل مسئله

۱-۱ پیشگفتار

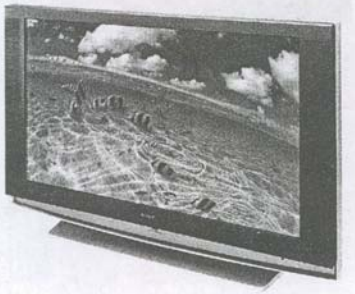
امروزه فارغ‌التحصیلان مهندسی، تنها به خاطر کار بر روی جنبه‌های طراحی فنیِ مسائل مهندسی، استخدام نمی‌شوند. تلاش آن‌ها اکنون، از خلق کامپیوترها و سیستم‌های مخابراتی بهتر، فراتر رفته و در راستای حل مسائل اقتصادی ـ اجتماعی مانند آلودگی آب و هوا، برنامه‌ریزی شهری، حمل و نقل عمومی، کشف منابع انرژی جدید، نگهداری منابع طبیعی به‌خصوص نفت و گاز طبیعی جهت یافته است.

برای ایفای نقشی موثر در حل این مسائل، مهارت‌های بسیاری لازم است که یکی از آن‌ها، دانش تحلیل مدار الکتریکی می‌باشد. اگر از قبل وارد این‌گونه برنامه‌ها شده باشید یا بخواهید وارد یک برنامه در زمینه مهندسی برق شوید، تحلیل مدار مقدمه‌ای بر این رشته است. اگر با بخش‌های دیگری از مهندسی سروکار دارید، آنگاه تحلیل مدار بخش عمده مطالعات شما را در مهندسی برق شامل می‌شود؛ به‌هرحال، این بحث شما را قادر می‌سازد تا در زمینه‌های الکترونیک، ابزار اندازه‌گیری دقیق و دیگر زمینه‌های مشابه به‌طور موثر کار کنید. مهم‌تر از همه، این امکان فراهم می‌شود تا اطلاعات شما گسترش یافته و در تیمی که بکارِ ساخت دستگاه‌های الکتریکی و سیستم‌های برقی مشغولند، عضو موثری باشید. تبادل اطلاعات موثر در چنین تیمی هنگامی حاصل می‌شود که زبان و مفاهیم به کاررفته، برای همگان آشنا باشد.

در این فصل مروری بر عناوین مطرح‌شده در این کتاب خواهیم داشت، و به‌طور خلاصه رابطه بین تحلیل و طراحی و نقشی که ابزارهای کامپیوتری امروزی در تحلیل مدارهای مدرن بازی می‌کنند، بررسی خواهد شد.



همه مهندسین برق به‌طور روزمره تحلیل مدار را انجام نمی‌دهند، ولی تحلیل‌ها و راهکارها و مهارت‌های حل مسائل آموخته‌شده را از اول حرفه به یاد می‌آورند. یک دوره تحلیل مدار یکی از ابتدایی‌ترین نمایش‌ها برای این مفاهیم است (Solar Mirrors: © Corbis; Skyline: © Getty © Getty Images/J.Luke/PhotoLink)



دستگاه تلویزیون دارای مدارهای متعدد غیرخطی است. بخش عمده‌ای از آن‌ها را می‌توان درک کرده و به کمک مدارهای خطی تحلیل نمود.

۱-۲ مروری بر این کتاب

موضوع اصلی این کتاب درباره **تحلیل مدار خطی** است که بلافاصله برای بعضی از خوانندگان ممکن‌است این سوال را مطرح کند:

"آیا تحلیل مدار غیرخطی وجود دارد؟"

بلی، ما همه روزه با مدارهای غیرخطی مواجه هستیم: این مدارها سیگنال‌ها را برای TV و رادیو گرفته و دیکد می‌نمایند، میلیون‌ها محاسبه را در هر ثانیه در داخل ریزپردازنده انجام می‌دهند، و صدا را برای انتقال از طریق خطوط تلفن به سیگنال‌های الکتریکی تبدیل می‌کنند، و چندین عمل را در بیرون انجام می‌دهند که از دید ما خارج است. در طراحی، تست و پیاده‌سازی چنین مدارهای غیرخطی تحلیل دقیق اجتناب‌ناپذیر است. اکنون ممکن‌است بپرسید:

"پس چرا ما مدارهای خطی را مطالعه می‌کنیم؟"

سوال خوبی است. واقعیتی مسلم از موضوع این‌است‌که هیچ سیستم فیزیکی (از جمله مدارهای الکتریکی) به‌طور ایده‌آل خطی نیست. با این وجود خوشبختانه تعداد زیادی از سیستم‌ها در گستره‌ای محدود رفتاری تقریباً **خطی** دارند و این به ما اجازه می‌دهد تا آن‌ها را به عنوان سیستم‌های خطی با حفظ محدودیت‌ها مدل‌سازی کنیم.

مثلاً تابع آشنای زیر را درنظربگیرید:

$$f(x) = e^x$$

یک تقریب خطی برای این تابع عبارتست‌از:

$$f(x) \approx 1 + x$$

اجازه بدهید ببینیم این چگونه است. جدول ۱-۱ هم مقدار دقیق و هم مقدار تقریبی $f(x)$ را برای محدوده‌ای از x نشان می‌دهد. جالب است، تقریب خطی استثنا تا حدود $x = 0.1$ دقیق است، و خطای نسبی هنوز کمتر از 1% است. گرچه بسیاری از مهندسین با داشتن یک ماشین حساب می‌توانند خیلی سریع عمل کنند ولی مشکل است بتوان ادعا کرد که هر روشی سریعتر از فقط افزودن یک عدد 1 به x می‌باشد.

جدول ۱-۱ مقایسه یک مدل خطی برای e^x با مقدار دقیق.

x	f(x)*	1 + x	**خطای نسبی
0.0001	1.0001	1.0001	0.0000005%
0.001	1.0010	1.001	0.00005%
0.01	1.0101	1.01	0.005%
0.1	1.1052	1.1	0.5%
1.0	2.7183	2.0	26%

* تا چهار رقم اعشار بیان شده است

** خطای نسبی $\triangleq \left| 100 \times \frac{e^x - (1+x)}{e^x} \right|$

مسائل خطی ذاتاً ساده‌تر از نوع غیرخطی‌شان حل می‌شوند. بنابراین به‌عنوان یک مهندس، اغلب به دنبال یافتن روش‌های تقریبی خطیِ دقیقی (یا مدل‌ها) برای موارد فیزیکی هستیم. علاوه‌برآن مدل‌های خطی ساده‌تر دستکاری شده و درک می‌شوند و لذا طراحی را سرراست‌تر می‌نمایند.

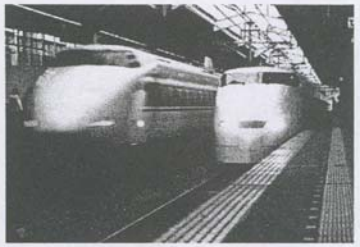
مدارهایی که در فصل‌های بعد با آن‌ها مواجه خواهیم شد، همگی تقریب‌های خطی را برای مدارهای الکتریکی فیزیکی ارائه می‌دهند. هر جا که لازم باشد از کمی دقت و یا محدودیت‌ها برای این مدل‌ها صحبت خواهیم کرد، اما به‌طورکلی، به نظر می‌رسد که آن‌ها دقت مناسبی را برای بسیاری از کاربردها دارا هستند. در مواردی که در عمل، دقت بیشتر لازم باشد، از مدل‌های غیرخطی استفاده می‌شود که این خود پیچیدگی قابل توجهی را در حل مسائل دربر خواهد داشت. بحث دقیق‌تر از آنچه که یک مدار الکتریکی خطی را می‌سازد در فصل ۲ آمده است.

تحلیل مدارهای خطی را می‌توان به چهار بخش تقسیم کرد: **تحلیل مدارهای مقاومتی یا dc، تحلیل گذرا، تحلیل ac و تحلیل حوزه فرکانس.** مطالعه خود را با عنوان مدارهای مقاومتی یا dc آغاز می‌کنیم که می‌تواند مسئله ساده چراغ‌قوه یا یک توستر باشد. بدین ترتیب فرصت خوبی برای آموختن تکنیک‌های متعدد تحلیل مدار مانند تحلیل گره‌ای، تحلیل مش یا تک‌حلقه‌ای، تجمیع، تبدیل منبع، قضیه تونن و قضیه نورتن، همراه با روش‌های جایگزینی قطعاتی از مدار که به صورت سری یا موازیند به‌دست خواهد آمد. مهم‌ترین ویژگی مدارهای مقاومتی این‌است‌که هر کمیت وابسته به زمان موردنظر در این مدارها، نمی‌تواند روال تحلیل را تحت تأثیر قرار دهد. بنابراین اگر مقدار پارامتری در یک لحظه از زمان خواسته شود، نیازی به تحلیل مدار در همه لحظات وجود ندارد. بنابراین ما بیشترین تلاش را در بررسی مدارهای dc خواهیم داشت. در این مدارها پارامترهای الکتریکی با زمان تغییر نمی‌کنند.

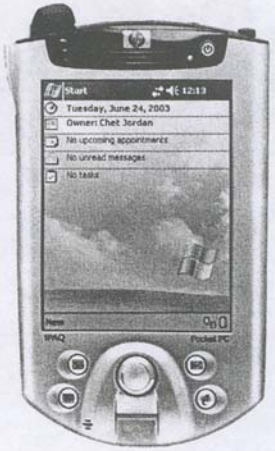
گرچه مدارهای dc مانند چراغ‌قوه یا چراغ مه‌شکن پنجره عقب خودرو در تمام روزهای زندگی اهمیت دارند ولی موارد جالب‌تر هنگامی است که چیزی ناگهان رخ دهد (تصور کنید که چه می‌شد اگر ترقه‌ای ۱۰۰ سال طول می‌کشید تا از وضعیتی آرام به حالت ترق و تروق می‌رفت!). در نحوه تحلیل مدار، منظور ما از تحلیل گذرا[1]، اشاره به روش‌های به‌کاررفته در مطالعه مدارهایی است که ناگهان تحریک می‌شوند یا از کار می‌افتند. برای این‌که این مدارها مورد توجه قرار گیرند ما باید عناصری به مدار اضافه کنیم که به تغییر کمیت‌های الکتریکی واکنش نشان دهد. که این منجر به معادلات مداری می‌شود که در آن‌ها مشتق و انتگرال وجود دارد. خوشبختانه ما می‌توانیم اینگونه معادلات را با استفاده از روش‌های ساده‌ای که در بخش اول مطالعه خود آموخته‌ایم، به دست آوریم.

البته همه مدارهای متغیر با زمان ناگهان خاموش و روشن نمی‌شوند. تهویه هوا، فن‌ها و لامپ‌های فلورسنت تنها چند نمونه از آنچه که روزانه می‌بینیم هستند. در این موارد یک روش مبتنی بر حساب دیفرانسیل برای هر تحلیل می‌تواند خسته‌کننده و وقت‌گیر باشد. خوشبختانه راه‌حل بهتری برای مواردی وجود دارد که به امکانات اجازه داده شده در آن‌ها اثر گذرا طولانی‌تر باشد و به این مورد با تحلیل ac اشاره شده است و گاهی به آن تحلیل فیزور[2] می‌گویند.

بخش آخر مربوط به موضوعی تحت عنوان پاسخ فرکانس است. کار مستقیم با معادلات دیفرانسیل که در حوزهٔ زمان به‌دست آمد به ما کمک می‌کند تا درک سریعی برای عملکرد مدارهای حاوی عناصر ذخیره‌کنندهٔ انرژی داشته باشیم (به‌عنوان مثال خازن‌ها و القاگرها). با این وجود همان‌طور که خواهیم دید حتی مدارهایی که دارای تعداد نسبتاً کمی از عناصر هستند، می‌توانند به‌هنگام تحلیل مشکل‌زا باشند و بنابراین باید راه مستقیم و مقاوم‌تری یافت. این مطالب مبنای تحلیل در حوزهٔ فرکانس است که به ما اجازه می‌دهد تا معادلات دیفرانسیل را به فرم ساده‌تر معادلات جبری درآوریم. چنین روش‌هایی ما را قادر می‌کنند تا مدارهایی طراحی کنیم که به طریقی خاص، به فرکانس‌های مشخصی پاسخ دهند. ما همه روزه مدارهای وابسته به فرکانس را وقتی که ایستگاه رادیویی خود را انتخاب می‌کنیم، یا از تلفن سکه‌ای استفاده می‌نماییم، و یا به اینترنت وصل می‌شویم به کار می‌بریم.



ترن‌های مدرن به وسیله موتورهای الکتریکی انرژی می‌گیرند. سیستم الکتریکی آن‌ها با روش‌های فیزوری یا ac بهتر تحلیل می‌شود.



مدارهای وابسته به فرکانس در قلب بسیاری از وسایل الکترونیک قرار دارند و می‌توانند سرگرمی‌های زیادی را در طراحی به وجود آورند.

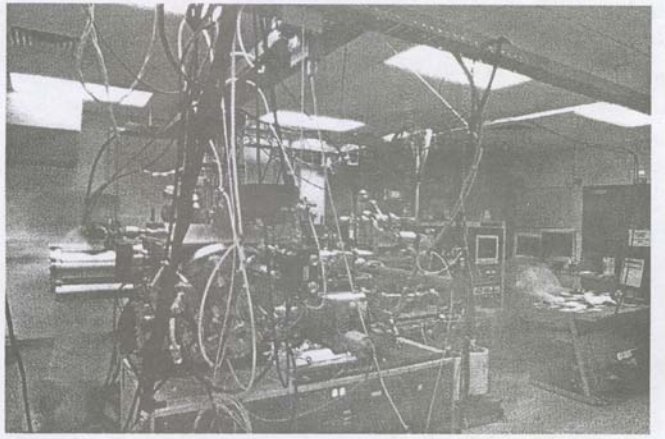
1. transient analysis 2. phasor analysis

۱-۳ رابطه تحلیل مدار با مهندسی

خواه بخواهیم که در تکمیل این بحث تحلیل مدار بیشتری را دنبال کنیم یا نکنیم، ارزشمند است که بدانیم چندین لایه برای مفاهیم تحت مطالعه وجود دارد. ورای پیچ و مهره‌های تکنیک‌های تحلیل مدار فرصت‌هایی وجود دارد که با آن یک روش متدلوژیک برای حل مسئله ایجاد می‌شود، توانمندی تعیین هدف یا اهداف برای یک مسئله خاص معین می‌گردد، مهارت در جمع‌آوری اطلاعات لازم برای یک حل کسب می‌شود و شاید با همان اهمیت، فرصت برای تمرین و آزمایش تصدیق دقت در حل پیش می‌آید.

دانشجویانی که با مطالعه دیگر عناوین مهندسی مانند حرکت سیالات، سیستم‌های تعلیق، طراحی پل، مدیریت‌های تهیه و توزیع، و دیگر فرآیندهای کنترلی آشنا هستند فرم کلی معادلات دیفرانسیلی را که ما برای توصیف رفتار مدارهای مختلف ارائه می‌کنیم تشخیص خواهند داد. ما فقط کافی است متغیرهای مختلف را تبدیل کنیم (به‌عنوان‌مثال، ولتاژ را با نیرو، بار را با فاصله، مقاومت را با ضریب اصطکاک، و غیره جایگزین نماییم) تا به این ترتیب بدانیم چگونه با یک مسئله جدید کار کنیم. اغلب اگر از کارهای قبلی خود تجربه‌ای اندوخته‌ایم درک شهودی می‌تواند راهنمای ما در حل یک مسئله کاملاً جدید باشد.

مثالی از یک مانیپولاتور (عملگر) روباتی. می‌توان سیستم کنترل پسخوردی را با عناصر مدار خطی برای تعیین شرایط بی‌ثباتی مدل‌سازی کرد.



آنچه را که ما در رابطه با تحلیل مدار خطی قصد آموختن آن را داریم، مبنای بسیاری از دوره‌های بعدی مهندسی برق را تشکیل می‌دهد. مطالعه الکترونیک مبتنی است بر تحلیل مدارهای دیودی و ترانزیستوری که در ساخت منابع تغذیه، تقویت‌کننده‌ها و مدارهای دیجیتال به‌کار می‌روند. این مهارت‌ها که ما در حال پی‌ریزی آن‌ها هستیم قابل استفاده سریع و روش‌مند به وسیله هر مهندس الکترونیک است و نامبرده می‌تواند یک مدار پیچیده را بدون حتی دست‌زدن به یک قلم حل کند! فصل‌های مربوط به حوزه زمان و حوزه فرکانس این کتاب مستقیماً به بحث‌هایی دربارهٔ پردازش سیگنال، خطوط انتقال نیرو، تئوری کنترل، و مخابرات منتهی می‌شود. خواهیم دید که تحلیل حوزه فرکانس به خصوص تکنیکی بسیار قوی است و به سادگی به هر سیستم فیزیکی تحت نیروی وابسته به زمان قابل اعمال است.

۱-۴ تحلیل و طراحی

مهندسین درکی بنیادی را از اصول دانشمندان کسب می‌کنند، و از ترکیب آن با دانش عملی خود که اغلب به صورت جملات ریاضی بیان می‌شود و با خلاقیت‌های قابل ملاحظه مکرر به

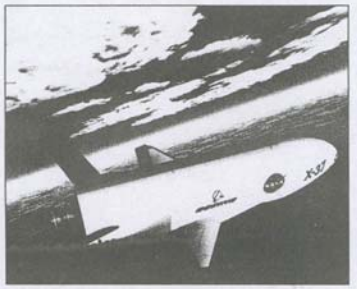
راه‌حلی برای یک مسئله مفروض می‌رسند. **تحلیل** فرآیندی است که از طریق آن ما دیدگاه یک مسئله را فراهم می‌کنیم، اطلاعات لازم را برای درک آن کسب می‌کنیم، و پارامترهای موردنظر را محاسبه می‌نماییم. **طراحی** فرآیندی است که به وسیله آن ما چیزی جدید را به عنوان بخشی از حل مسئله خلق می‌کنیم. کلی‌تر بگوییم این انتظار می‌رود که هر مسئله‌ای که نیاز به طراحی داشته باشد، راه‌حل منحصربه‌فردی ندارد، درحالی‌که فاز تحلیل چنین نیست. بنابراین آخرین گام در طراحی همیشه تحلیل نتیجه است تا مشاهده شود که آیا با مشخصات تطبیق می‌کند یا خیر.

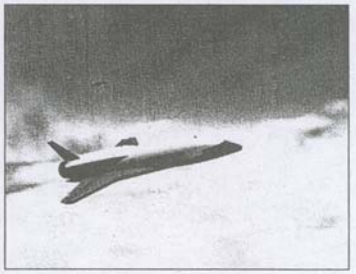
این کتاب بر توسعه توانمندی ما برای تحلیل و حل مسائل توجه دارد زیرا نقطه شروع هر موضوع مهندسی است. فلسفه این کتاب این‌است‌که ما نیاز به توضیح واضح، مثال‌های به موقع، و تمرینات زیادی برای گسترش چنین توانایی داریم. بنابراین عناصر طراحی در انتهای مسائل آخر فصل و فصل‌های بعدی طوری جمع‌آوری شده است که مسرت‌بخش باشد تا ملال‌آور.

۱-۵ تحلیل به کمک کامپیوتر

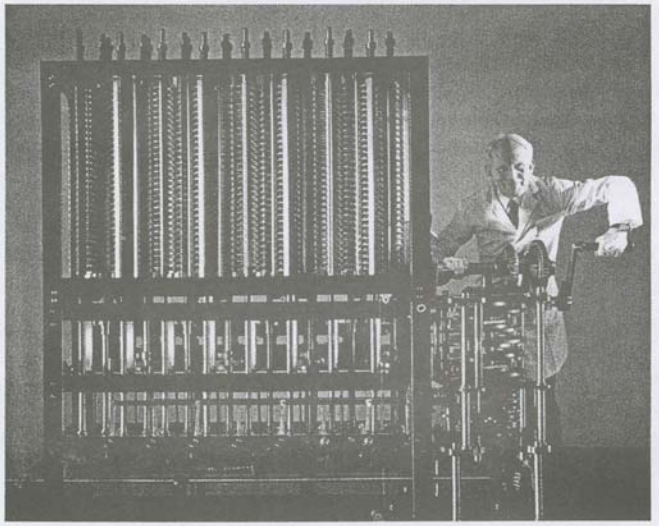
حل انواع معادلات که از تحلیل مدارها به دست می‌آیند اغلب حتی برای مدارهای نسبتاً پیچیده مشکل است. البته این احتمال بروز خطا را علاوه‌بر صرف زمان زیاد محاسبات، افزایش می‌دهد. میل به یافتن ابزاری برای کمک به این فرآیند در واقع به قبل از دوره کامپیوترهای الکترونیک برمی‌گردد، که در آن کامپیوترهای کاملاً مکانیکی مانند موتور تحلیل طراحی‌شده به وسیله چارلز بیبج در سال ۱۸۸۰ به عنوان حل‌های ممکن پیشنهاد شد. شاید قدیمی‌ترین کامپیوتر الکترونیک موفق که برای حل معادلات دیفرانسیل طراحی شد، کامپیوتر انیاک در دهه ۱۹۴۰ بود که لامپ‌های الکترونیکی آن یک اطاق بزرگ را پر می‌کرد. با اختراع کامپیوترهای شخصی تحلیل مدار به کمک کامپیوتر به صورت ابزاری ارزشمند نه فقط در تحلیل بلکه در طراحی درآمد.

یکی از ویژگی‌های مهم طراحی به‌کمک کامپیوتر اجتماع چند برنامه به صورت شفاف برای کاربر است. این امکان اجازه می‌دهد که مدار به‌صورت شماتیک و با سرعت روی صفحه نمایش ظاهر شده و به‌طور خودکار به قالبی که برای برنامه تحلیل لازم است کاهش یابد (مانند



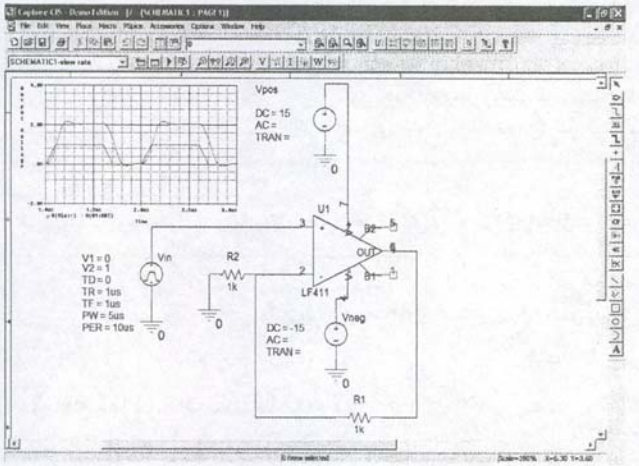


دو طرح پیشنهادی برای نسل بعد فضاپیمای شاتل. گرچه هر دو حاوی اجزای مشابه‌اند، هر کدام منحصربه‌فرد است.



ماشین تفاضلی شماره ۲ چارلز بیبج که در سال ۱۹۹۱ در موزه لندن جمع‌آوری و تکمیل شد.

یک تقویت‌کننده که با بسته نرم‌افزاری اخذ شماتیک تجاری ترسیم شده است. خروجی شبیه‌سازی‌شده وابسته به زمان است.



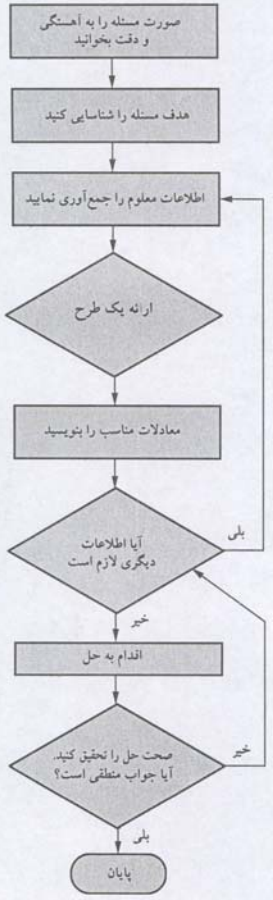
SPICE که در فصل ۴ معرفی شده است). نتایج حاصل به آرامی به برنامه سومی منتقل می‌گردد تا در آن‌جا کمیت‌های مطلوب در مدار موردنظر رسم شود. به محض این‌که مهندس با رفتار ناشی از شبیه‌سازی راضی شد همان نرم‌افزار می‌تواند مدار چاپی را تولید کند و برای اجرای آن از پارامترهای هندسی موجود در کتابخانه استفاده می‌نماید. این سطح از مجتمع کاری سطور پیوسته در حال افزایش است تا جایی که یک مهندس خواهد توانست یک شماتیک را ترسیم کند، چند دکمه را بفشارد و به سمت دیگر میز رفته تا نوع تولیدشده صنعتی مدار را که آماده تست است بردارد.

با این وجود به خواننده گوشزد می‌شود که: به دلایل متعدد نرم‌افزارهای تحلیل مدار به هیچ وجه جایگزین تحلیل دستی قدیمی نمی‌گردند. ما باید درک منسجمی از چگونگی کار مدار داشته باشیم تا بتوانیم آن‌ها را طراحی کنیم. رفتن به سراغ یک بسته نرم‌افزاری خاص و اجرای آن ممکن‌است به ما در رسیدن به یک پاسخ برای سوالی ساده کمک کند، ولی این مشابه یک بازی لاتاری است: با خطاهای تولیدشده انسانی، پارامترهای پنهان پیش‌فرض در منوهای فراوان قابل انتخاب و کمبودهای گهگاه کد نوشته‌شده به وسیله انسان جایگزینی برای داشتن حداقل ایده از رفتار موردنظر مدار وجود ندارد. آن وقت اگر نتایج شبیه‌سازی با آنچه انتظار می‌رود همخوانی نداشته باشد، می‌توان خطا را زودتر از آنکه دیر شود پیدا کنیم. تحلیل کامپیوتری هنوز ابزاری قوی است. این ابزار اجازه می‌دهد تا مقادیر پارامترها تغییر کند و تغییر رفتار مدار ارزیابی شود، و چندین تغییر برای یک طراحی به روشی سرراست مورد ملاحظه قرار گیرد. در نتیجه کارهای تکراری کاهش یافته و فرصت بیشتری برای پرداختن به جزئیات مهندسی وجود خواهد داشت.

۱-۶ استراتژی موفق حل مسئله

هنگامی‌که مأیوس‌کننده‌ترین بخش تحلیل مدار از دانشجویان سوال شود عده زیادی از آن‌ها خواهند گفت، نقطه شروع کجاست. دومین بخشی که مشکل به‌نظر می‌رسد، یافتن مجموعه کاملی از معادلات و سازمان‌دهی آن‌ها می‌باشد به نحوی که قابل مدیریت باشد.

حرکت اصولی در این مورد خواندن سریع صورت مسئله است و سپس باید بلافاصله برای یافتن معادلات مناسب اقدام کرد. در این میان آرزوی زمانی را داریم که قطر دایره‌ای داده‌شده و محیط آن خواسته می‌شد، یا ابعاد یک هرمی را می‌داشتیم و حجم آن را محاسبه می‌کردیم.



گرچه جست‌وجو برای یافتن حل سریع وسوسه‌انگیز است، ولی پافشاری در دنبال‌کردن روشی با قاعده در درازمدت به حل بهتری منجر می‌شود.

چارتی که ملاحظه می‌کنید، برای کمک به حل دو مشکل رایج طراحی شده است: یکی شروع مسئله و دیگری هدایت در راستای حل. گرچه بعضی از مراحل کاملاً واضح به‌نظر می‌رسد، ولی ترتیب پیشروی و انجام هر مرحله عامل موفقیت در رسیدن به هدف است.

در هر صورت کلید واقعی موفقیت در تحلیل مدار ممرست است. تجربه بهترین معلم است و آموختن از اشتباهات همیشه بخشی از فرآیندی است که فرد یک مهندس موفقی باشد.

۱-۷ خواندنی‌های کمکی

G polya, How to solve it, Princeton University Press, 1971. ISBN: 0691023565 . کتابی است ارزان‌قیمت، پرفروش و مشهور و به خواننده چگونگی ایجاد یک استراتژی در حل مسئله را برای مسائل ظاهراً ناممکن می‌آموزد.

فصل دوم

قطعات اساسی و مدارهای الکتریکی

مفاهیم کلیدی

- کمیت‌های اصلی الکتریکی و واحدهای مربوطه: بار، جریان، ولتاژ و توان
- جهت جریان و قطب‌های ولتاژ
- قرارداد علامت غیرفعال برای محاسبه توان
- منابع جریان ولتاژ ایده‌آل
- منابع وابسته
- مقاومت و قانون اهم

مقدمه

موضوع اصلی در این کتاب تحلیل مدارهای الکتریکی و سیستم‌ها است. در ارتباط با یک تحلیل خاص، ما اغلب به دنبال یافتن جریان‌ها، ولتاژها، یا توان‌های خاص هستیم، لذا ما با توصیف خلاصه‌ای از این کمیت‌ها آغاز می‌کنیم. به لحاظ تعداد قطعات مورد استفاده در ایجاد مدارهای الکتریکی، محدودیت زیادی در انتخاب داریم. بنابراین بدون هرگونه غرق‌شدن، ما ابتدا بر **مقاومت**، که قطعه‌ای غیرفعال است، و گستره‌ای از منابع فعال ایده‌آل از ولتاژ و جریان، توجه خواهیم کرد. به تدریج که جلوتر برویم، قطعات جدیدی اضافه خواهند شد، تا مدارهای پیچیده‌تر و مفیدتری مورد بررسی قرار گیرند.

مضمون یک نصیحت سریعی قبل از شروع به بررسی چنین است: به نقش علامت‌های "+" و "−" به هنگام برچسب‌زنی ولتاژها به دقت توجه کنید، و به اهمیت جهت فلش (پیکان) جریان دقت نمایید؛ آن‌ها اغلب پاسخ‌های غلط و صحیح را از هم متمایز می‌کنند.

۱ـ۲ واحدها و مقیاس‌ها

برای بیان هر کمیت قابل اندازه‌گیری باید یک **عدد** و یک **واحد** برای آن مشخص کنیم، مانند "۳اینچ". خوشبختانه همه ما از یک سیستم اعداد استفاده می‌کنیم. ولی در سیستم آحاد چنین نیست و برای آشنایی با یک سیستم مناسب باید کمی وقت صرف کرد. ما باید در مورد یک واحد استاندارد به توافق برسیم و از بقاء پذیرش آن توسط عامه مطمئن باشیم. مثلاً واحد استاندارد برای طول نمی‌تواند برحسب فاصله بین دو علامت روی یک نوار لاستیکی تعریف شود، زیرا این تعریف دوام ندارد و علاوه بر آن دیگران هم استاندارد خود را به کارخواهند برد.

در مورد انتخاب سیستم آحاد، دستمان چندان باز نیست. سیستمی که به کار خواهیم برد در سال ۱۹۶۴ به وسیله موسسه ملی استاندارد پذیرفته شد و اکثر جوامع علمی نیز آن‌را به‌کار می‌برند و امروزه کتاب‌ها نیز با زبان آن نوشته می‌شوند. **این سیستم بین‌المللی آحاد است** (که در تمام زبان‌ها با نام اختصاری SI خوانده می‌شود). سیستم مذکور در کنفرانس بین‌المللی اوزان و مقادیر در سال ۱۹۶۰ پذیرفته شد. SI بر اساس هفت واحد بنیادی **متر**، **کیلوگرم**، **ثانیه**، **آمپر**، **کلوین**، **مول** و **شمع** پایه‌ریزی شده است (جدول ۱ـ۲ ملاحظه شود). این سیستم که یک سیستم متری است، علی‌رغم این‌که هنوز به‌طور گسترده در ایالات متحده به‌کار نمی‌رود، در بسیاری از کشورهای پیشرفته متداول است. واحد کمیات دیگر مانند حجم، نیرو، انرژی و غیره از این هفت واحد اصلی به‌دست می‌آیند.

واحد اصلی کار یا انرژی **ژول** است (J). یک ژول (یک کیلوگرم متر بر مجذور ثانیه در واحد SI) معادل است با 0.7376 فوت پوند نیرو (ft-lb-f). دیگر واحدهای انرژی از جمله

جدول ۱ـ۲ واحدهای بنیادی SI.

کمیت	نام	نماد
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
جریان الکتریکی	آمپر	A
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
شدت نور	شمع	cd

برای واحدهایی که از نام دانشمندان استفاده شده حروف کوچک به کار رفته، ولی با حروف بزرگ خلاصه شده است.

کالری متعلق به مواد غذایی و نوشیدنی‌ها است و در عمل از کیلوکالری که برابر 4187 ژول است استفاده می‌شود.

کالری (CAL)، معادل است با 4.187 ژول (J)؛ واحد گرمایی انگلیسی (BTU) که برابر است با 1055 ژول و کیلووات ساعت (kWh)، معادل است با 3.6×10^6J . توان به صورت میزان کار انجام‌شده یا انرژی تلف‌شده تعریف می‌شود. واحد اصلی توان با وات (W) تعریف می‌شود که برابر است با یک ژول بر ثانیه. یک وات برابر است با 0.7376 فوت نیرو بر ثانیه (ft-lbf/s) یا معادل است با $\frac{1}{745.7}$ اسب بخار (hp).

SI از سیستم دهدهی برای ارتباط واحدهای بزرگ‌تر و کوچک‌تر به واحد اصلی استفاده می‌کند و برای نشان‌دادن آن‌ها توان‌هایی از 10 را به‌عنوان پیشوند به کار می‌گیرد. پیشوند و نماد آن‌ها در جدول ۲ـ۲ آمده است. واحدهایی که بیشتر در مهندسی رایج هستند در درون جدول سایه زده شده‌اند.

جدول ۲ـ۲ پیشوندهای SI.

ضریب	نام	نماد	ضریب	نام	نماد
10^{-24}	یوکتو	y	10^{24}	یوتا	Y
10^{-21}	زپتو	z	10^{21}	زتا	Z
10^{-18}	آتو	a	10^{18}	اکسا	E
10^{-15}	فمتو	f	10^{15}	پتا	P
10^{-12}	پیکو	p	10^{12}	ترا	T
10^{-9}	نانو	n	10^{9}	گیگا	G
10^{-6}	میکرو	μ	10^{6}	مگا	M
10^{-3}	میلی	m	10^{3}	کیلو	k
10^{-2}	سانتی	c	10^{2}	هکتو	h
10^{-1}	دسی	d	10^{1}	دکا	da

به‌خاطر سپردن این پیشوندها ارزش دارد زیرا به دفعات در این کتاب و دیگر مقالات تکنیکی به کار رفته‌اند. ترکیب چندین پیشوند مانند میلی میکروثانیه پذیرفته نیست. همچنین بهتر است از میکرون (μm) به‌جای میکرومتر و آنگستروم (Å) برای 10^{-10}m استفاده کنیم. بالاخره در تحلیل مدار و به‌طور کلی مهندسی بهتر است اعداد برحسب واحدهای مهندسی بیان شوند. در نمایش مهندسی، یک کمیت به‌وسیله عددی بین 1 و 999 و واحد متریک مناسبی نمایش داده می‌شود. بنابراین برای کمیت 0.048 W به‌جای نمایش آن به‌صورت 4.8 cW یا 4.8×10^{-2} W یا 48000μW می‌نویسیم 48 mW.

تمرین

۱ـ۲ یک لیزر کریپتون فلوراید، نوری با طول موج 248 nm منتشر می‌کند. این مقدار برابر است با:

الف. 0.0248mm **ب.** 2.48 μm **ج.** 0.248 μm **د.** 24,800 Å

۲ـ۲ در یک مدار مجتمع دیجیتال معین، یک گیت منطقی از حالت "روشن" در مدت 1ns به حالت خاموش سوئیچ می‌کند. این زمان برابر است با:

الف. 0.1 ps **ب.** 10 ps **ج.** 100 ps **د.** 1000ps

۳ـ۲ یک لامپ مطالعه با 60 W کار می‌کند. اگر به‌طور ثابت رها شود، هر روز چقدر انرژی مصرف می‌کند (برحسب ژول (J))، و اگر انرژی با میزان هر کیلووات 12.5 سنت محاسبه شود، مصرف هفتگی‌اش چقدر است؟

جواب: ۱ـ۲ (ج)، ۲ـ۲ (د) و ۳ـ۲ (5.18 MJ و $1.26).

۲ـ۲ بار الکتریکی، جریان، ولتاژ و توان

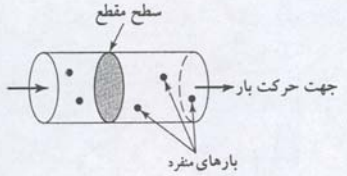
بار

یکی از اساسی‌ترین مفاهیم در تحلیل یک مدار الکتریکی اصل بقاء بار الکتریکی است. با توجه به فیزیک مقدماتی می‌دانیم دو نوع بار وجود دارد: مثبت (مربوط به یک پروتون) و منفی (مربوط به یک الکترون). در بیشتر بخش‌های این کتاب فرض بر این‌است‌که در مدار فقط جریان الکترون وجود دارد. در بسیاری از وسایل یا دستگاه‌ها مانند باطری‌ها، دیودها و ترانزیستورها حرکت بار مثبت برای درک عملکرد درونی مهم است، ولی از دیدگاه بیرونی معمولاً بر حرکت الکترون‌ها از سیم‌های رابط توجه داریم. گرچه بارها دائماً بین بخش‌های مختلف یک مدار انتقال می‌یابند، ولی در مجموع کل بار تغییر نمی‌کند. به بیان دیگر هنگام به‌کاراندازی یک مدار الکتریکی، ما نه الکترون‌ها (پروتون‌ها) را از بین می‌بریم و نه آن‌ها را ایجاد می‌کنیم. بار الکتریکی متحرک نمایانگر یک **جریان** است.

در سیستم SI واحد اصلی بار **کولن** (C) است. کولن برحسب **آمپر** با شمارش بار کلی که از یک سطح مقطع دلخواه در فاصله زمانی یک ثانیه عبور می‌کند، تعریف می‌شود. یک کولن مقدار بار مربوط به جریان یک آمپر در هر ثانیه است (شکل ۱ـ۲). در این سیستم آحاد یک الکترون دارای بار -1.602×10^{-19} C و یک پروتون دارای بار $+1.602 \times 10^{-19}$ C است.

کمیتی از بار که در طول زمان تغییر نکند با Q نشان داده می‌شود. مقدار بار لحظه‌ای (که ممکن‌است با زمان تغییر کند یا نکند) معمولاً به وسیله q(t) و یا فقط با q نشان داده می‌شود. این قرارداد در سرتاسر مطالب این کتاب رعایت خواهد شد: حروف بزرگ برای کمیت‌های ثابت (ثابت در طول زمان) به کار می‌رود، درحالی‌که حروف کوچک نمایشگر حالات لحظه‌ای است. بنابراین یک بار ثابت را ممکن‌است با Q یا q نشان داد، ولی مقدار باری که در طول زمان تغییر کند حتماً باید با حرف q نشان داده شود.

همان‌طور که از جدول ۱ـ۲ ملاحظه می‌شود واحدهای اصلی SI از کمیات فیزیکی به دست نمی‌آیند در عوض بر اساس اندازه‌گیری منجر به تعاریفی می‌شوند که از گذشته پذیرفته شده‌اند. مثلاً اگر به‌طور فیزیکی آمپر را بر اساس بار الکتریکی تعریف کنیم معقولتر است.



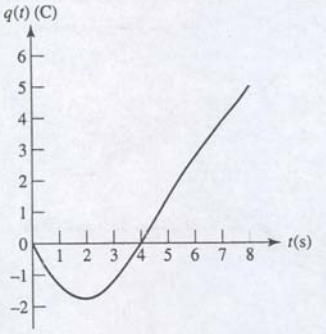
شکل ۱ـ۲ بار جاری در مدار، که تعریف کولن را نشان می‌دهد.

جریان

ایدهٔ انتقال بار یا "بار متحرک" اهمیت بسیاری در مطالعه مدارهای الکتریکی دارد زیرا ما در حرکت بار از یک مکان به مکان دیگر، ممکن‌است انرژی را از یک جا به جای دیگری انتقال دهیم. خطوط آشنای انتقال نیروی الکتریکی در سرتاسر کشور مثالی عملی از یک وسیله انتقال انرژی است. تغییر آهنگ انتقال بار برای مبادلهٔ اطلاعات از اهمیت مشابهی برخوردار است. این فرآیند مبنای سیستم‌های مخابراتی، مانند رادیو ـ تلویزیون و تله‌متری (سنجش از راه دور) را تشکیل می‌دهد.

جریان موجود در یک مسیر مجزا مانند یک سیم فلزی، علاوه بر **مقدار عددی، جهت هم** دارد. جریان، آهنگ عبور بار از یک نقطه مرجع در یک جهت خاص است.

پس از مشخص‌کردن جهت مرجع، جریان کلی که از $t = 0$ به بعد از یک نقطه مرجع در آن جهت عبور کرده را q(t) می‌نامیم. اگر بار منفی در جهت مرجع و یا باری مثبت در خلاف آن حرکت کند از بار کل کم می‌شود. شکل ۲ـ۲ تاریخچه بار کل q(t)، که از یک نقطه مرجع مفروض در یک سیم عبور کرده است را نشان می‌دهد (مثل آن‌چه در شکل ۱ـ۲ دیدیم).



شکل ۲ـ۲ نمودار مقدار لحظه‌ای کل بار q(t) که از نقطه مرجع از $t = 0$ به بعد عبور می‌کند.

ما جریان در یک نقطه خاص و جهتی خاص را به‌صورت تغییرات لحظه‌ای بار مثبت کلی که نقطه مذکور در آن جهت عبور می‌کند تعریف می‌کنیم. متأسفانه این جهت مثبت جنبه تاریخی دارد و قبل از این‌که مشخص شود جریان در یک سیم در واقع به دلیل بار منفی است نه مثبت، مورد توجه قرار گرفت. جریان را با I یا i نشان می‌دهیم بنابراین

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (1)$$

واحد جریان آمپر (A) است، که پس از فیزیکدان فرانسوی ای.ام.آمپر [1] انتخاب شد. امروزه آن را به صورت خلاصه‌تر "amp" نشان می‌دهند هرچند که استفاده از این اختصار رسمیت ندارد.

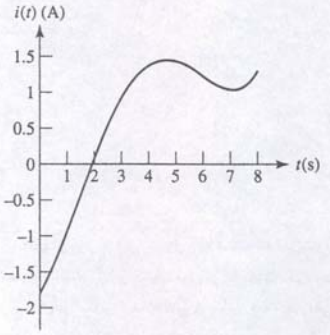
با استفاده از معادله (۱)، جریان لحظه‌ای را محاسبه کرده و شکل ۳ـ۲ را به‌دست می‌آوریم. استفاده از حرف کوچک i به دلیل مقدار لحظه‌ای آن و حرف بزرگ I به معنی ثابت‌بودن کمیت جریان است.

بار انتقالی بین زمان t_0 و t می‌تواند به‌صورت انتگرال معین زیر تعریف شود:

$$\int_{q(t_0)}^{q(t)} dq = \int_{t_0}^{t} i\,dt'$$

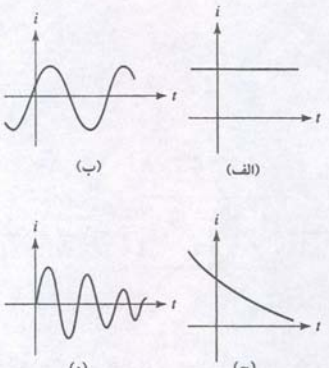
بار کل انتقال‌یافته در یک فاصله زمانی با جمع $q(t_0)$ و بار انتقال‌یافته از لحظه t_0 تا t از عبارت زیر حاصل می‌گردد:

$$q(t) = \int_{t_0}^{t} i\,dt' + q(t_0) \qquad (۲)$$



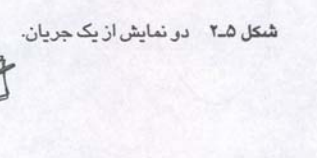
شکل ۳ـ۲ جریان لحظه‌ای $i = dq/dt$، متناظر با q در شکل ۲ـ۲.

چند نمونه جریان مختلف در شکل ۴ـ۲ نمایش داده شده است. جریانی که در طول زمان ثابت باشد را جریان مستقیم یا ساده‌تر بگوییم dc نامیده و با شکل ۴ـ۲ (الف) نشان می‌دهیم. در بسیاری از موارد عملی تغییرات جریان را نسبت به زمان مطابق شکل ۴ـ۲ (ب) سینوسی می‌یابیم؛ اینگونه جریان‌ها در مدارهای خانگی دیده می‌شوند. جریان‌هایی از این نوع را جریان متناوب یا ac می‌نامیم. با جریان‌های نمایی و سینوسی میرا (شکل ۴ـ۲ ج و د) بعداً مواجه خواهیم شد.



شکل ۴ـ۲ انواع جریان‌ها: (الف) جریان مستقیم (dc)؛ (ب) جریان سینوسی (ac)؛ (ج) جریان نمایی و (د) جریان سینوسی میرا.

برای نمایش وجود جریان از یک پیکان در کنار حامل آن استفاده می‌کنیم. بنابراین در شکل ۵ـ۲ (الف) جهت پیکان و مقدار "۳ آمپر" به این معنی است که بار مثبت ۳+کولن بر ثانیه (C/s) به سمت راست یا بار منفی C/s 3- به سمت چپ حرکت می‌کند. در شکل ۵ـ۲ (ب) هم دو امکان وجود دارد: یا این‌که 3A- به سمت چپ و یا 3A+ به سمت راست حرکت می‌نماید. چهار حالت فوق جریان‌هایی را نشان می‌دهند که آثار الکتریکی آن‌ها یکسان است. یعنی این جریان‌ها برابرند. یک بحث مشابه غیر الکتریکی که ساده‌تر قابل تجسم است حساب پس‌انداز شخصی می‌باشد: مثلاً در یک حساب پس‌انداز می‌توان تصور کرد که جریان نقدینگی منفی به خارج از حساب شما و جریان مثبت به داخل حساب شما می‌آید.



شکل ۵ـ۲ دو نمایش از یک جریان.

هر چند در رساناها یا هادی‌های فلزی جریان از حرکت الکترون ناشی می‌شود ولی بهتر است که جریان را نتیجه حرکت بارهای مثبت بدانیم. در گازهای یونیزه، در محلول‌های الکترولیت و در بعضی از مواد نیمه‌هادی بارهای مثبت در حال حرکت، بخشی از جریان یا تمام آن را تشکیل می‌دهند. بنابراین هر تعریفی از جریان بر طبیعت فیزیکی رسانا منطبق است. تعاریف و سمبل‌های معرفی‌شده همگی استاندارد هستند.

در این صورت باید توجه کنیم که پیکان جریان نشانگر جهت واقعی نیست بلکه فقط بخشی از یک قرارداد است که به ما اجازه می‌دهد درباره "جریان در سیم" بدون ابهام صحبت کنیم. پیکان جزء اصلی جریان است! بنابراین صحبت از $i_1(t)$ بدون مشخص‌کردن پیکان، بحثی مبهم خواهد بود. به‌عنوان‌مثال شکل‌های ۶ـ۲ (الف و ب) نمایش‌های نامفهوم $i_1(t)$ می‌باشند درحالی‌که شکل ۶ـ۲ (ج) روش صحیح نمایش آن است.

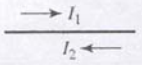
شکل ۶ـ۲ (الف و ب) تعاریف ناقص، غیرصحیح و نامناسب یک جریان. (ج) تعریف صحیح $i_1(t)$.

1. A.M. Ampere

تمرین

۲ـ۴ در سیم شکل ۷ـ۲ الکترون‌ها از چپ به راست برای ایجاد جریان 1 میلی‌آمپر حرکت می‌کنند. I_1 و I_2 را معین کنید.

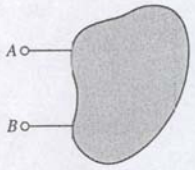
جواب: $I_1 = -1$ mA و $I_2 = +1$ mA



شکل ۷ـ۲

ولتاژ

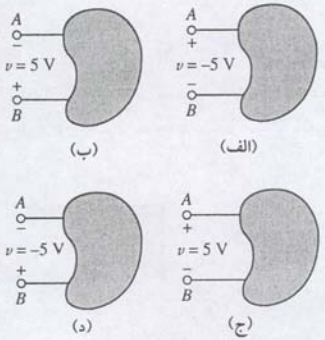
ما اکنون به یک عنصر مداری یعنی چیزی که به‌طورکلی بهترین نقطه شروع است، مراجعه می‌کنیم. وسایل الکتریکی مانند فیوز، لامپ، مقاومت، باطری، خازن، مولد و کویل اتومبیل را می‌توان با ترکیب عناصر ساده مداری نشان داد. بحث را با یک عنصر کلی مداری و به‌صورت شیئی نامشخص با دو پایانه قابل اتصال به عناصر دیگر آغاز می‌کنیم (شکل ۸ـ۲).



