

9 ژوئیه 2015

سفارش‌های کلی

- مدت آزمون نظری 5 ساعت است و 30 نمره دارد.
- قبل از شنیدن صدای زنگ شروع، حق ندارید پاکت سؤالات را باز کنید.
- پاسخ‌های خود را روی برگه‌های پاسخنامه مخصوص IPHO بنویسید. جواب‌های نهایی خود را در مستطیل‌های مخصوص که در پاسخنامه مربوطه مشخص شده وارد کنید (بالای پاسخنامه‌ها حرف A نوشته شده است). صفحات سفید دیگری در اختیار شماست که حرف B بالای آن‌ها نوشته شده است. این صفحات برای نوشتن جزئیات حل مسئله می‌باشند. روی هر صفحه‌ای (یا قسمتی از آن) که مطلبی نوشته‌اید و می‌خواهید تصحیح نشود ضربدر بکشید.
- همه‌ی اطلاعات خواسته شده در سربرگ را پر کنید (کد شرکت کننده، شماره سوال T1، T2 یا T3 و شماره صفحه).
- در اغلب موارد قسمت‌هایی از مسئله را بدون حل قسمت قبلی می‌توانید حل کنید.
- بدون اجازه، مجاز به ترک میز خود نیستید. اگر نیاز به کمک دارید (مانند خرابی ماشین حساب یا نیاز به رفتن به دستشویی و غیره) با استفاده از دو کارتی که در اختیار دارید به مراقبین اطلاع دهید (کارت قرمز برای کمک و کارت سبز برای رفتن به دستشویی).
- شروع و خاتمه آزمون با صدای زنگ خواهد بود. علاوه بر این دو، رأس هر ساعت زنگ زده می‌شود. همچنین پانزده دقیقه مانده به پایان امتحان زنگ اخطار زده می‌شود.
- در پایان آزمون باید سریعاً از نوشتن خودداری کنید. برگه‌های پاسخنامه و برگه‌های مربوط به حل جزئیات مسئله خود را مرتب و شماره‌بندی کنید و آن‌ها را در پاکت مخصوص قرار دهید. سپس پاکت را روی میز بگذارید. مجاز به بردن هیچ برگه‌ای به بیرون از سالن امتحان نیستید.
- تا زمانی که پاکت شما تحویل گرفته نشده، سر میز خود بمانید. پس از آن که پاکت‌ها جمع‌آوری شد راهنمای شما به بیرون از سالن امتحان راهنمایی‌تان خواهد کرد.
- لیستی از ثابت‌های فیزیکی در صفحه بعدی داده شده است.

برگه داده‌های عمومی

9.807 m s^{-2}	g	شتاب گرانش روی زمین
$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$	P_{atm}	فشار اتمسفر
$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	N_A	عدد آووگادرو
$1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k_B	ثابت بولتزمن
13.606 eV	—	انرژی بستگی اتم هیدروژن
$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	e	اندازه بار الکترون
$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$	m_e	جرم الکترون
$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_p	جرم پروتون
$1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_n	جرم نوترون
$1.257 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$	μ_0	تراوایی مغناطیسی خلاء
$8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$	ϵ_0	گذردهی الکتریکی خلاء
$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h	ثابت پلانک
$3.403 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$	c_s	سرعت صوت در هوا (در دمای اتاق)
$2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c	سرعت نور در خلا
$5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	σ	ثابت استفان - بولتزمن
$6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	G	ثابت جهانی گرانش
$8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	R	ثابت جهانی گازها

ذرات تابش شده از خورشید

(10 نمره)

فوتون‌هایی که از سطح خورشید گسیل می‌شوند و نوترینوهایی که از هسته میانی (Core) آن به ما می‌رسند اطلاعات مفیدی از دمای خورشید به ما می‌دهند و در عین حال نشان می‌دهد تابش خورشید به دلیل واکنش‌های هسته‌ای است. در تمام این مسئله از اطلاعات زیر استفاده کنید.

