

موعد تحویل: چهارشنبه ۲۴ آذر ساعت ۱۶ (توجه: تمرین ها با تأخیر پذیرفته نخواهد شد.)

پرسش های فصل ۳-قسمت اول

۱- کد سیستماتیک (۴، ۸) را که معادلات پریتی-چک آن به صورت زیر است در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} v_0 &= u_1 + u_2 + u_3, & v_4 &= u_0, \\ v_1 &= u_0 + u_1 + u_2, & v_5 &= u_1, \\ v_2 &= u_0 + u_1 + u_3, & v_6 &= u_2, \\ v_3 &= u_0 + u_2 + u_3, & v_7 &= u_3. \end{aligned}$$

که در آن  $u_0, u_1, u_2, u_3$  و  $v_0, v_1, v_2, v_3$  بیت های پیام و  $v_4, v_5, v_6, v_7$  بیت های پریتی-چک هستند. ماتریس مولد و ماتریس پریتی-چک این کد را بیابید. از روی ماتریس پریتی-چک این کد فاصله کمینه آنرا بیابید.

۲- با استفاده از شیفت رجیستر و جمع کننده ها در مبنای ۲ ساختار کدگذار مربوط به پرسش ۱ را رسم کنید.

۳- با استفاده از شیفت رجیستر و جمع کننده ها در مبنای ۲ مدار مورد نیاز برای محاسبه سندرم مربوط به کد توصیف شده در پرسش ۱ را رسم کنید.

۴- فرض کنید  $H$  ماتریس پریتی-چک یک کد خطی  $(n, k)$  با نام  $C$  باشد که هم دارای کلمات کد با وزن فرد و هم دارای کلمات کد با وزن زوج می باشد. یک کد خطی جدید با نام  $C_1$  با استفاده از ماتریس پریتی-چک زیر می سازیم:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 0 & & H & & \\ \vdots & & & & \\ 1 & 1 & \dots & 1 & \end{bmatrix}$$

(توجه کنید که تمام مؤلفه های آخرین سطر  $H$  برابر ۱ می باشد.)

الف) نشان دهید که  $C_1$  یک کد خطی  $(n+1, k)$  می باشد.  $C_1$  کد تعمیم یافته از  $C$  نامیده می شود.

ب) نشان دهید هر کلمه کد از  $C_1$  دارای وزن زوج می باشد.

ج) نشان دهید که کد  $C_1$  می تواند از کد  $C$  با افزودن یک بیت پریتی-چک اضافه با نام  $v_\infty$  به سمت چپ هر کلمه کد  $\mathbf{v}$  از  $C$  به صورت زیر بدست آید: (اگر وزن  $\mathbf{v}$  فرد است،  $v_\infty = 1$  می باشد و ۲) اگر وزن  $\mathbf{v}$  زوج است،  $v_\infty = 0$  می باشد.

۵- اثبات کنید فاصله همینگ نامساوی مثلثی را برآورده می کند، یعنی اگر  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  و  $\mathbf{z}$  سه بردار  $n$ -تایی روی  $GF(2)$  باشند، نشان دهید:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + d(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \geq d(\mathbf{x}, \mathbf{z})$$

پیروز باشید.