شکل ۸ـ۲ یک عنصر مداری کلی دو پایانه.

برای ورود یا خروج از این عنصر دو مسیر وجود دارد. در بحث‌های بعد، هر عنصر را برای مدار با توصیف مشخصات الکتریکی مشاهده‌شده از این دو پایانه تعریف می‌کنیم.

فرض کنید که در شکل ۸ـ۲ یک جریان dc به پایانه A وارد شده، از عنصر گذشته، و از پایانه B خارج شده است. همچنین فرض کنید که عبور بار از طریق عنصر نیاز به صرف انرژی دارد. آنگاه می‌گوییم بین دو پایانه یک ولتاژ الکتریکی برقرار است (یا اختلاف پتانسیل)، و یا این‌که می‌گوییم ولتاژی در دو سر عنصر موجود است: بنابراین ولتاژ بین یک جفت پایانه معیاری از کار لازم برای عبور بار از عنصر است. واحد ولتاژ ولت، و 1 ولت برابر 1 j/C است. ولتاژ را با V یا v نمایش می‌دهند.



شکل ۹ـ۲ (الف و ب) پایانه B نسبت به پایانه A، 5 ولت مثبت است. (ج و د) پایانه A نسبت به پایانه B، 5 ولت مثبت است.

ممکن‌است بین دو پایه الکتریکی، ولتاژ یا اختلاف پتانسیلی موجود باشد، خواه جریان از آن بگذرد یا نگذرد. برای مثال بین پایانه‌های باطری اتومبیل، هر چند که بهم وصل نشده باشند، 12 ولت اختلاف پتانسیل وجود دارد.

بنابر اصل بقاء انرژی، انرژی مصرف‌شده برای عبور بارها از عنصر باید در جایی ظاهر گردد. بعداً ضمن برخورد با عناصر مداری خاص خواهیم دید که این انرژی یا در عنصر ذخیره می‌شود، که در این صورت می‌توان آن را باز هم به صورت یک انرژی الکتریکی باز پس گرفت، و یا به‌طور برگشت‌ناپذیر به گرما، انرژی صوتی یا یک انرژی غیر الکتریکی دیگر تبدیل می‌گردد.

اکنون باید قراری را بنیان بگذاریم که بر اساس آن بتوان انرژی که به یک عنصر داده می‌شود را از انرژی که به وسیله عنصر تولید می‌گردد تفکیک کرد. ما این کار را با تخصیص علامت ولتاژ برای پایانه A نسبت به پایانه B انجام می‌دهیم. اگر جریان مثبتی وارد پایانه A بشود، و منبع انرژی برای عبور آن انرژی مصرف کند، آنگاه پایانه A نسبت به پایانه B مثبت خواهد بود. برعکس می‌توان گفت پایانه B نسبت به پایانه A منفی است.

جهت ولتاژ با یک جفت علامت جبری مثبت و منفی نمایش داده می‌شود. به‌عنوان‌مثال در شکل ۹ـ۲ (الف) استقرار علامت مثبت در پایانه A به این معنی است که پایانه A به اندازه v ولت نسبت به پایانه B مثبت است. اگر بعداً دریابیم که v دارای مقدار عددی 5V- می‌باشد، آنگاه می‌توانیم بگوییم که A به اندازهٔ 5V- نسبت به B مثبت است و یا این‌که B نسبت به اندازه 5V نسبت به A مثبت می‌باشد. دیگر حالات در شکل ۹ـ۲ (ب، ج و د) دیده می‌شوند.

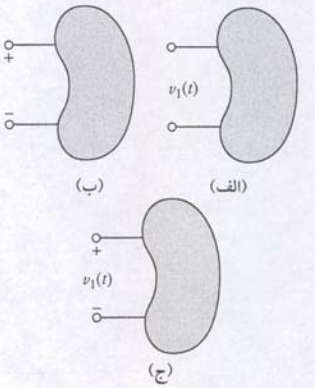
همان‌طور که در مورد تعریف جریان اشاره شد، لازم است بدانیم که علامت جبری مثبت یا منفی، پلاریته واقعی ولتاژ را مشخص نمی‌کند بلکه ما را توانامی‌سازد تا در مورد ولتاژ دو سر جفت

پایانه‌ها بدون ابهام صحبت کنیم. **توجه: تعریف هر ولتاژ باید همراه با جفت علامت مثبت و منفی باشد!** استفاده از کمیت $v_1(t)$ بدون این‌که علامت مثبت و منفی آن مشخص باشد به معنی استفاده از یک کمیت تعریف نشده است. شکل‌های ۱۰ـ۲ (الف و ب) ولتاژ v_1 را تعریف نمی‌کنند ولی شکل ۱۰ـ۲ (ج) این ولتاژ را تعریف می‌نماید.

تمرین

۵ـ۲ برای عنصر شکل ۱۱ـ۲، $v_1 = 17V$ است. v_2 را معین کنید.

جواب: $v_2 = -17V$



شکل ۱۰ـ۲ (الف و ب) این‌ها تعاریف نامناسبی از یک ولتاژند. (ج) تعریف صحیح شامل هر دو سمبل برای متغیر و یک جفت علامت مثبت ـ منفی.

توان

اکنون می‌خواهیم توان جذب‌شده در هر عنصر را برحسب ولتاژ و جریان آن عنصر معین کنیم. ولتاژ را قبلاً برحسب انرژی مصرفی تعریف کردیم و توان میزان تغییرات انرژی مصرفی بود. با این وجود راجع‌به مصرف انرژی در چهار حالت شکل ۹ـ۲ هیچ صحبتی نمی‌توان کرد، مگر این‌که ابتدا جهت جریان مشخص شود. تصور کنید پیکان جریان در امتداد هر یک از سیم‌های بالایی به سمت راست با "2A+" رسم شده باشد. سپس، چون در دو حالت (ج) و (د) پایانه A، 5 ولت نسبت به پایانه B مثبت‌تر است، و چون یک جریان مثبت وارد پایانه A می‌شود، انرژی به عنصر تحویل شده است. در دو حالت باقیمانده عنصر انرژی را به بعضی از وسایل متصل به آن منتقل می‌سازد.

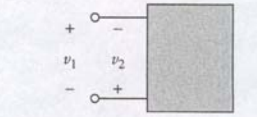
قبلاً توان را تعریف کردیم و از این پس آن را با P یا p نشان خواهیم داد. اگر در انتقال یک کولن بار از یک وسیله، یک ژول انرژی در یک ثانیه مصرف شود، در این‌صورت انرژی مصرفی یک وات است. توان جذب‌شده باید با جریان (تعداد بار جابه‌جایی در یک ثانیه) و با ولتاژ (انرژی لازم برای انتقال یک کولن بار از عنصر) متناسب باشد. بنابراین

$$p = vi \qquad (۳)$$

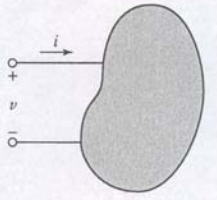
از لحاظ بُعد، سمت راست این معادله حاصل‌ضرب ژول بر کولن ضربدر کولن بر ثانیه است که بُعد مورد انتظار ژول بر ثانیه یا وات را تولید می‌کند. توافق‌های مربوط به جریان، ولتاژ، توان در شکل ۱۲ـ۲ دیده می‌شود.

ما اکنون عبارتی برای توان داریم که به وسیله عنصر مدار جذب می‌شود و برحسب ولتاژ دو سر آن و جریان عبوری از آن است. ولتاژ برحسب انرژی هزینه‌شده تعریف شد و توان میزان تغییر انرژی هزینه شده است. با این وجود نمی‌توان عباراتی را در هر یک از چهار حالت در شکل ۹ـ۲ ارائه کرد، مگر این‌که مثلاً جهت جریان مشخص گردد. اجازه بدهید که پیکان (جهت) جریان در راستای هر سیم فوقانی و به سمت راست بوده و با "2 A+" برچسب خورده باشد. ابتدا حالت شکل ۹ـ۲ (ج) را درنظربگیرید. اگر پایانه A برابر 5 V مثبت نسبت به پایانه B باشد، به این معنی است که 5 J انرژی برای حرکت هر کولن بار مثبت به پایانه A لازم است، سپس به داخل شیء رفته و از پایانه B خارج می‌گردد. چون ما جریان 2 A+ را به پایانه A تزریق می‌کنیم (جریان 2 کولن بار در هر ثانیه)، پس ما $10\ J = (2\ C/s) \times (5\ J/C)$ کار را روی شیء انجام می‌دهیم. به بیان دیگر، شیء 10 W توان را از هر چیزی که جریان را تزریق می‌کند، جذب می‌نماید.

از بحث قبل می‌دانیم که تفاوتی میان شکل ۹ـ۲ (ج) و شکل ۹ـ۲ (د) وجود ندارد، بنابراین انتظار داریم که شکل ترسیم‌شده در ۹ـ۲ (د) هم 10 W انرژی را جذب کند. ما می‌توانیم به سادگی این را چک کنیم: ما 2 A+ جریان را در پایانه A تزریق کرده‌ایم، بنابراین 2 A+ جریان از پایانه B خواهیم داشت. راه دیگر بیان این مطلب این‌است‌که بگوییم 2 A− جریان به پایانه B تزریق شده است. باید 5 J/C− را صرف حرکت بار از پایانه B به پایانه A نمود، بنابراین شیء $10\ W = (-2\ C/c) \times (-5\ J/C)$ انرژی را همان‌طور که انتظار می‌رود، جذب کرده



شکل ۱۱ـ۲



شکل ۱۲ـ۲ توان جذب‌شده به وسیله عنصر با حاصل‌ضرب $p = vi$ داده می‌شود. برعکس می‌توان گفت که عنصر توان $-vi$ را تولید می‌نماید.

است. تنها مشکل در توصیف این حالت خاص نگه‌داشتن علامت منفی است، ولی با کمی دقت می‌بینیم که پاسخ صحیح جدا از انتخاب پایانه مرجع مثبت حاصل می‌گردد (پایانه A در شکل ۹ـ۲ (ج) و پایانه B در شکل ۹ـ۲ (د)).

اکنون اجازه بدهید تا به وضعیت شکل ۹ـ۲ (الف) با 2 A+ بازگردیم که به پایانه A تزریق شده است. چون برای حرکت بار از پایانه A به B، 5 J/C− انرژی لازم است، شیء $-10\ W = (2\ C/s) \times (-5\ J/C)$ را جذب می‌نماید. راستی این به چه معنی است؟ چگونه یک شیء توان منفی جذب می‌نماید؟ اگر ما در این مورد برحسب انتقال انرژی صحبت کنیم، 10 J− در هر ثانیه از طریق پایانه A با جریان 2 A، 10 J− به شیء انتقال می‌یابد. در واقع شیء انرژی را از دست می‌دهد و سرعت آن 10 J/s است. به بیان دیگر، 10 J/s (یعنی 10 W) را به چند شیء دیگر که در شکل نشان داده نشده تحویل می‌دهد. پس توان منفی جذب‌شده معادل با توان مثبت تحویل‌شده است.

شکل ۱۲ـ۲ نشان می‌دهد که اگر یک پایانه عنصر v ولت مثبت‌تر از پایانه دیگر باشد، و اگر جریان i از طریق آن پایانه وارد عنصر شود، آن‌گاه توانی برابر با $p = vi$ به‌وسیله عنصر جذب می‌شود. همچنین می‌توان گفت که توان $p = vi$ به این عنصر انتقال یافته است. اگر پیکان جریان در پایانه با علامت مثبت و به طرف داخل عنصر باشد، **قرارداد علامت عناصر غیرفعال** رعایت شده است. این قرارداد را باید خوب مطالعه کرد، فهمید و به‌خاطر سپرد. به عبارتی دیگر این قرارداد چنین می‌گوید که اگر پیکان جریان ورود آن را به پایانه مثبت نشان دهد، حاصل‌ضرب مقدار جریان و مقدار ولتاژ تعیین‌شده با توجه به این علائم، **توان داده‌شده** به عنصر خواهد بود. اگر علامت این حاصل‌ضرب منفی باشد عنصر توان منفی جذب کرده و یا در واقع توان تولید نموده است. مثلاً در شکل ۱۲ـ۲، $v = 5V$ و $i = -4A$، عنصر ممکن‌است به‌عنوان جذب‌کننده 20W- و یا تولیدکننده 20W+ توصیف گردد.

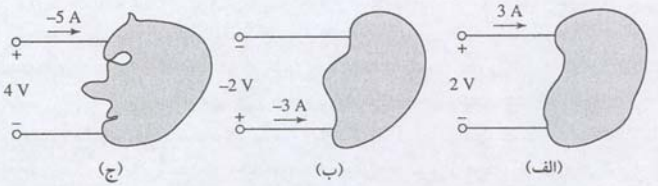
توافق‌ها موقعی مورد لزومند که برای انجام کاری بیش از یک راه وجود داشته باشد، و اگر دو گروه مختلف سعی در انجام آن کنند دوگانگی پیش می‌آید. مثلاً نوشتن "شمال" در بالای یک نقشه امری است اختیاری و عقربه قطب‌نما هم در هر صورت رو به بالا نیست. اکنون فکر کنید اگر با کسانی که قرارداد مخالفی را انتخاب کرده و "جنوب" را در بالای نقشه خود قرار می‌دهند صحبت کنیم چه پیش خواهد آمد! به نحوی مشابه انجمن مهندسین برق والکترونیک[1] IEEE قرارداد کرده‌اند که همیشه پیکان جریان را به سمت پایانه ولتاژ مثبت نشان دهند خواه عنصر جاذب و یا تولیدکننده توان باشد. این قرارداد غلط نیست ولی گاهی در جهت مخالف جریان‌هایی است که روی نمودار مدار مشخص شده‌اند. دلیل این‌است‌که انتخاب جهت مثبت جریان به بیرون از منبع ولتاژ یا جریانی که توان مثبتی را به یک یا چند عنصر مدار می‌رساند طبیعی‌تر است.

اگر پیکان جریان به سمت پایانه "+" عنصر باشد، آن‌گاه $p = vi$ توان مصرفی است. مقدار منفی درواقع بیانگر توان تولیدشده به وسیله آن عنصر می‌باشد. بهتر است جهت جریان را به صورت جریان خارج‌شده از پایانه "+" تعریف کنیم.

اگر پیکان جریان به سمت خارج پایانه + یک عنصر باشد، آن‌گاه $p = vi$ توان تولیدی است. یک مقدار منفی در این حالت بیانگر توان جذب‌شده می‌باشد.

مثال ۱ـ۲

توان جذب‌شده به وسیله هر بخش از شکل ۱۳ـ۲ را محاسبه کنید.



شکل ۱۳ـ۲ مثال‌هایی از عناصر دو پایانه.

1. Institute of Electrical and Electronic Engineers

در شکل ۱۳ـ۲ (الف) می‌بینیم که جریان مرجع با قرارداد علامت عناصر غیرفعال تطابق دارد و لذا فرض می‌شود که عنصر جاذب توان است. با جریانی معادل 3A+ به داخل پایانه مرجع مثبت چنین محاسبه می‌کنیم.

$$P = (2\ \text{V})(3\ \text{A}) = 6\ \text{W}$$

که میزان توان جذب‌شده به وسیله عنصر است.

شکل ۱۳ـ۲ (ب) تصویر نسبتاً متفاوتی را نشان می‌دهد. اکنون جریان 3A- را به داخل پایانه مرجع مثبت داریم. ولی ولتاژ هم به‌صورت منفی تعریف شده است. این انتخاب توان جذب‌شده زیر را خواهد داد.

$$P = (-2\ \text{V})(-3\ \text{A}) = 6\ \text{W}$$

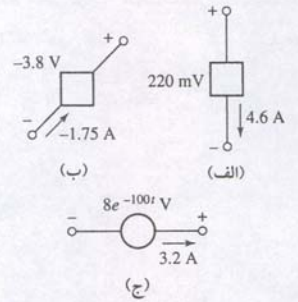
پس در واقع این دو حالت معادلند. ما جای پایانه مثبت را عوض کرده‌ایم پس باید ولتاژ اصلی را در 1- ضرب کنیم. جریان 3A+ که به داخل پایانه بالایی وارد می‌شود همان جریان 3A+ خارج‌شده از پایانه پایینی است، یا به‌طور معادل این آخری برابر است با جریان 3A- که به داخل پایانه پایینی وارد می‌شود.

در شکل ۱۳ـ۲ (ج) باز قرارداد عناصر غیرفعال رعایت شده است. توان جذب‌شده را به‌دست می‌آوریم.

$$P = (4\ \text{V})(-5\ \text{A}) = -20\ \text{W}$$

چون توان جذب‌شده منفی است، پس در واقع عنصر شکل ۱۳ـ۲ (ج)، 20W+ توان تولید می‌کند (یعنی منبع انرژی است).

تمرین



شکل ۱۴ـ۲

۲ـ۶ توان جذب‌شده به‌وسیله عنصر مدار شکل ۱۴ـ۲ (الف) را پیدا کنید.

۲ـ۷ توان تولیدشده به وسیله عنصر مدار شکل ۱۴ـ۲ (ب) را به‌دست‌آورید.

۲ـ۸ توان انتقال‌یافته به عنصر مدار شکل ۱۴ـ۲ (ج) در $t = 5\ \text{ms}$ چقدر است؟

جواب: 1.012 W، 6.65 W و 15.53 W-

۲ـ۳ منابع ولتاژ و جریان

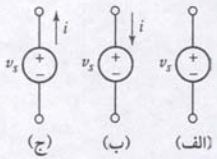
اکنون می‌توان با استفاده از مفاهیم جریان و ولتاژ، تعریف دقیق‌تری از عنصر مداری ارائه نمود.

تفکیک یک عنصر فیزیکی از مدل ریاضی آن بسیار مهم است. به کمک این مدل ریاضی رفتار عنصر را در یک مدار تحلیل می‌کنیم. مدل فقط یک تقریب است.

از این به بعد عبارت "**عنصر مداری**" را تنها برای مدل ریاضی به‌کار خواهیم برد. انتخاب یک مدل خاص برای هر وسیله واقعی باید بر اساس داده‌های آزمایشی یا تجربه باشد. در این‌جا فرض می‌کنیم که این انتخاب قبلاً انجام شده است. در آغاز به‌خاطر سادگی، مدارهایی را بررسی خواهیم کرد که اجزای ایده‌آل دارند و با مدل‌های ساده نمایش داده می‌شوند.

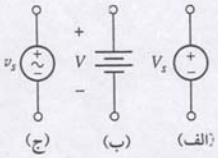
همه عناصر یک مدار ساده بر طبق رابطه جریان درون آن به ولتاژ دو سرش قابل دسته‌بندی است. مثلاً اگر ولتاژ دو سر عنصر به‌طور خطی با جریان درون آن متناسب باشد آن عنصر را یک مقاومت می‌خوانیم. دیگر انواع عناصر مداری ساده ممکن‌است دارای ولتاژی متناسب با **مشتق** جریان نسبت به زمان باشند (مثل یک القاگر) یا ممکن‌است متناسب با **انتگرال** جریان نسبت به زمان باشد (مثل یک خازن). همچنین عناصری وجود دارند که به‌کلی ولتاژ آن‌ها از جریانشان مستقل است و یا این‌که جریان مستقل از ولتاژ می‌باشد که به آن‌ها **منابع مستقل** می‌گویند. به‌علاوه گاهی لازم است انواع خاصی از منابع را تعریف کنیم که در آن‌ها ولتاژ یا جریان منبع به ولتاژ یا جریان بخش دیگری از مدار وابسته است. چنین منابعی را منابع وابسته می‌خوانند. **منابع وابسته** به میزان قابل توجهی در الکترونیک برای مدل‌سازی dc و ac رفتار ترانزیستورها به‌خصوص در مدارهای تقویت‌کننده به‌کار می‌روند.

بنا به تعریف، یک عنصر مداری ساده، مدل ریاضی یک وسیله الکتریکی دو پایانه است و کاملاً با رابطه ولتاژ ـ جریان خود مشخص می‌شود و نمی‌توان آن را به اجزای جزئی‌تر دو پایانه تجزیه کرد.



شکل ۱۵ـ۲ سمبل مداری یک منبع ولتاژ مستقل.

آیا هرگز توجه کرده‌اید که وقتی دستگاه تهویه مطبوع روشن می‌شود، لامپ اتاق کم‌نور می‌گردد. دلیل این‌است‌که تغییر جریان بزرگ ناگهانی منجر به افت ولتاژ می‌گردد. پس از راه‌افتادن موتور، جریان کمتری برای حفظ گردش آن لازم است. در این حال، جریان مورد تقاضا کاهش می‌یابد و ولتاژ به مقدار اولیه‌اش باز می‌گردد و مجدداً به عنوان یک منبع ولتاژ ایده‌آل عمل خواهد کرد. پریز برق تقریب خوبی از یک منبع ولتاژ ایده‌آل است.



شکل ۱۶ـ۲ (الف) سمبل منبع ولتاژ، (ب) سمبل باطری و (ج) سمبل منبع ولتاژ ac.

عبارت‌هایی مانند "ولتاژ dc" و "منبع جریان dc" زیاد به‌کار می‌روند. در مقالات از آن‌ها به ترتیب با نام منبع ولتاژ، ولتاژ مستقیم، منبع جریان و جریان مستقیم یاد می‌شود. گرچه این جملات ممکن‌است غیرعادی و حتی بیخود به‌نظربرسند ولی این اصطلاحات به‌طورگسترده به‌کاررفته و دلیلی برای مقابله با آن‌ها نیست.

منابع ولتاژ مستقل

اولین عنصر مورد بررسی، **منبع ولتاژ مستقل** می‌باشد. سمبل مداری منبع ولتاژ مستقل در شکل ۱۵ـ۲ (الف) نشان داده شده است، زیرنویس s نشان می‌دهد که این ولتاژ، ولتاژ یک منبع می‌باشد و به‌کارگیری آن فقط متداول است ولی الزامی نیست. مشخصه یک **منبع ولتاژ مستقل** این‌است‌که **ولتاژ پایانه‌اش کاملاً مستقل از جریان عبوری از آن است**. بنابراین اگر منبع ولتاژ مستقلی مفروض باشد و مشخص گردد که ولتاژ پایانه 12 V دارد، آن‌گاه همواره فرض خواهیم کرد این ولتاژ، مستقل از جریان جاری شده در آن است.

منبع ولتاژ مستقل منبعی ایده‌آل است و هیچ وسیله فیزیکی واقعی را نمایش نمی‌دهد زیرا منبع ایده‌آل به‌طور تئوری مقدار انرژی بی‌نهایتی را به پایانه‌هایش منتقل می‌سازد. با این وجود این منبع ولتاژ ایده‌آل تعبیر خوبی برای انواع منابع ولتاژ عملی است. مثلاً باطری یک اتومبیل دارای ولتاژ پایانه 12 V است و مادامی که جریان آن از چند آمپر تجاوز نکند ثابت باقی می‌ماند. در باطری ممکن‌است جریان از هر دو جهت عبور کند. اگر جریان مثبت باشد و به خارج از پایانه مثبت جریان یابد، آن‌گاه باطری به‌عنوان مثال توانی را به چراغ‌ها ارسال می‌دارد. اگر جریان مثبت به داخل پایانه مثبت وارد شود در این‌صورت باطری با جذب انرژی از دینام در حال شارژشدن است. یک پریز برق خانگی نیز یک منبع ولتاژ مستقل را به‌طور تقریبی نشان می‌دهد و ولتاژی برابر با $v_s = 115\sqrt{2}\cos 2\pi 60t\ \text{V}$ را فراهم می‌سازد. مشروط بر این‌که جریان کمتر از 20A و نظایر آن باشد.

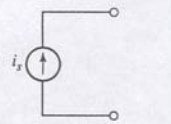
بیان نکته‌ای ارزشمند این‌است‌که علامت مثبت در انتهای بالایی فاز در شکل ۱۵ـ۲ (الف) لزوماً به معنی مثبت‌تربودن پایانه بالایی نسبت به پایینی نیست، بلکه به این معنی است که پایانه بالایی نسبت به پایینی v_s ولت مثبت‌تر می‌باشد. اگر در یک لحظه v_s منفی شود، آن‌گاه پایانه بالایی در واقع نسبت به پایینی در آن لحظه منفی‌تر است.

پیکان جریان "i" را که در کنار هادی بالایی منبع طبق شکل ۱۵ـ۲ (ب) قرار دارد، ملاحظه کنید. جریان i وارد پایانه‌ای می‌شود که علامت مثبت روی آن گذاشته شده، قرارداد علامت عناصر غیرفعال در مورد آن صادق بوده و منبع، توان $p = v_s i$ را جذب می‌کند. اغلب انتظار داریم که یک منبع توانی را به یک شبکه انتقال دهد و نه آن‌که آن را جذب نماید. درنتیجه ما ممکن‌است پیکان را طبق شکل ۱۵ـ۲ (ج) انتخاب کنیم به‌نحوی که $v_s i$ توان تأمین‌شده به‌وسیله منبع باشد. معمولاً هر جهتی برای پیکان قابل انتخاب است. ما در این کتاب برای منابع جریان و ولتاژ قرارداد شکل ۱۵ـ۲ (ج) را انتخاب می‌کنیم زیرا معمولاً آن‌ها وسایل غیرفعال درنظرگرفته نمی‌شوند.

یک منبع ولتاژ مستقل با ولتاژ پایانه ثابت اغلب به‌نام منبع ولتاژ dc مستقل خوانده می‌شود و می‌توانند به‌وسیله هر یک از نمادهای شکل ۱۶ـ۲ (الف و ب) نمایش داده شود. در شکل ۱۶ـ۲ (ب) دقت کنید. ساختار فیزیکی جوشن باطری تداعی‌شده و در آن جوشن بزرگ‌تر به پایانه مثبت متعلق است، در این حالت علامت‌های مثبت و منفی دیگر نقشی ندارند، ولی معمولاً در شکل لحاظ می‌شوند. در خاتمه و به منظور تکمیل مطلب، نماد یک منبع ولتاژ ac مستقل هم در شکل ۱۶ـ۲ (ج) نشان داده شده است.

منابع جریان مستقل

منبع ایده‌آل بعدی که نیاز داریم **منبع جریان مستقل** است. در این‌جا جریان عبوری از عنصر کاملاً مستقل از ولتاژ دو سر آن است. نماد یک منبع جریان مستقل در شکل ۱۷ـ۲ دیده می‌شود



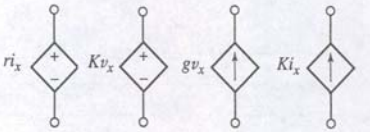
شکل ۱۷ـ۲ سمبل مداری برای منبع جریان مستقل.

اگر i_s ثابت باشد، ما منبع را منبع جریان dc مستقل خواهیم خواند. منبع جریان ac اغلب با یک نشانه پیکان مشابه با منبع ولتاژ شکل ۱۶ـ۲ (ج) نشان داده می‌شود. همچون منبع ولتاژ مستقل، منبع جریان مستقل هم برای یک عنصر فیزیکی به‌طور تقریب بیان می‌شود. به‌صورت تئوری، منبع می‌تواند بی‌نهایت انرژی را از پایانه‌هایش منتقل کند، زیرا ولتاژ دو سرش هر چه‌قدر بزرگ باشد، جریان ثابتی را تولید می‌نماید. در هر صورت این تعریف، تقریب خوبی برای بسیاری از مدارهای عملی خصوصاً در مدارهای الکتریکی است.

گرچه بسیاری از دانشجویان با داشتن یک منبع ولتاژ مستقل که ولتاژ ثابتی تهیه کند خوشحال به نظر می‌رسند، ولی در واقع این اشتباه است که یک منبع جریان با ولتاژ صفر در دو سرش که جریان ثابتی می‌دهد را مستقل فرض کرد. در واقع ما پیشاپیش نمی‌دانیم که ولتاژ دو سر آن چه خواهد بود ـ یعنی این کلاً به مدار متصل به آن مربوط است.

منابع وابسته

دو نوع منبع ایده‌آلی که تاکنون در مورد آن‌ها بحث کردیم **منابع مستقل** نام داشتند زیرا مقدار کمیت منبع به هیچ‌وجه تحت تأثیر تحولات بقیه مدار نیست. این منبع برخلاف نوع ایده‌آل، **منبع وابسته یاکنترل‌شده** می‌باشد، و در آن کمیت منبع به وسیله ولتاژ یا جریان موجود در دیگر نقاط مدار تحت بررسی، معین می‌شود. اینگونه مدارها در مدل‌های الکتریکی معادل برای قطعات الکترونیک مانند ترانزیستورها، تقویت‌کننده‌های عملیاتی و مدارهای مجتمع ظاهر می‌گردند. برای تفکیک منابع وابسته و مستقل ما سمبل‌های لوزی‌شکل را طبق شکل ۱۸ـ۲ انتخاب می‌کنیم و در شکل ۱۸ـ۲ (الف و ج)، K ثابتی بدون بُعد است. در شکل ۱۸ـ۲ (ب)، g ضریب مقیاس با واحد A/V می‌باشد. در شکل ۱۸ـ۲ (د)، r ضریب مقیاس با واحد V/A می‌باشد. جریان کنترلی i_x و ولتاژ کنترلی v_x باید در مدار تعریف شده باشد.

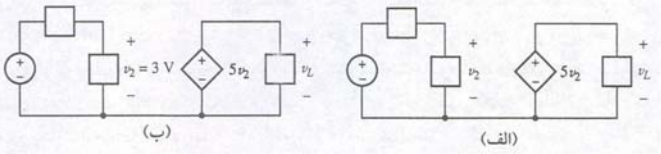


شکل ۱۸ـ۲ چهار نوع منبع وابسته متفاوت. (الف) منبع جریان کنترل‌شده با جریان. (ب) منبع جریان کنترل‌شده با ولتاژ. (ج) منبع ولتاژ کنترل‌شده با ولتاژ. (د) منبع ولتاژ کنترل‌شده با جریان.

ابتدا داشتن منبع جریانی که مقدارش به یک ولتاژ وابسته باشد یا منبع ولتاژی که به وسیله جریانی جاری در عنصری دیگر وابسته باشد، غیرعادی به نظر می‌رسد. حتی منبع ولتاژی که به یک ولتاژ دوردست بستگی داشته باشد عجیب به نظر می‌رسد. چنین منابعی برای مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده بی‌ارزش‌اند، با این وجود، تحلیل جبری سرراست است. مثال‌ها شامل جریان درین (drain) در یک ترانزیستور اثر میدان به صورت تابعی از ولتاژ گیت، یا ولتاژ خروجی یک مدار مجتمع به صورت تفاضل ولتاژهای ورودی است. ضمن مواجهه در هنگام تحلیل، ما تمام عبارات کنترل‌کننده را برای منابع وابسته می‌نویسیم، درست مثل این‌که عدد متعلق به یک منبع مستقل نوشته می‌شود. نتیجه اغلب به صورت نیاز به یک معادله اضافی برای تکمیل تحلیل است، مگر این‌که ولتاژ کنترل‌کننده و یا جریان یکی از مجهولات مشخص‌شده در سیستم معادلات ما باشد.

مثال ۲ـ۲

در مدار شکل ۱۹ـ۲ (الف) اگر v_2 مساوی 3V باشد، v_L را پیدا کنید.



شکل ۱۹ـ۲ (الف) مثال‌هایی از یک مدار حاوی منبع ولتاژ کنترل‌شده با ولتاژ. (ب) اطلاعات اضافی روی نمودار تهیه شده است.

آن‌چه در اختیار ما قرار دارد نمودار مداری است که تا حدی مقدارگذاری شده و نیز $v_2 = 3$V می‌باشد. بد نیست این کمیت را طبق شکل ۱۹ـ۲ (ب) به نمودار اضافه کنیم.

اکنون به عقب بازگشته و اطلاعات جمع‌آوری شده را نگاه می‌کنیم. با بررسی نمودار مدار درمی‌یابیم که ولتاژ مطلوب v_L همان ولتاژ دو سر منبع وابسته است. بنابراین:

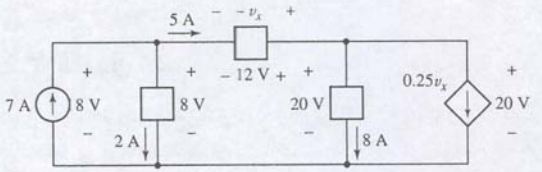
$$v_L = 5v_2$$

در این‌جا، به‌شرطی مسئله قابل حل است که ما مقدار v_2 را بدانیم!

به نمودار باز می‌گردیم، می‌بینیم که در واقع v_2 را می‌دانیم یعنی $v_2 = 3$V. اگر مقدار منبع وابسته را در شکل ۱۹ـ۲ (ب) قرار دهیم، $v_L = 15$V خواهد بود. زمانی که طول می‌کشد تا نمودار مدار تکمیل گردد هدر نرفته است. تستی سریع نشان می‌دهد که پاسخ ما صحیح است.

تمرین

۹ـ۲ توان جذب‌شده به وسیله هر عنصر مدار شکل ۲۰ـ۲ را پیدا کنید.



شکل ۲۰ـ۲

جواب: (-56W، 16W، -60W، 160W و -60W)

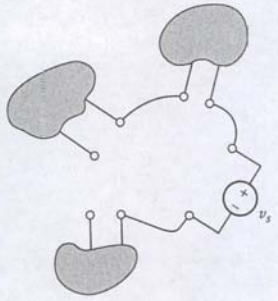
منابع ولتاژ و جریان مستقل و وابسته عناصر **فعال** هستند. این منابع می‌توانند به بعضی از عناصر دیگر توان بدهند. در حال حاضر ما دربارهٔ عناصر غیرفعال که قادر به دریافت توان هستند صحبت می‌کنیم. با این وجود بعداً خواهیم دید که چند نوع عنصر وجود دارد که می‌توانند مقدار معینی از انرژی را ذخیره کرده و سپس آن را به وسایل دیگر مختلفی باز گردانند. چون ما هنوز اصرار داریم آن‌ها را عناصر غیرفعال بنامیم اصلاحی برای دو تعریف فوق لازم است که بعداً ارائه می‌شود.

شبکه‌ها و مدارها

اتصالات درونی دو یا چند عنصر سادهٔ یک مدار یک **شبکه** الکتریکی را به‌وجودمی‌آورد. اگر شبکه حداقل دارای یک مسیر بسته باشد آن را یک مدار **الکتریکی** می‌نامیم. **توجه:** هر مدار یک شبکه است ولی همه شبکه‌ها لزوماً مدار نیستند (شکل ۲۱ـ۲ ملاحظه شود)!

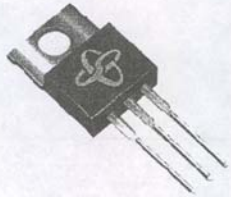
شبکه‌ای که حداقل یک عنصر فعال مانند یک منبع جریان یا ولتاژ مستقل داشته باشد یک شبکه **فعال** است. شبکه‌ای که هیچ عنصر فعالی ندارد شبکه **غیرفعال** خوانده می‌شود.

اکنون مقصود ما از عبارت **عنصر مداری** روشن شده است و تعاریف چند عنصر مداری خاص مانند منابع جریان و ولتاژ مستقل و وابسته را ارائه نموده‌ایم. در بقیه کتاب ما فقط پنج عنصر مداری دیگر را تعریف می‌کنیم: یعنی مقاومت، القاگر، خازن، مبدل و تقویت‌کننده‌های عملیاتی (که به‌طور خلاصه آن‌ها op amp می‌گویند). همه آن‌ها عناصر ایده‌آل هستند. اهمیت آن‌ها در این‌است‌که می‌توان با ترکیب آن‌ها مدل خوبی از عناصر فیزیکی واقعی به‌دست‌آورده و تا حد دلخواه آن را دقیق کنیم. بنابراین ترانزیستور شکل ۲۲ـ۲ (الف) و (ب) را می‌توان با ولتاژ پایانه‌ای v_{gs} و یک منبع جریان وابسته مانند شکل ۲۲ـ۲ (ج) مدل‌سازی کرد. توجه کنید که منبع جریان وابسته جریانی تولید می‌کند که به ولتاژی در نقطه دیگری از مدار وابسته است. پارامتر g_m، که به آن رسانایی انتقالی (transconductance) می‌گویند با توجه به مشخصات ترانزیستور و نیز نقطه کار تعیین‌شده به وسیله مدار متصل به ترانزیستور محاسبه می‌گردد. این پارامتر معمولاً مقدار کوچکی است از مرتبه 10^{-2} و شاید 10 A/V. این مدل مادامی که فرکانس منبع سینوسی متصل به آن نه خیلی بزرگ نه خیلی کوچک باشد به خوبی کار می‌کند. می‌توان مدل را برای لحاظ وابستگی فرکانس با افزودن عناصر مداری ایده‌آل مانند مقاومت‌ها و خازن‌ها اصلاح نمود.

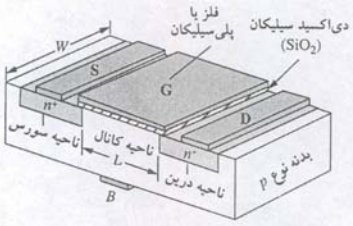


شکل ۲۱ـ۲ (الف) شبکه‌ای که یک مدار نیست. (ب) شبکه‌ای که مدار هست.

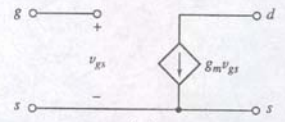
ترانزیستورهایی از این نوع تنها بخش کوچکی از مدار مجتمع را که کمتر از ۲ میلی‌متر در ۲ میلی‌متر مساحت و ۲۰۰μm ضخامت دارد، اشغال می‌نمایند. مدارات مجتمع قادرند چندین هزار ترانزیستور به‌علاوه انواع مقاومت‌ها و خازن‌ها را در خود جای دهند. بنابراین ما وسیله‌ای فیزیکی در اختیار داریم که به اندازه یک حرف در روی این صفحه کاغذ بزرگی دارد ولی مدل آن از ده‌ها هزار عنصر مداری ساده تشکیل شده است. ما این مفهوم "مدل‌سازی مدار" را در تعدادی از عناوین مهندسی برق از جمله الکترونیک، تبدیل انرژی و آنتن‌ها به‌کار خواهیم برد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲ـ۲۲ ترانزیستور اثر میدانی نیمرسانای اکسید فلز (MOSFET). (الف) ترانزیستور در بسته‌بندی TO-5، (ب) تصویر برش‌خورده و (ج) یک مدل مدار معادل برای تحلیل ac.

۲ـ۴ قانون اهم

تا این‌جا با منابع ولتاژ و جریان وابسته و غیروابسته آشنا شدیم و تذکر دادیم که آن‌ها عناصر فعال ایده‌آلی هستند که فقط به‌صورت تقریب می‌توانند در یک مدار واقعی وجود داشته باشند. اکنون آماده‌ایم تا با عنصر ایده‌آل دیگری به‌نام مقاومت خطی آشنا شویم. مقاومت ساده‌ترین عنصر غیرفعال است و ما بحث خود را با ملاحظه کار فیزیکدان گمنام آلمانی به‌نام جرج سیمون اهم[1] آغاز می‌کنیم. وی در سال ۱۸۲۷ نتایج تلاش‌های خود را در رابطه با اندازه‌گیری جریان‌ها و ولتاژها و توصیف ارتباط ریاضی آن‌ها به‌چاپ رساند. یکی از این نتایج، رابطه اساسی **قانون اهم** است. با این وجود، می‌دانیم که این قانون را هنری کاوندیش[2] ۴۶ سال قبل از اهم کشف کرده بود ولی هیچ‌کس حتی اُهم از کار کاوندیش اطلاع نداشت و نوشته‌های وی نیز سال‌ها پس از مرگش منتشر شد. نظریه اهم در ابتدا به ناحق با انتقاد شدید مواجه گشت ولی بعداً پذیرفته شد و او را به شهرت رساند.

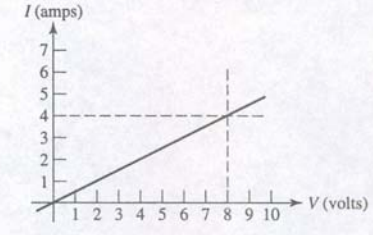
قانون اهم بیان می‌دارد که ولتاژ دو سر یک مادهٔ هادی مستقیماً متناسب با جریان عبوری از آن ماده است، یا:

$$v = i\,R \qquad (۴)$$

ضریب تناسب R را **مقاومت** می‌نامند. واحد مقاومت، اهم است و برابر است با 1 V/A که به‌طور خلاصه آن‌ها را با Ω (اُمگا) نشان می‌دهند.

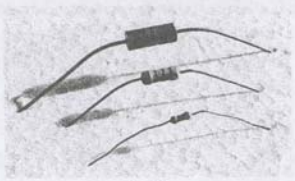
هنگامی‌که این معادله به صورت نمودار i در برابر v رسم شود، خط راستی به‌دست می‌آید که از مبدأ می‌گذرد، شکل ۲ـ۲۳. معادلهٔ (۴) یک معادلهٔ خطی است، و ما آن را به‌عنوان تعریف یک مقاومت خطی می‌شناسیم. در این‌صورت اگر نسبت جریان و ولتاژ مربوط به هر عنصر ثابت مقدار ثابتی باشد، آن‌گاه عنصر یک **مقاومت خطی** است و دارای مقداری برابر نسبت ولتاژ به جریان است. معمولاً مقاومت یک کمیت نسبتی تلقی می‌شود، بنابراین مقاومت‌های منفی نیز ممکن‌است به وسیله مدارهای خاصی تولید شوند.

دوباره تأکید می‌شود که مقاومت خطی، یک عنصر ایده‌آل مدار است، و فقط مدلی ریاضی از یک وسیله فیزیکی حقیقی است. یک مقاومت را می‌توانید به‌راحتی بخرید یا بسازید ولی به زودی متوجه خواهید شد که نسبت ولتاژ به جریان فقط در محدودهٔ خاصی از ولتاژ، جریان و توان به میزان قابل قبولی ثابت است ولی به دما و عوامل محیطی دیگر نیز بستگی دارد. ما معمولاً مقاومت خطی را فقط مقاومت می‌خوانیم. هر مقاومت غیرخطی را به همان صورت غیرخطی بیان خواهیم کرد. البته نباید مقاومت‌های غیرخطی را لزوماً عناصر نامطلوب خواند. گرچه وجود آن‌ها در مدار، تحلیل را پیچیده می‌کند، ولی رفتار قطعه ممکن‌است عمداً به وسیله حالت غیرخطی اصلاح گردد. مثلاً فیوزهای حفاظتی و دیودهای زنر برای تنظیم ولتاژ طبیعتاً بسیار غیرخطی‌اند ولی استفاده از آن‌ها در طراحی مدار بسیار مفید است.



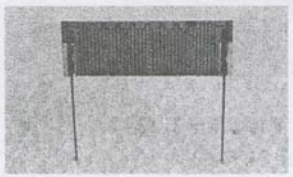
شکل ۲ـ۲۳ رابطه جریان ـ ولتاژ برای مقاومت خطی 2Ω.

1. G.S. Ohm 2. H.Cavendish

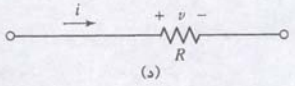


(الف)

(ب)



(ج)



(د)

شکل ۲ـ۲۴ (الف) چند نمونه بسته‌بندی مقاومت رایج. (ب) یک مقاومت قدرت 560 Ω. (ج) مقاومت 10 تراهم با 5% خطا (10,000,000,000,000) ساخت Ohmcraft. (د) نماد مدار برای مقاومت، قابل استفاده در همه انواع قطعات از (الف) تا (ج).

توان مصرفی

شکل ۲ـ۲۴ چندین بسته مقاومت مختلف را همراه با سمبل ایج مدار برای یک مقاومت نشان می‌دهد. بر اساس قراردادهای مربوط به ولتاژ، جریان و توانی که قبلاً اختیار شد حاصل‌ضرب v و i توان جذب‌شده به‌وسیله مقاومت را نشان می‌دهد. یعنی v و i طوری انتخاب شده‌اند تا قرارداد علامت عنصر غیرفعال را برآورده کنند. توان جذب‌شده به‌طور فیزیکی به‌صورت گرما یا نور ظاهر شده و همواره مثبت است. یک مقاومت (مثبت) یک عنصر غیرفعال است و نمی‌تواند توان را تولید کند یا آن را ذخیره نماید. عبارت دیگری برای توان جذب‌شده به‌صورت زیر است:

$$p = vi = i^2R = v^2/R \qquad (۵)$$

یکی از مولفان تجربه ناخوشایندی از اتصال یک مقاومت 100Ω دو واتی به یک منبع 110V ارائه کرده است. با دود و آتش ناشی از این آزمایش کار چندانی نداریم ولی این تجربه نشان داد که مقاومت‌های واقعی هم تنها در یک محدوده خاصی همچون مدل ایده‌آل مقاومت خطی عمل می‌کنند. در این آزمایش انتظار این بود که مقاومت 121W توان جذب کند، ولی چون فقط برای جذب 2W طراحی شده بود نمی‌توان عکس‌العمل آن را غیرعادی تلقی کرد.

مثال ۲ـ۳

مقاومت نشان‌داده‌شده در شکل ۲ـ۲۴ (ب) در مداری بسته شده است که جریان 428 mA در آن عبور می‌کند. ولتاژ در دو سر پایانه و توان مصرفی را محاسبه کنید.

ولتاژ دو سر یک مقاومت با قانون اهم مطابق زیر مشخص می‌گردد:

$$v = R\,i = (560)\ (0.428) = 239.7\ \text{V}$$

ما می‌توانیم توان تلف‌شده در مقاومت را به چند طریق به دست آوریم. چون هم ولتاژ دو سر پایانه‌ها و هم جریان داخلی را داریم،

$$p = vi = (239.7)(0.428) = 102.6\ \text{W}$$

که تقریباً 20% حداکثر مقدار 500 W می‌باشد. ما نتایج خود را با دو معادله زیر چک می‌کنیم:

$$p = v^2/R = (239.7)^2/560 = 102.6\ \text{W}$$

$$p = i^2R = (0.428)^2560 = 102.6\ \text{W}$$

که همان مقدار مورد انتظار است.

تمرین

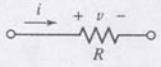
با توجه به تعریف v و i در شکل ۲ـ۲۵ کمیت‌های زیر را محاسبه کنید

۲ـ۱۰ اگر i = -1.6 mA و v = -6.3 V باشد R را به‌دست آورید

۲ـ۱۱ اگر v = -6.3 V و R = 21 Ω باشد توان جذب‌شده را بیابید.

۲ـ۱۲ اگر v = -8 V و R مقدار 0.24 W انرژی را جذب کند i چقدر است؟

جواب: 3.94 kΩ، 1.89 W و -30.0 mA



شکل ۲ـ۲۵

کاربرد عملی

معیار اندازه‌گیری مقاومت سیم

از نظر فنی، هر ماده‌ای در برابر حرکت جریان بار دارای مقاومت است. همچون دیگر کتب مقدماتی مدارها ما نیز فرض خواهیم کرد که سیم‌ها در نمودار مدار دارای مقاومت صفر باشند. این به آن معنی است که اختلاف پتانسیلی بین دو سر یک سیم وجود ندارد، بنابراین توانی جذب نشده و گرمایی تولید نمی‌شود. گرچه فرض چندان نامطلوب نیست ولی توجه و دقت ما را هنگام انتخاب سیمی با قطری مناسب برای یک کاربرد خاص از بین می‌برد.

مقاومت یک ماده معمولاً با (۱) مقاومت مخصوص ذاتی ماده و (۲) ابعاد آن تعیین می‌شود. مقاومت مخصوص که به وسیله سمبل ρ نشان داده می‌شود معیاری از سهولت حرکت الکترون‌ها از یک ماده خاص است. چون این کمیت، نسبت میدان الکتریکی (V/m) به چگالی جریان در ماده است (A/m^2) واحد عمومی ρ برابر است با $\Omega.m$، هر چند که پیشوندهای متریک هم استفاده می‌گردد. هر ماده دارای مقاومت مخصوص ذاتی خاص خود است که به دما وابسته است. چند مثال در جدول ۳ـ۲ نشان داده شده است و می‌توان دید که کمتر از 1% تفاوت بین انواع مس وجود دارد ولی اختلاف زیادی بین موارد مختلف وجود دارد. به خصوص هر چند استیل (فولاد) محکم‌تر از مس است، ولی سیم استیل چند برابر مقاومت بیشتری دارد. در بعضی از بحث‌های تکنیکی رایج است که هدایت (با علامت σ) را برای یک ماده بیان می‌کنند که عکس مقاومت است.