$$M_{\odot} = 2.00 \times 10^{30} \text{ kg} \quad \text{جرم خورشید:}$$

$$R_{\odot} = 7.00 \times 10^8 \text{ m} \quad \text{شعاع خورشید:}$$

$$L_{\odot} = 3.85 \times 10^{26} \text{ W} \quad \text{درخشندگی (انرژی تابش شده بر واحد زمان) خورشید:}$$

$$d_{\odot} = 1.50 \times 10^{11} \text{ m} \quad \text{فاصله‌ی خورشید تا زمین:}$$

توجه:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

A: تابش خورشید

A1	فرض کنید خورشید مشابه یک جسم سیاه کامل تابش می‌کند. با استفاده از این نکته T_s دمای سطح خورشید را حساب کنید.	0.3
----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

طیف تابشی خورشید را می‌توان با تقریب خوبی از قانون توزیع وین به دست آورد. بنا به این قانون، انرژی خورشیدی تابش شده در واحد زمان بر سطحی به مساحت A روی زمین در واحد بازه‌ی بسامد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

که در آن ν بسامد است. همچنین فرض می‌شود سطح A درست عمود بر نور تابیده شده قرار دارد. حال یک سلول خورشیدی به شکل قرص نازکی به مساحت A در نظر بگیرید که عمود بر پرتوهای نور خورشید قرار دارد.

A2	با استفاده از فرمول تقریبی وین کمیت P_{in} توان تابش شده بر سطح سلول خورشیدی را بر حسب A, R_{\odot}, d_{\odot} و ثابت‌های بنیادی c, h و k_B به دست آورید.	0.3
A3	کمیت $n_{\gamma}(\nu)$ تعداد فوتون‌ها بر واحد زمان بر واحد بازه‌ی بسامد که بر سطح سلول خورشیدی می‌تابند را بر حسب $A, R_{\odot}, d_{\odot}, T_s, \nu$ و ثابت‌های بنیادی c, h و k_B به دست آورید.	0.2

سلول خورشیدی از ماده‌ی نیمه‌رسانایی ساخته شده که گاف انرژی آن E_g است. مدلی را در نظر بگیرید که در آن هر فوتون با انرژی $E \geq E_g$ می‌تواند یک الکترون را تحریک کند و از گاف انرژی عبور دهد. این الکترون حاوی انرژی مفید خروجی E_g است و انرژی اضافه داده شده به آن به صورت گرما تلف می‌شود (یعنی به انرژی مفید تبدیل نمی‌شود).

A4	کمیت $x_g = hv_g/k_B T_s$ را تعریف می‌کنیم که در آن $E_g = hv_g$. توان مفید خروجی سلول، P_{out} را بر حسب x_g ، A ، R_\odot ، d_\odot ، T_s و ثابت‌های بنیادی c ، h و k_B به دست آورید.	1.0
A5	بازده η سلول خورشیدی را بر حسب x_g تعیین کنید.	0.2
A6	نمودار رفتار η بر حسب x_g را به طور کیفی رسم کنید. مقادیر متناظر η در $x_g = 0$ و $x_g \rightarrow \infty$ باید دقیقاً نشان داده شوند. شیب تابع $\eta(x_g)$ در $x_g = 0$ و $x_g \rightarrow \infty$ را معین کنید.	1.0
A7	فرض کنید x_0 مقداری از x_g باشد که در آن η بیشینه است. معادله درجه سومی که x_0 را می‌دهد به دست آورید. مقدار عددی x_0 را با دقت ± 0.25 برآورد کنید و از آن $\eta(x_0)$ را محاسبه کنید.	1.0
A8	گاف انرژی برای سیلیکون خالص $E_g = 1.11 \text{ eV}$ است. بازده η_{Si} برای یک سلول خورشیدی از جنس سیلیکون را با استفاده از این عدد حساب کنید.	0.2

