



educo.ir

دانلود سوالات آزمون‌های مختلف

سوالات پنج گزینیهی

(۱) نگهبانی دریک شرکت با سه کارمند به نام های علی، حسین، و مجید کار می کند. نگهبان باید هر روز سرکار حاضر شود، مگر روزی که هر سه کارمند در مرخصی باشند. می دانیم که

- علی یک روز در میان به مرخصی می رود و امروز هم سرکار است.
- حسین ۵ روز کار می کند و دو روز به مرخصی می رود و دیروز اولین روز کار او بعد از یک مرخصی بوده است.
- مجید سه روز کار می کند و یک روز به مرخصی می رود. او دیروز در مرخصی بوده است.

اولین روز تعطیلی نگهبان چند روز دیگر است؟

- الف) ۴ ب) ۷ ج) ۱۱ د) ۱۹ ه) نگهبان هیچ گاه تعطیلی نخواهد داشت.

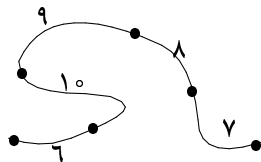
(۲) عددهای ۱ تا ۷۸ را به ترتیب حرکت عقربه های ساعت روی دایره ای نوشته ایم. عدد ۱ را به عنوان عدد جاری انتخاب کرده و عملیات زیر را آن قدر تکرار می کنیم که تنها یک عدد بر روی دایره باقی بماند:

- اگر عدد جاری مساوی x باشد، آن را از روی دایره حذف، به هریک از x عدد بعدی (در جهت عقربه های ساعت) بر روی دایره یک واحد اضافه، و عدد $x + 1$ ام پس از آن را به عنوان عدد جاری انتخاب می کنیم.

توجه داشته باشید که اگر تعداد عددهای باقی مانده بر روی دایره از x کم تر باشد، ممکن است به یک یا چند عدد بیش از یک واحد اضافه شود. عددی که در نهایت بر روی دایره می ماند، چه باقیمانده ای بر ۵ دارد؟

- الف) صفر ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ ه) ۴

(۳) شکل روبه رو ۵ شهر و جاده های بین آنها را نشان می دهد. عددهای بین شهرهای متوالی، نشان گر مسافت بین آنهاست. می خواهیم پمپ بنزینی بر روی جاده یا در یکی از شهرها احداث کنیم به طوری که مجموع مسافت شهرهای مختلف تا پمپ بنزین که آن را y می نامیم حداقل باشد. جزء صحیح y چند است؟ (جزء صحیح عدد x ، بزرگ ترین عدد صحیحی است که از x بزرگ تر نباشد.)



- الف) ۶۳ ب) ۶۹ ج) ۷۰ د) ۷۶ ه) ۹۲

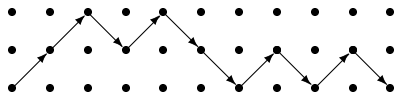
(۴) ده نقطه ای متمایز a_1, a_2, \dots, a_{10} بر روی صفحه ای قرار دارند به طوری که هیچ سه تایی از آنها روی یک خط نیستند. برای هر سه عدد متمایز i, j, k و مجموع تمام زاویه های $\angle a_i a_j a_k$ به طوری که $\angle a_i a_j a_k < 180^\circ$ چند درجه است؟

- الف) ۱۸۲۰۰ ب) ۱۹۸۰۰ ج) ۲۱۶۰۰ د) ۳۳۶۰۰ ه) ۴۳۲۰۰

(۵) به چند طریق می توان تعدادی از خانه های غیر مجاور دریک صفحه 4×2 را علامت زد؟ (دو خانه مجاور هستند اگر دریک ضلع مشترک باشند.)