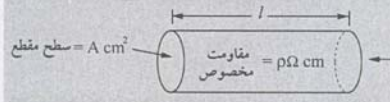
جدول ۳ـ۲ مواد سیم‌های الکتریکی و مقاومت مخصوص آن‌ها.

مقاومت مخصوص در 20°C ($\mu\Omega$.cm)	ماده و شکل	مشخصات ASTM
1.7654	مس ـ نرم ـ گرد	B33
1.7241	مس ـ لوله‌ای، نرم ـ مس OF	B75
1.7521	مس ـ لوله‌ای، سخت ـ مربعی یا مستطیلی	B188
1.7654	مس ـ نرم ـ پوشش سرب ـ گرد	B189
2.8625	آلومینیوم، سخت ـ گرد	B230
4.3971	مس ـ پوشش استیل ـ سخت ـ گرد درجه 40 HS	B227
1.9592	مس ـ پوشش نیکل ـ نرم ـ گرد کلاس 10	B355
8.4805	آلومینیوم ـ پوشش استیل، سخت، گرد	B415

مقاومت یک شیئی خاص، با ضرب ضریب مقاومت در طول l از آن، و تقسیم بر سطح مقطع (A) طبق معادلهٔ (۶) به‌دست می‌آید. این پارامترها در شکل ۲۶ـ۲ نشان داده شده‌اند.

$$R = \rho \frac{l}{A} \qquad (۶)$$

مقاومت مخصوص (ویژه) با انتخاب ماده‌ای که سیم از آن ساخته می‌شود و با توجه به دمای محیط کار معین می‌گردد. چون در عمل مقدار توان معینی به وسیله سیم به دلیل وجود مقاومت جذب می‌شود، جریان عبوری به تولید گرما منجر می‌گردد. سیم‌های ضخیم‌تر مقاومت کمتری دارند و همچنین گرما را ساده‌تر تلف می‌کنند، ولی سنگین‌ترند، حجم بیشتری دارند، و نیز گران‌ترند. بنابراین ما توجه شده‌ایم که کوتاه‌ترین سیم را برگزینیم به نحوی که کار را با امنیت لازم انجام دهد و نه این‌که قطورترین سیم به خاطر حداقل‌کردن مقاومت برگزیده شود.



شکل ۲۶ـ۲ تعریف پارامترهای هندسی به‌کاررفته در محاسبه مقاومت یک سیم. ضریب مقاومت ماده یکنواخت فرض می‌شود.

معیار اندازه‌گیری مقاومت سیم آمریکایی (AWG) سیستم استانداردی برای تعیین سایز یا نمره سیم است. هنگام انتخاب یک سیم، AWG کوچک‌تر مربوط به یک سیم با ابعاد بزرگ‌تر است. خلاصه‌ای از معیارهای اندازه‌گیری در جدول ۴ـ۲ آمده است. استانداردهای الکتریکی معیارها را برای کاربرد سیم‌ها بر مبنای حداکثر جریان و محل استفاده دیکته می‌کنند.

جدول ۴ـ۲ چند سیم مسی متداول و مقاومت آن‌ها.

نمره سیم AWG	مساحت مقطع (mm^2)	اهم در 1000ft (در 20°C)
28	0.0804	65.3
24	0.205	25.7
22	0.324	16.2
18	0.823	6.39
14	2.08	2.52
12	3.31	1.59
6	13.3	0.3952
4	21.1	0.2485
2	33.6	0.1563

مثال ۴ـ۲

سیمی برای روشن‌کردن لامپی پرقدرت واقع در فاصله 2000ft کشیده شده و از آن 100A جریان می‌گذرد. اگر در این کار کابل نمره 4 AWG به‌کاررفته باشد توان تلف‌شده در سیم چقدر است؟

بهترین حرکت در راستای حل این مسئله، رسم سریع تصویری از آن مطابق شکل ۲۷ـ۲ است. از جدول ۴ـ۲ می‌بینیم که سیم 4 AWG در هر 1000ft، 0.2485Ω مقاومت دارد. سیمی که به لامپ می‌رود 2000ft و برگشت آن هم 2000ft طول دارد که جمعاً 4000ft خواهد شد. بنابراین مقاومت آن برابر است با:

$$R = (4000\text{ft})\ (0.2485\Omega/1000\text{ft}) = 0.994\ \Omega$$

شکل ۲۷ـ۲ ترسیم سرسری مدار یک لامپ.

توان تلف‌شده با رابطه i^2R مشخص می‌شود که در آن $i = 100A$ است. بنابراین توان تلف‌شده به وسیله سیم، 9940 W یا 9.94 KW است. می‌بینیم که با این مقاومت کمتر از 1 Ω توان قابل توجهی تلف شده است. این توان هم باید به وسیله منبع تولید شود ولی هرگز به لامپ نمی‌رسد.

تمرین

۱۳ـ۲ با توجه به اهمیت توان تلف‌شده‌ای که در مثال ۴ـ۲ گفته شد مدیرتان به شما جایگزینی یک سیم 4 AWG با 2 AWG را توصیه می‌کند. مطلوب است توان تلف‌شده در سیم جدید با این فرض که لامپ هنوز 100 A جریان می‌کشد؟ وزن سیم جدید خارج از این بحث چقدر است (دو بار بیشتر، چهار بار بیشتر و غیره).

جواب: 6.25 kW، 1.59 بار بیشتر

هدایت

برای یک مقاومت خطی نسبت جریان به ولتاژ نیز ثابت است

$$\frac{i}{v} = \frac{1}{R} = G \qquad (۷)$$

که در آن G هدایت یا رسانایی خوانده می‌شود. واحد SI برای هدایت زیمنس (S)، و معادل 1 A/V است. واحد غیررسمی قدیمی‌تر برای هدایت mho است که به‌طور خلاصه حرف بزرگ معکوس‌شدهٔ $\mho$ می‌باشد. شما به ندرت آن را در روی نمودارهای مدار و نیز در کاتالوگ‌ها و کتاب‌ها ملاحظه می‌کنید. برای نمایش مقاومت و هدایت سمبل یا نماد یکسانی به‌کار می‌رود (شکل ۲۴ـ۲(د)). توان جذب‌شده مجدداً مثبت بوده و می‌تواد آن را برحسب هدایت با رابطه زیر نشان داد:

$$p = vi = v^2G = \frac{i^2}{G} \qquad (۸)$$

بنابراین یک مقاومت 2 اهمی دارای هدایت $\frac{1}{2}$ زیمنس بوده و اگر جریان 5A از آن عبور کند آنگاه ولتاژ دو سرش 10 ولت و توان جذب‌شده در آن 50 وات خواهد بود. در این بخش تاکنون همه عبارات برحسب جریان، ولتاژ و توان لحظه‌ای داده شده‌اند. مانند $v = iR$ و $p = vi$. باید یادآوری کنیم که آن‌ها، همان علائم اختصاری روابط $v(t) = Ri(t)$ و $p(t) = v(t)\ i(t)$ می‌باشند. پس جریان عبوری از مقاومت و یا ولتاژ دو سر آن باید در طول زمان به‌طور مشابهی تغییر کنند. بنابراین اگر $R = 10\ \Omega$ و $v = 2\ sin100t$ باشد آنگاه $i = 0.2 \sin 100t$ A خواهد بود. توجه داشته باشید که توان با رابطهٔ $0.4\ sin^2 100t$ W داده می‌شود و نمودار

ساده‌ای از آن بیانگر طبیعت متفاوت تغییراتش نسبت به زمان است. گرچه ولتاژ و جریان در طول زمان معینی منفی هستند توان جذب‌شده هرگز منفی نیست!

مقاومت می‌تواند مبنای تعریف دو عبارت رایج **اتصال کوتاه** و **مدار باز** باشد. ما اتصال کوتاه را به‌عنوان مقاومت صفر اهمی تعریف می‌کنیم، آنگاه چون $v = iR$ است، علی‌رغم وجود جریان در درون آن ولتاژ دو سر یک مدار اتصال کوتاه باید صفر باشد. به طریقی مشابه یک مدار باز را به‌صورت مقاومت بی‌نهایت تعریف می‌کنیم. از قانون اهم نتیجه می‌شود که جریان، جدا از ولتاژ دو سر یک مدار باز، صفر است. گرچه سیم‌های حقیقی دارای مقاومت کوچکی هستند ما همواره آن‌ها را دارای مقاومت صفر فرض خواهیم کرد مگر آن‌که بیان شود. بنابراین در همه نمودارهای مدار، سیم‌ها به‌صورت ایده‌آل اتصال کوتاه فرض خواهند شد.

۲-۵ خلاصه فصل و مرور

- سیستم آحاد رایجی که باید در مهندسی برق به‌کاررود SI است.
- جهتی که بارهای مثبت حرکت می‌کنند جهت مثبت جریان است. جریان مثبت در جهت مخالف حرکت الکترون‌ها است.
- در تعریف جریان، مقدار و جهت آن باید مشخص باشد. جریان‌های ثابت (dc) را معمولاً با حرف بزرگ "I" و جریان‌های دیگر را با $i(t)$ و یا ساده‌تر بگوییم i نشان می‌دهیم.

توجه کنید که جریان نشان‌داده‌شده با i یا $i(t)$ می‌تواند dc یا ac باشد. ولی سمبل I مربوط به جریان بی‌تغییر با زمان است.

- برای تعریف ولتاژ دو سر یک عنصر لازم است پایانه‌ها را با + و - علامت بزنیم و نیز مقداری را به آن نسبت دهیم (یک نماد جبری یا یک مقدار عددی).
- عنصری توان مثبت تولید می‌کند که جریان مثبت از پایانه + آن خارج شود. هر عنصری که انرژی مثبت جذب کند جریان مثبت وارد پایانهٔ ولتاژ + آن خواهد شد.
- شش نوع منبع وجود دارد: منبع ولتاژ مستقل، منبع جریان مستقل، منبع جریان وابسته کنترل‌شده با جریان، منبع جریان وابسته کنترل‌شده با ولتاژ، منبع ولتاژ وابسته کنترل‌شده با ولتاژ و منبع ولتاژ وابسته کنترل‌شده با جریان.
- قانون اهم بیان می‌دارد که ولتاژ دو سر یک مقاومت خطی مستقیماً متناسب با جریان عبوری از آن است، یعنی $v = iR$.
- توان تلف‌شده به وسیله یک مقاومت که منجر به تولید گرما می‌شود با رابطهٔ $p = vi = i^2R = v^2/R$ داده می‌شود.
- معمولاً مقاومت سیم‌های به‌کاررفته در تحلیل مدار صفر فرض می‌شوند. هنگام انتخاب سیم برای کاربردی خاص با اداره برق محلی خود مشورت کنید.

۲-۶ خواندنی‌های کمکی

A good book that discusses the properties and manufacture of resistors in considerable depth:

Felix Zandman, Paul-René Simon, and Joseph Szwarc, *Resistor Theory and Technology.* Raleigh, N.C.: SciTech Publishing, 2002.

A good all-purpose electrical engineering handbook:

Donald G. Fink and H. Wayne Beaty, *Standard Handbook for Electrical Engineers,* 13th ed., New York: McGraw-Hill, 1993.

In particular, pp. 1-1 to 1-51, 2-8 to 2-10, and 4-2 to 4-207 provide an in-depth treatment of topics related to those discussed in this chapter.

A detailed reference for the SI is available on the Web from the National Institute of Standards:

Barry N. Taylor, *Guide for the Use of the International System of Units (SI),* NIST Special Publication 811, 1995 Edition, www.nist.gov.

مسائل

۲-۱ واحدها و مقیاس‌ها

۱. کمیت‌های زیر را به نمادهای مهندسی تبدیل کنید:

الف. 1.2×10^{-5}s	ب. 750mJ
ج. 1130 Ω	د. 3,500,000,000 bits
هـ. 0.0065 μm	و. 13,560,000 Hz
ز. 0.039 nA	ح. 49,000 Ω
ط. $1.173 \times 10^{-5}\mu$m	

۲. کمیت‌های زیر را با نماد مهندسی نمایش دهید:

الف. 1,000,000 W	ب. 12.35 mm
ج. 47,000 W	د. 0.00546 A
هـ. 0.033 mJ	و. 5.33×10^{-6}mW
ز. 0.000000001 s	ح. 5555 kW
ط. 32,000,000,000 pm	

۳. واحدهای SI زیر را تبدیل کنید. از علائم مهندسی استفاده نمایید و چهار رقم باارزش را نگه دارید:

الف. 400 hp	ب. 12 ft	ج. 2.54 cm
د. 67 Btu	هـ. 285.4×10^{-15}s	

۴. یک باتری خشک 15 V تخلیه‌شده، یک جریان 100 mA لازم دارد تا در مدت 3 hr کاملاً شارژ گردد. ظرفیت ذخیره انرژی باتری چقدر است، با این فرض که ولتاژ به وضعیت شارژ بستگی ندارد.

۵. یک اتومبیل برقی کوچک با یک موتور 175 hp مجهز شده است. (الف) اگر فرض کنیم راندمان در تبدیل نیروی الکتریکی به مکانیکی صددرصد است برای راندن موتور چند کیلووات انرژی لازم است؟ (ب) اگر موتور 3 ساعت کار کند چقدر انرژی برحسب ژول لازم دارد. (ج) اگر یک باطری اسیدی دارای 430 کیلووات ساعت ظرفیت ذخیره‌سازی باشد چند باطری لازم است؟

۶. یک مولد نیروی 400mJ پالس لیزری را با دوره 20ms تولید می‌کند. (الف) توان اوج لحظه‌ای لیزر چقدر است؟ (ب) اگر در هر ثانیه فقط 20 پالس تولید شود توان متوسط خروجی لیزر چقدر است؟

۷. یک مولد لیزری تقویت‌شده پالس‌های لیزری 1 mJ را در طول 75 fs تولید می‌کند. (الف) توان لحظه‌ای اوج لیزر چقدر است؟ (ب) اگر در هر ثانیه فقط 100 پالس تولید شود توان متوسط خروجی لیزر چقدر می‌باشد؟

۸. توان تولیدی یک باطری در 6 دقیقه اول 6 وات و در 2 دقیقه بعدی صفر است آن‌گاه در طول 10 دقیقه بعد به‌طور خطی از صفر به 10 وات می‌رسد و در هر دقیقه بعد از آن به‌طور خطی از 10 وات به صفر بازمی‌گردد. (الف) انرژی کل تولیدشده در طول فاصله زمانی 24 دقیقه چقدر است؟ (ب) متوسط توان برحسب Btu/h در این مدت چقدر است؟

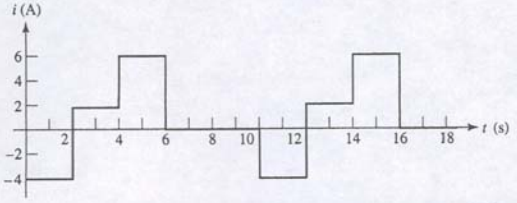
۹. نوع جدیدی از باتری می‌تواند 10 W انرژی را برای مدت 8 hr بدون تغییر جریان یا ولتاژ تحویل نماید. با این وجود پس از 8 hr توان خروجی به‌طور خطی از 10 W به 0 در مدت 5 دقیقه افت می‌کند. (الف) ظرفیت ذخیره انرژی باتری چقدر است؟ (ب) چقدر انرژی در 5 دقیقه آخر سیکل دشارژ حمل شده است؟

۲-۲ بار الکتریکی، جریان، ولتاژ و توان

۱۰. بار کل ذخیره‌شده به وسیله دستگاه خاصی به‌صورت تابعی از زمان با رابطهٔ $q = 18t^2 - 2t^4$ (در سیستم SI) داده شده است. (الف) بار کل ذخیره‌شده در $t = 2s$ چقدر است؟ (ب) حداکثر بار ذخیره‌شده در فاصله زمانی $0 < t \leq 3s$ چقدر است و چه موقعی رخ می‌دهد؟ (ج) در $t = 0.8s$ سرعت ذخیره بار چه میزان است؟ (د) منحنی‌های q در برابر t و i در برابر t در فاصله زمانی $0 \leq t \leq 3s$ را رسم کنید.

۱۱. جریان $i_1(t)$ شکل ۲.۶ (ج) به‌صورت $3e^{-5t}$A - 2- برای $t < 0$ و $3e^{3t}$ - 2- برای $t > 0$ داده شده است. پیدا کنید (الف) $i_1(-0.2)$، (ب) $i_1(0.2)$ و (ج) لحظاتی که در آن $i = 0$ است. (د) بار کلی که از چپ به راست در فاصله زمانی $-0.8s < t < 0.1s$ از هادی گذشته است.

۱۲. شکل موج ۲.۲۸ دارای پریود 10 ثانیه است. (الف) مقدار متوسط جریان در این فاصله چقدر است؟ (ب) در فاصله $1s < t < 12s$ چه مقدار بار عبور کرده است؟ (ج) اگر $q(0) = 0$ باشد، $q(t)$ را در فاصله زمانی $0 < t < 16s$ رسم کنید.



شکل ۲۸-۲

۱۳. مسیری با نقاط جدا از هم A، B، C، D و E را درنظربگیرید. برای انتقال یک الکترون از A به B یا از B به C، 2 pJ لازم است. برای انتقال از C به D، 3 pJ لازم است. برای انتقال از D به E، انرژی لازم نیست.

الف. اختلاف پتانسیل (به ولت) بین A و B چقدر است (مرجع + در B است).

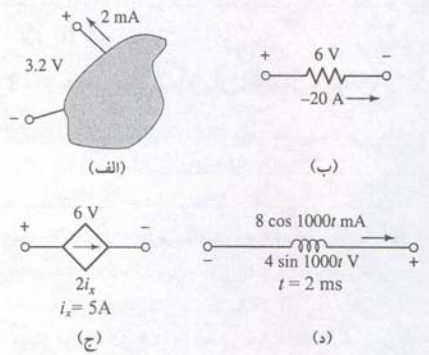
ب. اختلاف پتانسیل (به ولت) بین D و E چقدر است (مرجع + در E است).

ج. اختلاف پتانسیل (به ولت) بین C و D چقدر است (مرجع + در D است).

د. اختلاف پتانسیل (به ولت) بین D و B چقدر است (مرجع + در D است).

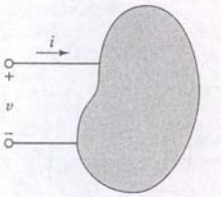
۱۴. یک جعبه بدون علامت در گوشه‌ای از آزمایشگاه پیدا شده است. جعبه دارای دو سیم است که با رنگ‌های نارنجی و ارغوانی مشخص شده است. یک ولت‌متر به دو سیم وصل است و مرجع + آن به سیم ارغوانی متصل شده است. در این حالت ولتاژ 2.86 V- اندازه‌گیری شده است. اگر جهت اتصال باتری معکوس گردد، چه مقدار خوانده خواهد شد.

۱۵. توان جذب‌شده به وسیله هر عنصر مدار شکل ۲.۲۹ را معین نمایید.



شکل ۲.۲۹

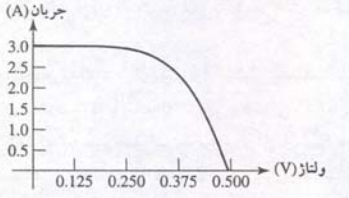
۱۶. فرض کنید برای عنصر مداری شکل ۲.۳۰، $i = 3te^{-100t}$mA و $v = (0.006 - 0.6t)e^{-100t}$ V باشد. (الف) این عنصر مداری چه توانی را در $t = 5ms$ جذب می‌کند؟ (ب) چه مقدار انرژی در فاصله زمانی $0 < t < \infty$ به این عنصر تحویل شده است؟



شکل ۲.۳۰

۱۷. فرض کنید در شکل ۲.۳۰، $i = 3e^{-100t}$A باشد. توان جذب‌شده به وسیله عنصر مداری را در $t = 8ms$ پیدا کنید، به شرطی که v برابر باشد با: (الف) $40i$، (ب) $0.2\,di/dt$ و (ج) $20V + \int_0^t i\,dt$. 30

۱۸. مشخصه جریان ـ ولتاژ یک سلول خورشیدی در ساعت 12 ظهر که در جهت خورشید قرار گرفته است در شکل ۲.۳۱ دیده می‌شود. برای به‌دست‌آوردن این مشخصه، مقاومت‌های مختلف در دو سر پایانه‌های این وسیله قرار گرفته و ولتاژها و جریان‌ها اندازه‌گیری شده‌اند. (الف) جریان اتصال کوتاه چقدر است؟ (ب) مقدار ولتاژ مدار باز چقدر است؟ (ج) توان ماکزیممی که از این وسیله به‌دست‌می‌آید را تخمین بزنید.



شکل ۲.۳۱

۱۹. جریانی که در یک مدار خاص جاری است در طول زمان به دقت ردیابی می‌شود. همه ولتاژهای بیان‌شده فرض می‌کنند که پایانه مرجع پایانه بالایی مدار است. دیده شده است که در دو ساعت اول، جریان 1 mA وارد پایانه بالایی می‌شود و ولتاژ 5 V+ است. در 30 دقیقه بعد، جریانی وارد یا خارج نمی‌شود. سپس برای 2 ساعت، یک جریان 1 mA از پایانه بالایی بیرون می‌آید، و ولتاژ اندازه‌گیری‌شده 2 V+ است. پس از آن دوباره جریان وارد و خارج نمی‌شود. فرض کنید که مدار از ابتدا هیچ انرژی را ذخیره نکرده است. به سوالات زیر پاسخ دهید:

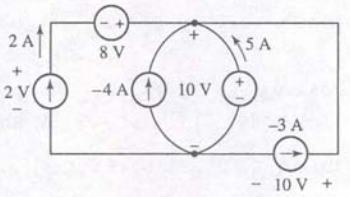
الف. در هر یک از سه دوره چقدر توان به مدار حمل شده است.

ب. چقدر انرژی در حین دو ساعت اول جذب به مدار حمل شده است.

ج. اکنون چقدر انرژی در مدار نگهداری می‌شود.

۲.۳ منابع ولتاژ و جریان

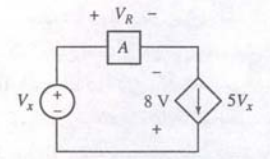
۲۰. معین کنید کدام‌یک از پنج منبع شکل ۲.۳۲ انرژی مثبت جذب می‌کنند و نشان دهید که جمع جبری پنج توان جذب‌شده برابر با صفر است.



شکل ۲.۳۲

۲۱. به شکل ۲.۳۲ مراجعه نمایید. هر جریان و ولتاژ را در 4 ضرب کنید و مشخص کنید که کدام یک از پنج منبع به عنوان مولد انرژی (تهیه‌کننده انرژی مثبت به دیگر عناصر) عمل می‌کند.

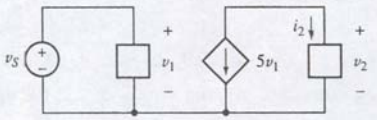
۲۲. در مدار ساده شکل ۲.۳۳ جریان در هر عنصر با دیگری برابر است. اگر $v_x = 1V$ و $v_R = 9V$ باشد مطلوب است محاسبه: (الف) توان جذب‌شده توسط عنصر A. (ب) توان تولیدشده به وسیله هر یک از دو منبع. (ج) آیا کل توان تولیدشده مساوی با کل توان جذب‌شده می‌باشد؟ آیا یافته‌های شما منطقی است؟ چرا (چرا نه)؟



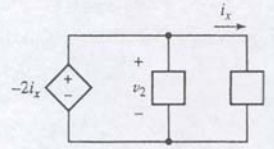
شکل ۲.۳۳

۲۳. برای مدار شکل ۲.۳۴، اگر $v_2 = 1000i_2$ و $i_2 = 5mA$ باشد v_s چقدر است؟

۲۴. برای مدار شکل ۲.۳۵، اگر $i_2 = -1$ mA باشد، ولتاژ v_2 را حساب کنید.



شکل ۲.۳۴



شکل ۲.۳۵

۲۵. یک مدار ساده با استفاده از باطری اسیدی 12V و یک چراغ اتومبیل تشکیل شده است. اگر باطری انرژی کل 460.8 وات ساعت را در پریود 8 ساعت تولید کند: (الف) چقدر توان به چراغ انتقال یافته است؟ (ب) جریان عبوری از لامپ چقدر است؟ (فرض کنید ولتاژ باطری در حین تخلیه ثابت باقی می‌ماند).

۲۶. برای کاربرد خاصی باید فیوزی را انتخاب کنید، شما می‌توانید فیوزهایی را که در جریان‌هایی بیش از 1.5A، 3A، 4.5A و یا 5A می‌سوزند انتخاب نمایید. اگر ولتاژ تولیدی 110 ولت و حداکثر توان مجاز 500 وات باشد کدام فیوز را باید انتخاب کرد و چرا؟

۲.۴ قانون اهم

۲۷. خطای 10% در مقاومت 1 kΩ ممکن‌است هر مقداری از مقاومت‌های بین 900 تا 1100 اهم را داشته باشد. اگر ولتاژ دو سر آن 5.0 V فرض شود (الف) محدوده جریان‌های ممکن اندازه‌گیری‌شده چقدر است؟ (ب) محدوده توان اندازه‌گیری‌شده چقدر است؟

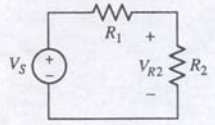
۲۸. یک جریان 2 mA وادار به عبور از یک مقاومت 470 Ω با خطای 5% شده است. مقاومت باید چه میزان توان داشته باشد و چرا؟ (توجه کنید که 5% خطا به معنی این‌است‌که مقاومت دارای مقادیر 446.5 Ω و 493.5 Ω است).

۲۹. مقاومت $R = 1200\Omega$ برای شکل ۲.۲۴ (د) مفروض است. توان جذب‌شده به‌وسیله R در $t = 0.1s$ را به‌شرط (الف) $i = 20e^{-12t}$mA، (ب) $v = 40\cos 20t$ V و (ج) $vi = 8t^{1.5}$VA را بیابید.

۳۰. ولتاژی برای 20 ms در 10+ ولت و در 20 ms بعدی در 10- به‌طور پیوسته نوسان می‌کند. ولتاژ به مقاومتی 50 اهمی اعمال شده است. در فاصله 40 میلی‌ثانیه (الف) حداکثر مقدار ولتاژ را بیابید، (ب) متوسط مقدار ولتاژ را پیدا کنید، (ج) متوسط مقدار جریان مقاومت چقدر است، (د) حداکثر مقدار توان جذب‌شده چقدر است و (ه) متوسط توان جذب‌شده را مشخص کنید.

۳۱. بر اساس اصل بقاء انرژی در شکل ۲.۳۶، از هر سه عنصر بایت جریان بگذرد. با توجه به این‌که کل انرژی تولیدی برابر با کل انرژی جذب‌شده می‌باشد نشان دهید که ولتاژ دو سر مقاومت R_2 از رابطه زیر به‌دست‌می‌آید:

$$V_{R_2} = V_s \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



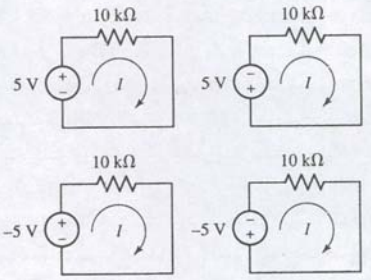
شکل ۲.۳۶

۳۲. نتایج تجربی زیر روی یک وسیله دو پایانه با تنظیم مقادیر حاصل از یک منبع تغذیه به‌دست‌آمده است. جریان‌های وارده به یک پایانه نیز اندازه‌گیری شده است.

ولتاژ (V)	جریان (mA)
-1.5	-3.19
-0.3	-0.638
0.0	1.01×10^{-8}
1.2	2.55
2.5	5.32

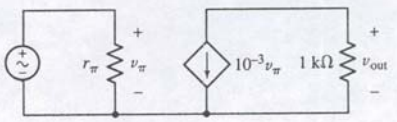
(الف) مشخصه جریان ـ ولتاژ را ترسیم کنید. (ب) ضریب هدایت موثر و مقاومت وسیله را به‌دست‌آورید. (ج) روی کاغذ جداگانه مشخصه جریان در مقابل ولتاژ را رسم کنید به‌شرطی‌که مقاومت وسیله سه برابر شده باشد.

۳۳. برای هر یک از مدارهای شکل ۲.۳۷ جریان I را پیدا کنید و توان جذب‌شده در مقاومت را محاسبه نمایید.



شکل ۲.۳۷

۳۴. مشاهده زیرنویس روی ولتاژها و جریان‌ها در نمودارهای مدار چیز ناآشنایی نیست. در مدار شکل ۲.۳۸ ولتاژ v_π در دو سر مقاومت R_π ایجاد شده است. v_{out} را اگر v_s برابر با $0.01\cos 1000t$ V باشد، پیدا کنید.



شکل ۲.۳۸

۳۵. مدار شکل ۲.۳۸ طوری ساخته شده که $v_S = 2 \sin 5t$ V و $r\pi = 80\ \Omega$. v_{out} را در $t = 0$ و $t = 314$ ms محاسبه کنید.

۳۶. یک مفتول مسی به نمره AWG 18 در طول مسیری برای اتصال یک سنسور به سیستم کامپیوتر مرکزی کشیده شده است. اگر مقاومت سیم 53Ω باشد طول کل سیم چقدر است؟ (دما را 20 درجه سانتیگراد فرض کنید).

۳۷. فرض کنید که در کنار یک ساحل متروک قرار دارید و دمای هوا 108 درجه فارنهایت است. ناگهان ملاحظه می‌کنید که فرستنده شما کار نمی‌کند، آن‌گاه مشکل را دنبال می‌کنید تا به یک مقاومت 470 اهمی برسید. خوشبختانه قرقره‌ای از سیم AWG 28 را در آن‌جا پیدا می‌کنید. چند فوت از سیم برای جایگزینی مقاومت 470 اهمی لازم است؟ توجه کنید که چون جزیره در منطقه گرمسیر است دما کمی بیشتر از 20 درجه سانتی‌گراد است و نمی‌توان مقادیر مقاومت جدول ۲.۴ را به‌کاربرد. شما می‌توانید از رابطه زیر برای اصلاح مقادیر جدول ۲.۴ استفاده کنید:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{234.5 + T_2}{234.5 + T_1}$$

که در آن T_1 مساوی با دمای مرجع (20 درجه در این حالت)، R_1 مقاومت در دمای مرجع، T_2 دمای جدید (درجه سانتی‌گراد) و R_2 مقاومت در دمای جدید است.

۳۸. مقاومت یک هادی به‌طول l و سطح مقطع یکنواخت A با رابطه $R = \frac{l}{\sigma A}$ داده می‌شود. σ ضریب هدایت الکتریکی است. اگر برای مس $\sigma = 5.8 \times 10^7$ باشد: (الف) مقاومت یک سیم مسی نمره 18 (با قطر 1.024 میلی‌متر) که 50 فوت طول داشته باشد چقدر است؟ (ب) روی مدار چاپی، یک فویل مسی نواری با 33μm ضخامت و 0.5mm عرض را داریم که می‌تواند 3A جریان را در 50C° به راحتی حمل کند، مقاومت 15 سانتی‌متر از این نوار مسی و توان انتقال‌یافته به وسیلهٔ 3A جریان چقدر است؟

۳۹. جدول ۲.۳ چندین نوع استاندارد سیم مسی را لیست کرده است، که ضریب مقاومت تقریباً $1.7\ \mu\Omega.cm$ است. از اطلاعات جدول ۲.۴ برای سیم AWG 28 استفاده کنید و مقاومت سیم مسی نرم را به دست آورید. آیا مقدار شما با جدول ۲.۳ هم‌خوانی دارد؟

۴۰. (الف) سه مثال برای مقاومت‌های غیرخطی بزنید. (ب) تصور کنید که یک باتری به یک مقاومت وصل است. انرژی از باتری به مقاومت منتقل می‌شود تا باتری کلاً تخلیه شود. با توجه به اصل بقای انرژی، انرژی باتری به کجا رفته است؟

۴۱. اگر مس B33 برای ساختن سیم‌گرد با قطر 1 mm به کار رود، چقدر توان در 100 m سیمی که جریان 1.5 A را حمل می‌کند، تلف خواهد شد؟

۴۲. بر اساس جدول ۲.۴، یک وسیله مکانیکی بسازید که به عنوان مقاومت متغیر می‌کند (یک سیم‌پیچ می‌تواند به این کار کمک نماید).

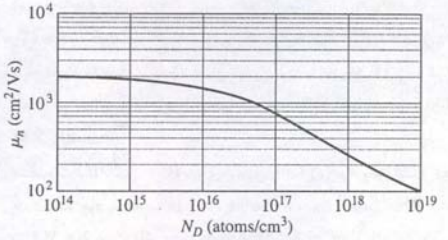
۴۳. دیود یک قطعه رایج دو پایانه غیرخطی است، می‌توان آن را با استفاده از رابطهٔ جریان ـ ولتاژ زیر مدل‌سازی کرد:

$$I = 10^{-9}(e^{39V} - 1)$$

(الف) مشخصه جریان ـ ولتاژ آن را برای $+0.7$V تا -0.7V = v رسم کنید. (ب) مقاومت موثر دیود در $v = 0.55$V چقدر است؟ (ج) در چه جریانی مقاومت دیود 1Ω است؟

۴۴. یک مقاومت 10Ω برای تعمیر مدار رگولاتور ولتاژ لازم است. تنها مواد اولیه موجود قرقره‌هایی به‌طول ده‌هزار فوت از هر نوع سیم در جدول ۲.۴ است. مقاومت مناسب را طراحی کنید.

۴۵. مقاومت مخصوص کریستال سیلیکان نوع n با رابطه $\rho = \frac{1}{q N_D \mu_n}$ داده شده است، که q بار هر الکترون و برابر با 1.602×10^{-19} کولن، N_D مساوی با تعداد اتم‌های ناخالص فسفر در هر سانتی‌متر مکعب μ_n قابلیت تحرک الکترون (برحسب $Cm^2V^{-1}S^{-1}$) می‌باشد. قابلیت تحرک و چگالی ناخالصی با شکل ۲.۳۹ به هم مرتبطاند. با این فرض که ویفر سیلیکانی 6 اینچ قطر و $250\ \mu$m ضخامت داشته باشد، با تزریق ماده فسفری در محدودهٔ $10^{15} \le N_D \le 10^{18}\ atoms/cm^3$ و ابعاد هندسی مناسب یک مقاومت 100 اهمی طراحی کنید.



شکل ۲.۳۹

فصل سوم

قوانین ولتاژ و جریان

مقدمه

در فصل ۲ مقاومت و چند نوع منبع معرفی شدند. پس از تعریف چند واژه جدید مدار، آماده‌ایم تا مدارهای ساده ساخته‌شده از این قطعات را تحلیل کنیم. تکنیک‌هایی که خواهیم آموخت بر اساس دو قانون ساده است: قانون جریان کیرشهف (KCL) و قانون ولتاژ کیرشهف (KVL). KCL بر اصل بقای بار و KVL بر اصل بقای انرژی مبتنی است که هر دو از قوانین اساسی فیزیک است. پس از آشنایی با این تحلیل ساده، از KCL و KVL استفاده بیشتری کرده و از آن‌ها برای ساده‌کردن ترکیبات سری و موازی مقاومت‌ها، منابع ولتاژ، یا منابع جریان استفاده می‌کنیم و مفاهیم مهم تقسیم جریان و ولتاژ را توسعه می‌دهیم. در فصل‌های بعد، تکنیک اضافه‌تری را خواهیم آموخت که به ما اجازه می‌دهند به‌طور موثر شبکه‌های پیچیده‌تر را تحلیل کنیم.

مفاهیم کلیدی

واژه‌های جدید مدار: گره، مسیر، حلقه، و انشعاب

قانون جریان کیرشهف (KCL)

قانون ولتاژ کیرشهف (KVL)

تحلیل مدارهای ساده سری و موازی

ترکیب منابع سری و موازی

تقلیل ترکیب مقاومت سری و موازی

تقسیم ولتاژ و جریان

اتصالات زمین

در مدارهای واقعی سیم‌ها دارای مقاومت محدودی هستند. ولی این مقاومت‌ها در مقایسه با دیگر مقاومت‌های مدار آن‌قدر کوچکند که می‌شود از آن‌ها چشم‌پوشی کرد بدون این‌که خطای زیادی ایجاد شود. پس در مدارهای ایده‌آل سیم‌ها را با مقاومت صفر درنظر می‌گیریم.

۳ـ۱ گره‌ها، حلقه‌ها، مسیرها و شاخه‌ها

اینک آماده‌ایم روابط جریان ـ ولتاژ را در مدارهای سادهٔ تشکیل‌شده از دو یا چند عنصر معین کنیم. عناصر به‌وسیلهٔ سیم‌ها به هم متصلند و فرض می‌کنیم مقاومتشان صفر باشد. چون در این حال شبکه به‌صورت تعدادی عنصر ساده و مجموعه‌ای از سیم‌های اتصال درمی‌آید، به آن **شبکهٔ با پارامترهای فشرده** یا **یکپارچه** می‌گوییم. تحلیل شبکه‌هایی که در آن‌ها پارامترها توزیع شده‌اند و در واقع حاوی عناصر بی‌نهایت کوچک هستند مشکل‌تر است. ما در این کتاب بر نوع یکپارچه تأکید داریم.

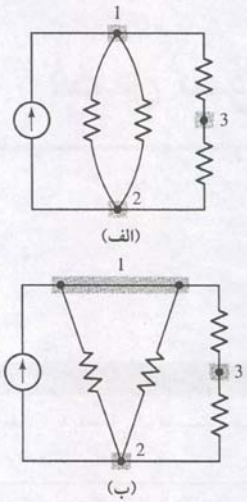
نقطه‌ای که در آن دو یا چند عنصر اتصال مشترکی دارند **گره** نامیده می‌شود. مثلاً شکل ۱ـ۳(الف) مدار یک شبکه سه‌گرهی را نشان می‌دهد. گاهی مدارها طوری رسم می‌شوند که تعداد گره‌ها بیش از آن‌چه که واقعیت دارد به‌نظر می‌رسند. مثلاً گره شماره 1 در شکل ۱ـ۳ (الف) به‌صورت دو اتصال جدا از هم که با هادی صفر اهمی به هم وصلند، طبق شکل ۱ـ۳ (ب)، نشان داده می‌شود. با این وجود تنها کاری که صورت گرفته، جداسازی نقاط مشترک به‌صورت یک خط مشترک با مقاومت صفر است. بنابراین ما باید لزوماً همه سیم‌های هادی یا بخشی از آن را که متصل به گره است، جزئی از آن گره بدانیم. توجه کنید که هر عنصر باید در هر سمت خود یک گره داشته باشد.

فرض کنید که از یک گره در یک شبکه شروع کنیم و از یک عنصر ساده عبور نماییم تا به یک گره در انتهای دیگر آن برسیم. آن‌گاه از این گره وارد عنصر دیگری شده به گره بعدی برویم و این حرکت را آن‌قدر ادامه دهیم تا از هر تعداد عنصر عبور کنیم. اگر با هیچ گره‌ای بیش از یک بار مواجه نشویم، آن‌گاه مجموعه گره‌ها و عناصری که ما از آن‌ها عبور کرده‌ایم یک

مسیر را تعریف می‌کنند. اگر گره شروع و گره خاتمه یکی باشند، آن‌گاه بنا بر تعریف مسیر، یک **مسیر بسته** یا یک **حلقه** خواهیم داشت.

مثلاً در شکل ۱ـ۳ (الف) اگر از گره 2 و از طریق منبع جریان به گره 1 برویم و آن‌گاه از طریق مقاومت سمت راست بالا به گره 3 برسیم، یک مسیر را ایجاد کرده‌ایم. چون به گره 2 مجدداً نرفته‌ایم، یک حلقه تشکیل نشده است. اگر از گره 2 به گره 1 از طریق منبع جریان و از آن‌جا از طریق مقاومت سمت چپ به گره 2 و سپس از طریق مقاومت مرکزی به گره 1 بازگردیم، یک مسیر به‌وجود نیامده است، چون گره 2 بیش از یک بار در مسیر بوده است. همچنین یک حلقه نیز تشکیل نشده است، زیرا حلقه باید یک مسیر باشد.

اصطلاح دیگری که زیاد مورد استفاده است **انشعاب** یا **شاخه** می‌باشد. ما یک شاخه را یک مسیر ساده در یک شبکه می‌دانیم که از یک عنصر ساده و گرهی در هر انتهای آن عنصر تشکیل شده است. بنابراین یک مسیر، مجموعهٔ خاصی از شاخه‌ها است. مدار شکل ۱ـ۳ (الف و ب) حاوی پنج شاخه‌اند.



شکل ۱ـ۳ (الف) مداری شامل سه گره و پنج شاخه. (ب) گره 1 طوری رسم شده است که شبیه دو گره باشد. ولی در واقع یک گره است.

۳ـ۲ قانون جریان کیرشهف

اکنون می‌توانیم اولین قانون کیرشهف[1] را ملاحظه کنیم. وی پروفسور یک دانشگاه آلمانی بود که همزمان با کارهای تجربی اُهم متولد شد. این قانون یک قانون بدیهی است که به‌نام قانون جریان کیرشهف خوانده شده (به‌طور خلاصه KCL) و به‌صورت ساده زیر بیان می‌شود:

جمع جبری جریان‌های وارده به هر گره صفر است.

این قانون یک عبارت ریاضی است و این واقعیت را نشان می‌دهد که بار نمی‌تواند در یک گره جمع شود. یک گره یک عنصر مداری نیست و مطمئناً نمی‌تواند بار الکتریکی را ذخیره، نابود و یا تولید کند. بنابراین جمع جبری جریان‌های وارده باید صفر باشد. مثالی در مورد هیدرولیک می‌تواند در این‌جا به درک موضوع کمک کند: مثلاً سه لوله آب را درنظربگیرید که به شکل Y به هم وصل شده باشند. ما سه جریان را که به داخل هر سه لوله وارد می‌شوند درنظر می‌گیریم. اگر اصرار داشته باشیم که همیشه آب در جریان است، مسلماً نمی‌توانیم سه جریان آب مثبت داشته باشیم، زیرا سه‌راهی خواهد ترکید. بنابراین مقدار یک یا دو جریان بایستی منفی تعریف شود.

گره شکل ۲ـ۳ را ملاحظه کنید. جمع جبری چهار جریان وارده به این گره باید صفر باشد:

$$i_A + i_B + (-i_C) + (-i_D) = 0$$

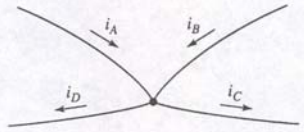
واضح است که قانون فوق برای جمع جبری جریان‌هایی که گره را ترک می‌کنند هم به همان صورت قابل اعمال است:

$$(-i_A) + (-i_B) + i_C + i_D = 0$$

همچنین می‌توانیم جمع جریان‌هایی را که پیکانشان به سمت یک گره است با جمع جریان‌هایی که پیکانشان به سمت خارج آن گره است برابر قرار دهیم:

$$i_A + i_B = i_C + i_D$$

که می‌گوید جمع جریان‌های وارده به گره باید برابر با جمع جریان‌های خارج‌شده از گره باشد.



شکل ۲ـ۳ گره نمونه برای تشریح کاربرد قانون جریان کیرشهف.

1. Krichhoff

قانون جریان کیرشهف می‌تواند به شکل فشرده زیر بیان شود:

$$\sum_{n=1}^{N} i_n = 0 \qquad (۱)$$

که در واقع نمایش کوتاه عبارت زیر می‌باشد:

$$i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_N = 0 \qquad (۲)$$

وقتی که معادله (۱) یا (۲) را به‌کار می‌بریم، دقت کنید که N جریان موجود باید همگی به سمت گره و یا همگی به خارج گره باشند.

مثال ۱ـ۳

برای مدار شکل ۳ـ۳ (الف) اگر منبع ولتاژ جریان ۳ آمپر را فراهم کند، جریان عبوری از مقاومت R_3 چقدر است؟

- **هدف مسئله را شناسایی کنید.**
  جریان داخل R_3 روی نمودار مدار، i نام گرفته است.

- **اطلاعات معلوم را جمع‌آوری نمایید.**
  جریان از گره بالایی R_3 که به سه شاخهٔ دیگر متصل است وارد آن می‌شود. جریان‌های وارده از هر شاخه به گره با یکدیگر جمع می‌شوند تا جریان i تشکیل گردد.

- **ارائه یک طرح.**
  جریان مقاومت R_1 را طبق شکل ۳ـ۳ (ب) مشخص می‌کنیم تا بتوان معادله KCL را در گره بالای مقاومت‌های R_2 و R_3 نوشت.

- **معادلات مناسب را بنویسید.**
  جمع جریان‌های عبوری از گره برابر است با:

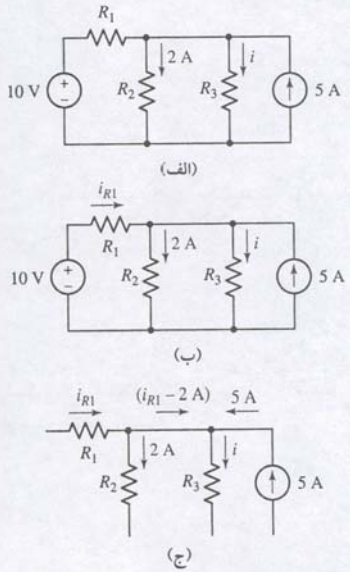
$$i_{R1} - 2 - i + 5 = 0$$

  جریان‌هایی که از این گره عبور می‌کنند، در نمودار شکل ۳ـ۳ (ج) به وضوح نشان داده شده‌اند.

- **آیا اطلاعات دیگری لازم است؟**
  می‌بینیم یک معادله ولی دو مجهول وجود دارد. این بدان معنی است که به یک معادله دیگر نیازمندیم. می‌دانیم که منبع 10 ولت، جریان 3 آمپر فراهم می‌کند: KCL به ما نشان می‌دهد که این جریان همان I_{R1} است.

- **اقدام به حل.**
  با جایگزینی می‌بینیم که $i = 3 - 2 + 5 = 6A$.

- **صحت حل را تحقیق کنید. آیا جواب منطقی است؟**
  همیشه تست مجدد کار ارزشمندی است. همچنین می‌توان دید که آیا اندازه جواب منطقی است یا خیر. در این‌جا دو منبع داریم که یکی از آن‌ها 5A و دیگری 3A جریان می‌دهد. هیچ منبع دیگری چه مستقل و چه وابسته وجود ندارد. بنابراین انتظار نداریم که جریانی بیش از 8 آمپر در مدار پیدا کنیم.

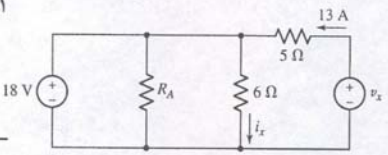


شکل ۳ـ۳ (الف) مدار ساده‌ای که جریان درون مقاومت R_3 در آن موردنظر است. (ب) جریان درون R_1 مشخص شده تا معادله KCL نوشته شود. (ج) برای وضوح جریان‌های وارده به گره بالایی دوباره مشخص شده‌اند.

تمرین

۳ـ۱ تعداد شاخه‌ها و گره‌های مدار شکل ۴ـ۳ را بشمارید. اگر $i_x = 3A$ و منبع 18 ولتی مقدار 8A جریان را به مدار تحویل دهد، مقدار R_A چقدراست؟ (راهنمایی: می‌توانید از قانون اهم و KCL استفاده کنید).

جواب: پنج شاخه، 3 گره، 1 اهم



شکل ۴ـ۳

۳ـ۳ قانون ولتاژ کیرشهف

جریان، مرتبط با بارهای در حال حرکت در یک عنصر مدار است، در صورتی که ولتاژ معیاری از اختلاف انرژی پتانسیل دو سر آن عنصر می‌باشد. در تئوری مدار برای ولتاژ فقط یک مقدار منحصربه‌فرد وجود دارد. بنابراین انرژی لازم برای حرکت یک بار واحد از نقطه A به نقطهٔ B در یک مدار باید مستقل از مسیر اختیارشده بین نقطه A و B باشد (اغلب بیش از یک مسیر وجود دارد). اکنون مطالب فوق را تحت قانون ولتاژ کیرشهف (به‌طور خلاصه KVL) بیان می‌کنیم:

جمع جبری ولتاژ حول هر مسیر بسته صفر است.