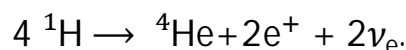
در اواخر قرن نوزدهم کلوین و هلمهولتز (KH) نظریه‌ای برای توضیح علت تابش خورشید ارائه دادند. بنا به نظریه‌ی آنان خورشید در ابتدا توده‌ی عظیمی از ماده ابر مانند به جرم M_\odot و چگالی ناچیز بوده است که به طور پیوسته رو به انقباض گذاشته است و تابش خورشید ناشی از انرژی پتانسیل گرانشی آزاد شده در فرآیند فشردگی تدریجی آن است.

A9	فرض کنید چگالی ماده درون خورشید یکنواخت باشد. انرژی پتانسیل گرانشی کل خورشید در حال حاضر را Ω بنامید و آن را بر حسب G ، M_\odot و R_\odot حساب کنید.	0.3
A10	فرض کنید τ_{KH} زمان بیشینه امکان‌پذیر (بر حسب سال) باشد که بنا به فرضیه‌ی KH خورشید امکان تابش داشته است. این کمیت را با فرض آنکه درخشندگی خورشید در طی این مدت ثابت بوده است، برآورد کنید.	0.5

τ_{KH} محاسبه شده در بالا با سن منظومه‌ی شمسی که از مطالعه‌ی سنگ‌های آسمانی به دست آمده مطابقت ندارد. این نشان می‌دهد که منبع انرژی خورشید تماماً گرانشی نیست.

B: نوترینوهای خورشیدی

در سال 1938 هانس بته‌پیشنهاد کرد که چشمه‌ی انرژی تابشی خورشید برهم‌کنش همجوشی هسته‌های هیدروژن و تشکیل هلیوم در هسته میانی خورشید است. این واکنش در نهایت به صورت زیر خلاصه می‌شود



«نوترینوی الکترون» تولید شده در این برهم‌کنش، ν_e را می‌توان بدون جرم در نظر گرفت. آشکارسازی

نوترینوهای آزاد شده از خورشید در زمین مؤید رخ دادن واکنش‌های هسته‌ای در داخل خورشید است. در این مسئله انرژی حمل شده توسط نوترینوها را می‌توان ناچیز در نظر گرفت.

B1	شار نوترینوها، Φ_ν ، یعنی تعداد نوترینوهایی که در واحد زمان به واحد سطح زمین می‌رسند را بر حسب $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ حساب کنید. انرژی آزاد شده در واکنش فوق $\Delta E = 4.0 \times 10^{-12} \text{J}$ است و فرض می‌کنیم انرژی تابش شده از خورشید تماماً ناشی از همین واکنش است.	0.6
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

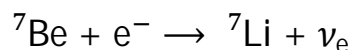
در طی مسیر از هسته میانی خورشید تا زمین، بخشی از نوترینوهای الکترون، یعنی ν_e ها به انواع دیگری از نوترینو که آن‌ها را ν_x می‌نامیم تبدیل می‌شوند. بازده آشکارساز ν_x برابر $\frac{1}{6}$ بازده آشکارساز ν_e است. اگر تبدیل نوترینویی صورت نمی‌گرفت انتظار داشتیم که در هر سال N_1 نوترینو بشماریم. اما به دلیل تبدیل گفته شده، در عمل روی هم رفته به طور متوسط سالیانه N_2 نوترینو (مخلوط ν_x و ν_e) آشکارسازی می‌شوند.