- الف) ۱۷ ب) ۲۶ ج) ۳۴ د) ۴۱ ه) ۵۴

مرحله‌ی اول دهمین المپیاد کامپیوتر کشور

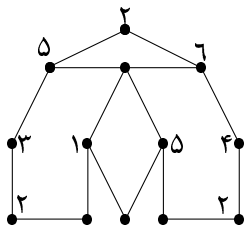


۶) شکل روبه‌رو یک جدول 3×11 با ۳۳ نقطه است. می‌خواهیم با استفاده از حرکت‌های مورب (مانند شکل روبه‌رو) از نقطه‌ی گوشه‌ی سمت چپ و پایین به نقطه‌ی گوشه‌ی سمت راست و پایین برویم. توجه کنید که با هر حرکت مورب فقط می‌توان به سمت راست شکل رفت. این کار به چند طریق ممکن است؟

- الف) $3^2 \times 2^4$ ب) $(1^{\circ}) \times 3$ ج) ۲۵ د) (1°) ه) ۲۴

۷) مهدی عدد مخفی x از مجموعه‌ی اعداد ۱ تا ۵۳ را انتخاب می‌کند. مریم می‌خواهد با تعدادی سؤال از عدد x آگاه شود. مریم در هر مرحله دو عدد a و b را با فرض $1 \leq a < b \leq 53$ انتخاب می‌کند. اگر $x = a$ یا $x = b$ ، مهدی مقدار x را به مریم می‌گوید و کار تمام است. در غیر این صورت مهدی یکی از سه جواب زیر را به مریم می‌دهد که عدد انتخابی او کوچک‌تر از a ، بین a و b ، یا بزرگ‌تر از b است. مریم با چند سؤال حتماً می‌تواند عدد مهدی را پیدا کند؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷



۸) شکل روبه‌رو ۱۳ نقطه را نشان می‌دهد که توسط ۱۶ پاره‌خط به هم متصل شده‌اند. در ابتدا برای هر نقطه یک عدد طبیعی به عنوان برجسب آن نقطه در نظر گرفته شده است. پس از آن در هر مرحله برای هر نقطه، از بین نقاط متصل به آن، نقطه‌یی که بزرگ‌ترین و نقطه‌یی که کوچک‌ترین برجسب را در مرحله‌ی قبل داشته است در نظر گرفته، مجموع برجسب آن دورا به عنوان برجسب آن نقطه در آن مرحله قرار می‌دهیم. در شکل داده‌شده، برجسب بعضی از نقطه‌ها در ابتدا بر روی آن‌ها نشان داده شده است. در مورد مجموع برجسب بقیه‌ی نقاط در انتهای مرحله‌ی سوم چه می‌توان گفت؟

- الف) زوج است و بر ۳ بخش پذیر است. ب) فرد است و بر ۳ بخش پذیر است.
ج) زوج است و بر ۳ بخش پذیر نیست. د) عدد اول است.
ه) احتمال درستی هر کدام از چهار مورد فوق وجود دارد.

۹) آزمونی شامل ۴۰ پرسش ۵ گزینه‌یی است. در این آزمون هر پاسخ درست ۴ نمره‌ی مثبت، هر پاسخ نادرست ۱ نمره‌ی منفی، و هر پرسش بدون پاسخ نمره‌ی صفر دارد. کم‌ترین تعداد شرکت‌کنندگان در این آزمون چه قدر باشد تا مطمئن شویم که حداقل دو نفر نمره‌ی برابر می‌گیرند؟

- الف) ۱۵۶ ب) ۱۹۱ ج) ۱۹۴ د) ۱۹۶ ه) ۲۰۱

۱۰) ۵ تیم فوتبال در یک تورنمنت به صورت دوره‌یی با یک‌دیگر مسابقه داده‌اند. هر باخت، مساوی، و برد به ترتیب صفر، یک، و سه امتیاز دارد. اگر بدانیم که هر دو تیم با هم یک مسابقه برگزار کرده‌اند و نیز بدانیم که پس از پایان تورنمنت تیم اول ۹ و تیم دوم ۷ امتیاز کسب کرده‌اند، تیم چهارم حداکثر چند امتیاز کسب کرده است؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

مرحله‌ی اول ده‌مین المپیاد کامپیوتر کشور

۱۱) یک ماشین محاسبه‌گر یک حافظه‌ی داخلی به نام M دارد. این ماشین می‌تواند با انجام دستورهای زیر یک عبارت را محاسبه کند:

- Add X : مقدار X را با مقدار M جمع و حاصل را در M ذخیره می‌کند.
- Mul X : مقدار X را در مقدار M ضرب و حاصل را در M ذخیره می‌کند.