ما اگر در شکل ۵ـ۳ یک کولن را از A به B و از طریق عنصر 1 حمل کنیم، علامت پلاریته مرجع برای v_1 نشان می‌دهد که کار لازم v_1 ژول است. اکنون اگر برای رفتن از نقطه A به نقطه B از طریق گره C به‌پیش برویم، آنگاه $v_3 - v_2$ ژول انرژی به کارخواهیم برد. با این وجود کار انجام‌شده مستقل از مسیر انتخابی در مدار است و این مقادیر باید برابر باشند. انتخاب هر مسیر باید منجر به رسیدن به یک مقدار برای ولتاژ باشد. بنابراین:

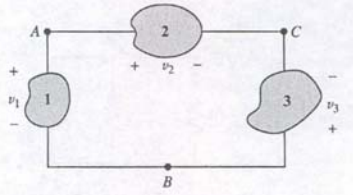
$$v_1 = v_2 - v_3 \qquad (۳)$$

به‌این‌ترتیب اگر یک مسیر بسته را دنبال کنیم، جمع جبری ولتاژهای عناصر حول آن باید صفر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_N = 0$$

یا به‌طور ساده‌تر:

$$\sum_{n=1}^{N} v_n = 0 \qquad (۴)$$



شکل ۵ـ۳ اختلاف پتانسیل بین A و B مستقل از مسیر انتخابی است.

قانون KVL را می‌توان به صور مختلف روی یک مدار اعمال کرد. روشی که کمتر به اشتباه منجر می‌شود این‌است‌که روی مسیر بسته‌ای در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم و تمام ولتاژهایی که از آن‌ها می‌گذریم را بنویسیم. هرگاه از طرف علامت مثبت ولتاژ وارد یک عنصر شدیم آن را مثبت و اگر از طرف علامت منفی وارد شدیم آن ولتاژ را با علامت منفی به‌حساب‌آوریم. به‌عنوان‌مثال برای حلقه مدار شکل ۵ـ۳ داریم:

$$-v_1 + v_2 - v_3 = 0$$

که با نتایج قبلی معادله (۳) توافق دارد.

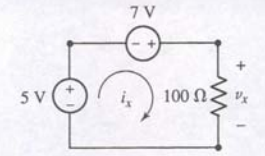
مثال ۲ـ۳

در مدار شکل ۶ـ۳، v_x و i_x را پیدا کنید.

ما ولتاژ دو عنصر از سه عنصر در مدار را می‌دانیم. بنابراین KVL به راحتی برای یافتن v_x اعمال می‌شود. با شروع از گره پایینی منبع 5 ولت، قانون ولتاژ کیرشهف را حول حلقه در جهت عقربه‌های ساعت اعمال می‌نماییم:

$$-5 - 7 + v_x = 0$$

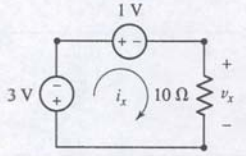
بنابراین $v_x = 12V$. قانون KCL به این مدار می‌تواند اِعمال شود ولی در این‌جا جریان i_x از هر سه عنصر عبور می‌کند. با این وجود ما اکنون ولتاژ دو سر مقاومت 100 اهم را می‌دانیم. با استفاده از قانون اهم داریم: $i_x = \frac{v_x}{100} = \frac{12}{100}\ A = 120\ mA$.



شکل ۶ـ۳ مداری ساده با دو منبع ولتاژ و یک مقاومت.

تمرین

۳ـ۲ i_x و v_x را در مدار شکل ۷ـ۳ بیابید.

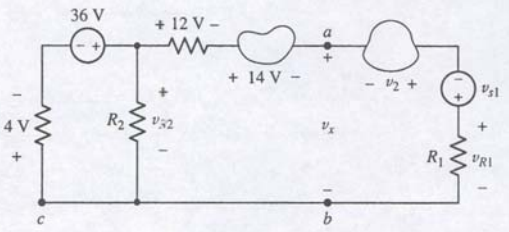


شکل ۷ـ۳

جواب: $i_x = -400mA$ و $v_x = -4$

مثال ۳ـ۳

در مدار شکل ۸ـ۳، هشت عنصر وجود دارد. ولتاژها با جفت علامت مثبت و منفی در دو سر هر عنصر نشان داده شده‌اند. v_{R2} (ولتاژ دو سر R_2) و ولتاژ v_x را بیابید.



شکل ۸ـ۳ مداری با هشت عنصر که در آن v_{R2} و v_x مورد توجه‌اند.

بهترین راه برای یافتن v_{R2} این‌است‌که به دنبال حلقه‌ای برای اعمال قانون KVL بگردیم. چند گزینه وجود دارد، ولی پس از نگاهی دقیق به مدار مشاهده می‌کنیم که حلقه سمت چپ مسیری سرراست‌تر می‌باشد، زیرا در آن دو ولتاژ مشخص شده است. بنابراین با نوشتن معادله KVL حول حلقه سمت چپ و شروع از نقطهٔ c داریم:

$$4 - 36 + v_{R2} = 0$$

که از آن $v_{R2} = 32V$ نتیجه می‌شود.

برای یافتن v_x می‌توانیم آن را جمع ولتاژهای دو سر سه عنصر سمت راست بدانیم. با این وجود چون برای این کمیت‌ها مقداری نداریم، اتخاذ چنین روشی منجر به جواب عددی نمی‌گردد. در عوض ما با شروع از نقطه c به سمت بالا و به طرف نقطه a از طریق v_x به b و سیم رابطه به نقطهٔ شروع داریم:

نقاط b و c و نیز سیم بین آن‌ها یک گره را تشکیل می‌دهند.

$$+4 - 36 + 12 + 14 + v_x = 0$$

بنابراین $v_x = 6V$.

روشی دیگر: با این فرض که v_{R2} معلوم باشد می‌توان از طریق R_2 مسیر کوتاه‌تری اختیار کرد:

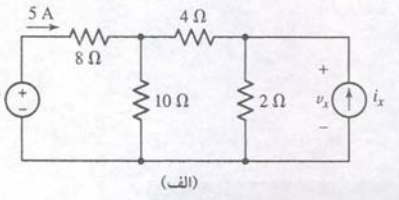
$$-32 + 12 + 14 + v_x = 0$$

که از آن $v_x = 6V$ نتیجه می‌شود.

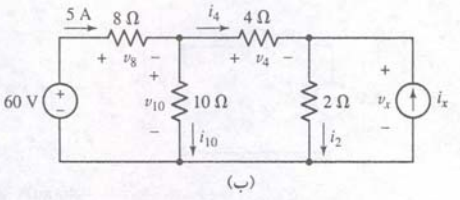
کلید دستیابی به یک تحلیل صحیح این‌است‌که ابتدا تمام ولتاژها و جریان‌ها را روی مدار مشخص‌کنیم. به‌این‌ترتیب با نوشتن دقیق معادلات KVL و KCL روابط صحیح حاصل خواهد شد، و اگر تعداد مجهولات بیش از معادلات باشد می‌توان قانون اهم را هم در صورت لزوم به‌کاربرد. ما این اصول را با مثالی مشروح‌تر توضیح می‌دهیم.

مثال ۴ـ۳

در مدار شکل ۹ـ۳ (الف) v_x را معین کنید.



(الف)



(ب)

شکل ۹ـ۳ (الف) مداری که در آن v_x با KVL معین می‌شود. (ب) مدار با برچسب ولتاژها و جریان‌ها.

حل را با مشخص‌کردن ولتاژها و جریان‌ها روی بقیه عناصر مدار آغاز می‌کنیم (شکل ۹ـ۳ (ب)). توجه کنید که v_x ولتاژ دو سر مقاومت 2اهم و نیز دو سر منبع جریان i_x است. اگر بتوانیم جریان درون مقاومت 2اهم را به‌دست‌آوریم، استفاده از قانون اهم منجر به یافتن v_x می‌گردد. با نوشتن معادله KCL مناسب، می‌بینیم که:

$$i_2 = i_4 + i_x$$

متاسفانه برای این سه کمیت مقداری نداریم و حل ما فعلاً متوقف می‌شود.

چون جریان خارج‌شده از منبع 60V معین است تصمیم می‌گیریم حل را از آن نقطه ادامه دهیم. می‌توانیم به‌جای استفاده از i_2 برای یافتن v_x، ولتاژ v_x را مستقیماً از KVL به‌دست‌آوریم. یک معادله KVL ممکن چنین است:

$$-60 + v_8 + v_{10} = 0$$

و

$$-v_{10} + v_4 + v_x = 0 \qquad (۵)$$

ما اکنون دو معادله و چهار مجهول داریم. اصلاحی کوچک در یک معادله که همه جملات آن مجهول است انجام می‌دهیم. در واقع می‌دانیم که $v_8 = 40$ است که بر اساس قانون اهم حاصل‌شده، زیرا به ما گفته شده است که از مقاومت 8 Ω جریان 5 A می‌گذرد. بنابراین $v_{10} = 0 + 60 - 40 = 20$ V است. پس معادله (۵) به فرم زیر کاهش می‌یابد:

$$v_x = 20 - v_4$$

اگر بتوانیم v_4 را معین نماییم، مسئله حل است.

بهترین راه یافتن v_4 در این حالت استفاده از قانون اهم است که مقداری برای i_4 لازم دارد. از KCL می‌بینیم که:

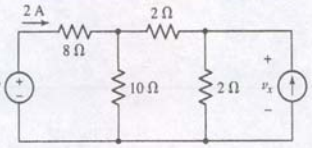
$$i_4 = 5 - i_{10} = 5 - \frac{v_{10}}{10} = 5 - \frac{20}{10} = 3$$

بنابراین $v_4 = (4)(3) = 12$ V و بنابراین $v_x = 20 - 12 = 8$ V خواهد شد.

تمرین

۳ـ۳ در مدار شکل ۱۰ـ۳، v_x را به‌دست‌آورید.

جواب: $v_x = 12.8$V



شکل ۱۰ـ۳

۴ـ۳ مدار تک‌حلقه‌ای

دیده‌ایم که استفاده مکرر از KCL و KVL در کنار قانون اهم می‌تواند به مدارهای پیچیده حاوی چند حلقه و تعدادی عناصر متفاوت اِعمال گردد. قبل از ادامه پیشروی در موضوع اکنون وقت خوبی برای تمرکز بر مفهوم مدارهای سری (و در بخش بعد موازی) است زیرا آن‌ها مبنای هر شبکه‌ای را تشکیل می‌دهند که ما در آینده با آن مواجه خواهیم شد.

تمام عناصری که در یک مدار، جریان یکسانی را از خود عبور می‌دهند سری نامیده می‌شوند. عناصر ممکن است جریان برابری را از خود عبور بدهند ولی سری نباشند، مثلاً دو لامپ 100 وات در منزل دو همسایه ممکن‌است جریان برابری داشته باشند ولی آن‌ها یک جریان (همان جریان) را حمل نمی‌کنند پس سری نیستند.

شکل ۱۱ـ۳ (الف)، مدار ساده را که از دو باطری و دو مقاومت تشکیل شده است، نشان می‌دهد. فرض می‌شود پایانه، سیم اتصال و لحیم آن‌ها دارای مقاومت صفر بوده و به همراه هم یک گره خاص از مدار را در شکل ۱۱ـ۳ (ب) تشکیل دهند. به‌جای هر دو باطری منابع ولتاژ ایده‌آل را گذاشته‌ایم و فرض کرده‌ایم که مقاومت‌های احتمالی آنقدر کوچکند که می‌توان آن‌ها را نادیده گرفت. دو مقاومت واقعی را نیز با دو مقاومت ایده‌آل (خطی) جایگزین کرده‌ایم.

خواهیم کوشید که **جریان در هر عنصر، ولتاژ دو سر آن و توان جذب‌شده‌اش** را بیابیم. گام اول تحلیل، یافتن جهت مرجع برای جریان‌های مجهول است. به‌طور دلخواه بیایید جریان ساعتگرد i را که از پایانه بالایی منبع ولتاژ در سمت چپ خارج می‌شود انتخاب کنید. این انتخاب با رسم پیکانی با برچسب i در آن نقطه در شکل ۱۱ـ۳(ج) نشان داده شده است. استفاده از قانون جریان کیرشهف نشان می‌دهد که جریان یکسانی باید در هر عنصر این مدار وجود داشته باشد و مابرای تأکید بر این واقعیت چند سمبل جریان در نقاط دیگر این مدار قرار می‌دهیم.

گام دوم در تحلیل انتخاب ولتاژ مرجع برای هر دو مقاومت است. قرارداد علامت عناصر غیرفعال لازم می‌دارد که متغیرهای ولتاژ و جریان درون مقاومت طوری تعریف شوند که جریان از پایانه مثبت وارد شود. چون ما قبلاً جهت جریان را انتخاب کرده‌ایم، v_{R1} و v_{R2} باید طبق شکل ۱۱ـ۳(ج) تعریف شوند.

سومین گام، کاربرد قانون ولتاژ کیرشهف در تنها مسیر بسته است. بیایید از گوشه سمت چپ پایین در جهت ساعتگرد در مدار بچرخیم و هر ولتاژی را که دیدیم بنویسیم. اگر با قطب مثبت ولتاژ برخورد کردیم، آن را با علامت مثبت و اگر با قطب منفی روبه‌رو شدیم آن را با علامت منفی ذکر کنیم. بنابراین:

$$-v_{s1} + v_{R1} + v_{s2} + v_{R2} = 0 \qquad (۶)$$

آنگاه با اعمال قانون اهم به عناصر مقاومتی داریم:

$$v_{R1} = R_1 i \qquad \text{و} \qquad v_{R2} = R_2 i$$

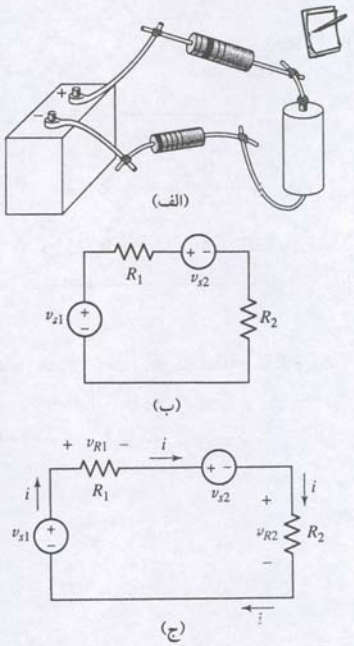
از جایگزینی در معادله (۶) خواهیم داشت:

$$-v_{s1} + R_1 i + v_{s2} + R_2 i = 0$$

چون فقط i نامعلوم است می‌یابیم که:

$$i = \frac{v_{s1} + v_{s2}}{R_1 + R_2}$$

اکنون می‌توان ولتاژ یا جریان مربوط به هر عنصر را با اعمال رابطه $v = iR$، $p = vi$ و یا $p = i^2R$ به‌دست‌آورد.



شکل ۱۱ـ۳ (الف) مدار یک‌حلقه با چهار عنصر. (ب) مدل مداری همراه با مقادیر ولتاژ منبع و مقاومت‌ها. (ج) علامت‌های مرجع ولتاژ و جریان به مدار اضافه شده است.

تمرین

۴ـ۳ در مدار شکل ۱۱ـ۳(ب)، $v_{s1} = 120$V، $v_{s2} = 30$V، $R_1 = 30\Omega$ و $R_2 = 15\Omega$ است. توان جذب‌شده به‌وسیله هر عنصر را به‌دست‌آورید.

جواب: $p_{120V} = -240$W، $p_{30V} = +60$W، $p_{30\Omega} = 120$W و $p_{15\Omega} = 60$W.

مثال ۵ـ۳

توان جذب‌شده در هر عنصر از مدار شکل ۱۲ـ۳ (الف) را محاسبه کنید.

ابتدا جهت مرجعی را به جریان i و پلاریته مرجعی را به v_{30} تخصیص می‌دهیم (شکل ۱۲ـ۳(ب)). بازی به تخصیص ولتاژ به مقاومت 15Ω وجود ندارد، زیرا ولتاژ کنترل‌شده v_A برای منبع وابسته

از قبل موجود است (با این وجود توجه کنید که علائم v_A عکس قرارداد علامت عناصر غیرفعال می‌باشد).

این مدار حاوی منبع ولتاژ وابسته است، که مقدار آن تا تعیین v_A مجهول خواهد ماند. با این وجود می‌توان از مقدار جبری $2v_A$ استفاده کرد. بنابراین قانون KVL نتیجه می‌دهد:

$$-120 + v_{30} + 2v_A - v_A = 0 \qquad (۷)$$

با اعمال قانون اهم به مقاومت‌ها می‌توان نوشت:

$$v_{30} = 30i \qquad \text{و} \qquad v_A = -15i$$

چون i وارد پایانهٔ منفی v_A می‌شود علامت منفی لازم است. با جایگزینی در معادله (۷) داریم:

$$-120 + 30i - 30i + 15i = 0$$

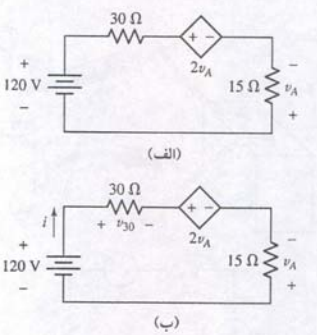
و بنابراین درمی‌یابیم که:

$$i = 8\text{A}$$

با محاسبه توان جذب‌شده به‌وسیله هر عنصر داریم:

$$p_{120\text{V}} = (120)(-8) = -960\text{W}$$
$$p_{30\Omega} = (8)^2(30) = 1920\text{W}$$
$$p_{\text{وابسته}} = (2v_A)(8) = 2[(-15)(8)](8) = -1920\text{W}$$
$$p_{15\Omega} = (8)^2(15) = 960\text{W}$$

اگر همه توان‌های جذب‌شده را با هم جمع کنیم مقدار حاصل صفر است و این همان چیزی است که انتظار می‌رود.

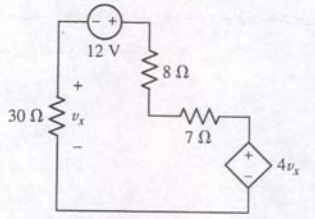


شکل ۱۲ـ۳ (الف) مدار یک‌حلقه‌ای حاوی یک منبع وابسته. (ب) جریان i و ولتاژ v_{30} مشخص شده‌اند.

تمرین

۳ـ۵ در مدار (شکل ۱۳ـ۳) توان جذب‌شده به‌وسیله هر یک از پنج عنصر مدار را مشخص کنید.

جواب: (در جهت ساعت‌گرد) 0.768W ، 1.920W ، 0.205W ، 0.1792W و -3.07W



شکل ۱۳ـ۳ مدار یک‌حلقه‌ای ساده.

در مثال و تمرین قبل از ما خواسته شد تا توان جذب‌شده به وسیله هر عنصر از مدار را محاسبه کنیم. با این وجود فکر درباره وضعیتی که در آن همه کمیت‌های جذب‌شده در یک مدار مثبت باشد، مشکل است، به این دلیل که انرژی باید از یک جایی بیاید. بنابراین، با توجه به بقای انرژی انتظار داریم که مجموع توان‌های جذب‌شده هر مدار صفر باشد. به بیان دیگر، حداقل یکی از کمیت‌ها باید منفی باشد (با نادیده گرفتن موارد جزیی که در آن مدار کار نمی‌کند). به نحوی دیگر بگوییم، مجموع توان تهیه‌شده برای هر عنصر باید صفر باشد. دقیق‌تر بگوییم، مجموع توان جذب‌شده برابر با مجموع توان تحویل‌داده‌شده است که به قدر کافی منطقی به نظر می‌رسد.

بیایید مطالب فوق را با مدار شکل ۱۲ـ۳ از مثال ۵ـ۳ آزمایش کنیم، که متشکل از دو منبع (یکی مستقل و دیگری وابسته) و دو مقاومت است. با جمع توان‌های جذب‌شده توسط هر عنصر داریم:

$$\sum_{\text{همه عناصر}} p_{\text{جذب‌شده}} = -960 + 1920 - 1920 + 960 = 0$$

در واقع منبع 120 ولت W 960+ و منبع وابسته W 1920+ را تهیه می‌کنند. بنابراین منابع جمعاً W 2880 = 960 + 1920 را فراهم می‌کنند. انتظار می‌رود مقاومت‌ها توان مثبت را جذب کنند که در این حالت W 2880 = 960 + 1920 است. بنابراین اگر همه عناصر از مدار را به حساب آوریم داریم:

$$\sum p_{\text{تهیه‌شده}} = \sum p_{\text{جذب‌شده}}$$

که انتظار آن هم می‌رفت.

اکنون توجه خود را به تمرین ۵ـ۳ معطوف می‌داریم، که خواننده ممکن‌است مایل به تصدیق آن باشد. می‌بینیم که توان جذب‌شده برابر است با:

$$0.768 + 1.92 + 0.2048 + 0.1792 - 3.072 = 0$$

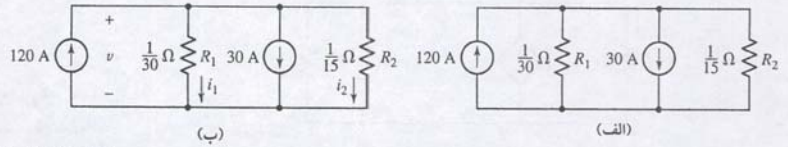
جالب است که می‌بینیم یک منبع مستقل 12 V ، مقدار 1.92 W را جذب می‌کند و به این معنی است که این منبع توان را مصرف می‌کند و نه این‌که آن را تهیه نماید. در عوض منبع وابسته به‌نظر می‌رسد که همه توان را در این مدار خاص فراهم می‌سازد. آیا چنین چیزی ممکن است؟ ما معمولاً انتظار داریم که منبع توان مثبتی را تهیه کند، اما چون ما منابع ایده‌آلی را در مدارمان اختیار کرده‌ایم، این احتمال وجود دارد تا یک جریان توان خالصی به داخل هر منبعی داشته باشیم. اگر مدار به طریقی تغییر کند، می‌توان منبعی مشابه را یافت که توان مثبتی را فراهم می‌سازد. راجع به نتیجه نمی‌توان پیشگویی کرد مگر این‌که تحلیل آن کامل شود.

۳ـ۵ مدار زوج تک‌گره

مدار زوج تک‌گره همسان با مدار یک‌حلقه‌ای مورد بحث در بخش ۴ـ۳ است، که در آن هر یک از عناصر ساده، بین یک جفت گره قرار گرفته است. مثالی از این نوع مدار در شکل ۱۴ـ۳ (الف) دیده می‌شود. دو منبع جریان و مقادیر مقاومت معلومند. ابتدا ولتاژی را در دو سر هر عنصر فرض می‌کنیم و پلاریته دلخواهی را به آن نسبت می‌دهیم. آنگاه KVL به ما اجازه می‌دهد تا ولتاژ دو سر هر انشعاب برابر با ولتاژ دو سر انشعاب دیگر باشد. عناصری در یک مدار که ولتاژ مشترکی در دو سر آن‌ها وجود دارد با هم **موازی** خوانده می‌شوند.

مثال ۶ـ۳

ولتاژ، جریان و توان مربوط به هر عنصر را در مدار شکل ۱۴ـ۳ (الف) پیدا کنید.



شکل ۱۴ـ۳ (الف) مدار زوج تک‌گره. (ب) یک ولتاژ و دو جریان تخصیص یافته‌اند.

در اولین گام ولتاژ v و پلاریته اختیاری آن را طبق شکل ۱۴ـ۳ (ب) انتخاب می‌نماییم. دو جریان داخل مقاومت‌ها بر اساس قرارداد علامت عناصر غیرفعال اختیار شده‌اند. این جریان‌ها نیز در شکل ۱۴ـ۳ (ب) دیده می‌شوند.

تعیین هر یک از دو مقدار i_1 یا i_2 می‌تواند در یافتن ولتاژ v به ما کمک کند. بنابراین گام بعدی ما اعمال KCL به هر یک از دو گره در مدار است. بهتر است آن را به گره‌ای که در آن ولتاژ مرجع مثبت است اعمال کنیم و بنابراین جمع جبری جریان‌هایی که گره بالایی را ترک می‌کنند، مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$-120 + i_1 + 30 + i_2 = 0$$

با نوشتن هر دو جریان برحسب v و به‌کارگیری قانون اهم،

$$i_1 = 30v \qquad \text{و} \qquad i_2 = 15v$$

پس داریم:

$$-120 + 30v + 30 + 15v = 0$$

با حل این معادله برای v داریم:

$$v = 2\text{V}$$

سپس قانون اهم را به کار می‌بریم:

$$i_1 = 60\text{A} \quad \text{و} \quad i_2 = 30\text{A}$$

توان جذب‌شده در هر عنصر، اکنون محاسبه می‌شود. در دو مقاومت:

$$p_{R1} = 30(2)^2 = 120\text{W} \quad \text{و} \quad p_{R2} = 15(2)^2 = 60\text{W}$$

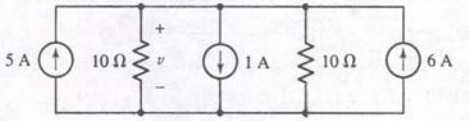
و برای دو منبع داریم:

$$p_{30A} = 30(2) = 60\text{W} \quad \text{و} \quad p_{120A} = 120(-2) = -240\text{W}$$

چون منبع 120A توان منفی 240W را جذب می‌کند، این توان در واقع توان تولیدی برای دیگر عناصر مدار است. به نحوی مشابه، می‌بینیم که منبع 30-A به‌جای تولید، درواقع توان جذب می‌نماید.

تمرین

۳ـ۶ v را در مدار شکل ۳ـ۱۵ معین کنید.

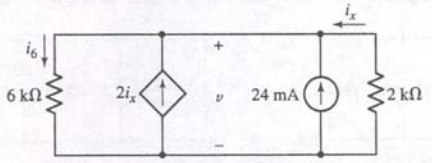


شکل ۳ـ۱۵

جواب: 50V.

مثال ۳ـ۷

مقدار v و توان تولیدی به‌وسیله منبع جریان مستقل در شکل ۳ـ۱۶ را به‌دست آورید.



شکل ۳ـ۱۶ ولتاژ v و جریان i_6 در مدار جفت‌گرهی حاوی منبع وابسته مشخص شده‌اند.

با به‌کارگیری KCL، جمع جریان‌هایی که گره بالایی را ترک می‌کنند باید صفر باشد، به‌نحوی‌که:

$$i_6 - 2i_x - 0.024 - i_x = 0$$

دوباره توجه کنید که علی‌رغم نامشخص‌بودن جریان تا پایان تحلیل، مقدار منبع وابسته ($2i_x$) همچون جریان معمولی درنظرگرفته می‌شود.

اکنون قانون اهم را به هر مقاومت اعمال می‌نماییم:

$$i_6 = \frac{v}{6000} \quad \text{و} \quad i_x = \frac{-v}{2000}$$

بنابراین:

$$\frac{v}{6000} - 2\left(\frac{-v}{2000}\right) - 0.024 - \left(\frac{-v}{2000}\right) = 0$$

و لذا $v = (600)(0.024) = 14.4\text{V}$.

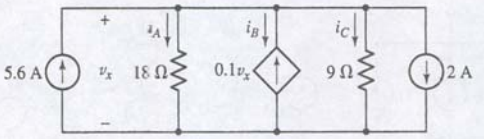
اکنون هر اطلاعات دیگری که بخواهیم به‌راحتی حاصل می‌شود. مثلاً، توان تولیدی به وسیله منبع مستقل، $p_{24} = 14.4(0.024) = 0.3456\ \text{W}(345.6\text{mW})$، است.

تمرین

۳ـ۷ برای مدار جفت‌گرهی شکل ۳ـ۱۷، i_A، i_B و i_C را به‌دست آورید.

جواب: 3A، -5.4A و 6A.

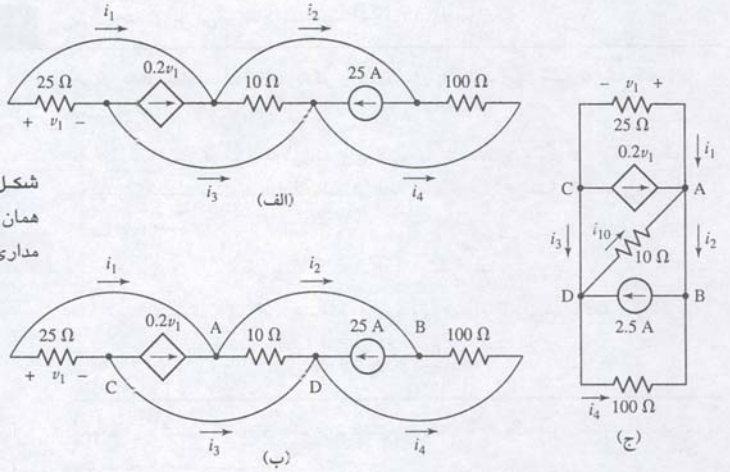
شکل ۳ـ۱۷



مثال ۳ـ۸

در شکل ۳ـ۱۸ (الف)، i_1، i_2، i_3 و i_4 را بیابید.

طبق آن‌چه که ترسیم شده است، تحلیل این مدار کمی مشکل است، بنابراین مصمم هستیم تا بعد از نام‌گذاری نقاط A، B، C و D طبق شکل ۳ـ۱۸ (ب و ج)، آن را دوباره ترسیم نماییم. جریان i_{10} را در مقاومت 10Ω تعریف کرده و KCL را اجرا می‌کنیم.



شکل ۳ـ۱۸ (الف) یک مدار جفت‌گرهی. (ب) همان مدار با نام‌گذاری نقاط در ترسیم مجدد. (ج) مداری ساده‌تر.

هیچ‌یک از جریان‌های موردنظر در این نمودار مدار معین نیستند، بنابراین سعی می‌کنیم آن‌ها را با قانون اهم بیابیم. در دو سر هر یک از سه مقاومت ولتاژ v_1 برقرار است و به توجه به آن جمع جریان‌های وارده به سمت راست‌ترین گره را می‌نویسیم:

$$-\frac{v_1}{100} - 2.5 - \frac{v_1}{10} + 0.2\,v_1 - \frac{v_1}{25} = 0$$

با حل آن $v_1 = 250/5 = 50\text{V}$ خواهد بود.

با نگاهی به پایین مدار داریم:

$$i_4 = \frac{-v_1}{100} = -\frac{50}{100} = -0.5\text{A}$$

بطریقی مشابه $i_1 = -2\text{A}$ به‌دست می‌آید. دو جریان باقیمانده i_2 و i_3 با به‌کارگیری جمع جریان‌های معلوم گره‌های سمت راست و چپ به‌دست می‌آید. بنابراین:

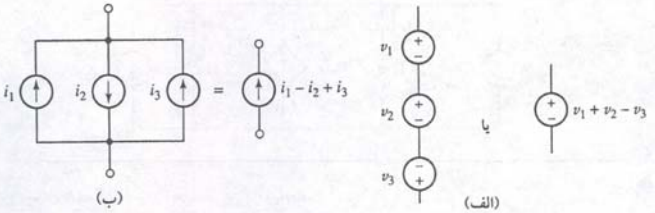
$$i_2 = i_1 + 0.2v_1 + i_{10} = -2 + 10 - 5 = 3\text{A}$$

و

$$i_3 = i_{10} - 2.5 + i_4 = -5 - 2.5 - 0.5 = -8\text{A}$$

۳ـ۶ منابع مستقل سری و موازی

به‌نظر می‌رسد که می‌توان با ترکیب منابع از نوشتن برخی معادلات در مدارهای سری یا موازی پرهیز کرد. با این وجود، دقت کنید که روابط جریان، ولتاژ و توان در بخش‌های دیگر مدار

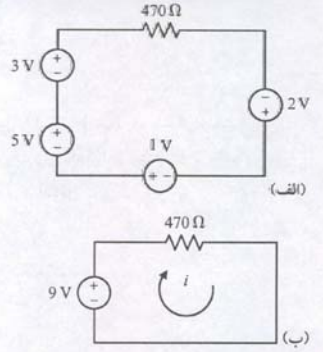


شکل ۱۹ـ۳ (الف) منابع ولتاژ سری را می‌توان با یک منبع ولتاژ جایگزین نمود. (ب) منابع جریان موازی را می‌توان با یک منبع جریان جایگزین کرد.

باید بدون تغییر باقی بماند. مثلاً چند منبع ولتاژ سری را می‌توان با یک منبع ولتاژ معادل با جمع جبری همه منابع جایگزین کرد، شکل ۱۹ـ۳ (الف). منابع جریان موازی هم قابل ترکیب بوده معادل آن‌ها از جمع جبری همه منابع جریان‌ها به‌دست‌می‌آید، و دیگر عناصر موازی دوباره مطابق میل می‌توانند مرتب شوند (شکل ۱۹ـ۳(ب)).

مثال ۹ـ۳

جریان داخل مقاومت Ω 470 در شکل ۲۰ـ۳ (الف) را با ترکیب چهار منبع به یک منبع ولتاژ به دست آورید.



شکل ۲۰ـ۳ (الف) یک مدار حلقوی ساده حاوی چهار منبع ولتاژ به‌طور سری. (ب) مدار معادل.

ما چهار منبع ولتاژ داریم که به‌طور سری به هم وصل شده‌اند. با جایگزینی آن‌ها با یک منبع تک‌ولتاژ که قطب مثبت آن در بالا باشد، از نقطه پایانه مرجع "+" منبع 3 V شروع می‌کنیم و چنین می‌نویسیم:

$$+3 + 5 - 1 + 2 = 9 \text{ V}$$

مدار معادل در شکل ۲۰ـ۳(ب) مشاهده می‌شود. اکنون i را با قانون اهم به دست می‌آوریم:

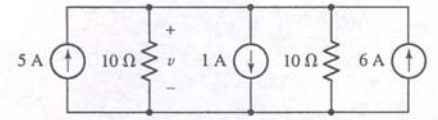
$$i = \frac{9}{470} = 19.15 \text{ mA}$$

معمولاً از ترکیب یک منبع وابسته در ترکیب منبع ولتاژ یا جریان چیزی عایدمان نمی‌شود، ولی انجام آن غلط نیست.

تمرین

۸ـ۳ مقدار v را در شکل ۲۱ـ۳ با ترکیب سه منبع جریان معین کنید.

جواب: 50V

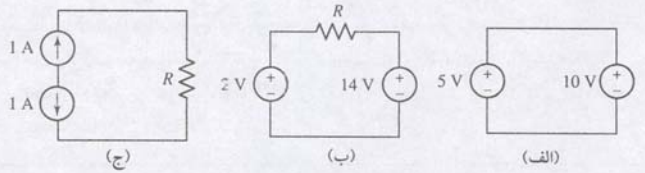


شکل ۲۱ـ۳

به‌منظور جمع‌بندی از بحث ترکیب منابع سری و موازی، ترکیب موازی دو منبع ولتاژ و ترکیب سری دو منبع جریان را ملاحظه خواهیم کرد. مثلاً معادل یک منبع ولتاژ 5V موازی با منبع ولتاژ 10V چقدر است؟ بنا به تعریف یک منبع ولتاژ، ولتاژ دو سر منبع نمی‌تواند تغییر نماید. در این صورت با توجه به قانون ولتاژ کیرشهف 5 برابر با 10 شده و یک وضعیت غیرممکن فیزیکی خواهیم داشت. بنابراین فقط هنگامی دو منبع ایده‌آل می‌توانند به‌طور موازی به هم وصل شوند که در هر لحظه ولتاژ پایانه برابری داشته باشند. بهمین ترتیب دو منبع جریان به‌طور سری بسته نمی‌شوند، مگر این‌که جریان هر کدام با دیگری همراه با علامت در هر لحظه برابر باشد.

مثال ۱۰ـ۳

کدام‌یک از مدارهای شکل ۲۲ـ۳ معتبرند.



شکل ۲۲ـ۳ (الف) تا (ج) مثال‌هایی از مدارهای چندمنبعی که بعضی از آن‌ها از قانون کیرشهف تبعیت نمی‌کنند.

در شکل ۲۲ـ۳ (الف)، مدار از دو منبع موازی تشکیل شده است. مقدار هر منبع متفاوت است، پس این مدار قانون ولتاژ کیرشهف را نقض می‌نماید. مثلاً اگر مقاومتی با منبع 5V موازی شود، با منبع 10V هم موازی است. بنابراین ولتاژ واقعی دو سر آن مبهم است، و آن‌طور که بیان شده است قابل ساخت نیست. اگر به‌طور واقعی سعی در ساخت چنین مداری کنیم، درمی‌یابیم که ایجاد یک منبع ولتاژ ایده‌آل غیرممکن است، یعنی همه منابع واقعی دارای مقاومت داخلی‌اند. وجود چنین مقاومتی اختلاف ولتاژ را بین دو منبع واقعی به‌وجودمی‌آورد. در این راستا مدار شکل ۲۲ـ۳ (ب) کاملاً معتبر است. مدار شکل ۲۲ـ۳ (ج)، قانون KCL را نقض می‌کند، زیرا جریان داخل مقاومت R نامشخص است.

تمرین

۹ـ۳ مشخص کنید که آیا مدار شکل ۲۳ـ۳ هر یک از قوانین کیرشهف را نقض می‌کند.

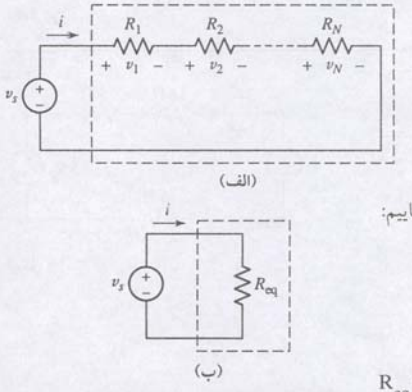
جواب: اگر مقاومت حذف گردد، نقض قانون می‌شود.

شکل ۲۳ـ۳

۳ـ۷ مقاومت‌های سری و موازی

اکثراً می‌توانیم ترکیبات پیچیده‌ای از مقاومت را با یک مقاومت معادل ساده جایگزین کنیم. این کار در مواردی مفید است که کاری با جریان، ولتاژ یا توان هیچ‌یک از مقاومت‌های مذکور نداشته باشیم. با این جایگزینی همه مقادیر جریان، ولتاژ و توان در بقیه مدار ثابت باقی می‌مانند.

ترکیب سری N مقاومتی شکل ۲۴ـ۳ (الف) را ملاحظه نمایید. می‌خواهیم N مقاومت را با یک مقاومت معادل R_{eq} به نحوی جایگزین کنیم که بقیه مدار، در این حالت خاص منبع ولتاژ، تغییری را حس نکند. جریان، ولتاژ و توان منبع قبل و بعد از جابه‌جایی نباید تغییر کنند.



شکل ۲۴ـ۳ (الف) ترکیب سری N مقاومت. (ب) مدار معادل التکریکی.

در گام اول KVL را اعمال می‌کنیم:

$$v_s = v_1 + v_2 + \ldots + v_N$$

و سپس قانون اهم را به کار می‌بریم:

$$v_s = R_1 i + R_2 i + \ldots + R_N i = (R_1 + R_2 + \ldots + R_N) i$$

اکنون این نتیجه را با معادله ساده اعمال‌شده در مدار معادل شکل ۲۴ـ۳ (ب) مقایسه می‌نماییم:

$$v_s = R_{eq} i$$

بنابراین مقدار مقاومت معادل برای N مقاومت سری چنین است:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_N \qquad (۸)$$

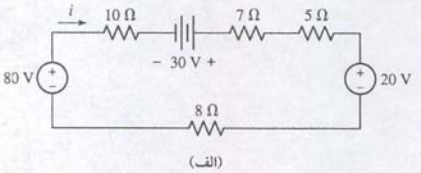
پس می‌توانیم یک شبکه دو پایانه متشکل از N مقاومت سری را با یک مقاومت دو پایانه R_{eq} جایگزین کنیم و همان رابطه v-i را داشته باشیم.

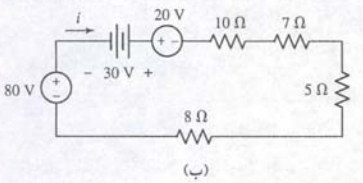
دوباره تأکید می‌کنیم که اگر بخواهیم جریان، ولتاژ و یا توان یکی از عناصر اصلی را بدانیم نباید آن را با عناصر دیگر ترکیب کنیم. مثلاً اگر ولتاژ منبع ولتاژ وابسته، به ولتاژ دوسر R_3 بستگی داشته باشد، به محض ترکیب R_3 با چند مقاومت برای یافتن مقاومت معادل، موجودیت آن از بین رفته و دیگر نمی‌توان آن را محاسبه کرد، مگر این‌که R_3 شناسایی شده و از ترکیب کنار گذاشته شود. در این حال بهتر است به عملیات آینده توجه داشته و از همان اول R_3 را بخشی از ترکیب ندانیم.

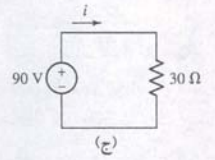
نکته‌ای دیگر: بررسی معادله KVL برای یک مدار سری نشان می‌دهد که ترتیب عناصر در نتیجه حاصل تأثیری ندارد.

مثال ۱۱ـ۳

با استفاده از ترکیب مقاومت‌ها و نیز منابع، جریان i و توان تولیدی به‌وسیله منبع 80V را در شکل ۲۵ـ۳ (الف) به‌دست آورید.







شکل ۲۵ـ۳ (الف) مدار سری با چندین منبع و مقاومت. (ب) عناصر برای وضوح بیشتر مرتب شده‌اند. (ج) مدار معادل ساده‌تر.

ابتدا محل عناصر را در شکل جابه‌جا می‌کنیم به‌نحوی‌که منابع پهلوی هم و مقاومت‌ها نیز پهلوی هم قرار گیرند (شکل ۲۵ـ۳ (ب)). قدم بعدی تبدیل سه منبع به یک منبع معادل 90V، و چهار مقاومت به یک مقاومت معادل 30Ω است (شکل ۲۵ـ۳(ج)). بنابراین در عوض نوشتن رابطهٔ

$$-80 + 10i - 30 + 7i + 5i + 20 + 8i = 0$$

رابطهٔ ساده زیر را داریم:

$$-90 + 30i = 0$$

و به این ترتیب خواهیم داشت:

$$i = 3\text{A}$$

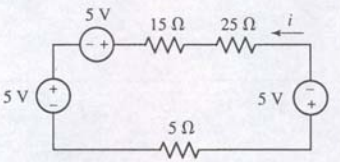
برای محاسبه توان تولیدی به‌وسیله منبع 80V و انتقال آن به مدار، لازم است با علم به 3A بودن جریان به شکل ۲۵ـ۳ (الف) بازگردیم. در این صورت توان مطلوب $80\text{V} \times 3\text{A} = 240\text{W}$ خواهد بود.

جالب است توجه کنیم که هیچ‌یک از عناصر مدار اصلی در مدار معادل حضور ندارند.

تمرین

۱۰ـ۳ i را در مدار شکل ۲۶ـ۳ معین کنید.

جواب: -333mA



شکل ۲۶ـ۳

ساده‌سازی مشابهی را می‌توان به مدارهای موازی اِعمال کرد. در مداری با N مقاومت موازی طبق شکل (۲۷ـ۳(الف)) معادله KCL چنین نوشته می‌شود:

$$i_s = i_1 + i_2 + \ldots + i_N$$

یا

$$i_s = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \ldots + \frac{v}{R_N} = \frac{v}{R_{eq}}$$

و یا

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N} \qquad (۹)$$

که به صورت

$$R_{eq}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + \ldots + R_N^{-1}$$

و یا برحسب هدایت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots + G_N$$

مدار ساده‌شده در شکل ۲۷ـ۳(ب) ملاحظه می‌گردد.

ترکیب موازی عناصر با رابطه ساده زیر نمایش داده می‌شود:

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$$

حالت خاص دو مقاومتی اغلب در مدارها مشاهده شده و معادل آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

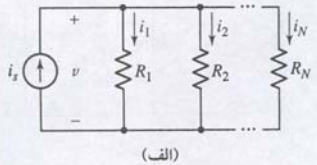
یا ساده‌تر بگوییم:

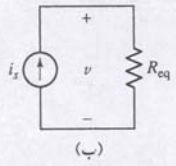
$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \qquad (۱۰)$$

حفظ آخرین رابطه توصیه می‌شود ولی به‌خاطر سپردن حالت کلی معادله (۸) با بیش از دو مقاومت، خطا است. مثلاً

$$R_{eq} \neq \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

نگاهی سریع به واحدهای این معادله نشان می‌دهد که این عبارت نمی‌تواند صحیح باشد.



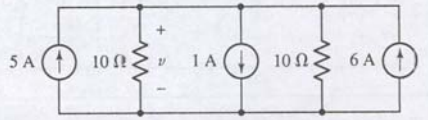


شکل ۲۷ـ۳ (الف) مداری با N مقاومت موازی. (ب) مدار معادل.

تمرین

۱۱ـ۳ با ترکیب سه منبع جریان و سپس دو مقاومت 10Ω، مقدار v را در شکل ۲۸ـ۳ به‌دست آورید.

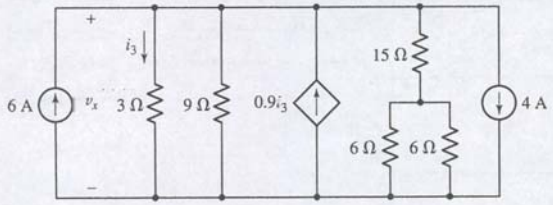
جواب: 50V

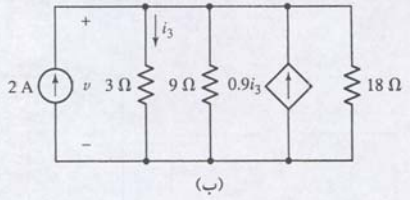


شکل ۲۸ـ۳

مثال ۱۲ـ۳

توان و ولتاژ منبع وابسته به شکل ۲۹ـ۳ (الف) را محاسبه نمایید.





شکل ۲۹ـ۳ (الف) یک مدار چندگرهی. (ب) دو منبع جریان مستقل در یک منبع 2A ادغام شده و مقاومت 15Ω و دو مقاومت 6Ω موازی با یک مقاومت 18Ω جایگزین شده‌اند.

هرچند که دو منبع جریان مستقل مجاور هم نیستند ولی در واقع با هم موازی‌اند، لذا ما آن‌ها را با یک منبع 2 A جایگزین می‌کنیم.

دو مقاومت 6Ω هم موازیند و با یک مقاومت 3Ω سری با 15Ω جایگزین می‌شوند. بنابراین دو مقاومت 6Ω و مقاومت 15Ω با مقاومت 18Ω جایگزین شده است (شکل ۲۹ـ۳(ب)).

بدون توجه به انگیزه، ما نباید سه مقاومت باقیمانده را با هم ترکیب کنیم. کنترل متغیر $3i_3$ به مقاومت 3Ω وابسته است و بنابراین مقاومت مذکور باید دست‌نخورده باقی بماند. تنها ساده‌سازی اضافه‌تر طبق شکل ۲۹ـ۳(ج)، $18\Omega \parallel 6\Omega = 9\Omega$ است.

با اعمال KCL به گره بالایی در شکل ۳ـ۲۹(ج) داریم:

$$-0.9i_3 - 2 + i_3 + \frac{v}{6} = 0$$

برای تعیین ولتاژ v در دو سر منبع وابسته، ابتدا جریان کنترلی i_3 را به‌دست می‌آوریم. با قانون اهم داریم:

$$v = 3i_3$$

که به ما اجازه می‌دهد تا کمیت i_3 را محاسبه کنیم.

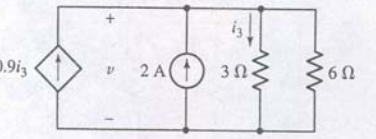
$$i_3 = \frac{10}{3}\ \text{A}$$

بنابراین ولتاژ دو سر منبع وابسته (که برابر ولتاژ در دو سر مقاومت 3Ω است):

$$v = 3i_3 = 10\ \text{V}$$

پس توان تحویلی توسط منبع وابسته به بقیه مدار $0.9i_3 \times v = 10(0.9)(10/3) = 30\text{W}$ است.

اکنون اگر بخواهیم توان تلف‌شده در مقاومت 15Ω را محاسبه نماییم باید به مدار اصلی بازگردیم. این مقاومت با مقاومت معادل 3Ω، سری‌شده و ولتاژ دو سر این ترکیب 10V است. بنابراین جریان 5/9A از مقاومت 15Ω عبور کرده و توان جذب‌شده به وسیله آن $(5/9)^2(15)$ یا 4.63W خواهد شد.



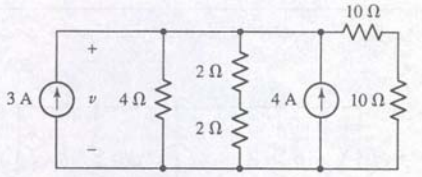
(ج)

شکل ۲۹ـ۳ (ج) مدار معادل ساده‌شده.