B2	کسر f از ν_e ها که به ν_x تبدیل می‌شوند را بر حسب N_1 و N_2 حساب کنید.	0.4
----	--------------------------------------------------------------------------------------	-----

به منظور آشکارسازی نوترینوها از آشکارسازهای عظیم پر از آب استفاده می‌شود. برهم‌کنش نوترینو با ماده به ندرت رخ می‌دهد، اما گه‌گاه یکی از آن‌ها با یکی از الکترون‌های ملکول‌های آب آشکارساز برخورد می‌کند و آن را به شدت از جا می‌کند. این الکترون‌های پر انرژی با سرعت بسیار زیادی در داخل آب حرکت می‌کنند و تابش الکترومغناطسی گسیل می‌کنند. مادامی که سرعت این الکترون‌ها از سرعت نور در آب (با ضریب شکست n) بزرگ‌تر است به تابش گسیل شده، تابش چرنکوف می‌گویند که به شکل مخروط روشنی در پشت الکترون است.


B3	فرض کنید الکترون کنده شده توسط یک نوترینو در حین حرکت در آب با آهنگ ثابت α انرژی از دست دهد (α انرژی از دست رفته در واحد زمان است). اگر این الکترون در مدت Δt تابش چرنکوف گسیل کند، انرژی داده شده از نوترینو به الکترون (E_{imparted}) را بر حسب α ، Δt ، n ، m_e و c حساب کنید (فرض کنید الکترون قبل از برهم‌کنش با نوترینو ساکن است).	2
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

هم‌جوشی هسته‌های H و تبدیل آنها به هسته He در داخل خورشید در گام‌های متوالی صورت می‌گیرد. در یکی از این گام‌ها هسته ${}^7\text{Be}$ (با جرم سکون m_{Be}) تولید می‌شود. سپس این هسته با جذب یک الکترون از محیط اطراف به هسته ${}^7\text{Li}$ با جرم سکون m_{Li} تبدیل می‌شود که $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$ و یک ν_e می‌دهد. واکنش هسته‌ای متناظر چنین است:



اگر یک هسته‌ی ساکن Be (با جرم $m_{\text{Be}} = 11.65 \times 10^{-27} \text{kg}$) یک الکترون ساکن را جذب کند، انرژی نوترینو تابش شده $E_\nu = 1.44 \times 10^{-13} \text{J}$ است. اما هسته‌های Be در حرکت گرمایی کاتوره‌ای ناشی از دمای T_c ، دمای هسته میانی خورشید، هستند و باید به صورت چشمه‌های متحرک تولید نوترینو به حساب آیند. به این ترتیب انرژی نوترینوهای گسیل شده حول مقدار مربوط به حالت سکون، با یک مقدار rms (جذر میانگین مربعی) معین افت و خیز می‌کند.

B4	به ازای $\Delta E_{rms} = 5.54 \times 10^{-17} \text{ J}$ ، کمیت V_{Be} که جذر میانگین مربعی سرعت هسته‌های Be است را حساب کنید و از آن T_c را برآورد کنید. (راهنمایی: ΔE_{rms} به مقدار rms مؤلفه سرعت در امتداد خط دید بستگی دارد)	2
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

شماره	جواب	نمره
A1	$T_s =$	0.3
A2	$P_{in} =$	0.3
A3	$n_\gamma(v) =$	0.2
A4	$P_{out} =$	1.0
A5	$\eta =$	0.2
A6	<p>نمودار کیفی η بر حسب x_g</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> <p>$x_g = 0$ در شیب در : _____</p> <p>$x_g \rightarrow \infty$ در شیب در : _____</p> </div> </div>	1.0
A7	$x_0 =$ $\eta(x_0) =$	1.0
A8	$\eta_{Si} =$	0.2
A9	$\Omega =$	0.3
A10	$\tau_{KH} =$	0.5

Contestant
Code

--	--	--	--	--	--

A T-1

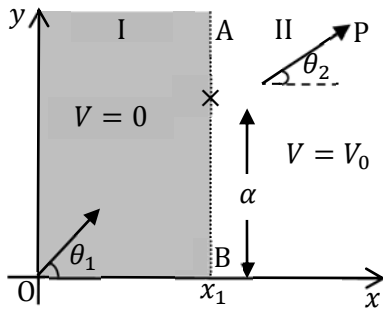


Page No. 2 of 2

B1	$\Phi_\nu =$	0.6
B2	$f =$	0.4
B3	$E_{\text{imparted}} =$	2.0
B4	$V_{\text{Be}} =$ $T_c =$	2.0