در دستورهای فوق X می‌تواند یک عدد صحیح یا یک متغیر باشد. فرض کنید مقدار M در ابتدا صفر است. برای مثال، دستورهای زیر، از راست به چپ، عبارت $ax + 5$ را محاسبه می‌کند: Add a ، Mul x و Add 5 . کدام یک از عبارت‌های زیر با این ماشین قابل محاسبه نیست؟

- الف) $ax^2 + bx + c$ (ب) $(a + b)xy + ya$ (ج) $(a + by)(a + b)$ (د) $3x^5 + 1$ (ه) همه‌ی این عبارت‌ها را می‌توان محاسبه کرد.

۱۲) اگر گزاره‌های زیر درباره‌ی گزینه‌های همین سؤال باشند و بدانیم که دقیقاً یک گزینه درست است، گزینه‌ی درست کدام است؟

- الف) اگر گزینه‌ی «ب» درست باشد، گزینه‌ی «د» نادرست است.
 ب) گزینه‌ی «ب» درست است.
 ج) اگر یکی از گزینه‌های «الف» یا «ه» درست باشد، گزینه‌ی «د» درست است.
 د) گزینه‌های «الف» و «ب» درست هستند.
 ه) هیچ‌کدام از گزینه‌های بالا درست نیستند.

۱۳) به چند حالت می‌توان از یک مجموعه‌ی 10 عضوی به ترتیب سه زیرمجموعه‌ی A_1, A_2, A_3 و A_3 را انتخاب کرد به طوری که $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \emptyset$ ؟ (A_i ها لزوماً متمایز نیستند).

- الف) 2^{10} (ب) 2^{15} (ج) 3^{10} (د) 2^{20} (ه) 7^{10}

۱۴) یکان یک عدد k رقمی 7 است. می‌دانیم اگر یکان این عدد را از سمت راست عدد برداریم و در سمت چپ آن بگذاریم، عدد ما 5 برابر می‌شود. k حداقل چند است؟

- الف) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7 (ه) 10

۱۵) تعداد رشته‌هایی به طول 10 متشکل از A, T, C و G را بیابید که در آن‌ها A و T مجاور هم نباشند و C و G نیز مجاور هم نباشند.

- الف) 2048 (ب) 4^9 (ج) $2^8 \times 10 \times 4 - 4^{10}$ (د) 1024 (ه) 4^6

۱۶) ارزش یک عدد $\overline{a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0}$ در مبنای -10 برابر است با:

$$a_5 \times (-10)^5 + a_4 \times (-10)^4 + \dots + a_1 \times (-10) + a_0$$

تعداد اعداد یک‌رقمی تا 6 رقمی در مبنای -10 که ارزش آن‌ها منفی است، چند تا است؟ (برای اعدادی که کمتر از 6 رقم دارند، رقم‌های سمت چپ را صفر در نظر بگیرید.)

- الف) 101010 (ب) 819000 (ج) 500000 (د) 509090 (ه) 909090

مرحله‌ی اول دهمین المپیاد کامپیوتر کشور

۱۷) به چند طریق می‌توان اعداد ۰ و ۱ را در خانه‌های یک جدول 15×10 قرار داد به طوری که مجموع هر ۴ عدد متوالی در یک سطر یا یک ستون عددی زوج باشد؟

- الف) صفر ب) ۵۱۲ ج) ۲۱۶ د) $\binom{15}{4} \binom{10}{4}$ ه) $\frac{2^{150}}{\binom{15}{4} \binom{10}{4}}$

۱۸) ۸ نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند. به چند طریق می‌توان این نقطه‌ها را دوه‌دو به هم متصل کرد، به طوری که هیچ دو وتر از ۴ وتر حاصل، هم‌دیگر را قطع نکنند؟ (وتر یک دایره پاره‌خطی است که دو نقطه از محیط دایره را به هم وصل می‌کند.)