تمرین

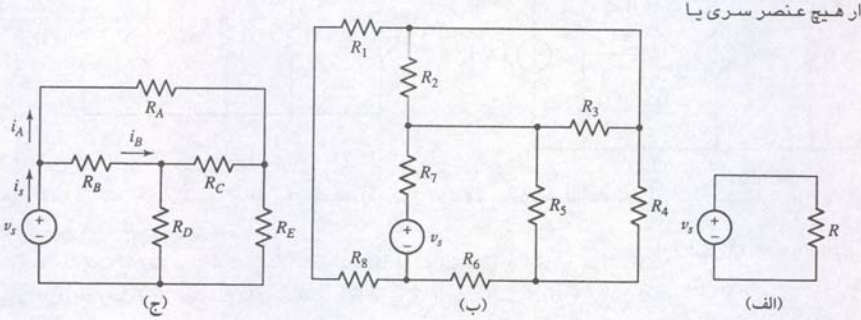
۱۲ـ۳ برای مدار شکل ۳۰ـ۳، ولتاژ v را بیابید.

جواب: 12.73V



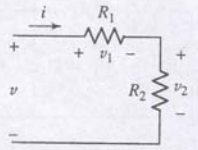
شکل ۳۰ـ۳

شکل ۳۱ـ۳ (الف) عناصر این مدار هم سری و هم موازیند. (ب) R_2 و R_3 موازیند و R_1 و R_8 سری‌اند. (ج) در این مدار هیچ عنصر سری یا موازی وجود ندارد.



دومین نکته هشیاری است. ممکن‌است مدار توسط دانشجوی کم‌تجربه و یا مربی زیرکی طوری ترسیم شود که به راحتی قابل تشخیص نباشد. مثلاً در شکل ۳ـ۳۱(ب) تنها مقاومت‌های R_2 و R_3 به‌طور موازی بسته شده‌اند و R_1 و R_8 هم تنها مقاومت‌های سری‌اند.

آخرین نکته این‌که لزومی ندارد یک عنصر ساده با عنصر ساده دیگری در مدار، سری یا موازی باشد. مثلاً R_4 و R_5 در شکل ۳ـ۳۱(ب) با هیچ‌یک از عناصر ساده دیگر سری یا موازی نیستند، و نیز در شکل ۳ـ۳۱(ج) عنصر مداری ساده‌ای وجود ندارد که با دیگر عنصر مدار، سری یا موازی باشد. به بیان دیگر با به کارگیری هیچ تکنیکی بیش از این نمی‌توان مدار را ساده‌تر کرد.



شکل ۳۲ـ۳ نمایش تقسیم ولتاژ.

۳ـ۸ تقسیم ولتاژ و جریان

با ترکیب مقاومت‌ها و منابع روشی را برای کاهش تحلیل یک مدار یافتیم. تکنیک مفید دیگر در کاهش تحلیل، کاربرد تقسیم ولتاژ و جریان است. تقسیم ولتاژ برای بیان ولتاژ دو سر یکی از چند مقاومت سری، برحسب ولتاژ دو سر ترکیب آن‌ها ست. در شکل ۳ـ۳۲، ولتاژ دو سر R_2 با KVL و قانون اهم به‌دست می‌آید:

$$v = v_1 + v_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

بنابراین:

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

پس

$$v_2 = iR_2 = \left(\frac{v}{R_1 + R_2}\right)R_2$$

یا

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,v$$

و به این ترتیب ولتاژ دو سر R_1 برابر است با:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\,v$$

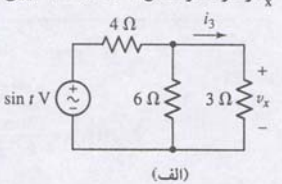
اگر در مدار شکل ۳ـ۳۲ به‌جای R_2 ترکیب سری R_2، R_3، ... و R_N را داشته باشیم، فرم کلی تقسیم ولتاژ در دو سر N مقاومت سری چنین است:

$$v_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \ldots + R_N}\,v \qquad (11)$$

که امکان محاسبه ولتاژ v_k را در دو سر یک مقاومت اختیاری R_k فراهم می‌سازد:

مثال ۱۳ـ۳

v_x را در مدار شکل ۳ـ۳۳ (الف) تعیین کنید.



شکل ۳۳ـ۳ مثالی عددی که ترکیب مقاومت‌ها و تقسیم ولتاژ را نشان می‌دهد. (الف) مدار اصلی. (ب) مدار ساده‌شده.

ابتدا مقاومت‌های 6Ω و 3Ω را ترکیب کرده و آن‌ها را با $(6)(3)/(6 + 3) = 2\Omega$ جایگزین می‌نماییم. چون v_x در دو سر ترکیب موازی برقرار است، ساده‌سازی موجب از دست رفتن این کمیت نمی‌گردد. با این وجود در ادامه ساده‌سازی مدار که از جایگزینی مقاومت 4Ω با این مقاومت 2 اهمی صورت می‌گیرد این اشکال به‌وجود خواهد آمد.

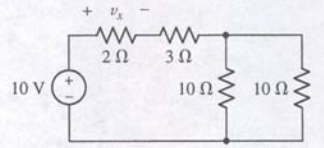
اینک تقسیم ولتاژ را به مدار شکل ۳ـ۳۳(ب) اعمال می‌نماییم.

$$v_x = (12 \sin t)\,\frac{2}{4+2} = 4 \sin t \quad \text{volts}$$

تمرین

۳ـ۱۳ برای تعیین v_x در مدار شکل ۳ـ۳۴، تقسیم ولتاژ را به‌کاربرید.

جواب: 2V



شکل ۳ـ۳۴

دوگان[1] تقسیم ولتاژ، تقسیم جریان است. همان‌طور که در شکل ۳ـ۳۵ دیده می‌شود جریان کلی به چند مقاومت موازی اعمال شده است. جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر است با:

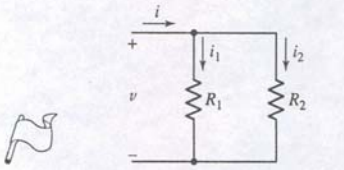
$$i_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{i(R_1 \| R_2)}{R_2} = \frac{i}{R_2}\,\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

یا

$$\boxed{i_2 = i\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}} \qquad (۱۲)$$

و به‌طور مشابه:

$$\boxed{i_1 = i\,\frac{R_2}{R_1 + R_2}} \qquad (۱۳)$$



شکل ۳ـ۳۵ نمونه‌ای از تقسیم جریان.

هنوز از طبیعت و ساختار این دو معادله چندان خشنود نیستیم، چون ضرایب در دو معادله فوق با ضرایب متعلق به تقسیم ولتاژ تفاوت دارد و باید سعی کنیم از بروز هر گونه خطایی جلوگیری شود. بسیاری از دانشجویان رابطه تقسیم ولتاژ را "ساده" ولی رابطه جریان را "مشکل" می‌پندارند. برای جلوگیری از اشتباه باید به‌خاطر سپرد که مقاومت بزرگ‌تر در میان دو مقاومت موازی، همیشه جریان کمتری را از خود عبور می‌دهد. برای ترکیب موازی N مقاومت، جریان درون R_k برابر است با:

$$\boxed{i_k = i\,\frac{\frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_1}\,\frac{1}{R_2} + + \ldots \frac{1}{R_N} +}} \qquad (۱۴)$$

و اگر آن را برحسب هدایت بنویسیم:

$$i_k = i\,\frac{G_k}{G_1 + G_2 + \ldots + G_N}$$

که به شدت معادله (۱۱) برای تقسیم ولتاژ را تداعی می‌کند.

مثال ۳ـ۱۴

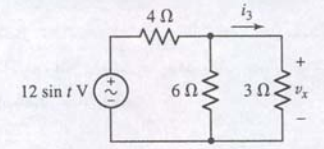
(در شکل ۳ـ۳۶) عبارتی برای جریان درون 3Ω در مدار بنویسید.

جریان کل در ترکیب دو مقاومت 3Ω و 6Ω برابر است با:

$$i(t) = \frac{12 \sin t}{4 + 3 \| 6} = \frac{12 \sin t}{4 + 2} = 2 \sin t \ \text{A}$$

و بنابراین جریان مطلوب با رابطه تقسیم جریان داده می‌شود:

$$i_3(t) = (2 \sin t)\,\left(\frac{6}{6+3}\right) = \frac{4}{3} \sin t \ \text{A}$$



شکل ۳ـ۳۶ مداری که به عنوان مثالی از تقسیم جریان به‌کاررفته است. خط موج در سمبل منبع ولتاژ به معنی ولتاژ سینوسی متغیر با زمان است.

1. Dual

متاسفانه تقسیم جریان هنگامی که قابل اعمال نیست، به کاربرده می‌شود. مثلاً دوباره مدار شکل ۳ـ۳۱(ج) را ملاحظه کنید. قبلاً دیدیم که در این مدار هیچ عنصری موازی یا سری نیست. بدون مقاومت موازی نمی‌توان تقسیم جریان را به‌کاربرد. با وجود این دانشجویان زیادی هستند که با نگاهی سریع به مقاومت‌های R_A و R_B رابطه غلط زیر را هم بنویسند:

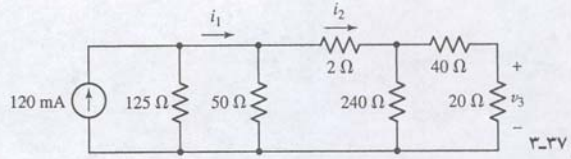
$$i_A \nexists i_s\,\frac{R_B}{R_A + R_B}$$

توجه داشته باشید که مقاومت‌های موازی باید شاخه‌هایی بین یک جفت گره باشند.

تمرین

۳ـ۱۴ در مدار شکل ۳ـ۳۷، با روش ترکیب مقاومت‌ها و تقسیم جریان i_1، i_2 و v_3 را بیابید.

جواب: 100mA ، 50mA و 0.8V.



شکل ۳ـ۳۷

۳ـ۹ خلاصه فصل و مرور

- قانون جریان کیرشهف (KCL) چنین بیان می‌کند که جمع جبری جریان‌های وارده به هر گروه صفر است.
- قانون ولتاژ کیرشهف (KVL) بیان می‌کند که جمع جبری ولتاژهای حول یک مسیر بسته در یک مدار صفر است.
- همه عناصری که جریان یکسانی را حمل می‌کنند، به‌طور سری به هم متصل‌اند.
- همه عناصر یک مدار که در دو سر آن‌ها ولتاژ مشترکی برقرار است موازی نامیده می‌شوند.
- ترکیب سری N مقاومت را می‌توان با یک مقاومت $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_N$ جایگزین کرد.
- ترکیب موازی N مقاومت را می‌توان با یک مقاومت معادل که مقدار زیر را دارد جایگزین نمود:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

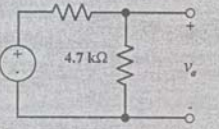
- منابع ولتاژ سری با یک منبع قابل تعویضند. به پلاریته هر یک باید خصوصاً توجه نمود.
- منابع جریان موازی را می‌توان با یک منبع تعویض کرد. به جهت جریان هر منبع باید دقت نمود.
- تقسیم ولتاژ این امکان را فراهم می‌سازد که بدانیم چه کسری از ولتاژ کل دو سر همه مقاومت‌های سری در دو سر هر یک از مقاومت‌ها، افت پیدا می‌کند.
- تقسیم جریان اجازه می‌دهد تا بدانیم چه کسری از جریان کل موجود در همه مقاومت‌های موازی، در یکی از مقاومت‌ها جریان دارد.

کاربردهای عملی

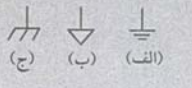
این زمین غیر جغرافیایی

تا بدینجا، ما شماتیک مدارها را مشابه شکل ۳ـ۳۸ ترسیم می‌کردیم، و در آن ولتاژها در دو سر دو پایانه مشخص تعریف می‌شدند. سعی شد از تعریف ولتاژ در یک نقطه جلوگیری شود. دلیل آن هم تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه بود. با این وجود، بسیاری از نمودارها از قرارداد تعریف ولتاژ زمین صفر ولت استفاده می‌کنند، به این ترتیب که همه ولتاژهای دیگر نسبت به آن سنجیده می‌شود. این مفهوم که **زمین**[1] خوانده شده اساساً به قوانین حفاظت برای ممانعت از آتش‌سوزی، شوک‌های الکتریکی مخرّب و عوارض مربوطه گره‌خورده است. علامت اتصال زمین در شکل ۳ـ۳۹ (الف) مشاهده می‌شود.

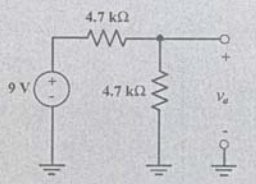
چون اتصال زمین به‌عنوان مرجع صفر ولت تعریف شده است، غالباً استفاده از آن به‌عنوان پایانه مشترک رایج است. مدار شکل ۳ـ۳۸ بر اساس این روش در شکل ۳ـ۴۰ دوباره ترسیم شده و در آن اتصال زمین با یک گره مشترک نشان داده شده است. توجه داشته باشید که هر دو مدار به لحاظ مقدار v_a یکی هستند (4.5V) در هر یک از آن‌ها) ولی در واقع آن‌ها مدار یکسانی نیستند. مدار شکل ۳ـ۳۸ را "شناور" گوییم به این علت که می‌تواند برای هر هدفی عملی، در یک مدار حتی روی یک ماهواره نصب گردد. با این وجود مدار شکل ۳ـ۴۰ بنحوی به‌طور فیزیکی از طریق یک مسیر اتصال به زمین وصل شده است. به این علت دو سمبل دیگر نیز گاهاً برای بیان یک پایانه مشترک به‌کارمی‌رود. شکل ۳ـ۳۹ (ب) آن‌چه را که به‌نام **زمین سیگنال**[2] خوانده می‌شود، نشان می‌دهد. غالباً ولتاژ قابل توجهی بین اتصال زمین و هر پایانه زمین سیگنال می‌تواند وجود داشته باشد (و دارد). این‌که پایانه مشترک یک مدار ممکن‌است به بعضی مسیرهای کم مقاومت به صفر زمین وصل باشد یا نباشد، منجر به ایجاد وضعیت خطرناک پتانسیلی می‌گردد. نمودار شکل ۳ـ۴۱ (الف) را ملاحظه نمایید، که در آن یک شخص بی‌گناه می‌خواهد دستگاهی را که به برق ac وصل است لمس کند. برای سوکت روی دیوار تنها دو سیم درنظرگرفته شده است و سیم سوم آزاد رها شده است. ترمینال مشترک هر مدار در دستگاه به‌هم وصل و جمعاً به شاسی دستگاه



شکل ۳ـ۳۸ مدار ساده‌شده با ولتاژ v_a بین دو پایانه.



شکل ۳ـ۳۹ سه سمبل متفاوت برای نمایش اتصال زمین یا پایانه مشترک. (الف) زمین، (ب) زمین سیگنال و (ج) زمین شاسی.



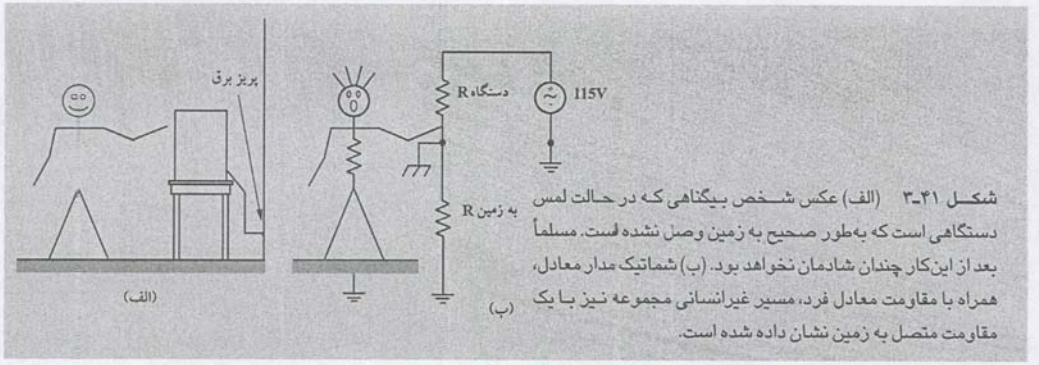
شکل ۳ـ۴۰ مدار شکل ۳ـ۳۸ با سمبل زمین دوباره رسم شده است. سمبل زمین سمت راست اضافی است. این علامت فقط برای نام‌گذاری پایانهٔ مثبت و منفی v_a لازم است.

متصل شده‌اند. این پایانه اغلب با سمبل **زمین شاسی** شکل ۳ـ۳۹ (ج) نشان داده می‌شود. با این وجود، اتصال الکتریکی به زمین یک مقاومت غیرصفری را می‌سازد. در هر حالت، دلیلی وجود ندارد که زمین شاسی در سطح ولتاژ زمین باشد. یک شبه‌نمودار از آن‌چه که بیان شد در شکل ۳ـ۴۱ (ب) دیده می‌شود (در این شکل مقاومت معادل فرد نیز در بدن او کشیده شده است). اگر مقاومت معادل فرد به مقدار قابل توجهی از دیگر مقاومت‌های واقع در مسیر زمین کمتر باشد، ... اجازه بدهید که دیگر بیش از این سخن نگوییم که چه اتفاقی در پایان افتاده است.

این واقعیت که "زمین" همیشه "زمین واقعی" نیست می‌تواند موجب ظهور مشکلات عدیده ناشی از پارازیت‌های الکتریکی گردد. مثالی از این گونه مشکلات گاهی در ساختمان‌های قدیمی دیده می‌شود، که در آن‌ها لوله‌های آب از مس ساخته می‌شوند. در این ساختمان‌ها، از لوله‌های آب به‌عنوان مسیرهای کم مقاومت به زمین در بسیاری از ارتباطات برقی استفاده می‌شود. با این وجود، اگر این لوله‌ها با لوله‌های مدرن‌تر و لوله‌های عایق PVC جایگزین شوند، دیگر مسیر کم‌مقاومت وجود ندارد. در محل‌هایی هم که ترکیب زمین از نقطه‌ای به نقطه دیگر خیلی متفاوت است مشکل مشابهی مشاهده می‌شود. در واقع، در چنین مواردی ممکن‌است بین دو ساختمان زمین یکسانی نباشد و درنتیجه جریانی بین آن‌ها جاری شود.

در این کتاب، سمبل صفر زمین به کاربرده خواهد شد. با این وجود، باید به‌خاطر داشت که همه زمین‌ها در عمل یکسان نیستند.

1. earth ground 2. signal ground



شکل ۳ـ۴۱ (الف) عکس شخص بیگناهی که در حالت لمس دستگاهی است که به‌طور صحیح به زمین وصل نشده است. مسلماً بعد از این‌کار چندان شادمان نخواهد بود. (ب) شماتیک مدار معادل، همراه با مقاومت معادل فرد، مسیر غیرانسانی مجموعه نیز با یک مقاومت متصل به زمین نشان داده شده است.

۳ـ۱۰ خواندنی‌های کمکی

A discussion of the principles of conservation of energy and conservation of charge, as well as Kirchhoff's laws, can be found in

R. Feynman, R. B. Leighton, and M. L. Sands, *The Feynman Lectures on Physics.* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1989, pp. 4-1, 4-7, and 25-9.

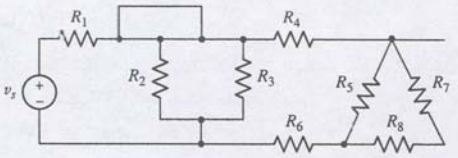
A very detailed discussion of grounding practices consistent with the 1996 National Electrical Code® can be found in

J. F. McPartland and B. J. McPartland, *McGraw-Hill's National Electrical Code® Handbook,* 22nd ed. New York: McGraw-Hill, 1996, pp. 337–485.

مسائل

۱ـ۳ گره‌ها، حلقه‌ها، مسیرها و شاخه‌ها

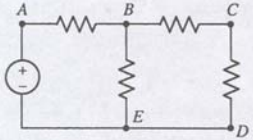
۱. مدار شکل ۳ـ۴۲ را دوباره بکشید. تعداد گره‌ها را به حداقل برسانید.



شکل ۳ـ۴۲

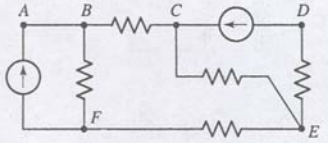
۲. در مدار شکل ۳ـ۴۲، تعداد (الف) گره‌ها، (ب) تعداد شاخه‌ها را بشمارید.

۳. در شکل ۳ـ۴۳، (الف) چند گره وجود دارد؟ (ب) چند شاخه موجود است؟ و (ج) اگر از A به B به E به D به C و به B برویم، آیا یک مسیر ساخته‌ایم؟ یا یک حلقه؟



شکل ۳ـ۴۳

۴. در شکل ۳ـ۴۴، (الف) چند گره وجود دارد؟ (ب) چند شاخه وجود دارد؟ و (ج) اگر از B به F به E و به C حرکت کنیم، آیا یک مسیر را طی کرده‌ایم؟ یا یک حلقه را؟



شکل ۳ـ۴۴

۵. با مراجعه به مدار شکل ۳ـ۴۳:

الف. اگر یک سیم ثانوی بین نقاط E و D از مدار وصل شود. مدار جدید چند گره دارد؟

ب. اگر یک مقاومت به مدار اضافه شود به نحوی که یک پایانه به نقطه C وصل شود و پایانه دیگر آزاد شود، مدار چند گره دارد؟

ج. کدام‌یک از موارد زیر حلقه‌ها را نشان می‌دهد؟

۱. حرکت از نقطه A به B به C به D به E به A

۲. حرکت از B به E به A

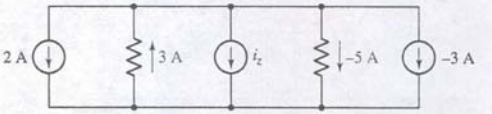
۳. حرکت از B به C به D به E به B

۴. حرکت از A به B به C

۵. حرکت از A به B به C به B به A

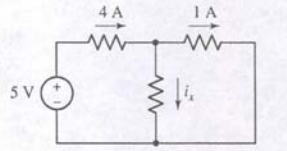
۳-۲ قانون جریان کیرشهف

۶. (الف) جریان i_z در مدار شکل ۳-۴۵ را معین کنید. (ب) اگر مقاومت حمل‌کننده 3A، برابر 1Ω باشد، مقاومتی که جریان 5A- را حمل می‌کند چقدر است؟

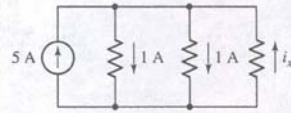


شکل ۳-۴۵

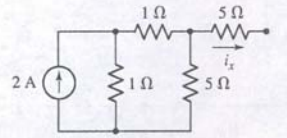
۷. در هر یک از مدارهای شکل ۳-۴۶، جریان i_x را بیابید.



(الف)



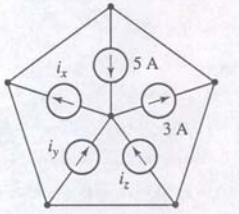
(ب)



(ج)

شکل ۳-۴۶

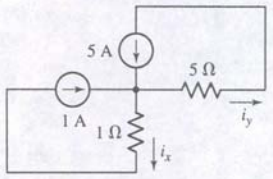
۸. به شکل ۳-۴۷ مراجعه کنید. (الف) اگر $i_y = 2A$ و $i_z = 0A$ باشد، i_x را پیدا کنید. (ب) اگر $i_x = 2A$، $i_z = 2i_y$ و i_y را به‌دست آورید. (ج) اگر $i_x = i_y = i_z$ باشد، i_z را به‌دست آورید.



شکل ۳-۴۷

۹. i_x و i_y را در مدار شکل ۳-۴۸ بیابید.

۱۰. یک لامپ حبابی 100 W، یک لامپ 60 W و یک لامپ 40 W با هم به‌طور موازی بسته شده‌اند و جمعاً به ولتاژ منبع 115 V وصل شده‌اند. جریان در هر لامپ و جریان کل از منبع را بدست آورید.



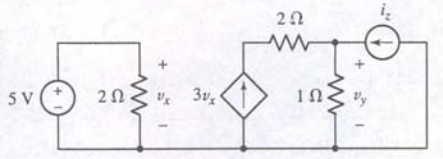
شکل ۳-۴۸

۱۱. یک مولتی‌متر دیجیتال (DMM) وسیله‌ای است که عموماً برای اندازه‌گیری ولتاژها به‌کار می‌رود. این وسیله مجهز به دو سیم (معمولاً قرمز برای مرجع مثبت و سیاه برای مرجع منفی) و یک نمایشگر LCD است. بیایید فرض کنید که یک DMM به مدار شکل ۳-۴۶ (ب) چنان وصل شده که سیم مثبت در گره بالا و سیم منفی در گره پایین باشد. با استفاده از KCL توضیح دهید که چرا به‌طور ایده‌آل می‌خواهیم DMM به‌کار رفته دارای مقاومت بینهایت در برابر مقاومت صفر باشد؟

۱۲. یک رستوران محلی دارای تابلوی نئون ساخته‌شده از 12 لامپ جداگانه است؛ وقتی که لامپ خراب شود، مقاومت بینهایت داشته و جریانی نخواهد بود. در سیم‌کشی تابلو سازنده دو راه را پیشنهاد نموده است (شکل ۳-۴۹). از کدام‌یک KCL را می‌آموزید، مالک رستوران کدام‌یک را باید انتخاب کند؟ توضیح دهید.

شکل ۳-۴۹

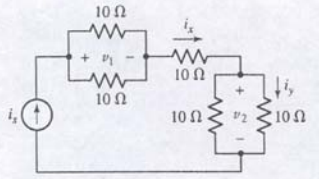
۱۳. در مدار شکل ۳-۵۰، (الف) اگر $i_z = -3A$ باشد، v_y را محاسبه کنید. (ب) منبع 5V را با چه ولتاژی جایگزین کنیم تا در $i_z = 0.5A$، ولتاژ $v_y = -6V$ به‌دست آید؟



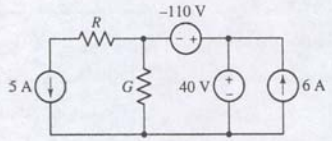
شکل ۳-۵۰

۱۴. با توجه به شکل ۳-۵۱، (الف) اگر $i_x = 5A$ باشد v_1 و i_y را بیابید. (ب) اگر $v_1 = 3V$ باشد، i_x و i_y را پیدا کنید. (ج) چه مقداری از i_s منجر به $v_1 \neq v_2$ می‌گردد؟

۱۵. R و G را در مدار شکل ۳-۵۱ (ب) به‌دست آورید. با این فرض که منبع 5A، توان 100W و منبع 40V توان 500W را تولید کند.



(الف)

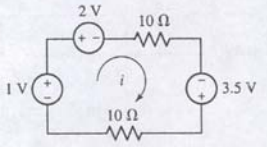


(ب)

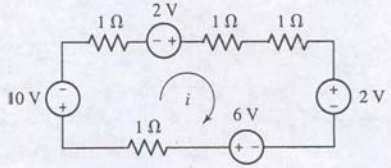
شکل ۳-۵۱

۳-۳ قانون ولتاژ کیرشهف

۱۶. در مدار شکل ۳-۵۲ (الف) و (ب) جریان i را معین نمایید.



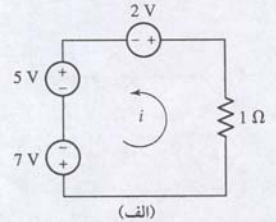
(الف)



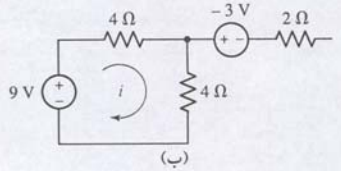
(ب)

شکل ۳-۵۲

۱۷. مقدار i را در هر یک از مدارهای شکل ۳-۵۳ محاسبه نمایید.



(الف)

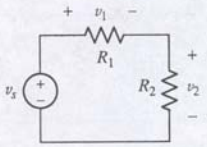


(ب)

شکل ۳-۵۳

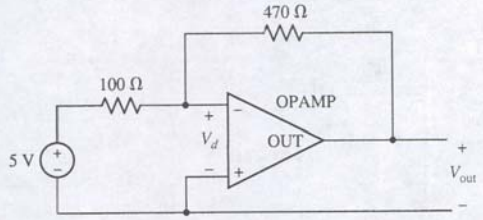
۱۸. مدار ساده شکل ۳-۵۴ را ملاحظه نمایید. با KVL، عبارات زیر را به دست آورید:

$$v_2 = v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ و } v_1 = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



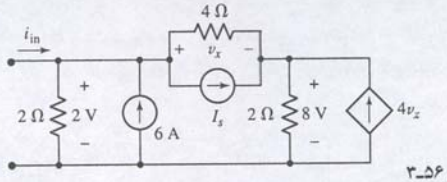
شکل ۳-۵۴

۱۹. مدار شکل ۳-۵۵ شامل یک وسیله به نام op-amp (تقویت‌کننده عملیاتی) است. این وسیله دو خاصیت غیرعادی دارد که در مدار نشان داده شده است: (۱) $V_d = 0$ V و (۲) هیچ جریانی نمی‌تواند از هر یک از پایانه‌ها داخل شود (با علامت "−" و "+" در داخل نماد)، ولی می‌تواند از خروجی جریان یابد (با "out" علامت خورده است). این وضعیت به ظاهر ناممکن ـ که در تقابل مستقیم با KCL است ـ نتیجه سیم‌های انرژی است که در شکل نشان داده نشده است. بر اساس این اطلاعات، V_{out} را محاسبه کنید (راهنمایی: دو معادله KVL لازم است، هر دو منبع 5 V را شامل می‌شوند).



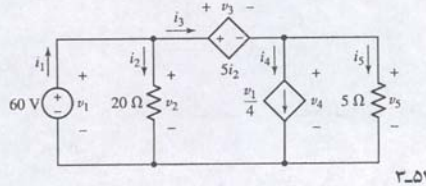
شکل ۳-۵۵

۲۰. قوانین اهم و کیرشهف را در شکل ۳-۵۶ برای یافتن (الف) v_x، (ب) i_{in} و (ج) I_s، به‌کاربرید. (د) توان تهیه‌شده به‌وسیله منبع وابسته چقدر است؟



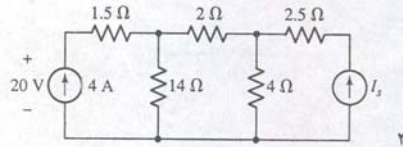
شکل ۳-۵۶

۲۱. (الف) با به‌کارگیری گام‌به‌گام قوانین اهم و کیرشهف، همه جریان‌ها و ولتاژها را در مدار شکل ۳-۵۷ به‌دست آورید. (ب) توان جذب‌شده به‌وسیله هر پنج عنصر مدار را محاسبه کنید و نشان دهید که مجموع آن‌ها صفر است.



شکل ۳-۵۷

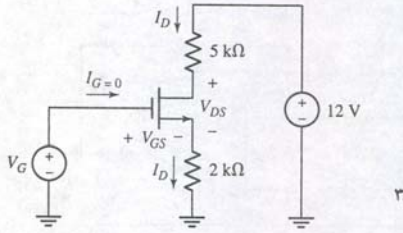
۲۲. با مراجعه به شکل ۳.۵۸، توان جذب‌شده به وسیله هر هفت عنصر مدار را معین کنید.



شکل ۳ـ۵۸

۲۳. مداری دارای شش عنصر و چهار گره با شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ است. هر عنصر مدار بین دو گره واقع است. ولتاژ v_{12} (مرجع در اولین گره) برابر 12V و v_{34} = -8V است. اگر v_{14} برابر (الف) 0، (ب) 6V و (ج) -6V باشد، مقادیر v_{13}، v_{23} و v_{24} را بیابید.

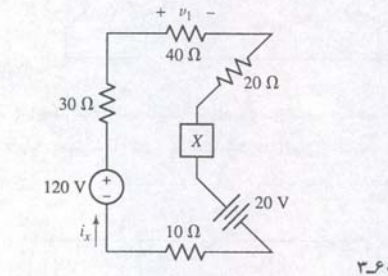
۲۴. به مدار ترانزیستوری شکل ۳.۵۹ مراجعه کنید. به‌خاطر بسپارید که گرچه روابط ولتاژ ـ جریان آن‌را نمی‌دانیم ولی از KCL و KVL تبعیت می‌کنند. (الف) اگر I_D = 1.5mA باشد V_{DS} را محاسبه کنید. (ب) اگر I_D = 2mA و V_G = 3V باشد V_{GS} را محاسبه نمایید.



شکل ۳ـ۵۹

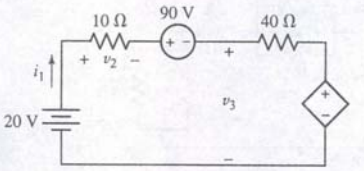
۳ـ۴ مدار یک‌حلقه‌ای

۲۵. توان جذب‌شده با عنصر X در شکل ۳.۶۰ را (الف) با مقاومت 100Ω، (ب) با منبع ولتاژ مستقل 40V و علامت + در بالا، (ج) منبع ولتاژ وابسته $25i_x$ و علامت مرجع + در بالا، (د) منبع ولتاژ وابسته $0.8v_1$ و علامت + در بالا، (ه) منبع جریان مستقل، با پیکان جریان رو به بالا، به‌دست‌آورید.



شکل ۳ـ۶۰

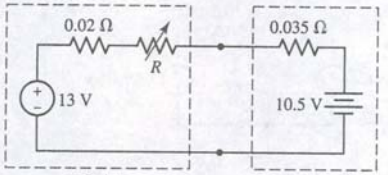
۲۶. i_1 را در مدار شکل ۳.۶۱ بیابید به‌شرطی که منبع ولتاژ وابسته (الف) $2v_2$، (ب) $1.5v_3$ و (ج) $-15i_1$ باشد.



شکل ۳ـ۶۱

۲۷. در شکل ۳.۶۱ منبع وابسته را $1.8v_3$ فرض کنید. اگر (الف) منبع 90V توان 180W را تولید کند، (ب) منبع 90V، توان 180W را جذب نماید، (ج) منبع وابسته 100W را تولید نماید و (د) منبع وابسته 100W را جذب کند، v_3 را بیابید.

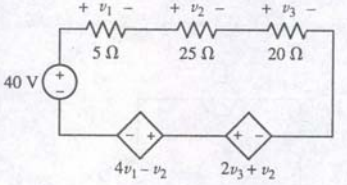
۲۸. برای مدار شارژ باطری شکل ۳.۶۲ مقدار مقاومت قابل تنظیم را پیدا کنید به‌نحوی که (الف) جریان شارژ 4A باشد. (ب) توان 25W به باطری منتقل گردد (10.5V و 0.035Ω). (ج) ولتاژی برابر 11V در پایانه‌های باطری ایجاد شود (10.5V و 0.035Ω).



شکل ۳ـ۶۲

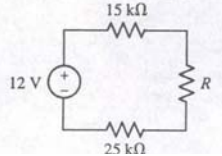
۲۹. مدار شکل ۳.۶۲ با نصب یک منبع ولتاژ وابسته سری با باطری اصلاح‌شده است. مرجع + را در پایین قرار دهید و کنترل را $0.05i$ اختیار نمایید، که i حلقه جریان ساعتگرد است. جریان و ولتاژ باطری را ضمن لحاظ منبع وابسته، اگر R = 0.5Ω باشد، پیدا کنید.

۳۰. توان جذب‌شده به وسیله هر شش عنصر شکل ۳.۶۳ را بیابید.



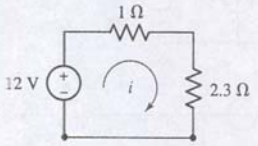
شکل ۳ـ۶۳

۳۱. برای مدار شکل ۳.۶۴، (الف) مقاومت R را طوری تعیین کنید که مقاومت 25kΩ توان 2mV را جذب نماید. (ب) مقاومت R را طوری معین کنید که منبع 12V، توان 3.6mV را به مدار حمل نماید. (ج) مقاومت R را با یک منبع ولتاژ جایگزین نمایید به‌نحوی که هیچ توانی به وسیله مقاومت‌ها جذب نشود. مدار را رسم کنید و پلاریته منبع جدید را مشخص کنید.



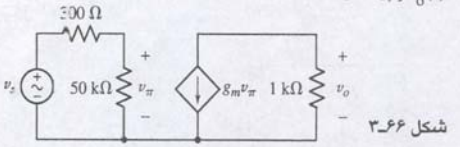
شکل ۳ـ۶۴

۳۲. با ارجاع به جدول ۲.۴، اگر قطعه سیم تحتانی در مدار شکل ۳.۶۵ از نوع مسی 22AWG با طول 3000ft باشد، جریان i را محاسبه کنید.



شکل ۳ـ۶۵

۳۳. در شکل ۳.۶۶، اگر $g_m = 2.5 \times 10^{-3}$ و $v_s = 10\cos 5t$ mV باشد $v_o(t)$ را پیدا کنید.

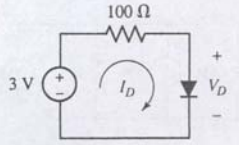


شکل ۳ـ۶۶

۳۴. قوانین کیرشهف مستقل از قانون اهم روی یک عنصر خاص معتبرند. مثلاً مشخصه I-V یک دیود با رابطه زیر داده می‌شود:

$$I_D = I_S(e^{V_D/V_T} - 1)$$

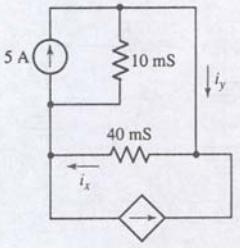
که در آن V_T = 27mV در دمای اتاق و I_S می‌تواند بین 10^{-12}A تا 10^{-3}A تغییر نماید. در مدار شکل ۳.۶۷ و با استفاده از KVL/KCL، V_D را به ازای $I_S = 3\mu A$ معین کنید (**توجه:** این مسئله روش حل "تکرار" را برای یافتن حل عددی می‌طلبد. بسیاری از ماشین‌حساب‌ها قادرند این نوع تابع را حل کنند).



شکل ۳ـ۶۷

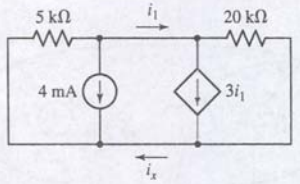
۳ـ۵ مدار زوج تک‌گرهی

۳۵. توان جذب‌شده به وسیله هر عنصر از مدار شکل ۳.۶۸ را بیابید به‌شرطی‌که کنترل منبع وابسته (الف) $0.8i_x$ و (ب) $0.8i_y$ باشد.



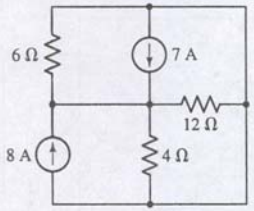
شکل ۳ـ۶۸

۳۶. در مدار شکل ۳.۶۹، i_x را پیدا کنید.



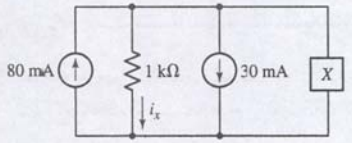
شکل ۳ـ۶۹

۳۷. توان جذب‌شده به‌وسیله هر عنصر را در مدار جفت‌گره شکل ۳.۷۰ بیابید.



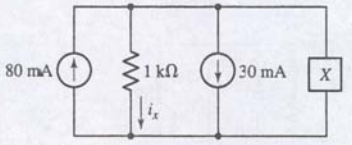
شکل ۳ـ۷۰

۳۸. توان جذب‌شده به‌وسیله عنصر X در مدار شکل ۳.۷۱ را پیدا کنید به‌شرطی‌که (الف) مقاومت 4kΩ باشد، (ب) منبع جریان مستقل 20mA، پیکان مرجع رو به پایین، (ج) منبع جریان وابسته، پیکان مرجع رو به پایین و با $2i_x$ برچسب خورده باشد و (د) منبع ولتاژ 60V و قطب + در بالا باشد.



شکل ۳ـ۷۱

۳۹. (الف) فرض کنید که X در شکل ۳.۷۲، یک منبع جریان مستقل i_s پیکان رو به بالا باشد، اگر هیچ‌یک از چهار عنصر مدار توانی جذب نکنند، i_s چقدر است؟ (ب) فرض کنید که عنصر X یک منبع ولتاژ مستقل، علامت + در سمت بالا و با علامت v_s برچسب خورده باشد. گر منبع ولتاژ توانی جذب نکند، v_s چقدر است؟

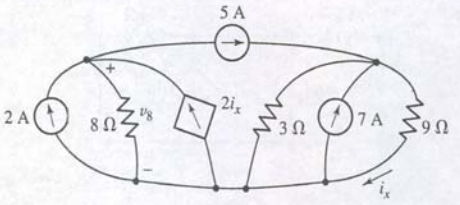


شکل ۳ـ۷۲

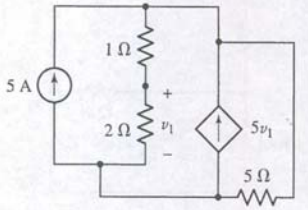
۴۰. (الف) تکنیک‌های تحلیل جفت‌گرهی را به گره سمت راست بالا در شکل ۳.۷۳ اعمال کرده و i_x را بیابید. (ب) اکنون با گره سمت چپ بالا کار کرده و v_g را پیدا کنید. (ج) منبع 5A چه توانی را تولید می‌کند

۴۱. توان جذب‌شده با مقاومت 5Ω در شکل ۳.۷۴ چقدر است؟

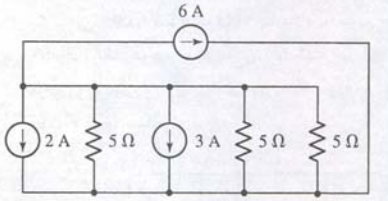
۴۲. توان تولیدی به وسیله هر منبع در شکل ۳.۷۵ را محاسبه نمایید.



شکل ۳ـ۷۳

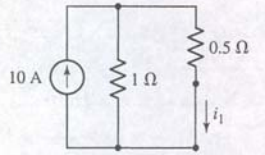


شکل ۳ـ۷۴



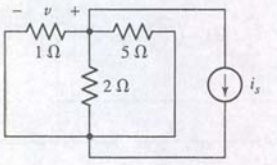
شکل ۳ـ۷۵

۴۳. با مراجعه به جدول ۴ـ۲، برای قطعه سیم شکل ۳ـ۷۶ چقدر سیم مسی نمره 28AWG لازم است تا $i_1 = 5A$ به‌دست‌آید.



شکل ۳ـ۷۶

۴۴. اگر در مدار شکل ۳ـ۷۷، $v = 6V$ باشد، i_s را بیابید.



شکل ۳ـ۷۷

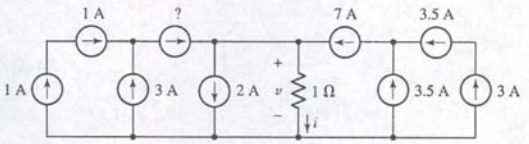
۳ـ۶ منابع متصل سری و موازی

۴۵. با استفاده از ترکیب سری منابع، i را برای هر دو مدار شکل ۳ـ۷۸ محاسبه کنید.

۴۶. برای هر مدار در شکل ۳ـ۷۸، v را پس از ترکیب منابع، به‌دست‌آورید.

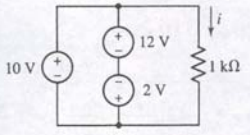
۴۷. جریان i را در هر مدار شکل ۳ـ۷۹ محاسبه نمایید.

(الف)

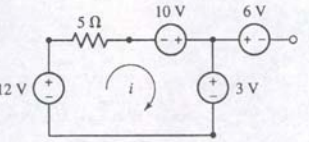


(ب)

شکل ۳ـ۷۸



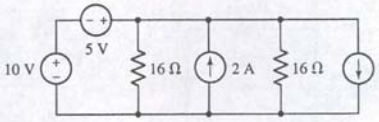
(الف)



(ب)

شکل ۳ـ۷۹

۴۸. توان جذب‌شده به وسیله هر یک از مقاومت‌های 16 اهم در شکل ۳ـ۸۰ را بیابید.



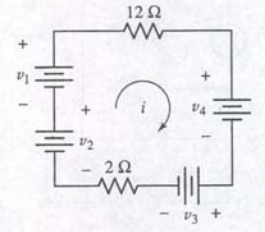
شکل ۳ـ۸۰

۴۹. برای مدار شکل ۳ـ۸۱، i را محاسبه کنید به‌شرطی‌که:

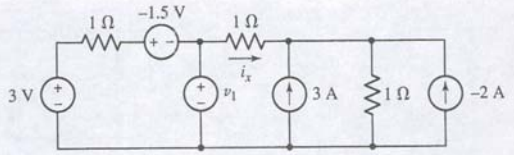
(الف) $v_1 = v_2 = 10V$ و $v_3 = v_4 = 6V$

(ب) $v_1 = v_3 = 3V$ و $v_2 = v_4 = 2.5V$

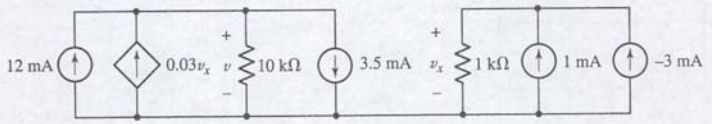
(ج) $v_1 = -3V$، $v_2 = 1.5V$، $v_3 = -0.5V$ و $v_4 = 0V$ باشد.



شکل ۳ـ۸۱



شکل ۳ـ۸۲

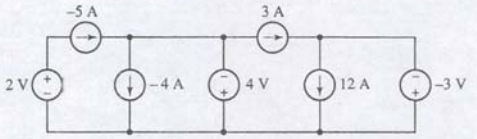


شکل ۳ـ۸۳

۵۰. در مدار شکل ۳ـ۸۲، v_1 را برای دستیابی به $i_x = 2A$ انتخاب نمایید.

۵۱. ولتاژ v را در مدار شکل ۳ـ۸۳ پیدا کنید.

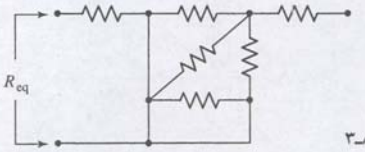
۵۲. مدار شکل ۳ـ۸۴ حاوی چندین مثال از منابع جریان و ولتاژ سری و موازی است. (الف) توان جذب‌شده به‌وسیله هر منبع را معین کنید. (ب) برای کاهش توان تولیدی از منبع 5A- به صفر، منبع 4V چقدر باید تغییر نماید.



شکل ۳ـ۸۴

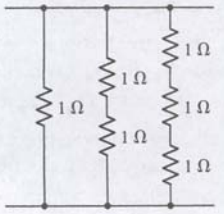
۳ـ۷ مقاومت‌های سری و موازی

۵۳. مقاومت معادل R_{eq} را در شکل ۳ـ۸۵ محاسبه نمایید، به‌شرطی‌که هر مقاومت 1kΩ باشد.



شکل ۳ـ۸۵

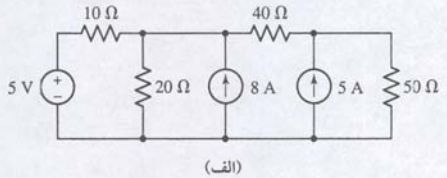
۵۴. برای مدار شکل ۳ـ۸۶: (الف) مقاومت معادل را محاسبه نمایید. (ب) عبارتی برای مقاومت معادل پیدا کنید. به‌شرطی‌که تعداد شاخه‌ها یا انشعاب‌های مدار تا N گسترش یابد، و هر شاخه یک مقاومت بیش از شاخه سمت چپ داشته باشد.



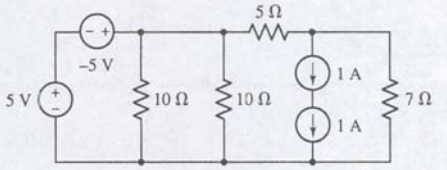
شکل ۳ـ۸۶

۵۵. با فرض وجود سه مقاومت 10kΩ، سه مقاومت 47kΩ و سه مقاومت 1kΩ ترکیبات زیر را به‌دست‌آورید (لزومی ندارد که همه مقاومت‌ها به‌کاروند): (الف) 5kΩ، (ب) 47333Ω و (ج) 29.5kΩ.

۵۶. شبکه شکل ۳ـ۸۷ را با استفاده از ترکیب منابع و مقاومت‌ها ساده کنید.



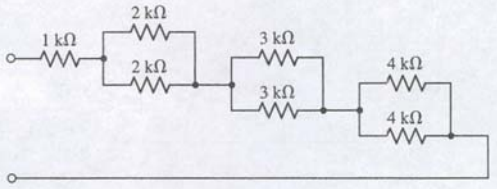
(الف)



(ب)

شکل ۳ـ۸۷

۵۷. مقاومت معادل را برای مدار شکل ۳ـ۸۸ حساب نمایید.