اصل فرینه‌سازی

A: اصل فرینه‌سازی در مکانیک



شکل ۱

صفحه‌ی افقی و بدون اصطکاک $x - y$ نشان داده شده در شکل ۱ را در نظر بگیرید که به دو بخش I و II تقسیم شده است. خط AB با معادله‌ی $x = x_1$ این دو بخش را از هم جدا کرده است. انرژی پتانسیل ذره‌ای به جرم m در بخش I برابر $V = 0$ و در بخش II برابر $V = V_0$ است. مسیر ذره در محیط I از مبدأ مختصات O شروع می‌شود و با سرعت ثابت v_1 در امتداد خطی که با محور x زاویه‌ی θ_1

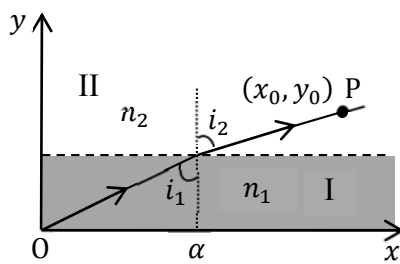
می‌سازد ادامه می‌یابد. این ذره در محیط II در امتداد خطی که با محور x زاویه‌ی θ_2 می‌سازد با سرعت ثابت v_2 به نقطه‌ی P می‌رسد. در تمام قسمت‌های مسئله T-۲ از گرانش و آثار نسبییتی چشم‌پوشید.

A1	عبارتی برای v_2 بر حسب m ، v_1 و V_0 به دست آورید.	0.2
A2	v_2 را بر حسب v_1 ، θ_1 و θ_2 بنویسید.	0.3

کمیتی موسوم به کنش به صورت $A = m \int v(s) ds$ تعریف می‌کنیم که در آن ds عنصر طول بینهایت کوچکی در امتداد مسیر ذره‌ای به جرم m و $v(s)$ سرعت ذره است و انتگرال روی مسیر ذره گرفته می‌شود. به عنوان مثال، برای ذره‌ای که با سرعت ثابت v روی دایره‌ای به شعاع R می‌چرخد، کنش A پس از یک دور حرکت دارای مقدار $2\pi m R v$ است. می‌توان نشان داد برای ذره‌ای با انرژی ثابت E مسیر واقعی از میان تمام مسیرهای قابل تصور بین دو نقطه، آن است که اندازه‌ی کنش A را فرینه (کمینه یا بیشینه) کند. به طور تاریخی به این گزاره اصل کمترین کنش (PLA) گفته می‌شود.

A3	اصل کمترین کنش (PLA) ایجاب می‌کند که مسیر ذره‌ای که در محیطی با انرژی پتانسیل ثابت بین دو نقطه حرکت می‌کند خط راستی است که آن دو نقطه را به هم وصل می‌کند. فرض کنید نقاط ثابت O و P در شکل ۱ به ترتیب با مختصات $(0,0)$ و (x_0, y_0) توصیف شوند و مختصات نقطه‌ای که ذره از مرز دو محیط عبور می‌کند (x_1, α) باشد. توجه کنید که x_1 ثابت است و کنش فقط به مختصه α بستگی دارد. عبارت کنش $A(\alpha)$ را به دست آورید و با استفاده از PLA رابطه‌ای بین v_1/v_2 و مختصات نقاط داده شده پیدا کنید.	1.0
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

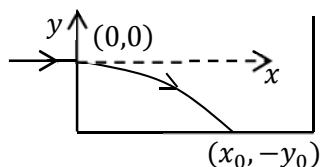
B: اصل فرینه‌سازی در اپتیک



شکل ۲

یک پرتو نور از محیط I با ضریب شکست n_1 به محیط II با ضریب شکست n_2 وارد می‌شود. مرز جدایی دو محیط در شکل ۲ با خطی به موازات محور x نشان داده شده است. پرتو نور در محیط I زاویه‌ی i_1 و در محیط II زاویه‌ی i_2 با محور y می‌سازد. برای یافتن مسیر پرتو نور اصل فرینه‌سازی (کمینه یا بیشینه) دیگری موسوم به اصل کمترین زمان فرما را به کار می‌گیریم.