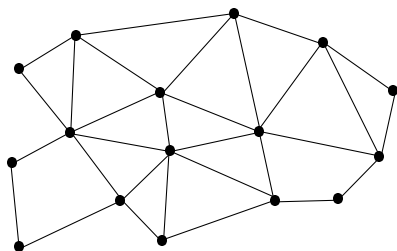
- الف) ۸ ب) ۱۴ ج) ۱۶ د) ۱۸ ه) ۲۴

۱۹) از دو عدد دودویی A و B ، عدد دودویی $C = A \oplus B$ را به این صورت به دست می‌آوریم: اگر رقم‌های i ام A و B یکسان باشند، رقم i ام C برابر صفر و در غیر این صورت برابر ۱ است (در سمت چپ هر عدد به اندازه‌ی کافی می‌توان رقم صفر اضافه کرد). مثلاً $110 \oplus 00100 = 00010$. حال بر روی عدد دودویی x عمل زیر را انجام می‌دهیم: x را به دو قسمت دل‌خواه x_1 و x_2 تقسیم می‌کنیم و x را برابر $x_1 \oplus x_2$ قرار می‌دهیم. مثلاً اگر $x = 11000100$ ، بر اساس یک حالت از تقسیم x داریم: $x_1 = 110$ و $x_2 = 00100$. یک عدد دودویی را «جالب» می‌گوییم اگر بتوان با تکرار عمل بالا آن را به ۱ تبدیل کرد. چند عدد دودویی به طول ۱۰ «جالب» است؟ (رقم‌های سمت چپ یک عدد دودویی می‌تواند صفر باشد.)

- الف) ۳۲ ب) ۱۰۲۴ ج) ۵۱۱ د) ۱۰۲۳ ه) ۵۱۲

۲۰) می‌خواهیم تعدادی مهره‌ی 1×2 را در یک جدول 1×12 بچینیم به طوری که هر مهره دقیقاً روی دو خانه‌ی مجاور قرار گیرد و دیگر نتوانیم هیچ مهره‌ی روی جدول قرار دهیم. به چند طریق این کار ممکن است؟

- الف) ۱۹ ب) ۲۰ ج) ۲۱ د) ۲۲ ه) ۲۳



۲۱) درجه‌ی یک رأس در گراف برابر تعداد یال‌هایی از گراف است که به آن متصل هستند. در گراف مقابل به هر رأس، عددی برابر مجموع درجه‌های همسایه‌های آن رأس نسبت می‌دهیم. فرض کنید مجموع این اعداد برابر A شود. در گام بعدی روی هر یال یک رأس جدید اضافه می‌کنیم و دوباره برای هر رأس، همان عمل را انجام می‌دهیم. مجموع اعداد جدید را B می‌نامیم. $B - A$ چند است؟

- الف) ۳۰ ب) ۶۰ ج) ۶۲ د) ۱۲۰ ه) ۱۲۴

۲۲) یک شرکت بشکه‌هایی از چهار ماده‌ی شیمیایی مختلف به نام‌های A ، B ، C ، و D تولید و در انبارهای خود ذخیره می‌کند. این شرکت ۴ انبار دارد که در هر انبار ۴ بشکه از انواع A ، B ، C ، و D موجود است (از هر ماده یک بشکه). این مواد شیمیایی در صورتی که با هم مخلوط شوند، خطرناک هستند. به همین دلیل شرکت تصمیم دارد بشکه‌ها را بین این انبارها طوری جابه‌جا کند که در نهایت هر انبار حاوی ۴ بشکه از یک نوع ماده‌ی شیمیایی باشد. برای این کار از یک کامیون استفاده می‌شود. این کامیون می‌تواند در هر بار جابه‌جایی حداکثر ۲ بشکه را از یک انبار به یکی دیگر از انبارهای شرکت انتقال دهد. حداقل با چند بار جابه‌جایی می‌توان این کار را انجام داد؟

- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۱۰

مرحله‌ی اول دهمین المپیاد کامپیوتر کشور

۲۳) تعدادی عدد طبیعی متفاوت داده شده‌اند که مجموعشان برابر ۱۳ می‌باشد. بیش‌ترین مقدار حاصل‌ضربشان چه قدر است؟

- الف) ۴۲ (ب) ۶۰ (ج) ۷۲ (د) ۷۵ (ه) ۸۰

۲۴) نقطه‌ی (X, Y) داده شده است. هر بار می‌توانیم به مقدار X یا به مقدار Y یک واحد اضافه کنیم و به نقطه‌ی جدید (X', Y') برویم. می‌خواهیم با تکرار عمل بالا از نقطه‌ی $(1, 1)$ به نقطه‌ی $(5, 5)$ برسیم. برای این کار باید ۸ بار عمل فوق را انجام دهیم و از ۷ نقطه‌ی میانی بگذریم، یعنی

$$(1, 1) \rightarrow (x_1, y_1) \rightarrow \dots \rightarrow (x_7, y_7) \rightarrow (5, 5).$$