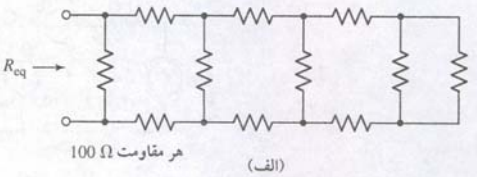


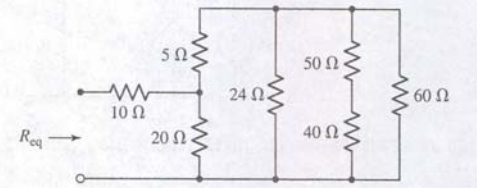
شکل ۳ـ۸۸

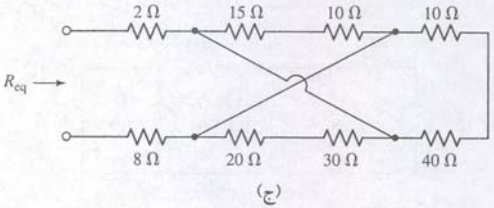
۵۸. R_{eq} را در هر شبکه مقاومتی از شکل ۳ـ۸۹ بیابید.

۵۹. در شبکه شکل ۳ـ۹۰: (الف) $R = 80\Omega$، R_{eq} را پیدا کنید، (ب) اگر $R_{eq} = 80\Omega$ باشد، R را به‌دست‌آورید، (ج) اگر $R = R_{eq}$ باشد، R را بیابید.

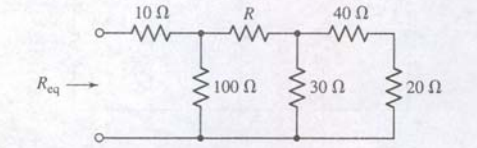
۶۰. نشان دهید که با ترکیب 4 مقاومت 100Ω چگونه می‌توان مقاومت معادل (الف) 25Ω، (ب) 60Ω و (ج) 40Ω را به‌دست‌آورد.





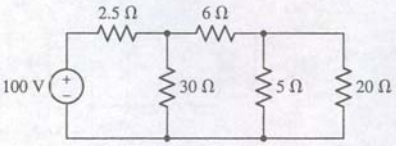


شکل ۳ـ۸۹



شکل ۳ـ۹۰

۶۱. توان جذب‌شده توسط هر مقاومت در مدار شکل ۳ـ۹۱ را پیدا کنید.



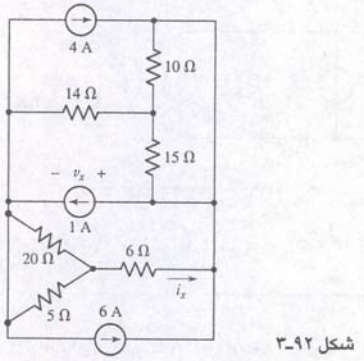
شکل ۳ـ۹۱

۶۲. از روش ترکیب منبع و مقاومت برای یافتن v_x و i_x در شکل ۳ـ۹۲ استفاده نمایید.

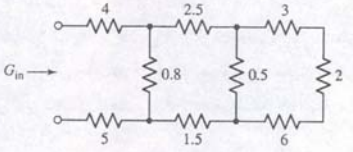
۶۳. در هر یک از شبکه‌های شکل ۳ـ۹۳، G_{in} را تعیین نمایید. همه مقادیر به میلی‌زیمنس (mS) هستند.

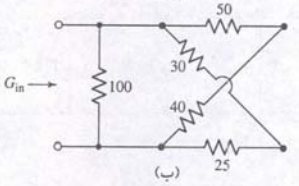
۳ـ۸ تقسیم ولتاژ و جریان

۶۴. از ترکیب مقاومت و منبع و تقسیم جریان در مدار شکل ۳ـ۹۴ برای یافتن توان جذب‌شده به وسیله مقاومت‌های 1Ω، 10Ω و 13Ω استفاده کنید.

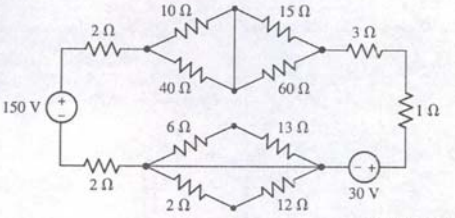


شکل ۳ـ۹۲





شکل ۳ـ۹۳

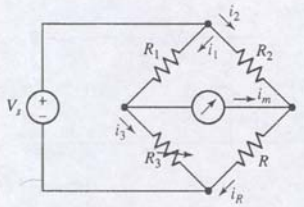


شکل ۳ـ۹۴

۶۵. پل وتستون (شکل ۳ـ۹۵) یکی از شناخته‌شده‌ترین مدارهای الکتریکی است. در اندازه‌گیری مقاومت استفاده می‌شود. مقاومتی که یک پیکان (فلش) بر روی سمبلش دارد (R_3) یک مقاومت متغیر است و گاهی به آن پتانسیومتر می‌گویند. مقدار آن می‌تواند با چرخش پیچ ولوم آن، تغییر یابد. آمپرمتر که با یک دایره با یک پیکان در داخل آن مشخص شده، جریان درون سیم وسط را اندازه می‌گیرد. ما فرض می‌کنیم که این آمپرمتر ایده‌آل است، به نحوی که مقاومت درونی آن صفر است.

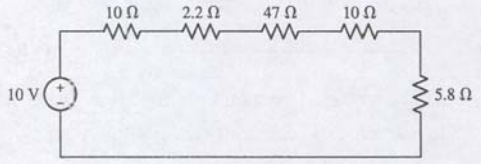
طرز کار ساده است. مقدار R_1، R_2 و R_3 معلوم‌اند، و مقدار R موردنظر است. مقاومت R_3 تنظیم می‌شود تا $i_m = 0$ گردد. به بیان دیگر تازمانی‌که جریانی از آمپرمتر نگذرد، می‌گویند در این نقطه پل بالانس است.

با استفاده از KCL و KVL نشان دهید که $R = \frac{R_2}{R_1} R_3$ (راهنمایی: $i_m = 0$، $i_1 = i_3$ و $i_2 = i_R$ و افت ولتاژی در دو سر آمپرمتر نیست).



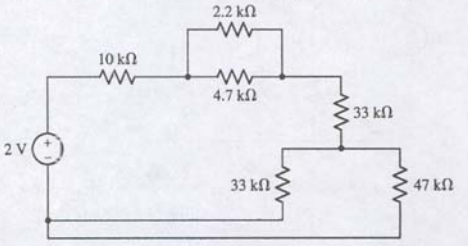
شکل ۳ـ۹۵

۶۶. مدار شکل ۳ـ۹۶ متشکل از چند مقاومت متصل سری است. از تقسیم ولتاژ استفاده کنید و افت ولتاژ در دو سر کوچک‌ترین مقاومت و بزرگ‌ترین مقاومت را به دست آورید.



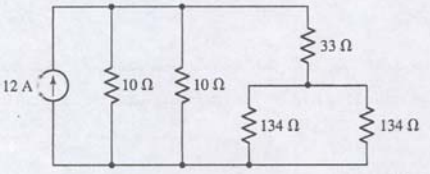
شکل ۳ـ۹۶

۶۷. از تقسیم ولتاژ استفاده کنید و افت ولتاژ را در دو سر مقاومت 47 kΩ در شکل ۳ـ۹۷ به دست آورید.



شکل ۳ـ۹۷

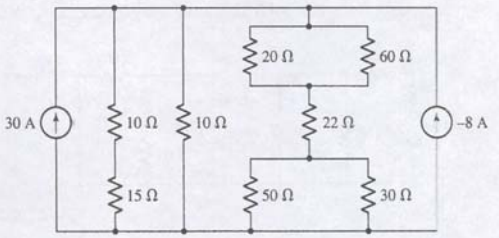
۶۸. با مراجعه به شکل ۳ـ۹۸، از تقسیم جریان برای محاسبه جریان از بالا به پایین در (الف) مقاومت 33Ω، (ب) مقاومت 134Ω سمت راست استفاده کنید.



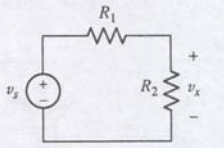
شکل ۳ـ۹۸

۶۹. در شکل ۳ـ۹۹ ولتاژ دو سر مقاومت 15Ω موردنظر است. از تقسیم جریان برای محاسبه آن استفاده کنید.

۷۰. با انتخاب مقاومت‌های زیر v_s، R_1 و R_2 را در شکل ۳ـ۱۰۰ انتخاب کنید تا $v_x = 5.5\text{V}$ باشد (ممکن‌است مقاومت‌ها را بیش از یک بار به‌کاربرید). [1kΩ، 3.3kΩ، 4.7kΩ و 10kΩ]

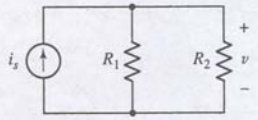


شکل ۳ـ۹۹



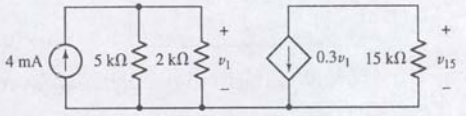
شکل ۳ـ۱۰۰

۷۱. با انتخاب مقادیر مقاومت زیر (ممکن‌است بیش از یک بار به‌کاروند) مقادیر i_s، R_1 و R_2 را در شکل ۳ـ۱۰۱ تنظیم کنید تا $v = 5.5$ گردد. [1kΩ، 3.3kΩ، 4.7kΩ و 10kΩ]



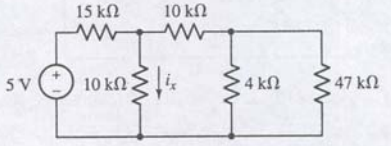
شکل ۳ـ۱۰۱

۷۲. توان جذب‌شده به وسیله مقاومت 15kΩ در شکل ۳ـ۱۰۲ را معین کنید.



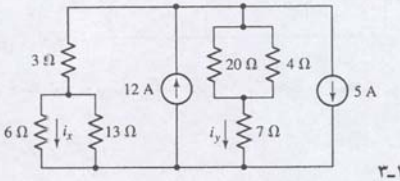
شکل ۳ـ۱۰۲

۷۳. برای مدار شکل ۳ـ۱۰۳، i_x را مشخص کنید و توان جذب‌شده با مقاومت 15kΩ را محاسبه نمایید.



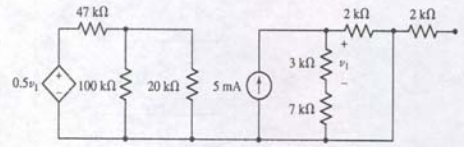
شکل ۳ـ۱۰۳

۷۴. برای مدار شکل ۳ـ۱۰۴، i_x و i_y و توان تلف‌شده به‌وسیله مقاومت 3Ω چقدر است؟



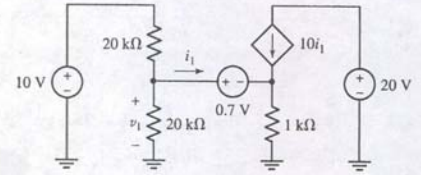
شکل ۳ـ۱۰۴

۷۵. توان تلف‌شده به وسیله مقاومت 47kΩ در شکل ۳-۱۰۵ چقدر است؟



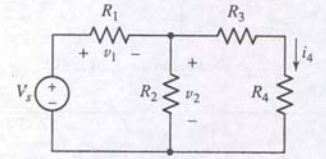
شکل ۳-۱۰۵

۷۶. بگویید چرا تقسیم ولتاژ نمی‌تواند برای تعیین v_1 در شکل ۳-۱۰۶ به‌کاررود.



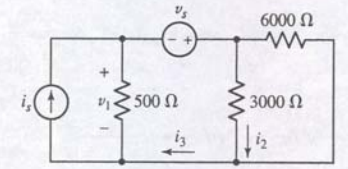
شکل ۳-۱۰۶

۷۷. از تقسیم جریان و ولتاژ در مدار شکل ۳-۱۰۷، عبارتی برای (الف) v_2، (ب) v_1 و (ج) i_4 پیداکنید.



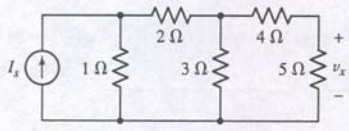
شکل ۳-۱۰۷

۷۸. با مراجعه به مدار شکل ۳-۱۰۸: (الف) با فرض $v_3 = 40V$، $i_s = 0$، v_1 را پیداکنید، (ب) با فرض $v_s = 0$ و $i_s = 3mA$، i_2، i_3 و v_1 را معین کنید.



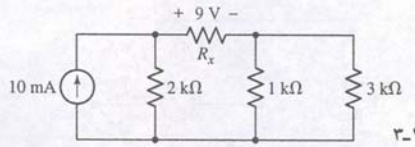
شکل ۳-۱۰۸

۷۹. در شکل ۳-۱۰۹: (الف) اگر $v_x = 10V$ باشد، I_s را به‌دست‌آورید. (ب) اگر $I_s = 50A$ باشد، v_x را پیداکنید و (ج) نسبت $\frac{v_x}{I_s}$ را محاسبه نمایید.



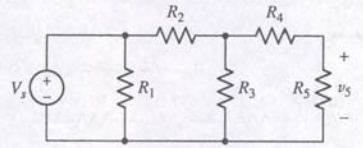
شکل ۳-۱۰۹

۸۰. چقدر توان به وسیله R_x در شکل ۳-۱۱۰ جذب می‌شود.



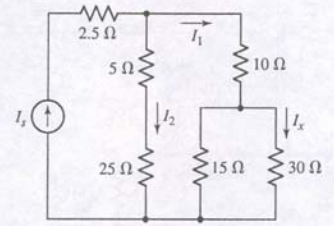
شکل ۳-۱۱۰

۸۱. با استفاده از تقسیم جریان و ولتاژ عبارتی برای v_5 در شکل ۳-۱۱۱ بیابید.



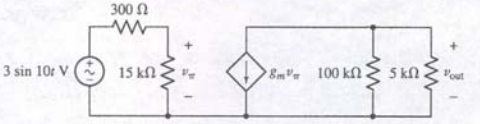
شکل ۳-۱۱۱

۸۲. در شکل ۳-۱۱۲، (الف) اگر $I_1 = 12mA$ باشد، I_x را به‌دست‌آورید. (ب) اگر $I_x = 12mA$ باشد I_1 را پیداکنید، (ج) اگر $I_2 = 15mA$ باشد I_x چقدر است و (د) اگر $I_s = 60mA$ باشد، I_x را معین کنید.



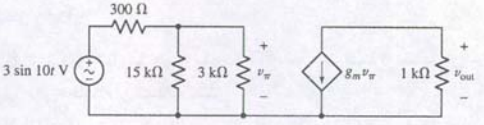
شکل ۳-۱۱۲

۸۳. مدار شکل ۳-۱۱۳ معادل رایجی در مدل‌سازی یک مدار تقویت‌کننده MOSFET است. اگر $g_m = 4m\mho$ باشد، v_{out} را محاسبه کنید.



شکل ۳-۱۱۳

۸۴. مدار شکل ۳-۱۱۴ مدار معادل رایجی در مدل‌سازی رفتار ac یک مقدار تقویت‌کننده ترانزیستور پیوندی دوقطبی است. اگر $g_m = 38m\mho$ باشد، v_{out} را حساب نمایید.



شکل ۳-۱۱۴

فصل چهارم

تحلیل گرهی و مش

مفاهیم کلیدی

- تحلیل گرهی
- اَبَرگره
- تحلیل مِش
- اَبَرمش
- تحلیل گرهی و تحلیل مش: یک مقایسه
- تحلیل کامپیوتری مدار

مقدمه

تحلیل یک مدار ساده خطی مجهز به قوانین اهم و کیرشهف برای به‌دست‌آوردن اطلاعات مفیدی مانند جریان، ولتاژ یا توان مربوط به یک قطعه، شاید نقطه شروعی مستقیم به نظر برسد. حداقل برای بررسی فعلی، هر مدار منحصر به نظر می‌رسد، و نیاز به خلاقیت برای رسیدن به هدف توسط روش تحلیل دارد. در این فصل، ما تحلیل دو مدار پایه را می‌آموزیم - یکی تحلیل گرهی و دیگری تحلیل مش (تک‌حلقه). هر دو روش به ما اجازه می‌دهند تا مدارهای مختلف متعددی را با یک روش منسجم و سبک‌دار[1] مورد بررسی و تحقیق قرار دهیم. نتیجه این بررسی تحلیلی پربازده، سطح یکنواختی از پیچیدگی، خطاهای کمتر و شاید مهمتر از همه، کاهش عباراتی چون "من نمی‌دانم حتی چگونه شروع کنم" است.

بسیاری از مدارهایی که تاکنون دیده‌ایم در واقع خیلی ساده بوده‌اند. با این وجود اینگونه مدارها در کمک به ما برای یادگیریِ اعمال تکنیک‌های اساسی، ارزشمند هستند. هرچند مدارهای پیچیده‌تری که در این فصل آمده‌اند ممکن‌است ارائه‌دهنده انواع سیستم‌های الکتریکی از جمله مدارهای کنترل، شبکه‌های مخابراتی، موتورها، یا مدارهای مجتمع و نیز مدل‌هایی از مدارهای الکتریکی سیستم‌های غیرالکتریکی باشند، ولی معتقدیم بهتر است زیاد بر روی این موارد خاص در این مرحله تأکید نکنیم. بکه بهتر است که در آغاز بر تکنولوژی حل مسئله توجه نماییم که در سرتاسر کتاب تکمیل خواهد شد.

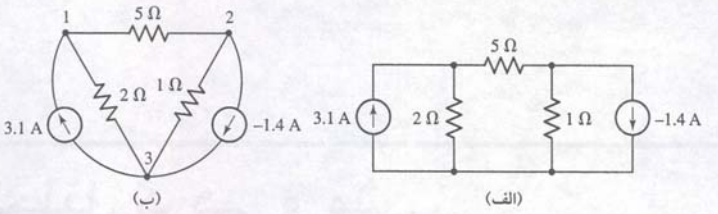
۴-۱ تحلیل گرهی

با روش‌های ساده‌سازی مدار را با روش قدرتمند KCL به‌نام **تحلیل گرهی** آغاز می‌کنیم. در فصل ۳، ما تحلیل یک مدار ساده با دو گره را ملاحظه نمودیم. دیدیم که قدم اساسی تحلیل، یافتن یک معادله یک مجهولی، برای ولتاژ بین دو گره بود.

حال تعداد گره‌ها را افزایش می‌دهیم و در نتیجه در ازای هر گره اضافی، یک معادله و یک مجهول اضافه می‌گردد. بنابراین یک مدار سه‌گرهی، دو ولتاژ مجهول و دو معادله، و یک مدار 10 گرهی تعداد 9 ولتاژ مجهول و 9 معادله دارد و بالاخره یک مدار N گرهی، (N - 1) ولتاژ مجهول و (N - 1) معادله خواهد داشت. هر معادله، در واقع یک معادله ساده KCL است.

برای تشریح تکنیک مدار سه‌گرهی شکل ۴-۱ (الف) را در نظر می‌گیریم. در اولین گام، به‌منظور تأکید بر سه‌گرهی بودن مدار، آن را دوباره طبق شکل ۴-۱ (ب) شماره‌گذاری می‌کنیم. هدف تعیین ولتاژ دو سر هر عنصر است و لذا گام بعدی تحلیل حساس خواهد بود. ما یک گره

1. methodical



شکل ۱ـ۴ (الف) مدار سه‌گرهی ساده. (ب) مداری که برای تأکید بر گره مجدداً ترسیم شده است. (ج) گره مرجع انتخابی و ولتاژهای تخصیص‌یافته. (د) مراجع ولتاژ خلاصه‌شده. اگر صلاح بود به‌جای "مرجع" از علامت زمین استفاده شود.

گرهٔ مرجع در نمودارهای مداری صفر ولت فرض می‌شود. ولی این نکته را به یاد داشته باشید که هر پایانه‌ای را می‌توان به‌عنوان پایانهٔ مرجع درنظرگرفت. پس گرهٔ مرجع نسبت به بقیهٔ ولتاژهای گرهی صفر است، ولی نسبت به زمین صفر نیست. باید گفت که معمولاً گره مرجع با علامت زمین نشان داده می‌شود.

را به عنوان مرجع اختیار می‌نماییم. این مرجع نقطه منفی ولتاژ گره‌های $(N - 1 = 2)$ مدار خواهد بود که در شکل ۱ـ۴ (ج) نشان داده شده است.

اگر گره مرجع را با بیشترین تعداد انشعاب انتخاب کنیم، کمی در ساده‌سازی معادلات تأثیر دارد. اگر گره به زمین وصل باشد، معمولاً انتخاب آن به‌عنوان مرجع اولویت دارد. غالباً ولی نه همیشه، گره زمین به‌صورت یک سیم مشترک در ته نمودار مدار ظاهر می‌گردد. مثلاً برای این مثال گره 3 به‌عنوان گره مرجع انتخاب شده است.

ولتاژ گره 1 نسبت به گره مرجع را v_1، و ولتاژ گره 2 را v_2 نسبت به گره مرجع تعریف می‌کنیم. این دو ولتاژ برای یافتن هر ولتاژ بین دو گره کافی است. مثلاً ولتاژ گره 1 نسبت به 2 برابر $v_1 - v_2$ است. ولتاژهای v_1 و v_2 و علامت‌های مربوط به آن‌ها در شکل ۱ـ۴ (ج) نشان داده شده‌اند. معمولاً با مشخص‌شدن گره مرجع، علامت مرجع نیز حذف می‌گردد، و گرهی که با ولتاژی علامت‌گذاری می‌شود پایانه مثبت فرض خواهد شد (شکل ۱ـ۴ (د)). این روال را نوعی تندنویسی ولتاژ می‌دانیم.

اکنون قانون KCL را به گره‌های 1 و 2 اعمال می‌کنیم. برای این‌کار جریان کل خارج‌شده از گره را با جریان وارده به آن مساوی قرار می‌دهیم. بنابراین:

$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{5} = 3.1 \qquad (۱)$$

یا

$$0.7v_1 - 0.2v_2 = 3.1 \qquad (۲)$$

در گره 2 داریم:

$$\frac{v_2}{1} + \frac{v_2 - v_1}{5} = -(-1.4) \qquad (۳)$$

یا

$$-0.2v_1 + 1.2v_2 = 1.4 \qquad (۴)$$

معادلات (۲) و (۴)، دو معادله مربوط به دو مجهول‌اند و می‌توان آن‌ها را به راحتی حل کرد. نتایج عبارتنداز $v_1 = 5V$ و $v_2 = 2V$.

با نتایج فوق می‌توان ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω یعنی $v_{5\Omega} = v_1 - v_2 = 3V$ را معین کرد. جریان و توان جذب‌شده نیز در یک گام قابل محاسبه‌اند.

باید توجه داشته باشیم که در نوشتن معادلات KCL در تحلیل گرهی، بیش از یک روش وجود دارد. مثلاً خواننده ممکن‌است مجموع همه جریان‌های وارده به یک گره مفروض را ترجیح دهد و این مجموع را برابر با صفر قرار دهد. بنابراین برای گره 1، ممکن‌است چنین بنویسیم:

$$3.1 - \frac{v_1}{2} - \frac{v_1 - v_2}{5} = 0$$

یا

$$3.1 + \frac{-v_1}{2} + \frac{v_2 - v_1}{5} = 0$$

که هر کدام از آن‌ها معادل با معادله (۱) است. سوال این‌است‌که آیا یک راه از دیگری بهتر است؟ هر معلم یا شاگردی خواسته‌های خود راگسترش می‌دهد و در پایان روز مهمترین چیز این‌است‌که پاسخ درست از آب درآید. نویسندگان ترجیح می‌دهند که معادلات KCL را برای تحلیل گرهی تشکیل دهند و در انتها همه جملات منبع جریان در یک سمت و جملات مقاومت در سمت دیگر قرار خواهد گرفت. یعنی:

مجموع جریان‌های وارده به یک گره از منابع جریان Σ
= مجموع جریان‌های خارج‌شده از گره‌ه به مقاومت‌ها Σ

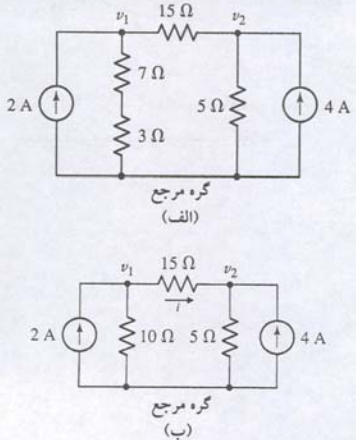
در این‌گونه روش‌ها چندین مزیت وجود دارد. ابتدا این‌که هرگز اشتباهی در رابطه با جملاتی مانند اینکه کدام‌یک از "$v_2 - v_1$" یا "$v_1 - v_2$" صحیح است، وجود نخواهد داشت. اولین ولتاژ در هر عبارت جریان در مقاومت متعلق به گرهی است که برای آن معادله KCL، مانند معادلات (۱) یا (۳)، نوشته شده‌اند. دوم، چک سریعی را فراهم می‌کند تا ببینیم آیا جمله‌ای به‌طور اتفاقی حذف شده است یا نه. کافی است تعد د منابع جریان متصل به یک گره را بشمارید و سپس مقاومت‌ها را شمارش نمایید؛ آن‌ها را به فرمی که بیان‌شده دسته‌بندی نمایید تا مقایسه کمی ساده‌تر شود.

مثال ۱ـ۴

جریان جاری در مقاومت 15Ω را از چپ به راست در شکل ۲ـ۴ (الف) به دست آورید.

تحلیل گرهی مستقیماً به مقادیر عددی برای ولتاژهای v_1 و v_2 منتهی می‌شود و جریان موردنظر برابر است با $i = (v_1 - v_2)/15$.

با این وجود قبل از اقدام به تحلیل گرهی، ما دقت می‌کنیم که جزئیاتی در مورد مقاومت 7Ω یا مقاومت 3Ω موردنظر نیست. بنابراین ما ممکن‌است ترکیب سری آن‌ها را با یک مقاومت 10Ω طبق شکل ۲ـ۴ (ب) جایگزین نماییم. نتیجه کاهش در تعداد معادلات موردحل است.



شکل ۲ـ۴ (الف) مدار چهارگرهی شامل دو منبع جریان مستقل. (ب) دو مقاومت سری با یک مقاومت 10 Ω جایگزین شده است تا تعداد گره‌ها به ۳ برسد.

برای گره 1 معادله KCL را می‌نویسیم:

$$2 = \frac{v_1}{10} + \frac{v_1 - v_2}{15} \qquad (۵)$$

و برای گره 2 داریم:

$$4 = \frac{v_2}{5} + \frac{v_2 - v_1}{15} \qquad (۶)$$

با مرتب‌کردن آن‌ها داریم:

$$5v_1 - 2v_2 = 60$$

و

$$-v_1 + 4v_2 = 60$$

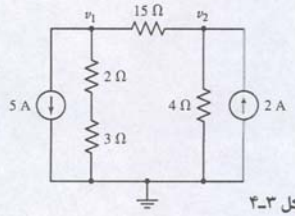
با حل این معادلات داریم $v_1 = 20$ V و $v_2 = 20$ V بنابراین $v_1 - v_2 = 0$. به بیان دیگر در مقاومت 15 Ω مقدار جریان صفر است.

تمرین

۱ـ۴ برای مدار شکل ۳ـ۴ ولتاژهای v_1 و v_2 را محاسبه کنید.

جواب: $v_1 = -145/8$V

$v_2 = 5/2$ V

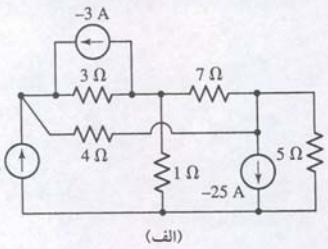


شکل ۳ـ۴

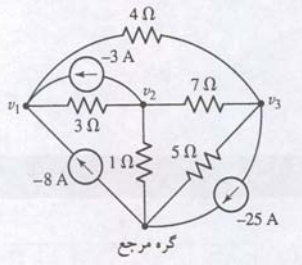
حال بیایید تعداد گره‌ها را افزایش دهیم و به این ترتیب مسئله راکمی مشکل‌تر کنیم.

مثال ۲ـ۴

ولتاژ گره‌ها را در مدار شکل ۴ـ۴ (الف) بیابید.



(الف)



(ب)

شکل ۴ـ۴ (الف) مدار چهارگرهی. (ب) ترسیم مجدد با گره مرجع و برچسب ولتاژها.

- هدف مسئله را شناسایی کنید.

در مدار چهار گره وجود دارد. با انتخاب گره پایین به‌عنوان مرجع، سه گره دیگر را مشابه شکل ۴ـ۴ (ب) نام‌گذاری می‌کنیم و شکل مدار را هم به صورت مناسب‌تری می‌کشیم.

- اطلاعات معلوم را جمع‌آوری نمایید.

سه ولتاژ مجهول v_1، v_2 و v_3 وجود دارند. همه مقاومت‌ها و منابع جریان مقداردهی شده‌اند.

- ارائه یک طرح.

روش اخیر تحلیل گرهی برای حل این مسئله بسیار مناسب است. با این روش می‌توان سه معادله KCL مستقل را برحسب منابع جریان و جریان هر مقاومت نوشت.

- معادلات مناسب را بنویسید.

حل را با نوشتن KCL برای گره 1 شروع می‌کنیم:

$$-8 - 3 = \frac{v_1 - v_2}{3} + \frac{v_1 - v_3}{4}$$

یا

$$0.5833v_1 - 0.3333v_2 - 0.25v_3 = -11 \qquad (۷)$$

در گره 2:

$$-(-3) = \frac{v_2 - v_1}{3} + \frac{v_2}{1} + \frac{v_2 - v_3}{7}$$

یا

$$-0.3333v_1 + 1.4762v_2 - 0.1429v_3 = 3 \qquad (۸)$$

و در گره 3:

$$-(-25) = \frac{v_3}{5} + \frac{v_3 - v_2}{7} + \frac{v_3 - v_1}{4}$$

یا ساده‌تر

$$-0.25v_1 - 0.1429v_2 + 0.5929v_3 = 25 \qquad (۹)$$

- آیا اطلاعات دیگری لازم است؟

ما سه معادله و سه مجهول داریم. با این شرط که آن‌ها مستقلند، این سه معادله برای یافتن ولتاژها کفایت می‌کند.

- اقدام به حل.

معادلات (۳) تا (۵) را می‌توان با حذف متوالی متغیرها، روش‌های ماتریسی یا دستور کرامر و دترمینان حل کرد، با به کارگیری آخرین روش داریم:

$$v_1 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & -0.3333 & -0.2500 \\ 3 & 1.4762 & -0.1429 \\ 25 & -0.1429 & 0.5929 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -0.2500 \\ -0.3333 & 1.4762 & -0.1429 \\ -0.2500 & -0.1429 & 0.5929 \end{vmatrix}} = \frac{1.714}{0.3167} = 5.412 \text{ V}$$

به‌طور مشابه:

$$v_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5833 & -11 & -0.2500 \\ -0.3333 & 3 & -0.1429 \\ -0.2500 & 25 & 0.5929 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{2.450}{0.3167} = 7.736 \text{ V}$$

و

$$v_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -11 \\ -0.3333 & 1.4762 & 3 \\ -0.2500 & -0.1429 & 25 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{14.67}{0.3167} = 46.32 \text{ V}$$

- صحت حل را تحقیق کنید. آیا جواب منطقی است؟

یکی از روش‌های تحقیق، حل سه معادله با روشی دیگر است. بعد از آن، ممکن‌است منطقی‌بودن مقادیر ولتاژ را بیابیم. حداکثر جریان ممکن در مدار $3 + 8 + 25 = 36\text{A}$ است. بزرگ‌ترین مقاومت مدار 7Ω می‌باشد، بنابراین ولتاژی بزرگ‌تر از $7 \times 36 = 252\text{V}$ را نمی‌توان انتظار داشت.

البته روش‌های متعددی برای حل سیستم معادلات خطی موجود است و ما چند نمونه از آن‌ها را در پیوست ۲ توصیف کرده‌ایم. قبل از پیدایش ماشین حساب‌های علمی، قانون کرامر (Cramer) که در مثال ۲ آن را دیدیم در تحلیل مدارها خیلی رایج بود، هرچند که گاهاً پیاده‌کردن آن‌ها خسته کننده است. با این وجود، استفاده از یک ماشین حساب ساده چهار عمل اصلی و آگاهی از تکنیک می‌تواند مفید واقع شود. از طرف دیگر نرم‌افزار متلب (MATLAB) هرچند که چندان در دسترس به‌نظر نمی‌رسد، بسته نرم‌افزاری قوی است که فرآیند حل را بسیار ساده می‌کند؛ در پیوست ۶ می‌توانید خلاصه‌ای راجع‌به آن را برای شروع مطالعه نمایید.

برای وضعیتی که در مثال ۲ـ۴ با آن مواجه شدید، چند انتخاب از طریق متلب وجود دارد. اول، ما می‌توانیم معادلات (۷)-(۹) را به صورت ماتریس درآوریم:

$$\begin{bmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -0.25 \\ -0.3333 & 1.4762 & -0.1429 \\ -0.25 & -0.1429 & 0.5929 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

به نحوی که

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -0.25 \\ -0.3333 & 1.4762 & -0.1429 \\ -0.25 & -0.1429 & 0.5929 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

در متلب چنین می‌نویسیم:

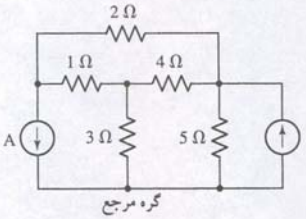
```
>> a = [0.5833 -0.3333 -0.25; -0.3333 1.4762 -0.1429;
   -0.25 -0.1429 0.5929];
>> c = [-11; 3; 25];
>> b = a^-1 * c
b =
   5.4124
   7.7375
  46.3127
>>
```

که در آن فاصله‌ها عناصر را در یک سطر از هم جدا می‌کنند و یک نقطه ویرگول (;) سطرها را جدا می‌نماید. ماتریس **b** که به صورت یک بردار به آن اشاره می‌شود، در حال ما یک ستون است. بنابراین $v_1 = 5.412$ V، $v_2 = 7.738$ V و $v_3 = 46.31$ V (البته خطای گردکردن وجود دارد).

ما می‌توانیم معادلات KCL را همان‌طور که آن‌ها را نوشتیم به کار برده و پردازنده نمادین متلب را استفاده کنیم.

```
>> eqn1 = '-8 -3 = (v1 - v2)/ 3 + (v1 - v3)/ 4';
>> eqn2 = '-(-3) = (v2 - v1)/ 3 + v2/ 1 + (v2 - v3)/ 7';
>> eqn3 = '-(-25) = v3/ 5 + (v3 - v2)/ 7 + (v3 - v1)/ 4';
>> answer = solve(eqn1, eqn2, eqn3, 'v1', 'v2', 'v3');
>> answer.v1
ans =
720/133
>> answer.v2
ans =
147/19
>> answer.v3
ans =
880/19
>>
```

که به پاسخ‌های دقیقاً یکسانی منتهی می‌گردد. روال *solve()* با لیستی از معادلات سمبلیک که ما آن‌ها را eqn1، eqn2 و eqn3 می‌نامیم فراخوانده می‌شود، ولی متغیرهای v1، v2 و v3 باید مشخص شوند. اگر *solve()* با متغیرهای کمتر از مجهولات فراخوانده شود، یک حل جبری بازگردانده می‌شود. فرم حل ارزش یک اظهارنظر سریع را دارد؛ پاسخ به اصطلاحی که در برنامه‌نویسی به آن اشاره می‌شود، یعنی به یک ساختار برمی‌گردد. در این حالت ما ساختار خود را "answer" می‌نامیم. هر مولفه از ساختار به‌طور جداگانه با نام نشان داده شده دستیابی می‌شود.



شکل ۵ـ۴

تمرین

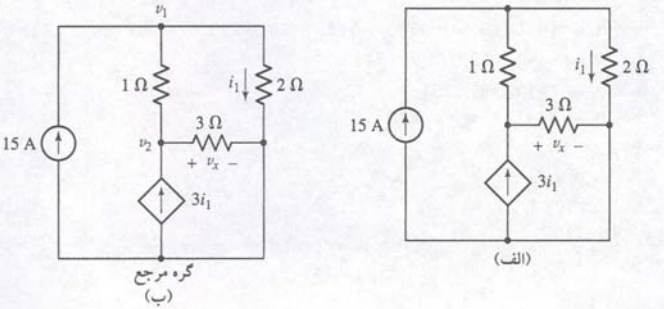
۲ـ۴ برای مدار شکل ۵ـ۴، ولتاژ دو سر هر منبع جریان را محاسبه نمایید.

جواب: $v_{3A} = 5.235$V و $v_{7A} = 11.47$V.

مثال ۳ـ۴

مثال قبل روشی پایه را در تحلیل گرهی نشان می‌دهد، ولی بررسی حالتی که منابع وابسته به هم وجود دارد ارزشمند است.

توان تحویل‌داده‌شده به وسیله منبع وابسته شکل ۶ـ۴ (الف) را معین نمایید.



شکل ۶ـ۴ (الف) یک مدار چهارگرهی حاوی یک منبع جریان وابسته. (ب) مدار برچسب‌دار برای تحلیل گرهی.

ما گره پایین را به عنوان مرجع انتخاب می‌کنیم، زیرا بیشترین تعداد انشعاب را دارد و با برچسب‌زنی ولتاژهای v_1 و v_2 طبق شکل ۶ـ۴ (ب) جلو می‌رویم. در واقع v_x برابر با v_2 است.

در گره 1 داریم:

$$15 = \frac{v_1 - v_2}{1} + \frac{v_1}{2} \qquad (۱۰)$$

و در گره 2:

$$3i_1 = \frac{v_2 - v_1}{1} + \frac{v_2}{3} \qquad (۱۱)$$

متأسفانه، ما دو معادله و سه مجهول داریم؛ این نتیجه مستقیم وجود یک منبع جریان وابسته است. زیرا به وسیله یک ولتاژ گره کنترل نمی‌شود. بنابراین ما باید یک معادله دیگری که جریان i_1 را به ولتاژهای گرهی بیشتری ارتباط دهد پیدا کنیم.

در این حالت داریم:

$$i_1 = \frac{v_1}{2} \qquad (۱۲)$$

که با جایگزینی در معادله (۱۱) داریم:

$$3v_1 - 2v_2 = 30 \qquad (۱۳)$$

و معادله (۱۰) منجر می‌شود به:

$$15v_1 + 8v_2 = 0 \qquad (۱۴)$$

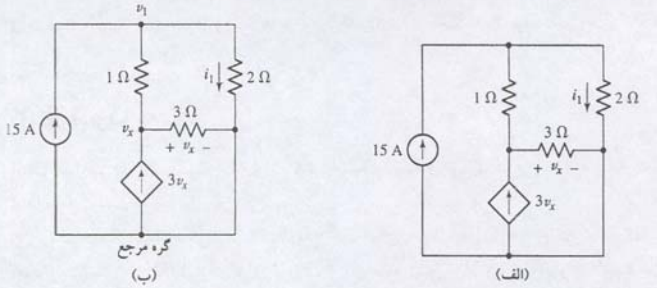
از حل آن‌ها داریم $v_1 = -40$ V، $v_2 = -75$ V و $i_1 = 0.5v_1 = -20$ A. بنابراین توان تحویلی به وسیله منبع وابسته به مدار برابر است با:

$$(3i_1)(v_2) = (-60)(-75) = 4.5 \text{ kW}$$

می‌بینیم که وجود یک منبع وابسته نیاز به خلق یک معادله اضافی در تحلیل ما دارد، و این هنگامی است که کمیت کنترل‌کننده یک ولتاژ گره نباشد. اکنون اجازه بدهید به همین مدار نگاه کنیم ولی این بار متغیر کنترل‌کننده منبع جریان وابسته به کمیت متفاوتی تغییر کند ـ یعنی ولتاژ دو سر مقاومت ۳ اهمی، که در واقع یک ولتاژ گره است. ما درخواهیم یافت که فقط دو معادله برای تکمیل تحلیل لازم است.

مثال ۴ـ۴

توان تولیدشده به وسیله منبع وابسته شکل ۷ـ۴ (الف) را معین نمایید.



شکل ۷ـ۴ (الف) یک مدار چهار گرهی ما منبع جریان وابسته. (ب) مدار برچسب‌زده‌شده برای تحلیل گرهی.

ما گره پایین را به عنوان مرجع انتخاب کرده و ولتاژ گره‌ها را طبق شکل ۷ـ۴ (ب) برچسب می‌زنیم. ما ولتاژ v_x را به خاطر صراحت جداگانه نام‌گذاری کرده‌ایم ولی این افزونی در نام‌گذاری لزومی هم ندارد. توجه کنید که انتخاب ما در گره مرجع در این حالت مهم است؛ این انتخاب منجر به کمیت v_x به عنوان ولتاژ گره می‌گردد.

معادله KCL برای گره 1 برابر است با:

$$15 = \frac{v_1 - v_x}{1} + \frac{v_1}{2} \qquad (۱۵)$$

و برای گره x داریم:

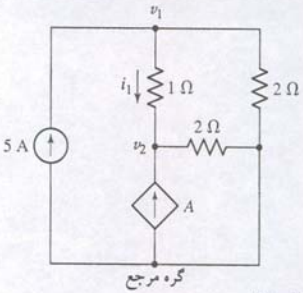
$$3v_x = \frac{v_x - v_1}{1} + \frac{v_2}{3} \qquad (۱۶)$$

با دسته‌بندی و حل مجهولات داریم $v_1 = \frac{50}{7}$ V و $v_x = -\frac{30}{7}$ V، بنابراین منبع وابسته در مدار توان $55.1\ \text{W} = (3v_x)(v_x)$ را تولید می‌کند.

تمرین

۴ـ۳ برای مدار شکل ۴ـ۸ ولتاژ گره v_1 اگر A برابر (الف) $2i_1$، (ب) $2v_1$ باشد را پیدا کنید.

جواب: (الف) $\frac{70}{9}$ V، (ب) -10 V.



شکل ۴ـ۸

خلاصه‌ای از رویه تحلیل گرهی پایه

۱. **تعداد گره‌ها را بشمارید** (N).

۲. **یک گره مرجع انتخاب نمایید.** تعداد جملات در معادلات گره با انتخاب گرهی که بیشترین انشعاب را دارد، حداقل می‌شود.

۳. **ولتاژهای گره را برچسب بزنید (نام‌گذاری کنید).** تعداد آن‌ها $N - 1$ است.

۴. **یک معادله KCL برای هر گره غیرمرجع بنویسید.** مجموع جریان‌های جاری به یک گره از منابع در یک سمت معادله است. در سمت دیگر مجموع جریان‌های خارج‌شده از گره به مقاومت‌ها است. توجه دقیقی به علامت‌های "−" بشود.

۵. **هر مجهول اضافی دیگر مانند جریان‌ها یا ولتاژها را به جز گره‌ها برحسب ولتاژ گره‌ها بنویسید.** این وضعیت هنگامی اتفاق می‌افتد که منابع ولتاژ یا منابع وابسته در مدار ما پیدا شوند.

۶. **معادلات را سازمان‌دهی کنید.** جملات را برطبق ولتاژ گره‌ها دسته‌بندی نمایید.

۷. **سیستم معادلات را برای ولتاژ گره‌ها حل کنید** (تعداد $N - 1$ عدد وجود دارد).

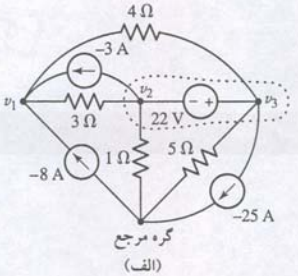
این هفت گام اصلی روی هر مداری که ما با آن مواجه شویم کار می‌کند، در هر صورت وجود منابع ولتاژ دقت بیشتری نیاز دارد. این وضعیت‌ها در بخش ۲ـ۴ مورد بحث قرار گرفته است.

۲ـ۴ اَبَرگره

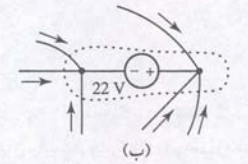
اینک خواهیم دید که چگونه منابع ولتاژ و نیز منابع وابسته بر تحلیل گرهی تأثیر می‌گذارند. ابتدا اثر یک منبع ولتاژ را بررسی می‌کنیم.

به‌عنوان‌مثال، مدار شکل ۹ـ۴ (الف) را ملاحظه نمایید. مدار چهارگرهی اصلی شکل ۴ـ۴ با جایگزینی مقاومت 7Ω بین گره‌های 2 و 3، از یک منبع ولتاژ 22V کمی تغییر یافته است. باز هم همان ولتاژهای v_1، v_2 و v_3 را به گره‌ها نسبت می‌دهیم. قبلاً گام بعدی تحلیل شامل اعمال قانون KCL به هر سه گره غیرمرجع بود. اگر ما آن گام را مجدداً تکرار کنیم، در هر دو گره 2 و 3 به اشکال برمی‌خوریم، زیرا جریان شاخه‌ای که منبع ولتاژ در آن است را نمی‌دانیم. چون ولتاژ یک منبع ولتاژ، مستقل از جریان آن است، بهیچ‌وجه نمی‌توانیم جریان آن را بیان کنیم.

برای غلبه بر این مشکل دو راه وجود دارد. مشکل‌ترین راه تخصیص جریان نامعلوم به شاخه‌ای است که منبع ولتاژ در آن قرار دارد. آنگاه KCL را سه بار اعمال می‌کنیم و بین



(الف)



(ب)

شکل ۹ـ۴ (الف) مدار مثال ۲ـ۴ با منبع 22V. (ب) گسترش ناحیه اَبَرگره؛ KCL بیان می‌کند که جمع همه جریان‌ها در این ناحیه باید صفر باشد و یا در غیر این‌صورت الکترون‌ها تجمع کنند و یا ناحیه با کمبود الکترون مواجه شود.

گره‌های 2 و 3 یک معادله KVL ($v_3 - v_2 = 22$) می‌نویسیم. حاصل این کار برای این مدار چهار معادله است.

راه ساده‌تر این‌است‌که گره‌های 2 و 3 و منبع ولتاژ را به‌صورت نوعی ابرگره تصور کرده و KCL را به‌طور همزمان به هر دو گره اعمال‌نماییم. ابرگره به‌وسیله ناحیه‌ای که با خط‌چین محصور شده شناخته می‌شود (شکل ۹ـ۴ (الف)). این کار مسلماً مجاز است، زیرا اگر جریان کل خارج‌شده از گره 2 و جریان کل خارج‌شده از گره 3 برابر صفر باشند، آنگاه جریان خارج‌شده از هر دو گره صفر خواهد بود. این مفاهیم در شکل ۹ـ۴ (ب) با گسترش تصویر نشان داده شده است.

مثال ۵ـ۴

مقدار ولتاژ گره v_1 در مدار شکل ۹ـ۴ (الف) را معین کنید.

معادله KCL در گره 1، با توجه به مثال قبل بدون تغییر است:

$$-8 - 3 = \frac{v_1 - v_2}{3} + \frac{v_1 - v_3}{4}$$

یا

$$0.5833v_1 - 0.3333v_2 - 0.2500v_3 = -11 \qquad (۱۷)$$

کار را با مساوی قراردادن حاصل‌جمع شش جریان و برابر قراردادن ابرگره با صفر آغاز می‌نماییم. برای اَبَرگره، با انشعاب مقاومت 3Ω شروع کرده و در جهت ساعتگرد کار می‌کنیم.

$$3 + 25 = \frac{v_2 - v_1}{3} + \frac{v_3 - v_1}{4} + \frac{v_3}{5} + \frac{v_2}{1}$$

یا

$$-0.5833v_1 + 1.3333v_2 + 0.45v_3 = 28 \qquad (۱۸)$$

چون سه مجهول داریم، به یک معادله اضافی دیگر نیاز است، همچنین باید این واقعیت که، یک منبع 22V بین گره‌های 2 و 3 واقع است را نیز درنظرگرفت.

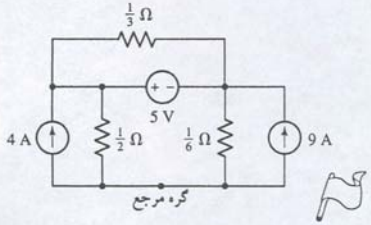
$$v_2 - v_3 = -22 \qquad (۱۹)$$

از حل معادلات (۱۷) تا (۱۹)، حل $v_1 = 1.071$V به‌دست می‌آید.

تمرین

۴ـ۴ برای مدار شکل ۴ـ۱۰، ولتاژ دو سر هر منبع جریان را به‌دست آورید.

جواب: 5.375V و 375mV



شکل ۱۰ـ۴

بنابراین جدا از وجود منبع ولتاژ در بین دو گره و یا بین یک گره و مرجع، وجود منبع ولتاژ تعداد گره‌های غیرمرجعی که باید در آن‌ها قانون KCL را نوشت، یک واحد کم می‌کند. همچنین در تحلیل مدارهایی چون مسئله ۴ـ۴ باید دقت کافی مبذول داریم، زیرا هر دو انتهای مقاومت‌ها بخشی از اَبَرگره هستند، و ما باید دو جمله جریان در معادله KCL داشته باشیم ضمن آن که آن‌ها یکدیگر را حذف می‌کنند. می‌توانیم روش اَبَرگره را مطابق زیر خلاصه کنیم.