می‌خواهیم این نقاط را طوری انتخاب کنیم که $x_1 \times x_2 \times \dots \times x_7 \times y_1 \times y_2 \times \dots \times y_7$ ماکزیمم باشد. این مقدار ماکزیمم در کدام بازه قرار دارد؟

- الف) بین ۱۰۰,۰۰۰ و ۱,۰۰۰,۰۰۰ (ب) بین ۱,۰۰۰,۰۰۰ و ۵,۰۰۰,۰۰۰
ج) بین ۵,۰۰۰,۰۰۰ و ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ (د) بین ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ و ۶۰,۰۰۰,۰۰۰
ه) بیش از ۶۰,۰۰۰,۰۰۰

۲۵) دنباله‌ی از اعداد ۱ تا ۹ داده شده است. روی این دنباله الگوریتم زیر را انجام می‌دهیم. ابتدا ۳ عنصر اول دنباله را مرتب می‌کنیم. بعد از آن عناصر سوم و چهارم و پنجم را مرتب می‌کنیم. بعد عناصر پنجم و ششم و هفتم و در نهایت عناصر هفتم و هشتم و نهم را مرتب می‌کنیم. برای چه تعداد از جایگشت‌های اعداد یک تا نه دنباله‌ی که با این روش به دست می‌آید، مرتب است؟

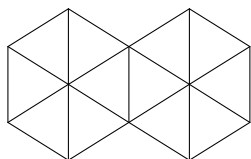
- الف) ۸۱ (ب) ۵۱۲ (ج) ۱۰۲۴ (د) ۱۲۹۶ (ه) ۲۵۴۲

۲۶) ۷۰۰ سکه را در صد ستون ۷ تایی قرار داده‌ایم. از هر ستون که حداقل ۳ سکه دارد، ۲ سکه برمی‌داریم، یکی را دور می‌اندازیم و دومی را روی ستون سمت چپ قرار می‌دهیم (در مورد سمت چپ‌ترین ستون، سکه‌ی دوم را نیز دور می‌اندازیم). این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم تا هیچ ستون ۳ سکه‌یی و بیش‌تر نداشته باشیم. در پایان مجموعاً در همه‌ی صد ستون چند سکه باقی مانده است؟

- الف) ۱۰۰ (ب) ۱۹۷ (ج) ۱۹۸ (د) ۱۹۹ (ه) ۲۰۰

۲۷) رقم‌های یک سیستم عددنویسی باستانی عبارت‌اند از: X با ارزش ۱۰، Y با ارزش ۹، V با ارزش ۵، U با ارزش ۴، و I با ارزش ۱. هر عدد در این سیستم، از کنار هم قرار گرفتن تعدادی از ارقام فوق تشکیل می‌شود به طوری که ابتدا ارقام X و Y به ترتیب دل‌خواه، سپس ارقام U و V به ترتیب دل‌خواه، و در نهایت ارقام I قرار می‌گیرند. مثلاً، $YXII = 9 + 10 + 1 + 1 = 21$ و $VVUVII = 5 + 5 + 4 + 5 + 1 + 1 = 21$ ، برای عدد ۲۱، چند نمایش مختلف در سیستم فوق وجود دارد؟

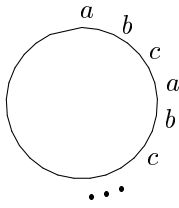
- الف) ۱۲ (ب) ۱۳ (ج) ۱۴ (د) ۱۵ (ه) ۱۶



۲۸) ۲۳ چوب کبریت به صورت روبه‌رو چیده شده‌اند. حداقل چند چوب کبریت باید برداریم تا هیچ مثلی در شکل باقی نماند؟ (هر پاره‌خط کوچک در شکل یک چوب کبریت است.)

- الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

مرحله‌ی اول دهمین المپیاد کامپیوتر کشور



۲۹) حروف a, b, c و c را مانند شکل به‌طور متناوب دور یک دایره چیده‌ایم. می‌دانیم که در مجموع ۴۸ حرف دور دایره قرار داده‌ایم. سپس از یکی از حروف a شروع کرده و در جهت عقربه‌های ساعت حروف را یک در میان حذف می‌کنیم (خود اولین حرف نیز حذف می‌شود) تا در نهایت، دو حرف باقی بماند. این دو حرف به‌ترتیب نسبت به مبدأ، کدام دو حرف هستند؟

- الف) اول a ، بعد b ب) اول c ، بعد a ج) اول c ، بعد b د) اول a ، بعد c ه) اول b ، بعد c

۳۰) ۲۰۰۰ بلوک ساختمانی هریک به‌تنهایی بر روی زمین قرار دارند. می‌خواهیم برجی با قرار دادن همه‌ی این بلوک‌ها روی هم بسازیم. برای این کار تعداد نامحدودی جرثقیل داریم که می‌توانند به‌صورت هم‌زمان کار کنند. هر جرثقیل می‌تواند یک برج متشکل از یک یا چند بلوک را بر روی یک برج دیگر قرار دهد و یک برج جدید بسازد. اگر تعداد بلوک‌های برجی که توسط جرثقیل برداشته می‌شود کم‌تر یا مساوی ۱۰۰ باشد، این کاریک ساعت و در غیر این صورت دو ساعت طول می‌کشد. حداقل چند ساعت برای ساختن برج ۲۰۰۰ بلوکی لازم است؟

- الف) ۱۱ ب) ۱۲ ج) ۱۳ د) ۱۴ ه) ۱۵

M_1	M_2
M_3	M_4

۳۱) یک ماتریس M با درایه‌های صفر و یک و با ابعاد $2^n \times 2^n$ موجود است. S رشته‌ی متناظر با ماتریس M را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم: اگر کلیه‌ی درایه‌های M صفر باشد، $S = 0$ و اگر کلیه‌ی درایه‌های M یک باشد، $S = 1$. در غیر این صورت ماتریس را به چهار ماتریس مساوی M_1, M_2, M_3, M_4 (مطابق ماتریس بالا از شکل روبه‌رو) تقسیم می‌کنیم. رشته‌ی S_i ($i = 1, 2, 3, 4$) متناظر با ماتریس M_i را به‌دست می‌آوریم. سپس $S = 2S_1S_2S_3S_4$. برای مثال رشته‌ی متناظر ماتریس پایین از شکل روبه‌رو 21001 است.

۱	۰
۰	۱

کدام یک از رشته‌های زیر ممکن است رشته‌ی متناظر یک ماتریس صفر و یک باشد؟

- ۱) ۲۰۲۲۱۱۱۰۱۱۱۱۱(۱) ۲) ۲۱۱۲۰۰۰۲۰۰۰۰۰۰۱(۲) ۳) ۲۰۱۰۲۱۰۲۱۰۱۰۱۰(۳)
- الف) ۱ و ۳ ب) ۱ و ۲ ج) ۱ و ۲ و ۳ د) ۲ و ۳ ه) هیچ کدام

۳۲) در سؤال قبلی چند رشته‌ی متناظر برای ماتریس‌های 16×16 وجود دارد؟

- الف) ۱۶۶۴ ب) ۲۱۶ ج) ۲۶۴ د) ۴۲۵۶ ه) ۴۱۶

۳۳) پنج نفر به نام‌های احسان، حامد، حسین، شادی، و الهام در تعدادی جلسه شرکت کردند. می‌دانیم تصادفاً در هر جلسه دقیقاً یک نفر غایب بوده است. الهام در ۵ جلسه شرکت کرد و حامد در ۸ جلسه. در ضمن می‌دانیم سه نفر دیگر هر یک در بیش‌تر از ۵ جلسه و کم‌تر از ۸ جلسه شرکت کرده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این سه نفر درست است؟

- الف) هر سه در ۶ جلسه شرکت کرده‌اند. ب) دو نفر در ۶ جلسه و یک نفر در ۷ جلسه شرکت کرده‌اند.
 ج) دو نفر در ۷ جلسه و یک نفر در ۶ جلسه شرکت کرده‌اند. د) هر سه در ۷ جلسه شرکت کرده‌اند.
 ه) اطلاعات داده شده برای حل مسئله کافی نیست.