خلاصه تحلیل رویه تحلیل اَبَرگره

۱. **تعداد گره‌ها را بشمارید** (N).

۲. **گره مرجع را مشخص نمایید.** تعداد جملات در معادلات گره با انتخاب گرهی که بیشترین تعداد انشعاب را دارد حداقل می‌شود.

۳. **ولتاژهای گره را نام‌گذاری کنید** ($N - 1$ عدد).

۴. **اگر مدار حاوی منابع ولتاژ باشد، حول هر یک، یک اَبَرگره ایجاد کنید.** این کار با محصورکردن منبع، دو پایانه‌اش، و هر عنصر دیگری که بین دو پایانه است در یک حصار خط‌چین انجام می‌شود.

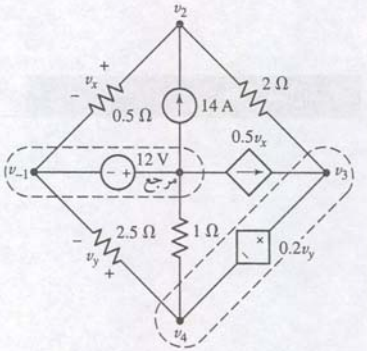
۵. **یک معادله KCL برای هر گره غیرمرجع و هر اَبَرگره که حامل گره مرجع نیست بنویسید.** مجموع جریان‌های جاری در یک گره / اَبَرگره از منابع جریان در یک سمت معادله است. در سمت دیگر مجموع جریان‌های جاری به خارج گره / اَبَرگره قرار دارد که از مقاومت‌ها می‌گذرند. به علامات "−" توجه کنید.

۶. **ولتاژ دو سر هر منبع را به ولتاژهای گره‌ها مرتبط کنید.** این کار با اعمال KVL انجام می‌شود. تعریف یک چنین معادله‌ای برای هر اَبَرگرهی صورت می‌گیرد.

۷. **هر مجهول دیگر (یعنی جریان یا ولتاژ به‌جز ولتاژهای گره) را برحسب ولتاژهای گره‌های مناسب بنویسید.** این وضعیت هنگامی پیش می‌آید که منابع وابسته در مدار پیدا شود.

۸. **معادلات را سازمان‌دهی کنید.** جملات را برطبق ولتاژ گره‌ها دسته‌بندی کنید.

۹. **سیستم معادلات را برای ولتاژ گره‌ها حل کنید** ($N - 1$ عدد از آن‌ها وجود دارد).



شکل ۱۱ـ۴ یک مدار پنج گرهی با چهار نوع منبع متفاوت.

می‌بینیم که ما برای رویه تحلیل گرهی کلی خودگام‌هایی را اضافه کرده‌ایم. با این وجود در واقعیت به‌کارگیری تکنیک اَبَرگره در یک مداری که منابع ولتاژ به گره‌ها وصل نیستند سبب کاهش تعداد معادلات KCL لازم می‌گردد. با توجه به این مطالب اجازه بدهید تا مدار شکل ۱۱ـ۴ راکه حاوی هر چهار نوع منبع و پنج گره است بررسی نماییم.

مثال ۶ـ۴

ولتاژهای گره به مرجع را در شکل ۱۱ـ۴ به‌دست‌آورید.

پس از ایجاد ابرگره حول هر منبع ولتاژ، می‌بینیم که KCL را باید فقط در گره 2 و ابرگره مربوط به منبع ولتاژ وابسته بنویسیم. هیچ معادله اضافی برای ابرگره شامل گره 1 و منبع ولتاژ مستقل لازم نیست، زیرا واضح است که $v_1 = -12\text{V}$.

در گره 2:

$$\frac{v_2 - v_1}{0.5} + \frac{v_2 - v_3}{2} = 14 \qquad (۲۰)$$

ضمن این‌که در ابرگره 3-4

$$0.5v_x = \frac{v_3 - v_2}{2} + \frac{v_4}{1} + \frac{v_4 - v_1}{2.5} \qquad (۲۱)$$

سپس ولتاژ منابع را به ولتاژ گره‌ها ربط می‌دهیم:

$$v_3 - v_4 = 0.2v_y \qquad (۲۲)$$

و

$$0.2v_y = 0.2(v_4 - v_1) \qquad (۲۳)$$

بالاخره منبع جریان وابسته را برحسب متغیرها بیان می‌کنیم:

$$0.5v_x = 0.5(v_2 - v_1) \qquad (۲۴)$$

در تحلیل گرهی چهار KCL، پنج گره لازم است ولی ما این نیاز را به 2 رساندیم و این کار با ایجاد دو اَبَرگره جداگانه حاصل شد. هر اَبَرگره یک معادله KVL لازم دارد (معادله (۲۲) و $v_1 = -12$، که بعدی هم با مشاهده نوشته شده است). هیچ‌یک از منابع ولتاژ با ولتاژهای گره کنترل نشده است، در نتیجه دو معادله اضافی دیگر لازم است.

با انجام این کار، اکنون ما می‌توانیم v_x و v_y را برای به‌دست‌آوردن مجموع چهار معادله در چهار گره ولتاژ، حذف کنیم.

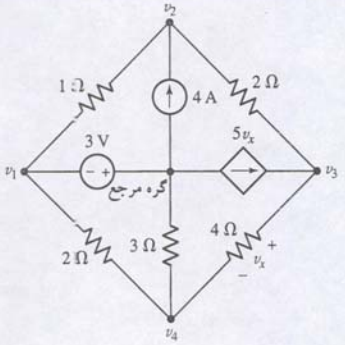
$$\begin{aligned} -2v_1 + 2.5v_2 - 0.5v_3 &= 14 \\ 0.1v_1 - v_2 + 0.5v_3 + 1.4v_4 &= 0 \\ v_1 &= -12 \\ 0.2v_1 + v_3 - 1.2v_4 &= 0 \end{aligned}$$

از حل آن‌ها $v_1 = -12\text{V}$، $v_2 = -4\text{V}$، $v_3 = 0\text{V}$ و $v_4 = -2\text{V}$ به‌دست می‌آیند.

تمرین

۴ـ۵ ولتاژهای گره‌ها را در مدار شکل ۱۲ـ۴ معین کنید.

جواب: $v_1 = 3\text{ V}$، $v_2 = 5.09\text{ V}$، $v_3 = 1.28\text{ V}$ و $v_4 = 1.68\text{ V}$.



شکل ۱۲ـ۴

۳ـ۴ تحلیل مِش[1]

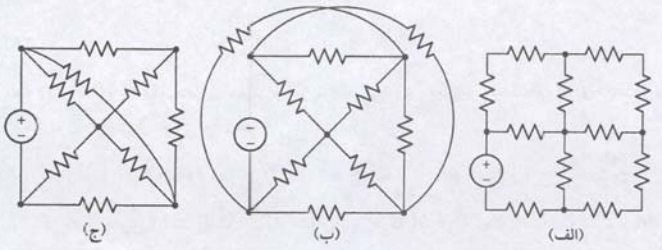
تکنیک تحلیل گرهی مورد بحث در بخش قبل کاملاً کلی و به هر شبکه الکتریکی قابل اعمال است. روشی دیگر که گاهی اعمال آن به بعضی مدارها ساده‌تر است، تحلیل **مش یا تک‌حلقه‌ای** می‌باشد. حتی اگر این تکنیک به هر مداری قابل اعمال نباشد، اکثر مدارهای موردنظر ما با این روش حل می‌شوند. تحلیل مش تنها به آن دسته از مدارها که به‌صورت مسطح هستند قابل اعمال است، و لذا به تعریف این کلمه می‌پردازیم.

می‌توان نمودار یک مدار را در صفحه‌ای مسطح چنان رسم کرد که هیچ انشعابی از بالا و یا از زیر انشعابی دیگر نگذرد. آنگاه این مدار را **مسطح یا صفحه‌ای** می‌نامیم. بنابراین شکل ۱۳ـ۴ (الف) مدار مسطح، شکل ۱۳ـ۴ (ب) یک مدار غیرمسطح و شکل ۱۳ـ۴ (ج) هم یک مدار مسطح است، هرچند که این مدار در نگاه اول غیرمسطح به‌نظر می‌رسد.

در بخش ۱ـ۳، کلمات **مسیر**[2]، **مسیر بسته**[3] و **حلقه**[4] را تعریف کردیم. قبل از این‌که **مش** را تعریف کنیم، اجازه بدهید تا مجموعه‌ای از انشعاباتی که در شکل ۱۴ـ۴ پررنگ رسم شده‌اند را بررسی نماییم. اولین انشعاب یا شاخه مسیر نیست، زیرا چهار شاخه به گره مرکزی متصلند و مسلم است که این شاخه‌ها حلقه هم نمی‌باشند. شاخه‌های دوم مسیر نیستند زیرا در طی آن‌ها باید از گره مرکزی بگذریم. چهار مسیر باقیمانده همگی حلقه می‌باشند. این مدار 11 انشعاب دارد.

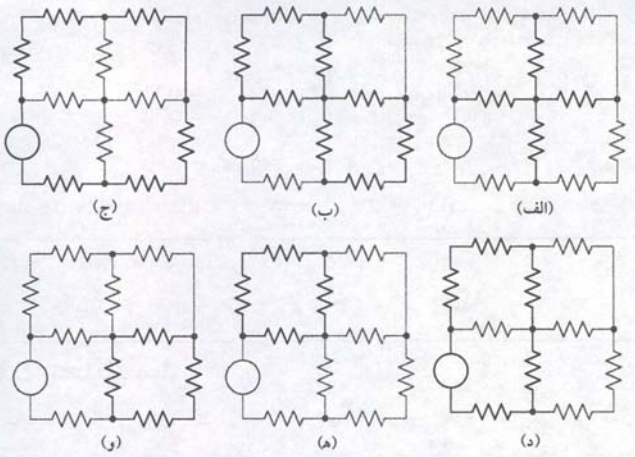
مش بخشی از مدارهای مسطح است و برای یک مدار غیر مسطح تعریف نمی‌شود. **ما مش را حلقه‌ای تصور می‌کنیم که در داخل آن حلقه دیگری وجود ندارد.** بنابراین حلقه‌های شکل ۱۴ـ۴ (ج) و (د) مش نیستند، ولی آن‌هایی که در (هـ) و (و) آمده‌اند، مش می‌باشند. به محض ترسیم مرتب و مسطح یک مدار، **معمولاً یک مش به‌صورت پنجره‌ای مشبک** درمی‌آید که محیط هر شیشه این پنجره را می‌توان یک مش درنظرگرفت.

باید متذکر شد تحلیل مش را می‌توان به مدارهای غیرمسطح اعمال نمود ولی چون نمی‌توان مجموعه کاملی از مش‌های منحصر را برای این مدار تعریف کرد، تخصیص جریان‌های مش منحصربه‌فرد امکان‌پذیر نیست.



شکل ۱۳ـ۴ مثال‌هایی از شبکه‌های مسطح (صفحه‌ای) و غیرمسطح. تقاطع‌هایی که در آن‌ها نقطه پررنگ وجود ندارد از لحاظ فیزیکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

1. mesh analysis 2. path
3. closed path 4. loop



شکل ۱۴ـ۴ (الف) شاخه‌های پُررنگ نه مسیرند و نه حلقه. (ب) شاخه‌های پُررنگ مسیر نیستند، زیرا برای پیمودن آن‌ها باید دو بار از گره مرکزی بگذریم. (ج) این مسیر یک حلقه است ولی مش نیست، زیرا حلقه دیگری را دربرمی‌گیرد. (د) این مسیر هم حلقه است، ولی مش نیست. (ه) و (و) هر دو مسیر هم حلقه هستند و هم مش.

اگر شبکه‌ای مسطح باشد، برای تحلیل آن می‌توان از روش مش استفاده کرد. در این روش مفهوم **جریان مش** به‌کاربرده می‌شود، که ما آن را با توجه به مدار دو مش شکل ۱۵ـ۴ معرفی خواهیم کرد.

به همان فرمی که در مدار تک‌حلقه‌ای عمل کردیم، تحلیل را با تعریف جریان در یکی از شاخه‌ها آغاز می‌نماییم. بیایید جریانی که از مقاومت 6Ω می‌گذرد را i_1 بنامیم. می‌خواهیم KVL را در هر دو مش اعمال کنیم، و دو معادله حاصل از آن هم برای تعیین جریان‌های مجهول کافی است. پس جریان i_2 را معرفی می‌کنیم که از مقاومت 4Ω به سمت راست جاری است. جریانی که از شاخه مرکزی به پایین می‌رود را i_3 می‌خوانیم ولی از KCL واضح است که i_3 را می‌توان به صورت $(i_1 - i_2)$ هم نوشت. جریان‌های انتخابی در شکل ۱۵ـ۴ (ب) نشان داده شده‌اند.

با توجه به روش حل مدار تک‌حلقه، اکنون KVL را به مش سمت چپ اعمال می‌کنیم:

$$-42 + 6i_1 + 3(i_1 - i_2) = 0$$

یا

$$9i_1 - 3i_2 = 42 \qquad (۲۵)$$

با اعمال KVL به مش سمت راست داریم:

$$-3(i_1 - i_2) + 4i_2 - 10 = 0$$

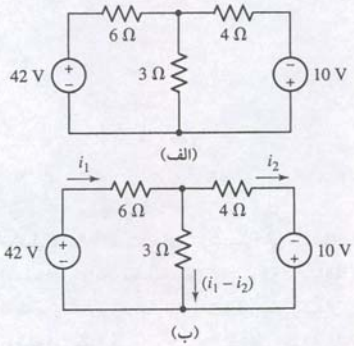
یا

$$-3i_1 + 7i_2 = 10 \qquad (۲۶)$$

معادلات (۲۵) و (۲۶) مستقل از هم‌اند و نمی‌توان یکی را از دیگری به‌دست‌آورد. دو معادله و دو مجهول وجود دارد و می‌توان به‌راحتی آن‌ها را حل کرد:

$$i_1 = 6\text{A} \qquad i_2 = 4\text{A} \qquad (i_1 - i_2) = 2\text{A}$$

اگر مدار حاوی M مش باشد، آنگاه انتظار می‌رود که M جریان مش انتخاب کنیم و M معادله مستقل بنویسیم.



شکل ۱۵ـ۴ مدار ساده‌ای که جریان آن‌ها مورد تقاضا است.

حال بیایید همین مسئله را با درنظرگرفتن جریان‌های مشی که کمی با روش قبل تفاوت دارد حل کنیم. جریان مش را جریانی که از پیرامون آن می‌گذرد تعریف می‌کنیم. یکی از مزایای مهم در به‌کارگیری جریان‌های مش این‌است‌که قانون جریان کیرشهف به‌طور خودکار رعایت می‌شود. اگر جریان شبکه وارد گرهی شود، مسلماً از آن خارج هم خواهد شد.

اگر مش سمت چپ را با 1 شماره‌گذاری کنیم، می‌توان جریان مش i_1 را در آن و در جهت ساعتگرد ایجاد کرد. یک جریان مش با یک پیکان قوسی که بر روی خودش تقریباً بسته می‌شود طبق شکل ۱۶ـ۴ مشخص می‌گردد. جریان i_2 در مش باقیمانده و دوباره در جهت ساعتگرد فرض می‌شود. گرچه انتخاب جهت اختیاری است، ولی همواره جهت ساعتگرد انتخاب می‌شود تا خطای ناشی از آن کاهش یابد. در مدار دیگر هیچ جریان یا پیکان جریانی مستقیماً روی هر انشعاب نشان داده نشده است. جریان هر شاخه باید با ملاحظه جریان‌های هر مشی که انشعاب متعلق به آن است معین شود. این کار چندان مشکل نیست، زیرا هیچ انشعابی در بیش از دو مش ظاهر نمی‌گردد. مثلاً مقاومت 3Ω در دو مش وجود دارد و جریان رو به پایین آن، $i_1 - i_2$ است. مقاومت 6Ω تنها در مش 1 قرار داشته و جریان i_1 به سمت راست آن جریان دارد.

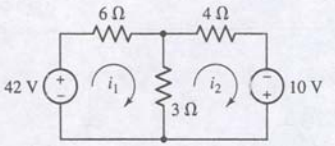
برای مش سمت چپ:

$$-42 + 6i_1 + 3(i_1 - i_2) = 0$$

درحالی‌که برای مش سمت راست

$$3(i_2 - i_1) + 4i_2 - 10 = 0$$

این دو، معادل با معادلات (۲۵) و (۲۶) می‌باشند.



شکل ۱۶ـ۴ همان مدار شکل ۱۵ـ۴ (ب) با کمی تفاوت دید.

جریان مش به‌عنوان جریان یک شاخه شناخته می‌شود. مثلاً i_1 و i_2 در این مثال از آن جمله‌اند. البته همیشه این‌طور نیست. به‌زودی خواهیم دید که در یک شبکه 9 حلقه‌ای جریان حلقه وسط در هیچ شاخه یا انشعابی نیست.

مثال ۷ـ۴

توان تولیدشده به وسیله منبع 2 V شکل ۱۷ـ۴ (الف) را معین نمایید.

ما ابتدا دو جریان مش در جهت عقربه ساعت را طبق شکل ۱۷ـ۴ (ب) تعریف می‌کنیم.

با شروع در سمت چپ پایین مش 1، ما معادله KVL زیر را ضمن دنبال‌کردن جهت عقربه ساعت از انشعاب‌ها می‌نویسیم:

$$-5 + 4i_1 + 2(i_1 - i_2) - 2 = 0$$

با تکرار این کار در مش 2 داریم:

$$+2 + 2(i_2 - i_1) + 5i_2 + 1 = 0$$

با مرتب‌کردن و گروه‌بندی جملات داریم:

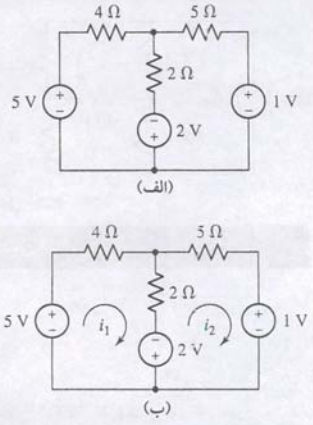
$$6i_1 - 2i_2 = 7$$

$$-2i_1 + 7i_2 = -3$$

با حل آن‌ها داریم:

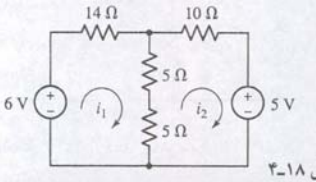
$$i_2 = -\frac{2}{19} = -0.1053\text{ A} \quad \text{و} \quad i_1 = \frac{42}{38} = 1.132\text{ A}$$

جریان خارج‌شده از مرجع مثبت منبع 2 V برابر است با $i_1 - i_2$. بنابراین منبع 2 V توان $(2)(1.237) = 2.474\text{ W}$ را تولید می‌کند.



شکل ۱۷ـ۴ (الف) مدار دو مش حامل سه منبع. (ب) مدار برچسب‌خورده برای تحلیل مش.

تمرین



شکل ۱۸ـ۴

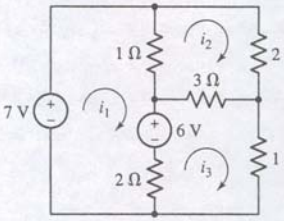
۶ـ۴ در مدار شکل ۱۸ـ۴، i_1 و i_2 را معین کنید.

جواب: $i_1 = +184.2\text{mA}$ و $i_2 = -157.9\text{mA}$

بگذارید مدار شکل ۱۹ـ۴ را با پنج گره، هفت انشعاب و سه مش درنظربگیریم. این مسئله کمی پیچیده‌تر است زیرا یک مش اضافی دارد.

مثال ۸ـ۴

برای تعیین جریان مش شکل ۱۹ـ۴ از تحلیل مش استفاده کنید.



شکل ۱۹ـ۴ مدار پنج‌گرهی، هفت شاخه‌ای و سه مش.

سه جریان مش در شکل ۱۹ـ۴ وجود دارند و ما KVL را حول هر مش اعمال می‌کنیم:

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 6 + 2(i_1 - i_3) = 0$$
$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$
$$2(i_3 - i_1) - 6 + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

پس از ساده‌سازی:

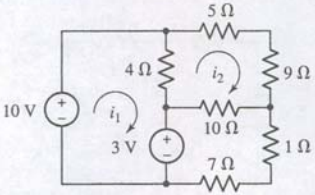
$$3i_1 - i_2 - 2i_3 = 1$$
$$-i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0$$
$$-2i_1 - 3i_2 + 6i_3 = 6$$

از حل آن‌ها خواهیم داشت $i_1 = 3\text{A}$، $i_2 = 2\text{A}$ و $i_3 = 3\text{A}$.

تمرین

۷ـ۴ i_1 و i_2 را در شکل ۲۰ـ۴ بیابید.

جواب: 2.220A و 470.0mA

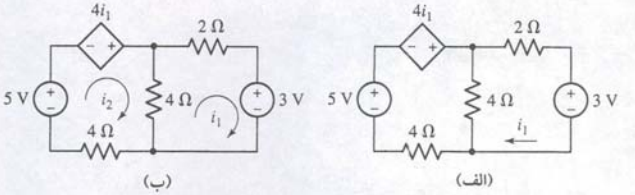


شکل ۲۰ـ۴

مثال ۹ـ۴

مثال‌های قبل در مورد مدارهایی بحث کردند که به وسیله منابع ولتاژ مستقلی فعال می‌شدند. اگر در یک مدار منبع جریانی لحاظ شود، ممکن‌است طبق بخش ۴ـ۴ تحلیل را ساده و یا پیچیده‌تر کند. طبق معادلات ما در تکنیک تحلیل گرهی، منابع وابسته عموماً به یک معادله اضافی در کنار M معادله مش نیاز دارند، مگر این‌که متغیر کنترل‌کننده یک جریان مش باشد (یا مجموع جریان‌های مش). ما این نکته را با مثال زیر باز می‌کنیم.

جریان i_1 را در مدار شکل ۲۱ـ۴ (الف) معین کنید.



شکل ۲۱ـ۴ (الف) مدار دو مش حاوی یک منبع وابسته. (ب) مدار برچسب‌خورده برای تحلیل مش.

جریان i_1 در واقع یک جریان مش است، لذا به جای تعریف مجدد آن ما جریان مش سمت راست را i_1 می‌نامیم و یک جریان ساعتگرد i_2 را برای مش سمت چپ، طبق شکل ۲۱ـ۴ (ب) برمی‌گزینیم.

برای مش سمت چپ، KVL به ما می‌دهد:

$$-5 - 4i_1 + 4(i_2 - i_1) + 4i_2 = 0 \qquad (۲۷)$$

و برای مش سمت راست داریم:

$$4(i_1 - i_2) + 2i_1 + 3 = 0 \qquad (۲۸)$$

با دسته‌بندی جملات، این معادلات به صورت فشرده‌تر زیر درمی‌آیند:

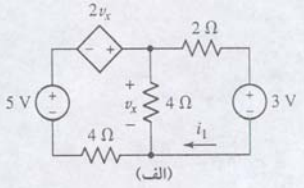
$$6i_1 - 4i_2 = -3 \quad \text{و} \quad -8i_1 + 8i_2 = 5$$

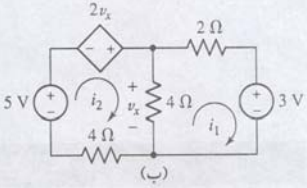
با حل آن‌ها $i_2 = 375\text{ mA}$ و $i_1 = -250\text{ mA}$ خواهد بود.

چون منبع وابسته در شکل ۲۱ـ۴ به وسیله جریان مش (i_1) کنترل می‌شود، تنها دو معادله (۲۷) و (۲۸) برای تحلیل مدار دو مش لازم شد. در مثال زیر، ما وضعیتی را بررسی می‌کنیم که متغیر کنترل‌کننده یک جریان مش نیست.

مثال ۱۰ـ۴

جریان i_1 را در مدار شکل ۲۲ـ۴ (الف) معین نمایید.





شکل ۲۲ـ۴ (الف) مداری با یک منبع وابسته کنترل‌شده با یک ولتاژ. (ب) مدار برچسب‌خورده برای تحلیل مش.

برای این‌که بتوانیم مقایسه‌ای با مثال ۹ـ۴ داشته باشیم، ما همان تعاریف جریان مش را طبق شکل ۲۲ـ۴ (ب) به کار می‌بریم.

برای مش سمت چپ، KVL نتیجه می‌دهد:

$$-5 - 2v_x + 4(i_2 - i_1) + 4i_2 = 0 \qquad (۲۹)$$

و برای مش سمت راست، ما مثل قبل عمل می‌کنیم، یعنی:

$$4(i_1 - i_2) + 2i_1 + 3 = 0 \qquad (۳۰)$$

چون منبع وابسته با ولتاژ ناشناخته v_x کنترل شده است، ما با دو معادله و سه مجهول مواجه هستیم. راه خروجی از این مشکل ساخت یک معادله برای v_x برحسب جریان‌های مش مانند زیر است:

$$v_x = 4(i_2 - i_1) \qquad (۳۱)$$

ما این سیستم معادلات را با جایگزینی معادله (۳۱) در معادله (۲۹) ساده می‌کنیم، نتیجه آن چنین است:

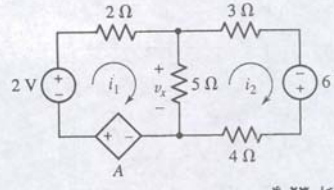
$$4i_1 = 5$$

با حل آن $i_1 = 1.25\text{ A}$ خواهد شد. در این لحظه خاص، معادله (۳۰) لازم نیست مگر این‌که مقداری برای i_2 موردنظر باشد.

تمرین

۸ـ۴ i_1 را در مدار شکل ۲۳ـ۴ معین کنید، به شرطی که کمیت A برابر باشد با: (الف) $2i_2$ و (ب) $2v_x$.

جواب: (الف) 1.35 A و (ب) 546 mA.



شکل ۲۳ـ۴

رویه تحلیل مش را می‌توان طی هفت گام مطابق زیر خلاصه کرد. اگر ما روی هر مدار مسطحی کار کنیم همیشه با آن مواجهیم، هرچند منابع جریان نیز به دقت بیشتری دارد. چنین مواردی در بخش ۴ـ۴ بحث شده است.

خلاصه رویه تحلیل مش پایه

۱. **مشخص کنید که آیا مدار از نوع مسطح است.** اگر خیر در عوض تحلیل گرهی را اجرا کنید.

۲. **تعداد مش‌ها را بشمارید** (M). در صورت لزوم مدار را دوباره رسم کنید.

۳. **هر جریان مش M را نام‌گذاری نمایید.** معمولاً تعریف همه جریان‌ها در جهت عقربه ساعت تحلیل را ساده‌تر می‌نماید.

۴. **معادله KVL را حول هر مش بنویسید.** از یک گره قراردادی شروع کرده و در جهت جریان مش جلو بروید. توجه خاصی به علامت "-" داشته باشید. اگر منبع جریان در مرز مش باشد، معادله KVL لازم نیست و جریان مش با وارسی معین می‌گردد.

۵. **هر مجهول اضافی مانند ولتاژ یا جریان‌هایی به جز جریان‌های مش را برحسب جریان مش مناسبی بنویسید.** این هنگامی اتفاق می‌افتد که منابع وابسته یا منابع جریان در مدار ما ظاهر گردند.

۶. **معادلات را سازمان‌دهی نمایید.** جملات را برحسب جریان مش‌ها دسته‌بندی کنید.

۷. **سیستم معادلات را برای جریان‌های مش حل کنید** (M عدد از آن‌ها را داریم).

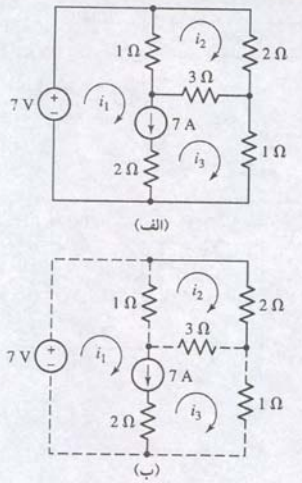
۴ـ۷ آبَرمش

اگر منبع جریانی در شبکه باشد، روش سرراست فوق را چگونه باید اصلاح کرد؟ با توجه به تحلیل گرهی دو روش زیر پیشنهاد می‌شود: اول این‌که ولتاژ مجهولی به دو سر منبع جریان نسبت دهیم و قانون KVL را مثل قبل حول هر مش اعمال کنیم. سپس جریان منبع را به جریان‌های هر مش مربوط نماییم. این روش معمولاً مشکل است.

تکنیکی بهتر این‌است‌که کاملاً مشابه با روش تحلیل گرهی عمل کنیم. در آن‌جا یک ابرگره ایجاد کردیم و منبع ولتاژ را کاملاً با آن احاطه نمودیم و تعداد گره‌های غیرمرجع را 1 واحد در ازای هر منبع ولتاژ کم کردیم. در این‌جا "**ابرمش**" را از دو مش تعریف می‌کنیم که منبع جریان به‌عنوان عنصر مشترک آن‌ها است. بنابراین به ازای هر منبع جریان، تعداد مش‌ها یک واحد کم می‌شود. اگر منبع جریان در محیط مدار قرار داشت، از مشی که آن را شامل می‌شود چشم می‌پوشیم. سپس قانون ولتاژ کیرشهف را تنها به مش‌ها و ابرمش‌های مدار اصلاح‌شده اعمال می‌نماییم.

مثال ۱۱ـ۴

با تکنیک مش، مدار سه‌حلقه‌ای شکل ۲۴ـ۴ (الف) را تحلیل نمایید.



شکل ۲۴ـ۴ (الف) یک مدار سه‌حلقه‌ای با منبع جریان مستقل. (ب) یک آبَرمش با خط‌چین تعریف شده است.

ملاحظه می‌شود که در این شکل یک منبع جریان مستقل 7A در مرز مشترک دو مش قرار دارد. جریان‌های مش i_1، i_2 و i_3 را قبلاً تخصیص داده‌ایم و به علت وجود منبع جریان، مش‌های 1 و 3 را یک ابرمش درنظر می‌گیریم (شکل ۲۴ـ۴ (ب)). با اعمال KVL حول این حلقه داریم:

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

یا

$$i_1 - 4i_2 + 4i_3 = 7 \qquad (۳۲)$$

و حول مش 2

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

یا

$$-i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0 \qquad (۳۳)$$

بالاخره منبع جریان مستقل به جریان‌های فرضی مش‌ها مربوط می‌شوند.

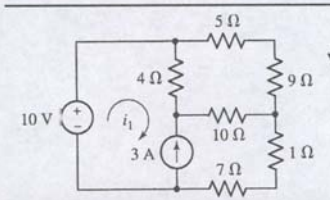
$$i_1 - i_3 = 7 \qquad (۳۴)$$

با حل معادلات (۳۲) تا (۳۴) داریم $i_1 = 9\text{A}$، $i_2 = 2.5\text{A}$ و $i_3 = 2\text{A}$.

تمرین

۴ـ۹ جریان i_1 را در مدار شکل ۴ـ۲۵ معین نمایید.

جواب: -1.93A

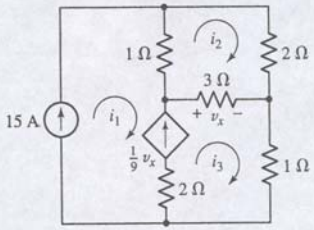


شکل ۲۵ـ۴

حضور یک یا چند منبع وابسته لازم می‌دارد تا مقدار این منابع و متغیر وابسته به آن برحسب جریان‌های مش بیان شوند. مثلاً در شکل ۲۶ـ۴ می‌بینیم که هر دو منبع جریان وابسته و مستقل لحاظ شده‌اند. بگذارید ببینیم چگونه وجود آن‌ها روی تحلیل تأثیر کرده و آن‌ها را در واقع ساده می‌کند.

مثال ۱۲ـ۴

از تحلیل مش برای محاسبه سه جریان مجهول در مدار شکل ۲۶ـ۴ استفاده کنید.



شکل ۲۶ـ۴ مدار سه‌حلقه‌ای با یک منبع جریان وابسته و یک منبع جریان مستقل.

منابع جریان در تک‌حلقه‌های 1 و 3 قرار دارند. چون منبع 15 A در پیرامون مدار واقع است می‌توانیم مش 1 را حذف نماییم، چون واضح است که $i_1 = 15\text{A}$ می‌باشد.

چون اکنون یکی از دو جریان مش مربوط به منبع جریان وابسته را می‌دانیم، لازم نیست معادله آبَرمش را درباره مش‌های 1 و 3 بنویسیم. در عوض ما با استفاده از منبع وابسته به کمک KCL، i_1 و i_3 را به هم ربط می‌دهیم:

$$\frac{v_x}{9} = i_3 - i_1 = \frac{3(i_3 - i_2)}{9}$$

که به صورت فشرده‌تر زیر نوشته می‌شود:

$$-i_1 + \frac{1}{3} i_2 + \frac{2}{3} i_3 = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{1}{3} i_2 + \frac{2}{3} i_3 = 15 \qquad (۳۵)$$

با یک معادله و دو مجهول، آنچه باقی می‌ماند نوشتن قانون ولتاژ کیرشهف KVL حول مش 2 است:

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

یا

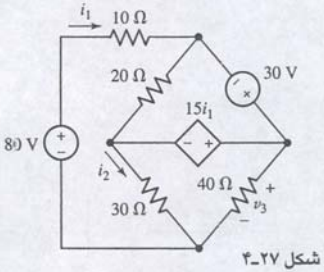
$$6i_2 - 3i_3 = 15 \qquad (۳۶)$$

با حل معادلات (۳۵) و (۳۶) داریم $i_2 = 11\text{ A}$ و $i_3 = 17\text{ A}$. ما قبلاً مشخص کردیم که $i_1 = 15\text{ A}$ است.

تمرین

۴ـ۱۰ از تحلیل مش برای یافتن v_3 در مدار شکل ۴ـ۲۷ استفاده کنید.

جواب: 104.2 V



شکل ۲۷ـ۴

اکنون روش کلی نوشتن معادلات مش را خلاصه می‌کنیم، خواه منابع وابسته، منابع ولتاژ، و یا منابع جریان وجود داشته باشند یا خیر، به شرطی که مدار را بتوان به‌طور مسطح تصور کرد.

خلاصه رویه تحلیل آبَرمش

۱. **مشخص کنید که آیا مدار مسطح است یا خیر.** اگر خیر درعوض تحلیل گرهی را پیاده کنید.

۲. **تعداد مش‌ها را بشمارید** (M). در صورت لزوم مدار را دوباره رسم کنید.

۳. **هر یک از M جریان مش را نام‌گذاری نمایید.** معمولاً تعریف همه جریان‌های مش در راستای عقربه ساعت تحلیل را ساده‌تر می‌کند.

۴. **اگر مدار دارای منبع جریان مشترکی بین دو مش باشد، یک آبَرمش برای محصورکردن هر دو مش ایجاد نمایید.**

۵. **یک معادله KVL حول هر مش / آبرمش بنویسید.** از یک گره مناسب شروع کرده و در جهت جریان مش پیشروی کنید. توجه به علائم "−" لازم است. اگر منبع جریان حاشیه مش قرار گیرد، معادله KVL لازم نیست و جریان مش با وارسی معین می‌گردد.

۶. **جریان جاری‌شده از هر منبع جریان را به جریان‌های مش مرتبط کنید.** این کار به راحتی با اِعمال KCL انجام می‌شود. برای هر آبرمش تعریف‌شده یک چنین معادله‌ای لازم است.

۷. **هر مجهول اضافی مانند ولتاژها یا جریان‌هایی به جز جریان‌های مش را برحسب جریان‌های مش بیان نمایید.** این وضعیت هنگامی رخ می‌دهد که منابع وابسته در مدار پیدا شوند.

۸. **معادلات را سازمان‌دهی کنید.** جملات را برطبق جریان مش‌ها مرتب کنید.

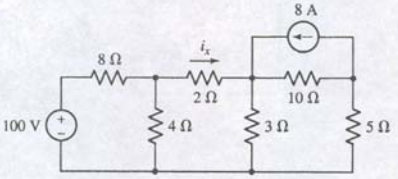
۹. **سیستم معادلات را برای جریان‌های مش حل کنید** (M عدد از آن‌ها موجود است).

۴ـ۵ تحلیل گرهی و تحلیل مش: یک مقایسه

اکنون که دو روش جدا از هم را برای تحلیل مدار بررسی کردیم، به‌نظر می‌رسد طرح این سوال که کدام‌یک بر دیگری مزیت دارد، منطقی باشد. اگر مدار غیرمسطح باشد، آن‌گاه هیچ راهی به‌جز انتخاب گرهی وجود ندارد.

در مواردی که مدار مسطحی را تحلیل می‌کنیم ممکن‌است یک تکنیک نسبت به دیگری کمی توفق داشته باشد. اگر برای استفاده از تحلیل گرهی برنامه‌ریزی کرده‌ایم، آن‌گاه مداری با N گره منجر به (N - 1) معادله KCL می‌گردد. هر ابرگرهی این عدد را یک واحد کم می‌کند. اگر همان مدار M مش جدا داشته باشد، آن‌گاه M معادله KVL را خواهیم داشت. هر ابرمشی این عدد را یک واحد کم می‌نماید. بر اساس این واقعیت‌ها باید روشی را اختیار کنیم که منجر به معادلات همزمان کمتری گردد.

اگر یک یا چند منبع وابسته در مدار لحاظ شوند، آن‌گاه هر کمیت‌کننده ممکن‌است بر انتخاب تحلیل گرهی یا مش ما تأثیر بگذارند. مثلاً یک منبع ولتاژ وابسته کنترل‌شده با ولتاژ گره نیازی به یک معادله اضافی در تحلیل گرهی ندارد. به همین ترتیب منابع جریان کنترل‌شده به وسیله یک جریان مش نیازی به یک معادله اضافی به هنگام تحلیل مش ندارد. اما در مورد وضعیتی که یک منبع ولتاژ وابسته به وسیله یک جریان کنترل شود، چگونه است؟ یا برعکس، اگر منبع ولتاژ وابسته به وسیله ولتاژ کنترل شود وضع چگونه می‌باشد؟ با این شرط که کمیت کنترل‌کننده به سادگی به جریان مش مرتبط گردد، ما ممکن‌است انتظار داشته باشیم تحلیل مش سرراست‌تر باشد. به همین ترتیب اگر کمیت کنترل‌کننده به سادگی مرتبط با ولتاژهای گره باشد، تحلیل گرهی ترجیح داده می‌شود. یک نکته نهایی در این رابطه حفظ مکان منبع در ذهن است؛ منابع جریانی که در حواضی مش قرار دارند خواه وابسته و یا مستقل، به راحتی در تحلیل مش قابل استفاده‌اند؛ منابع ولتاژی که متصل به پایانه مرجع هستند به خوبی در تحلیل گرهی استفاده می‌گردند.



شکل ۴ـ۲۸ یک مدار مسطح با پنج گره و چهار مش.

اگر هر یک از دو روش به تعداد معادلات برابری دست یابند، آن‌گاه باید کمیت مورد جست‌وجو را مدنظر قرار داد. تحلیل گرهی مستقیماً ولتاژ گره‌ها را محاسبه می‌کند، درصورتی‌که تحلیل مش جریان‌ها را مشخص می‌نماید. اگر جریان‌های درون مقاومت‌ها مورد سوال باشد، باید از قانون اهم در هر مقاومت برای تعیین جریان استفاده کنیم.

به‌عنوان‌مثال، مدار شکل ۴ـ۲۸ را ملاحظه نمایید. می‌خواهیم جریان i_x را محاسبه نماییم.

گره پایینی را به‌عنوان مرجع اختیار می‌کنیم، ضمن این‌که چهار گره غیر مرجع هم وجود دارد. گرچه این بدان معنی است که می‌توان چهار معادله مستقل نوشت، نیازی به نام‌گذاری گره بین منبع 100V و مقاومت 8Ω وجود ندارد، زیرا ولتاژ گره 100V است. ولتاژ بقیه گره‌ها را v_1 ، v_2 و v_3 می‌نامیم (شکل ۴ـ۲۹).

سه معادله زیر را می‌نویسیم:

$$\frac{v_1 - 100}{8} + \frac{v_1}{4} + \frac{v_1 - v_2}{2} = 0 \quad \text{یا} \quad 0.875v_1 - 0.5v_2 = 12.5 \qquad (۳۷)$$

$$\frac{v_2 - v_1}{2} + \frac{v_2}{3} + \frac{v_2 - v_3}{10} - 8 = 0 \quad \text{یا} \quad -0.5v_1 - 0.9333v_2 - 0.1v_3 = 8 \qquad (۳۸)$$

$$\frac{v_3 - v_2}{10} + \frac{v_3}{5} + 8 = 0 \quad \text{یا} \quad -0.1v_2 + 0.3v_3 = -8 \qquad (۳۹)$$

با حل آن‌ها داریم $v_1 = 25.89\text{V}$ و $v_2 = 20.31\text{V}$. با اعمال قانون اهم جریان i_x را به‌دست می‌آوریم:

$$i_x = \frac{v_1 - v_2}{2} = 2.79\text{A} \qquad (۴۰)$$

سپس همان مدار را با تحلیل مش بررسی می‌نماییم. در شکل ۴ـ۳۰ چهار مش داریم، که در آن $i_4 = -8\text{A}$ است. بنابراین چهار معادله جداگانه را می‌نویسیم.

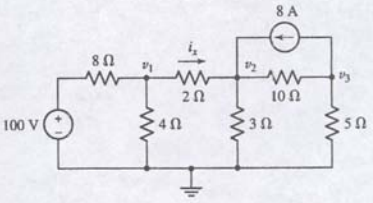
معادله KVL را در حلقه‌های 1 ، 2 و 3 می‌نویسیم:

$$-100 + 8i_1 + 4(i_1 - i_2) = 0 \quad \text{یا} \quad 12i_1 - 4i_2 = 100 \qquad (۴۱)$$

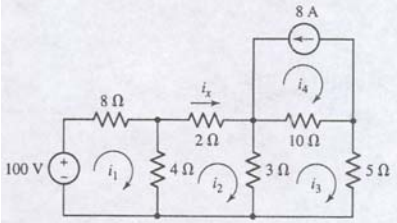
$$4(i_2 - i_1) + 2i_2 - 3(i_2 - i_3) = 0 \quad \text{یا} \quad -4i_1 + 9i_2 - 3i_3 = 0 \qquad (۴۲)$$

$$3(i_3 - i_2) + 10(i_3 + 8) + 5i_3 = 0 \quad \text{یا} \quad -3i_2 + 18i_3 = -80 \qquad (۴۳)$$

با حل آن‌ها، درمی‌یابیم که $i_2 (= i_x) = 2.79\text{A}$. در این مسئله خاص، تحلیل مش ساده‌تر است. با این وجود چون هر دو روش معتبر است، کار با هر روش می‌تواند به معنی چک‌کردن روش دیگر باشد.



شکل ۴ـ۲۹ مدار شکل ۴ـ۲۸ با ولتاژ گره‌هایی که نام‌گذاری شده‌اند. توجه کنید که سمبل زمین برای نام‌گذاری پایانه مرجع انتخاب شده است.



شکل ۴ـ۳۰ مدار شکل ۴ـ۲۸ با جریان‌های مش.

۴ـ۶ تحلیل کامپیوتری مدار

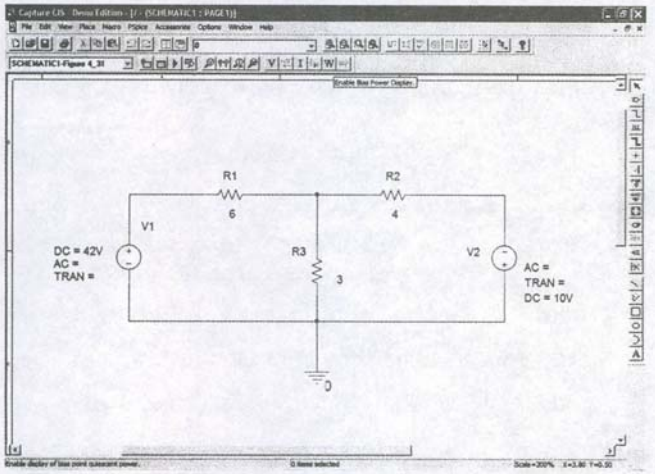
دیدیم که ایجاد یک مدار پیچیده نیاز به قطعات خیلی زیادی ندارد. با ادامه بررسی مدارهای حتی پیچیده‌تر، می‌بینیم که احتمال انجام اشتباه در تحلیل زیاد است، و تحقیق درستی جواب‌ها با دست‌کاری وقت‌گیر است. یک بسته نرم‌افزاری قوی با نام PSpice وجود دارد که به‌طور رایج برای تحلیل سریع مدارها به‌کار می‌رود، و ابزارهای رسم شماتیک[1] آن با ابزارهای مدار چاپی (PCB) یا طرح‌های مجتمع (IC) ارتباط دارند. امروزه PSpice که در دهه ۱۹۷۰ در دانشگاه برکلی ساخته شد در سطح استاندارد است. شرکت MicroSim در سال ۱۹۸۴، PSpice را همراه با امکانات گرافیکی حول هسته ارائه نمود. بسته به نوع کاربرد مدار، اکنون چندین شرکت، گونه‌های مختلف PSpice را ارائه می‌کنند.

گرچه تحلیل کامپیوتری راه سریعی برای تعیین ولتاژها و جریان‌ها در مدار است، ولی نباید بگذاریم که بسته‌های نرم‌افزاری کاملاً جایگزین روش‌های تحلیل سنتی با "کاغذ و قلم" گردند. برای این امر چندین دلیل وجود دارد. اول این‌که برای طراحی باید بتوانیم تحلیل کنیم. اتکاء بیش از حد بر ابزارهای نرم‌افزاری مانع رشد مهارت‌های تحلیلی لازم می‌شود، و مثل این‌است‌که به بچه‌های دبستانی ماشین حساب داده شود. دوم، در استفاده بلندمدت از

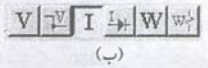
1. schematic capture tools

بسته‌های نرم‌افزاری پیچیده بعید است در تحویل داده اشتباه نکنیم. اگر از قبل ایده‌ای از نوع پاسخ در شبیه‌سازی نداریم، هیچ اطمینانی به پاسخ نمی‌توان داشت. بنابراین نام "تحلیل به کمک کامپیوتر" نام مناسبی است. مغز انسان عضوی هیچ‌کاره نیست. لااقل هنوز نه!

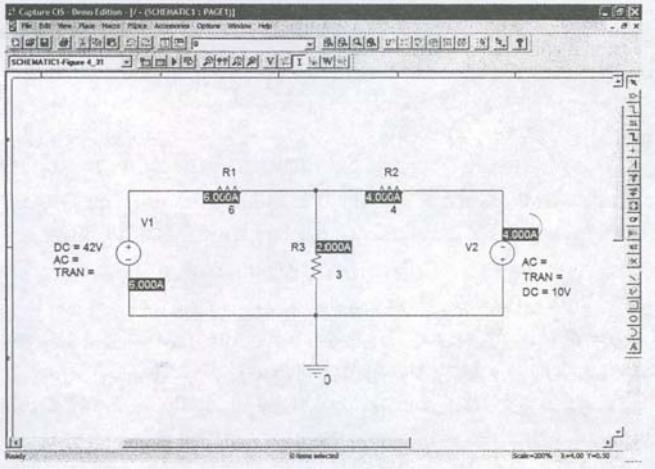
به‌عنوان‌مثال، مدار شکل ۱۵ـ۴ (ب) را درنظر می‌گیریم که دارای دو منبع ولتاژ dc و سه مقاومت است. می‌خواهیم این مدار را با PSpice شبیه‌سازی کنیم به نحوی که جریان‌های i_1 و i_2 به‌دست‌آیند. شکل ۳۱ـ۴ (الف) مدار را که با برنامه رسم شماتیکی رسم شده است، نشان می‌دهد.