مرحله ی اول دههین المپیاد کامپیوتر کشور

۳۴) در دو گوشه ی متقابل یک صفحه ی شطرنجی 2000×2000 دو مهره ی اسب قرار دارد. این دو مهره به نوبت حرکت می کنند. حرکت مهره ی اسب ۱ خانه در جهت عمودی یا افقی و ۲ خانه در جهت دیگر است. کم ترین مجموع تعداد حرکات لازم برای دو مهره چه قدر است تا این دو مهره روی یک خانه قرار بگیرند؟

- الف) ۱۳۳۰ ب) ۱۳۳۱ ج) ۱۳۳۲ د) ۱۳۳۳ ه) ۱۳۳۴

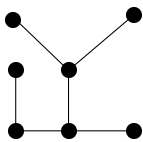
۳۵) در جزیره ی فرد عجیبی زندگی می کند که در روزهای سه شنبه، چهارشنبه، و پنجشنبه همه ی جمله هایی که می گوید دروغ است و در بقیه ی روزهای هفته همه ی جمله های او راست است. این فرد عجیب در چند روز از یک هفته می تواند جمله ی زیر را بگوید: «من هم دیروز دروغ گفتم و هم فردا»؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۵

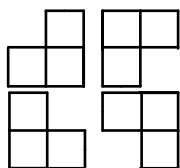
توجه کنید که سؤال های ۳۶ تا ۴۰ وجود ندارند و باید در پاسخ نامه سؤال های بله - خیر را از شماره ی ۴۱ علامت بزنید.

سؤالات بله - خیر

۴۱) نقشه ی شهرهای یک کشور در شکل روبه رو داده شده است. در این شکل هر دایره متناظر یک شهر و پاره خط های بین آن ها متناظر جاده های بین این شهرهاست. هر شهر دارای یک مخزن بنزین است. همه ی این مخزن ها در ابتدا تهی هستند بجز یک شهر دل خواه به نام شهر مبدأ که مخزن آن ۳۰ لیتر بنزین دارد. در شهر مبدأ ماشینی قرار دارد که می تواند حداکثر ۳ لیتر بنزین حمل کند، و برای رفتن از هر شهر به شهر مجاور یک لیتر از این بنزین را مصرف می کند. ماشین می تواند مقداری از بنزینی را که حمل می کند در مخزن بنزین یک شهر خالی کند، یا از مخزن بنزین آن شهر مقداری بنزین برای حمل بردارد. آیا می توان با انتخاب شهر مبدأ مناسب ۳۰ لیتر بنزین موجود در مخزن آن شهر را به وسیله ی ماشین طوری بین شهرها پخش کرد که پس از بازگشت ماشین به شهر مبدأ، در مخزن بنزین هر شهر حداقل یک لیتر بنزین مانده باشد؟

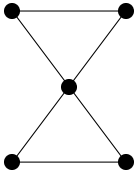


۴۲) جایگشت (۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷) از اعداد ۱ تا ۷ را در نظر بگیرید. در هر مرحله می توانیم با داشتن یک جایگشت، تعداد دل خواهی از اعداد آخر آن را برداشته، به اول آن منتقل کنیم و به جایگشت جدیدی برسیم. مثلاً جایگشت فوق با برداشتن ۳ عدد آخر و انتقال آن ها، به جایگشت (۳, ۴, ۱, ۲, ۶, ۷, ۵) تبدیل می شود. آیا می توان جایگشت فوق را با انجام تعداد دل خواهی از تبدیل های مذکور، سرانجام به جایگشت (۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷) تبدیل کرد؟



۴۳) یک جدول $m \times n$ داریم ($m > 2, n > 2$) که به صورت دل خواه در خانه های آن اعداد ۰ یا ۱ قرار داده ایم. در هر حرکت می توانیم به هر یک از سه خانه ی این جدول که تشکیل یکی از اشکال روبه رو را می دهند یک واحد اضافه کنیم. آیا با حرکاتی از نوع بالا می توانیم اعداد نوشته شده در تمام خانه های جدول را زوج کنیم؟