(الف)



(ب)

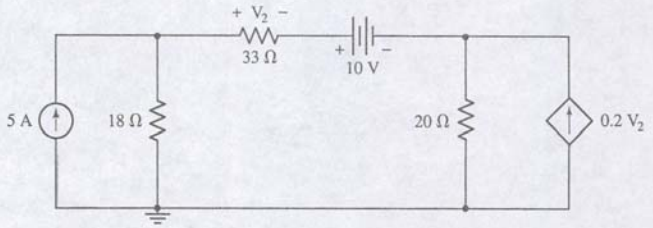


(ج)

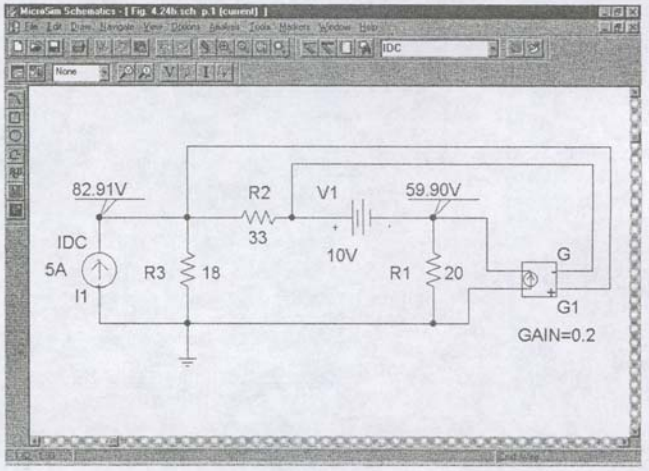
شکل ۳۱ـ۴ (الف) مدار شکل ۱۵ـ۴ (الف) که با نرم‌افزار Orcad رسم شده است. (ب) دکمه جریان، ولتاژ و توان. (ج) مدار پس از اجرای شبیه‌سازی که در آن نمایش جریان فعال شده است.

برای تعیین جریان‌های مش، فقط لازم است یک نقطه بایاس را اجرا کنیم. تحت **PSpice**، پروفایل **New Simulation** را انتخاب کنید. مثال اول را تایپ کنید (یا هرچه را که می‌خواهید) و روی **Create** کلیک نمایید. زیر **Analysis Type** منو را پایین بیاورید، **Bias Point** را انتخاب کرده سپس دکمه OK را کلیک کنید. به پنجره شماتیک اولیه برگردید، زیر **PSpice**، **Run** را انتخاب نمایید (یا هر یک از دو فرم shortcut را به کار ببرید: کلید F11 را فشار دهید یا نماد "Play" آبی را کلیک نمایید). برای مشاهده جریان محاسبه‌شده به وسیله PSpice، مطمئن شوید که دکمه جریان انتخاب شده است (شکل ۳۱ـ۴ (ب)). نتیجه شبیه‌سازی ما در شکل ۳۱ـ۴ (ج) دیده می‌شود. می‌بینیم که جریان‌های i_1 و i_2 به ترتیب 6A و 4A می‌باشند.

به‌عنوان مثالی دیگر، مدار شکل ۳۲ـ۴ (الف) را درنظر بگیرید. این مدار یک منبع ولتاژ dc، یک منبع جریان dc، و یک منبع جریان کنترل‌شده با ولتاژ مدار است. ما علاقمند به سه ولتاژ گره‌ها هستیم که از هر یک از تحلیل‌های گره یا مش برابر 82.91 V ، 69.9 V و 59.9 V به دست می‌آید، و این ضمن حرکت از چپ به راست در بالای مدار حاصل می‌گردد. شکل ۳۲ـ۴ (ب) این مدار را نشان می‌دهد که از ابزار شماتیک[1] برای رسم آن پس از شبیه‌سازی استفاده شده است. سه ولتاژ گره مستقیماً روی تصویر نشان داده شده‌اند. دقت کنید که در ترسیم یک منبع وابسته با ابزار شماتیک، ما باید دو پایانه منبع کنترل‌کننده ولتاژ یا جریان را متصل کنیم.



(الف)



(ب)

شکل ۳۲ـ۴ (الف) مداری با منبع جریان وابسته. (ب) مداری که با ابزار رسم شماتیک کشیده شده است و نتایج شبیه‌سازی هم روی شماتیک آمده است.

1. schematic capture tool

کاربردهای عملی

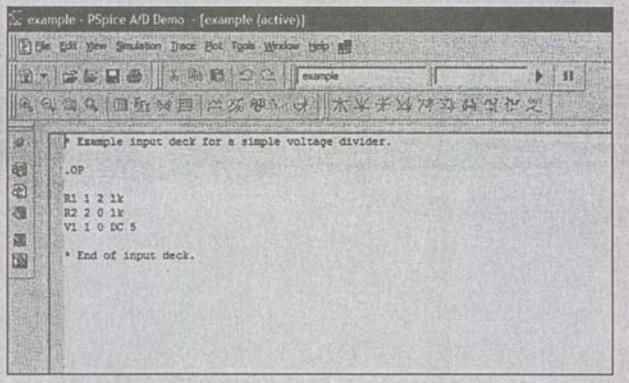
ایجاد شماتیک PSpice مبتنی بر گره

رایج‌ترین روش توصیف یک مدار همراه با تحلیل کامپیوتر استفاده از بعضی بسته‌های ترسیم شماتیک گرافیکی است که مثالی از آن در شکل ۴ـ۳۲ ملاحظه شد. با این وجود SPICE قبل از پیدایش این برنامه‌ها نوشته شده بود و توصیف مدار در آن با قالب‌های متنی صورت می‌گرفت. ریشه قالب در قالب کارت‌های پانچی بوده است و به همین دلیل ظاهری تفاوت دارد. مبنای توصیف مدار تعریف عناصر می‌باشد، که به هر پایانه آن یک شماره گره تخصیص یافته است، بنابراین هر چند که اکنون دو روش کلی تحلیل گرهی و مش را ملاحظه کردیم ولی جالب است بدانیم که SPICE و PSpice بر اساس روش تحلیل گرهی نوشته شده است.

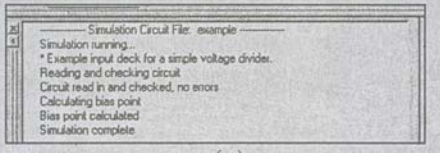
گرچه تحلیل مدار مدرن با استفاده از نرم‌افزارهای محاوره‌ای گرافیک محوری انجام می‌شود، وقتی خطایی تولید می‌شود (به‌دلیل اشتباه در ترسیم شماتیک، یا در انتخاب ترکیبی از تحلیل‌های اختیاری)، هنگام ردیابی یک مسئله خاص، خواندن شماتیک تولیدشده می‌تواند باارزش باشد. ساده‌ترین راه در ایجاد این توانمندی، خواندن چگونگی اجرای PSpice از input deck user-written است. مثلاً بسته ورودی زیر را ملاحظه نمایید (خطوط ستاره‌دار، توضیحات است):

```
* Example input deck for a simple voltage divider.
.OP                    ← از SPICE تعیین نقطه کار dc مدار را سوال می‌کند.
R1  1  2  1k           ← R1 بین گره‌های 1 و 2 است؛ مقدار آن 1kΩ است.
R2  2  0  1k           ← R2 بین گره‌های 2 و 0 است؛ مقدار آن 1kΩ است.
V1  1  0  DC  5        ← V1 بین گره‌های 1 و 0 است؛ مقدار آن 5 V dc است.
* End of input deck.
```

می‌توانیم بسته ورودی را با برنامه Notepad از ویندوز ایجاد کنیم. با ذخیره فایل تحت نام example.cir ، PSpice A/D را فرا می‌خوانیم (پیوست ۴). تحت **File** ، **Open** را انتخاب می‌نماییم. دایرکتوری را مشخص کنید و فایل example.cir را انتخاب نمایید. برای **Files of Type:** **Circuit Files** ، (*.cir) را انتخاب نمایید. پس از انتخاب فایل و کلیک Open می‌بینیم که پنجره PSpice A/D با فایل مدار باز شده است (شکل ۴ـ۳۳ (الف)). یک چنین netlist ، حاوی دستورات برای اجرای شبیه‌سازی، می‌تواند تا نرم‌افزار شماتیک یا دستی مثل این مثال، تولید گردد.



(الف)



(ب)

شکل ۴ـ۳۳ (الف) پنجره PSpice A/D با فایل مدار بازشده. (ب) خلاصه اعمال شبیه‌سازی.

ما شبیه‌سازی را با کلیک روی نماد "play" در سمت راست بالا یا انتخاب **Run** زیر **Simulation** انجام می‌دهیم. در گوشه سمت چپ پایین از ویندوز اصلی، یک پنجره خلاصه کوچکتر اطلاع می‌دهد که شبیه‌سازی با موفقیت اجرا شده است (شکل ۴ـ۳۳ (ب)). برای مشاهده نتایج، ما **Output File** را از زیر منوی **View** انتخاب کرده و می‌بینیم:

```
**** 02/18/04  09:53:57 ******** PSpice Lite (Jan 2003) ************
* Example input deck for a simple voltage divider.
****     CIRCUIT DESCRIPTION
  ******************************************************************************
.OP
R1  1  2  1k
R2  2  0  1k
V1  1  0  DC  5
* End of input deck.

**** 02/18/04  09:53:57 ******** PSpice Lite (Jan 2003) ********
* Example input deck for a simple voltage divider.
**** SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION      TEMPERATURE =  27.000 DEG C
  ******************************************************************************
NODE   VOLTAGE  NODE   VOLTAGE  NODE VOLTAGE NODE   VOLTAGE
(    1)   5.0000 (    2)    2.5000

    VOLTAGE SOURCE CURRENT
    NAME         CURRENT
    V1           -2.500E-03

    TOTAL POWER DISSIPATION 1.25E-02  WATTS
```

ورودی در خروجی نیز درج می‌شود تا به آن مراجعه شود.

در خلاصه خروجی، ولتاژ بین هر گره و گره 0 داده شده است. منبع V 5 ما بین گره‌های 1 و 0 است؛ مقاومت R2 بین گره‌های 2 و 0 بوده و دو سر آن V 2.5 می‌باشد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، استفاده از روش‌های مبتنی بر متن در توصیف مدارها در مقایسه با ابزارهای رسم شماتیکی چندان آسان نیست. خصوصاً معرفی خطاها به یک شبیه‌ساز از طریق اشتباه در تعداد گره‌ها به سادگی صورت می‌گیرد. با این وجود تفسیر خروجی بسیار ساده است و تلاش در خواندن چند فایل از این نوع ارزش دارد.

۴ـ۷ خلاصه فصل و مرور

- قبل از شروع تحلیل، یک نمودار ساده و مرتب بسازید. همه مقادیر عناصر و منابع را مشخص کنید. هر منبع باید یک سمبل مرجع داشته باشد.
- اگر تحلیل گرهی روش انتخابی است.
  - یکی از گره‌ها را به‌عنوان گره مرجع اختیار نمایید. آن‌گاه ولتاژ گره‌ها را با v_1، v_2، ... و v_{N-1} علامت بزنید و به‌خاطر بسپارید که هر کدام نسبت به مرجع اندازه‌گیری می‌شود.
  - اگر مدار حاوی تنها منبع جریان باشد، در هر گره غیرمرجع KCL را اعمال کنید.
  - اگر مدار حاوی منابع ولتاژ است، یک ابرگره حول هر یک ایجاد نمایید و سپس KCL را در همه گره‌های غیرمرجع و ابرگره اعمال کنید.
- اگر تحلیل مش را انتخاب کرده‌اید، ابتدا مطمئن شوید که مش از نوع مسطح است.
  - در هر مش در جهت ساعت‌گرد یک جریان تخصیص دهید.
  - اگر مدار حاوی فقط منابع ولتاژ باشد، KVL را حول هر مش اجرا کنید.
  - اگر مدار حاوی منابع جریان باشد، ابرمش را برای هر یک که در بین دو مش مشترک است ایجاد نمایید و سپس KVL را برای هر مش و ابرمش اجرا کنید.

- برای تصمیم‌گیری در استفاده از تحلیل گرهی یا مش برای مدار مسطح، مداری با گره/ابرگره کمتر، معادلات کمتری را در تحلیل گرهی دارد.
- تحلیل به کمک کامپیوتر، برای تست نتایج و تحلیل مدارهایی که تعداد عناصر زیادی دارند مفید است. با این وجود برای تست نتایج شبیه‌سازی، باید موضوع را درک کرد.

۴ـ۸ خواندنی‌های کمکی

A detailed treatment of nodal and mesh analysis can be found in:

R. A. DeCarlo and P. M. Lin, *Linear Circuit Analysis,* 2nd ed. New York: Oxford University Press, 2001.

A solid guide to SPICE is

P. Tuinenga, *SPICE: A Guide to Circuit Simulation and Analysis Using PSPICE,* 3rd ed. Upper Saddle River, N. J.: Prentice-Hall, 1995.

مسائل

۴ـ۱ تحلیل گرهی

۱. (الف) اگر $0.1v_1 - 0.3v_2 - 0.4v_3 = 0$ ،$-0.5v_1 + 0.1v_2 = 4$ و $-0.2v_1 - 0.3v_2 + 0.4v_3 = 6$ باشد، v_2 را پیدا کنید. (ب) دترمینان زیر را محاسبه نمایید.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

۲. (الف) اگر $2v_B + 16 = v_A - 3v_C$ ،$v_A + v_B + v_C = 27$ و $4v_C + 2v_A + 6 = 0$ باشد، v_A، v_B و v_C را بیابید. (ب) دترمینان زیر را محاسبه نمایید.

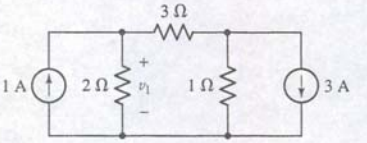
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

۳. (الف) سیستم معادلات زیر را حل کنید:

$$4 = v_1/100 + (v_1 - v_2)/20 + (v_1 - v_x)/50$$
$$10 - 4 - (-2) = (v_x - v_1)/50 + (v_x - v_2)/40$$
$$-2 = v_2/25 + (v_2 - v_x)/40 + (v_2 - v_1)/20$$

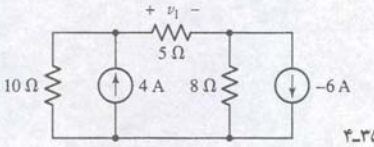
(ب) با متلب حل خود را تصدیق کنید.

۴. مقدار ولتاژ v_1 را در شکل ۴ـ۳۴ معین کنید.



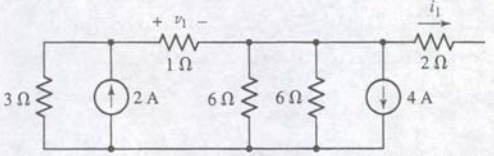
شکل ۴ـ۳۴

۵. مقدار ولتاژ v_1 را در شکل ۴ـ۳۵ معین کنید.



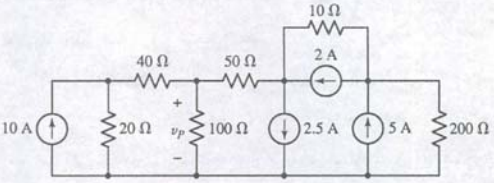
شکل ۴ـ۳۵

۶. برای مدار شکل ۴ـ۳۶ مقدار ولتاژ v_1 و جریان i_1 را به دست آورید.



شکل ۴ـ۳۶

۷. با تحلیل گرهی v_p را در مدار شکل ۴ـ۳۷ به‌دست‌آورید.



شکل ۴ـ۳۷

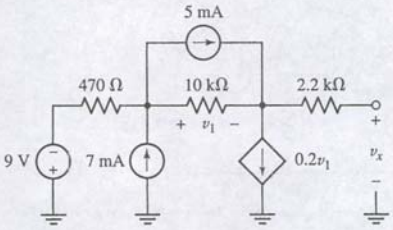
۸. برای یافتن v_x در مدار شکل ۴ـ۳۸ از تحلیل گرهی استفاده نمایید.

۹. برای شکل ۴ـ۳۹، (الف) از تحلیل گرهی برای تعیین v_1 و v_2 استفاده کنید. (ب) توان جذب‌شده به‌وسیله مقاومت 6Ω چقدر است.

۱۰. تحلیل گرهی را برای یافتن v_1 و i_2 در مدار شکل ۴ـ۴۰، به کاربرید.

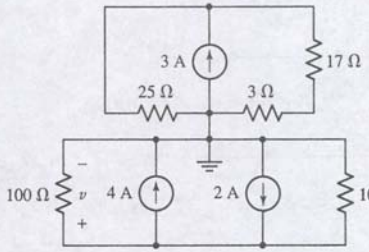
۱۱. با مراجعه به شکل ۴ـ۴۱، تحلیل گرهی را برای تعیین v_2 که $v_1 = 0$ را نتیجه دهد، به‌کاربرید.

۱۳. با تحلیل گرهی، مقدار v_2 را در شکل ۴ـ۴۳ به‌دست‌آورید.



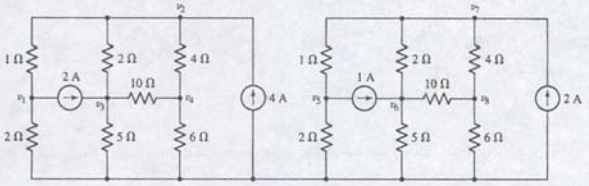
شکل ۴ـ۴۳

۱۴. با تحلیل گرهی، ولتاژ v را در شکل ۴ـ۴۴ معین کنید.



شکل ۴ـ۴۴

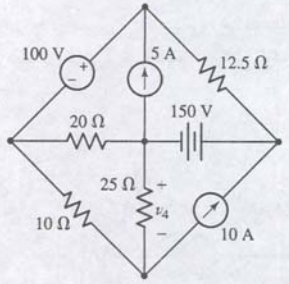
۱۵. ولتاژهای گره مشخص‌شده در شکل ۴ـ۴۵ را معین نمایید.



شکل ۴ـ۴۵

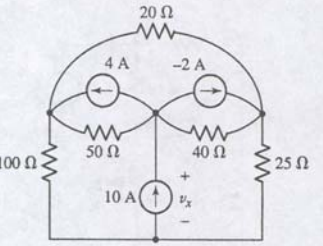
۴ـ۲ ابرگره

۱۶. v_4 را در مدار شکل ۴ـ۴۶ به کمک تحلیل گرهی به‌دست‌آورید.

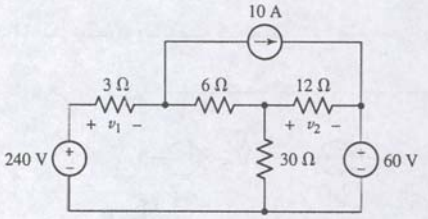


شکل ۴ـ۴۶

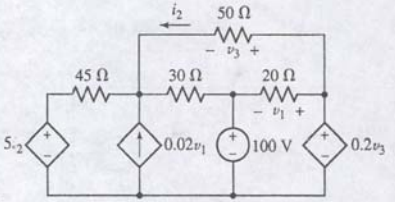
۱۷. با تحلیل گرهی مدار شکل ۴ـ۴۷، (الف) v_A را به‌دست‌آورید، (ب) توان تلف‌شده در مقاومت 2.5Ω چقدر است.



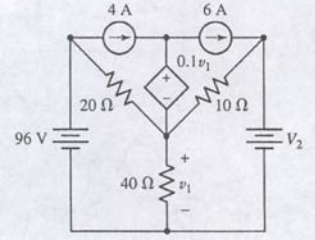
شکل ۴ـ۳۸



شکل ۴ـ۳۹

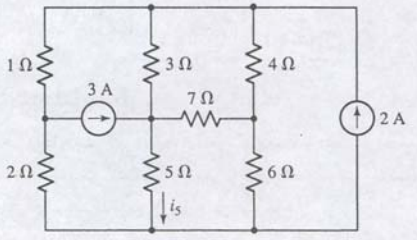


شکل ۴ـ۴۰

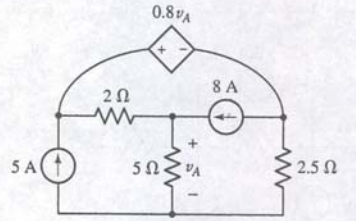


شکل ۴ـ۴۱

۱۲. برای مدار شکل ۴ـ۴۲، تحلیل گرهی را برای تعیین جریان i_5 به کاربرید.

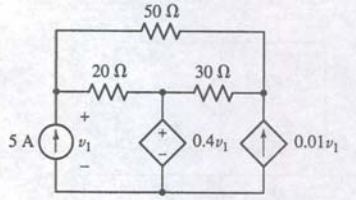


شکل ۴ـ۴۲



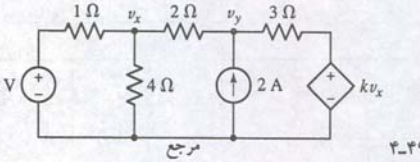
شکل ۴ـ۴۷

۱۸. v_1 و توان تولیدشده به‌وسیله منبع جریان وابسته در شکل ۴ـ۴۸ را با تحلیل گرهی مشخص کنید.



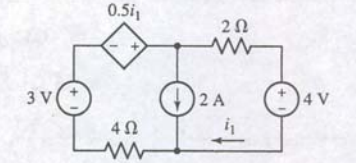
شکل ۴ـ۴۸

۱۹. در شکل ۴ـ۴۹، با تحلیل گرهی، مقدار k را که موجب $v_y = 0$ می‌شود، پیدا کنید.



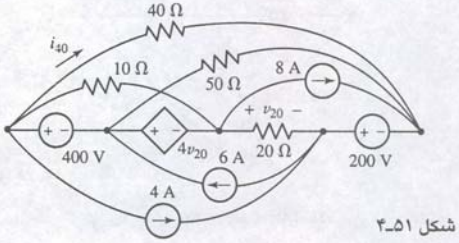
شکل ۴ـ۴۹

۲۰. مدار شکل ۴ـ۵۰ را ملاحظه نمایید. جریان i_1 را به‌دست آورید.



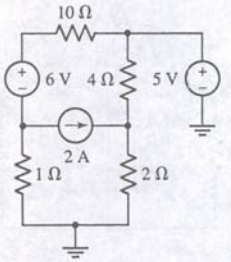
شکل ۴ـ۵۰

۲۱. از مفهوم ابرگره در تعیین v_{20} در شکل ۴ـ۵۱ استفاده کنید. خطوط متقاطع از نظر فیزیکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند، مگر این‌که در محل برخورد نقطه سیاه باشد.



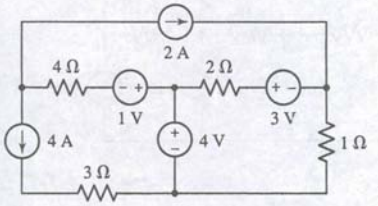
شکل ۴ـ۵۱

۲۲. برای مدار شکل ۴ـ۵۲، ولتاژ هر چهار گره را به‌دست آورید.



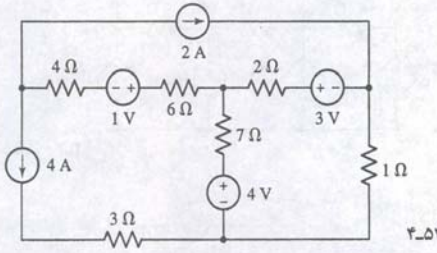
شکل ۴ـ۵۲

۲۳. توان تولیدی به‌وسیله منبع 2A در شکل ۴ـ۵۳ چقدر است؟



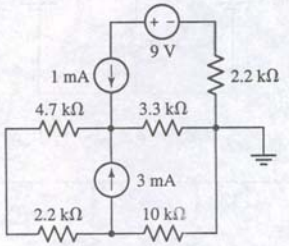
شکل ۴ـ۵۳

۲۴. توان تولیدی به‌وسیله منبع 2A در شکل ۴ـ۵۴ چقدر است؟



شکل ۴ـ۵۴

۲۵. ولتاژهای گره در شکل ۴ـ۵۵ را تعیین کنید.



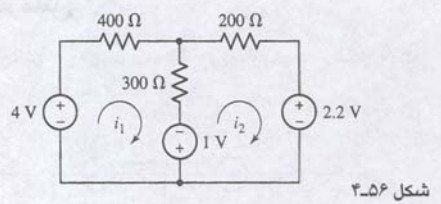
شکل ۴ـ۵۵

۴ـ۳ تحلیل مش

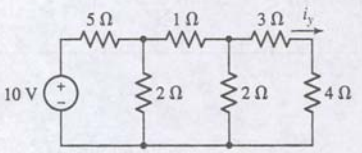
۲۶. جریان‌های مش i_1 و i_2 را طبق مدار شکل ۴ـ۵۶ به دست آورید.

۲۷. با توجه به شکل ۴ـ۵۷، تحلیل مش را برای (الف) جریان i_y، (ب) توان تولیدی به وسیله منبع 10 V تعیین کنید.

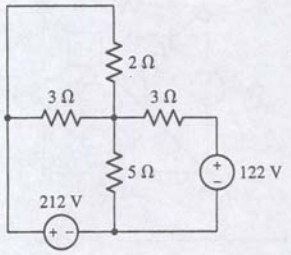
۲۸. تحلیل مش را برای تعیین جریان در مدار شکل ۴ـ۵۸ از (الف) مقاومت 2Ω و (ب) مقاومت 5Ω به دست آورید.



شکل ۴ـ۵۶

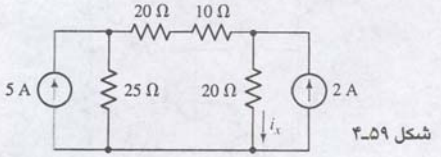


شکل ۴ـ۵۷



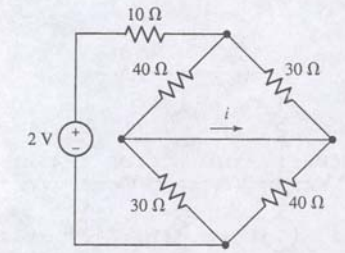
شکل ۴ـ۵۸

۲۹. در مدار شکل ۴ـ۵۹، تحلیل مش را برای (الف) جریان i_x و (ب) توان جذب‌شده به وسیله مقاومت 25Ω تعیین کنید.



شکل ۴ـ۵۹

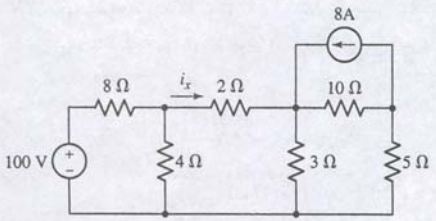
۳۰. از تحلیل مش برای تعیین جریان i در مدار شکل ۴ـ۶۰ استفاده نمایید.



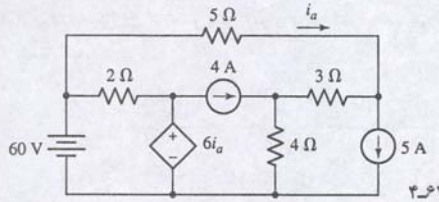
شکل ۴ـ۶۰

۳۱. برای یافتن i_x در شکل ۴ـ۶۱ از تحلیل مش استفاده کنید.

۳۲. در مدار شکل ۴ـ۶۲ توان تلف‌شده در مقاومت 2Ω را محاسبه نمایید.



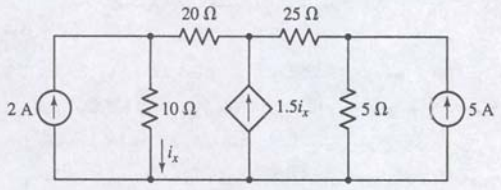
شکل ۴ـ۶۱



شکل ۴ـ۶۲

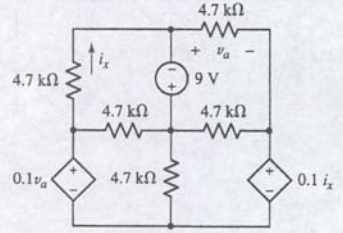
۳۳. از تحلیل مش برای مدار شکل ۴ـ۴۸ استفاده کرده و توان تولیدی به‌وسیله منبع ولتاژ وابسته را حساب کنید.

۳۴. از تحلیل مش برای یافتن i_x در شکل ۴ـ۶۳ استفاده کنید.



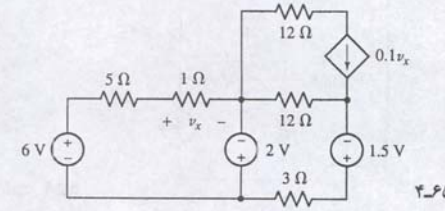
شکل ۴ـ۶۳

۳۵. برای شکل ۴ـ۶۴ جریان‌های مش ساعت‌گرد را حساب نمایید.



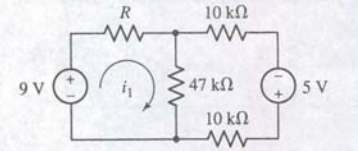
شکل ۴ـ۶۴

۳۶. هر جریان مش را در مدار شکل ۴ـ۶۵ محاسبه کنید.



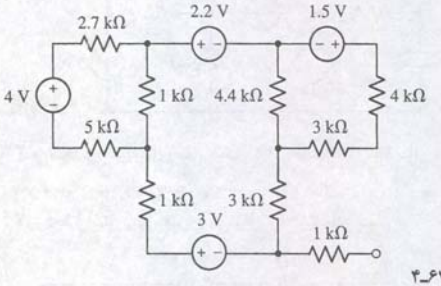
شکل ۴ـ۶۵

۳۷. (الف) با مراجعه به مدار شکل ۴.۶۶، مقدار R چقدر باشد تا جریان مش $i_1 = 1.5\text{mA}$ شود. (ب) آیا مقدار R لزوماً منحصربه‌فرد است؟ توضیح دهید.



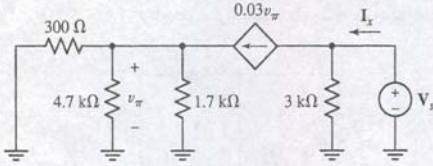
شکل ۴.۶۶

۳۸. در مدار شکل ۴.۶۷، تحلیل مش را برای یافتن توان جذب‌شده در هر مقاومت به‌کاربرید.



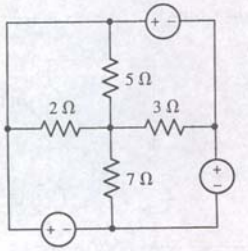
شکل ۴.۶۷

۳۹. مدار شکل ۴.۶۸ مدار معادل یک تقویت‌کننده ترانزیستوری دوقطبی بیس مشترک است. منبع ورودی اتصال کوتاه و به‌جای وسیله خروجی یک منبع 1V جایگزین شده است. (الف) تحلیل مش را برای یافتن I_x استفاده نمایید. (ب) حل بخش (الف) را با روش تحلیل گرهی تحقیق کنید. (ج) اهمیت فیزیکی V_s/I_x چیست؟



شکل ۴.۶۸

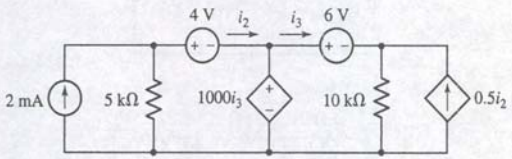
۴۰. مقادیر غیرصفر را برای سه منبع ولتاژ در شکل ۴.۶۹، طوری انتخاب کنید که هیچ جریانی از مقاومت‌ها نگذرد.



شکل ۴.۶۹

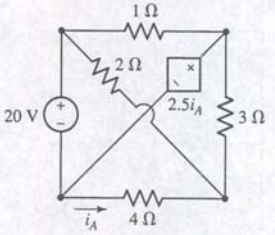
۴.۴ ابرمش

۴۱. برای یافتن توان تولیدی به‌وسیله هر یک از پنج منبع شکل ۴.۷۰ از تحلیل مش استفاده کنید.



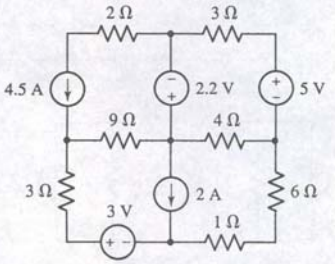
شکل ۴.۷۰

۴۲. در مدار شکل ۴.۷۱، i_A را بیابید.



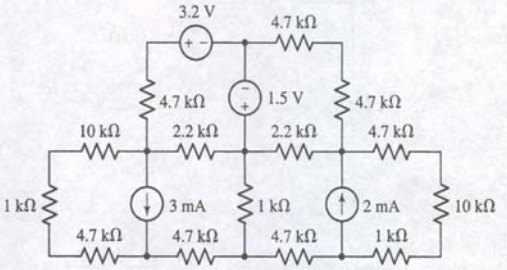
شکل ۴.۷۱

۴۳. با استفاده از مفهوم ابرمش توان تولیدشده به‌وسیله منبع 2.2V در شکل ۴.۷۲ را معین نمایید.



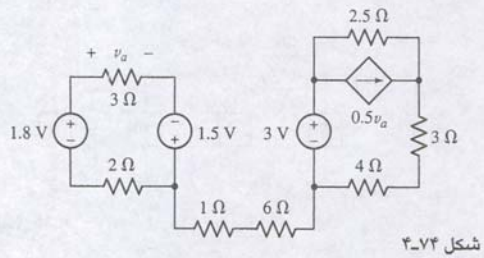
شکل ۴.۷۲

۴۴. ولتاژ دو سر منبع 2mA در شکل ۴.۷۳ را با فرض زمین‌بودن گره پایینی تعیین کنید.



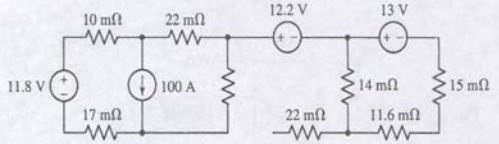
شکل ۴.۷۳

۴۵. برای تهیه ولتاژ دو سر مقاومت 2.5Ω در شکل ۴.۷۴ از تحلیل مش استفاده نمایید.



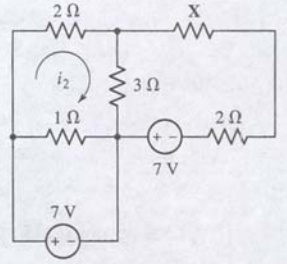
شکل ۴.۷۴

۴۶. جریان‌های مش را برای شکل ۴.۷۵ محاسبه کنید.



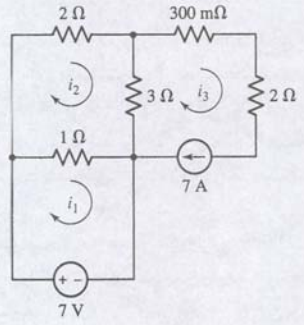
شکل ۴.۷۵

۴۷. برای مدار شکل ۴.۷۶ مقدار مقاومت X را به‌دست‌آورید. به‌شرطی‌که $i_2 = 2.273\text{A}$ باشد.



شکل ۴.۷۶

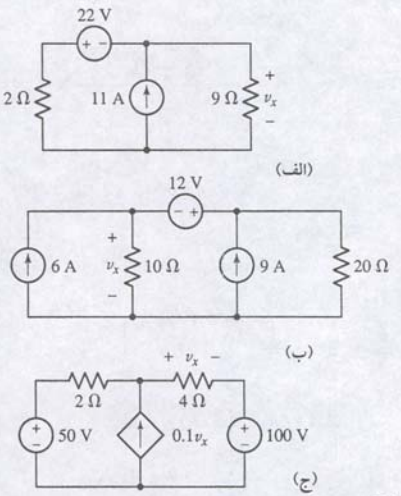
۴۸. مدار شکل ۴.۷۷ را ملاحظه کنید. سه جریان مش را محاسبه کنید



شکل ۴.۷۷

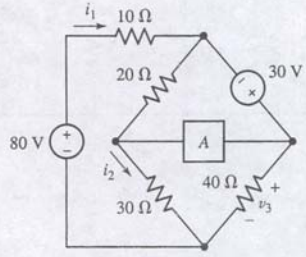
۴.۵ تحلیل گرهی و تحلیل مش: یک مقایسه

۴۹. در هر یک از مدارهای شکل ۴.۷۸، ولتاژ v را تعیین نمایید.



شکل ۴.۷۸

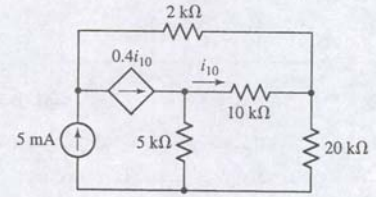
۵۰. v_3 در مدار شکل ۴.۷۹ را پیدا کنید، اگر عنصر A (الف) یک مدار اتصال کوتاه باشد. (ب) یک منبع ولتاژ مستقل 9V، با مرجع مثبت در سمت چپ، (ج) یک منبع جریان وابسته، با پیکان به سمت چپ و برچسب $5i_1$ باشد.



شکل ۴.۷۹

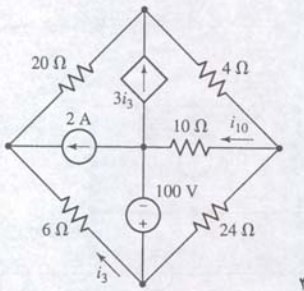
۵۱. جریان‌های i_1 و i_2 در مدار شکل ۴.۷۹ را معین کنید. به‌شرطی‌که عنصر A یک مقاومت 12Ω باشد. منطق خود را در مورد انتخاب تحلیل گرهی مش بیان کنید.

۵۲. در مدار شکل ۴.۸۰، جریان i_{10} را به‌دست‌آورید.



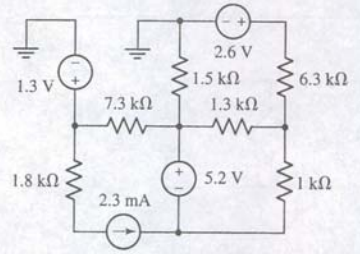
شکل ۴.۸۰

۵۳. دو جریان مجهول را در شکل ۴.۸۱ معین نمایید.



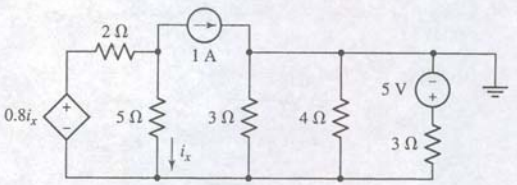
شکل ۴.۸۱

۵۴. برای مدار شکل ۴.۸۲ ولتاژ گره مرکزی را حساب نمایید.



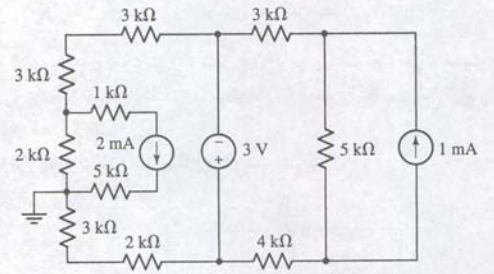
شکل ۴.۸۲

۵۵. جریان درون هر انشعاب را در مدار شکل ۴.۸۳ به‌دست‌آورید.



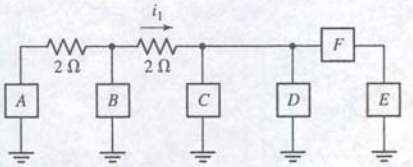
شکل ۴.۸۳

۵۶. ولتاژ دو سر منبع جریان 2mA در شکل ۴.۸۴ را تعیین کنید.



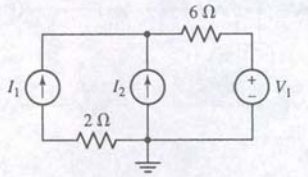
شکل ۴.۸۴

۵۷. برای مدار شکل ۴.۸۵، اجازه بدهید تا A یک منبع ولتاژ 5V با مرجع مثبت در بالا، B یک منبع جریان 3A با پیکانی به سمت زمین، C یک مقاومت 3Ω، D یک منبع جریان 2A با پیکان به سمت زمین، F یک منبع ولتاژ 1V با مرجع منفی به راست و E یک مقاومت 4Ω باشد، i_1 را محاسبه کنید.



شکل ۴.۸۵

۵۸. مقادیر غیرصفری را برای I_1، I_2 و V_1 طوری انتخاب کنید که 6W توان به‌وسیله مقاومت 6Ω در مدار شکل ۴.۸۶ تلف شود.



شکل ۴.۸۶

۵۹. با مراجعه به شکل ۴.۸۴، منبع جریان 2mA را با یک منبع ولتاژ 2V و منبع 3V را با منبع جریان 7mA جایگزین کنید. برای مدار جدید جریان مش را به‌دست‌آورید.

۶۰. در مدار شکل ۴.۸۵، A یک منبع جریان وابسته با پیکانی به سمت پایین و برچسب جریان $5i_1$ است. اگر B و E مقاومت‌های 2Ω باشند، اجازه بدهید که C یک منبع جریان 2A به سمت زمین، F یک منبع ولتاژ با قطب منفی متصل به زمین، D یک منبع جریان در جهت بالا باشد. ولتاژ گره‌ها و جریان مش را به‌دست‌آورید.

۴.۶ تحلیل کامپیوتری مدار

۶۱. برای تحقیق صحت حل تمرین ۴.۵۲ از PSpice استفاده کنید. یک شماتیک با نام‌گذاری مناسب تحویل دهید. محاسبات دستی را ضمیمه نمایید.

۶۲. برای تحقیق صحت حل تمرین ۴.۵۴ از PSpice استفاده نمایید. یک شماتیک با نام‌گذاری مناسب تحویل دهید. محاسبات دستی را ضمیمه نمایید.

۶۳. برای تحقیق صحت حل تمرین ۴.۵۶ از از PSpice استفاده نمایید. یک شماتیک با برچسب‌های مناسب تحویل دهید. محاسبات دستی را ضمیمه کنید.

۶۴. برای تحقیق صحت حل تمرین ۴.۵۸ از از PSpice استفاده نمایید. شماتیک آن را با برچسب‌های مناسب تحویل دهید. محاسبات دستی را ضمیمه نمایید.

۶۵. برای تحقیق صحت حل تمرین ۴.۶۰ از PSpice استفاده نمایید. شماتیک آن را با برچسب‌های مناسب تحویل دهید. محاسبات دستی را ضمیمه کنید.

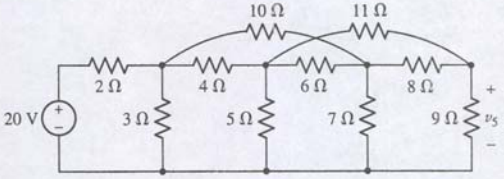
۶۶. مداری متشکل از منبع 5V سری با مقاومت 100Ω به شبکه‌ای حاوی حداقل یک منبع 3A، سه مقاومت مختلف و یک منبع جریان کنترل‌شده با ولتاژ، که به ولتاژ دو سر مقاومت 100Ω وابسته است وصل شده است. (الف) همه ولتاژهای گرهی و همه جریان‌های شاخه‌ها را به‌دست‌آورید. (ج) برای تحقیق نتایج از PSpice استفاده کنید.

۶۷. مداری با باطری 10V، یک منبع 3A و به هر تعداد مقاومت 1Ω بسازید تا پتانسیل 5V در دو سر منبع 3A ایجاد شود. صحت محاسبات دستی را با PSpice تحقیق کنید.

۶۸. یک بسته ورودی برای SPICE بنویسید تا v_5 را در مدار شکل ۴.۸۷ پیدا کنید. از فایل خروجی لیست بگیرید، ضمن این‌که حل را پررنگ‌تر چاپ می‌کنید.

۶۹. با باطری 9V و مقاومت‌های مناسب ولتاژهای گره 4V، 3V و 2V بسازید. یک بسته ورودی برای SPICE برای شبیه‌سازی حل خود بنویسید و فایل خروجی را چاپ کنید. یک شماتیک با برچسب روی مرجع رسم کنید و شماره گره‌ها را مشخص کنید.

۷۰. یک رشته طویل از یک سری لامپ‌های رنگی در یک منزل کشیده شده است. پس از اعمال برق صاحبخانه متوجه می‌شود که دو لامپ سوخته است. (الف) آیا لامپ‌ها سری‌اند یا موازی؟ (ب) یک بسته ورودی SPICE برای شبیه‌سازی لامپ‌ها بنویسید، با این فرض که سیم 20AWG است، منبع تغذیه $115V_{ac}$ می‌باشد، و توان هر لامپ 1W است، در رشته 400 لامپ وجود دارد. یک مدار با کمتر از 25 قطعه شبیه‌سازی نمایید. از فایل خروجی لیست بگیرید. توان به‌وسیله سوکت روی دیوار شاخص‌تر باشد. (ج) پس از تعویض لامپ‌های سوخته، صاحبخانه متوجه می‌شود که لامپ‌های نزدیک خروجی 10% روشن‌تر از لامپ‌های انتهای رشته‌اند. توضیح لازم را ارائه نمایید و به‌خاطر بسپارید که رشته سیم مقاومت صفر دارد.



شکل ۴.۸۷

فصل پنجم

تکنیک‌های مفید تحلیل مدار

مقدمه

تکنیک‌های تحلیل گره و مش توصیف‌شده در فصل ۴، روش‌های قابل اطمینان و قدرتمندی هستند. با این وجود به‌طورکلی هر دو لازم می‌دارند تا مجموعه معادلاتی را برای توصیف یک مدار خاص ایجاد کنیم، حتی اگر تنها کمیت یک جریان، ولتاژ یا توان خاصی موردنظر باشد. در این فصل ما چند تکنیک متفاوت دیگر را جهت جداکردن بخش‌های خاصی از یک مدار بررسی می‌کنیم تا تحلیل را ساده‌کنیم. پس از بررسی کاربرد این تکنیک‌ها، ما توجه خود را به چگونگی انتخاب یک روش معطوف خواهیم کرد.

مفاهیم کلیدی

- تجمیع به معنی تعیین سهم تک‌تک منابع مختلف برای هر جریان یا ولتاژ است
- تبدیل منبع برای ساده‌کردن مدار است
- تئوری تونن
- تئوری نورتن
- شبکه‌های معادل تونن و نورتن
- حداکثر انتقال توان
- تبدیل‌های ستاره ـ مثلث برای شبکه‌های مقاومتی
- انتخاب یک ترکیبی خاص از تکنیک‌های تحلیل
- اجرای Sweep Simulations با PSpice

۵ـ۱ خطی‌بودن و تجمیع

همه مدارهایی که قصد تحلیل آن‌ها را داریم از نوع خطی‌اند. بنابراین اکنون لحظه مناسبی برای تعریف دقیق‌تر آن‌چه می‌گوییم است. پس از آن می‌توانیم نتایج مهم‌تر خطی‌بودن یعنی **اصل تجمیع** (برهم‌نهی یا ترکیب) را بررسی نماییم. این اصل بسیار ساده بوده و کراراً در تحلیل مدارهای خطی به‌کارخواهد رفت. در واقع مشکل تحلیل مدارهای غیرخطی به‌دلیل عدم امکان اصل تجمیع است!

اصل تجمیع چنین می‌گوید که پاسخ (جریان ولتاژ) در یک مدار خطی با بیش از یک منبع مستقل می‌تواند از جمع پاسخ‌های جداگانه حاصل از منابع مستقل به‌دست‌آید.

عناصر خطی و مدارهای خطی

بیایید **عنصر خطی** را عنصر غیرفعالی تعریف کنیم که دارای رابطه ولتاژ ـ جریان خطی باشد. منظور ما از رابطه ولتاژ ـ جریان خطی این‌است‌که اگر جریان داخل یک عنصر در ثابت K ضرب شود، ولتاژ روی عنصر در همان ثابت K ضرب می‌شود. تا این‌جا تنها عنصر غیرفعال مقاومت و رابطه ولتاژ ـ جریان آن را تعریف کرده‌ایم:

$$v(t) = Ri(t)$$

که کاملاً خطی است. یعنی اگر $v(t)$ به‌عنوان تابعی از $i(t)$ ترسیم شود، نتیجه یک خط راست است.

منبع وابسته خطی را نیز باید به صورت منبعی تعریف کنیم که جریان یا ولتاژ خروجی آن با توان اول جریان یا ولتاژ متغیری از مدار یا ترکیب آن‌ها متناسب باشد، مثلاً منبع ولتاژ وابسته $v_s = 0.6t_1 - 14v_2$ خطی است، ولی $v_s = 0.6i_1v_2$ و $v_s = 0.6i_1^2$ نیستند.

اکنون مدار خطی را به‌صورت ترکیبی از منابع مستقل، منابع وابسته خطی و عناصر خطی تعریف می‌کنیم. با این تعریف می‌توان نشان داد که پاسخ با منبع متناسب است، یا ضرب تمام منابع مستقل ولتاژ و جریان در ثابت K باعث می‌شود که تمام ولتاژها و جریان‌ها در همان ثابت‌ها ضرب شوند• (حتی ولتاژ یا جریان منابع وابسته).

• برای اثبات این مطلب، ابتدا نشان می‌دهیم که اعمال تحلیل گرهی به یک مدار خطی فقط می‌تواند معادلاتی خطی به صورت زیر باشد:

$$a_1v_1 + a_2v_2 + \ldots + a_nv_n = b$$

که در آن ضرایبی چون a_n مقادیر ثابت (ترکیب مقادیر مقاومت‌ها و هدایت‌ها، ثابت‌های مربوط به منابع وابسته یا ± 1) v_n ولتاژهای گرهی (پاسخ) و b مقدار منبع مستقل یا مجموع مقادیر منابع مستقل است.

اگر در چنین مجموعه‌ای از معادلات تمام bها را در K ضرب کنیم، واضح است که حل معادلات جدید، Kv_1، Kv_2، ... و Kv_N است.