مرحله ی اول دهمین المپیاد کامپیوتر کشور



۴۴) یک کشور دارای چند شهر و چند جاده ی بین شهری است. در برنامه ی توسعه، دولت تصمیم می گیرد بین هر دو شهری که قبلاً با استفاده از دقیقاً دو جاده می شد از یکی به دیگری رفت، یک جاده تأسیس کند. مثلاً اگر یک کشور شامل سه شهر A ، B ، و C و دو جاده ی $A - B$ و $B - C$ باشد، بعد از برنامه ی توسعه، بین شهرهای A و C هم جاده تأسیس می شود. فرض کنید کشوری دارای ۵ شهر باشد. آیا ممکن است بعد از برنامه ی توسعه، شکل شهرها و جاده های این کشور مطابق شکل مقابل باشد؟ (دایره های توپر نشان گر شهرها و خط های بین آن ها نشان گر جاده ها هستند.)

۴۵) ۹ نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند. دو نفر بازی زیر را انجام می دهند: هر بازی کن در نوبت خود دو نقطه که قبلاً به هم وصل نشده باشد را به هم متصل می کند، به طوری که وتر رسم شده وترهای قبلی را در داخل دایره قطع نکند. آیا بازی کن دوم می تواند طوری بازی کند که حتماً برنده شود؟ (توجه کنید که از یک نقطه می توان چند وتر رسم کرد.)

۴۶) دنباله ی $۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰$ را در نظر بگیرید. در هر مرحله می توانیم چهار عنصر متوالی دنباله را در نظر بگیریم و مکان زوج اول را با زوج دوم این چهارتایی عوض کنیم، مثلاً از روی دنباله ی فوق و با در نظر گرفتن چهار عدد مجاور $۱, ۲, ۳, ۴$ ، می توان دنباله ی $۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰$ را به دست آورد. آیا با انجام تعداد دل خواهی از اعمال فوق می توان از دنباله ی بالا به دنباله ی $۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰$ رسید؟

۴۷) دو نفر بازی زیر را با ظرفی که شامل ۱۳۷۸ عدد کشمش است انجام می دهند: هر بازی کن در نوبت خود می تواند ۱ یا ۳ یا ۵ کشمش بردارد. بازی کنی که آخرین کشمش (یا کشمش ها) را بردارد بازنده است. آیا بازی کن اول می تواند برنده ی این بازی شود؟

۴۸) در یک چندضلعی ساده (نه لزوماً محدب) تمام قطرهای آن رسم کرده ایم و روی هر قطر تعداد اضلاعی که توسط آن قطر قطع می شود را نوشته ایم (یک قطر یک ضلع را وقتی قطع می کند که با آن نقطه ی مشترکی داشته باشد). آیا همواره مجموع اعداد نوشته شده روی قطرهای زوج است؟

۴۹) دنباله ی $۱, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰$ از اعداد صفر و یک را در نظر بگیرید. در هر مرحله یکی از دو عمل زیر را می توانیم انجام دهیم:

- جای دو عنصر مجاور را با یک دیگر عوض کنیم.
- سه عنصر متوالی را در نظر گرفته و مقدار هر سه را تغییر دهیم (از صفر به یک و از یک به صفر تبدیل کنیم).

می گوییم دنباله ی A از دنباله ی B کوچک تر است اگر به ازای هر رقم یک در A ، رقم متناظر آن در B هم برابر یک باشد. آیا می توان با شروع از دنباله ی بالا و استفاده از اعمالی که گفته شد به دنباله ی $۱, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰$ رسید، به شرط این که دنباله هایی که در طول مسیر تولید می شوند، غیر قابل مقایسه باشند؟ (دو دنباله ی A و B قابل مقایسه اند اگر حداقل یکی از آن ها از دیگری کوچک تر باشد.)

۵۰) عدد $N = ۳۲۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$ را با تعداد ارقام ۱۳۷۸ در نظر بگیرید. بر روی N عمل زیر را تکرار می کنیم: هر بار یک رقم دل خواه با مقدار k ($k > ۰$) را انتخاب می کنیم، سپس آن رقم را صفر کرده و به k رقم بعدی از چپ به راست یک واحد اضافه می کنیم. آیا با کم تر از ۱۱ بار تکرار این عمل می توان تمام رقم های N را به صفر و یک تبدیل کرد؟

«موفق باشید»