B1	بنا بر اصل فرما پرتو نور بین دو نقطه در امتداد مسیری حرکت می‌کند که زمان عبور نور برای آن فرینه است. رابطه‌ی بین $\sin i_1$ و $\sin i_2$ را بر مبنای اصل فرما به دست آورید.	0.5
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----



شکل ۳: ظرف محتوی آب شکر

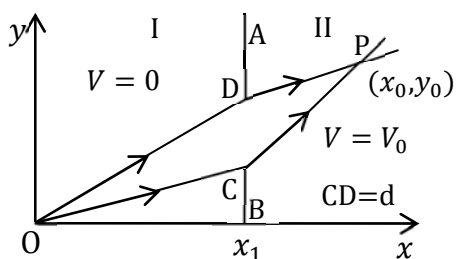
در شکل ۳ تصویر طرح‌واره‌ای از مسیر یک باریکه لیزر که به طور افقی وارد ظرفی محتوی آب شکر شده است را می‌بینید. غلظت شکر در امتداد قائم با افزایش ارتفاع کم می‌شود. در نتیجه، ضریب شکست نیز با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد.

B2	فرض کنید ضریب شکست $n(y)$ فقط به y بستگی دارد. از معادله‌ی به دست آمده در بخش B1 استفاده کنید و رابطه‌ای برای dy/dx شیب مسیر باریکه لیزر، بر حسب n_0 و $n(y)$ به دست آورید که n_0 ضریب شکست در $y = 0$ است.	1.5
B3	باریکه‌ی لیزر مطابق شکل ۳ از مبدأ $(0,0)$ که در ارتفاع y_0 نسبت به کف ظرف قرار دارد به طور افقی وارد ظرف می‌شود. فرض کنید $n(y) = n_0 - ky$ که n_0 و k ثابت‌های مثبتی هستند. برای مسیر واقعی باریکه لیزر رابطه‌ای برای x بر حسب y و کمیت‌های دخیل در مسئله به دست آورید. از انتگرال‌های زیر می‌توانید استفاده کنید: $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + \text{constant}$ $\int \sec\theta d\theta = \ln(\sec\theta + \tan\theta) + \text{constant} \quad , \quad \sec\theta = 1/\cos\theta$	1.2
B4	مقدار x_0 مربوط به مختصه‌ی افقی نقطه‌ای که در آن باریکه به کف ظرف می‌خورد را به دست آورید. فرض کنید $y_0 = 10.0 \text{ cm}$, $n_0 = 1.50$, $k = 0.050 \text{ cm}^{-1}$ ($1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$)	0.8

C: اصل فرینه‌سازی و طبیعت موجی ماده

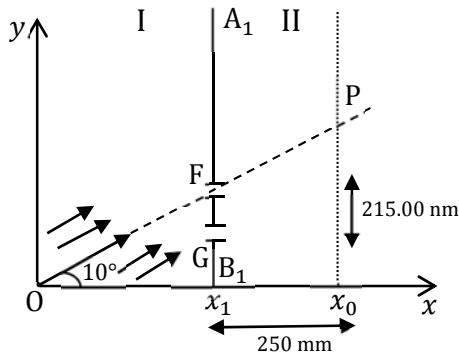
حال می‌خواهیم ارتباط بین اصل کمترین کنش و طبیعت موجی یک ذره‌ی متحرک را بررسی کنیم. به این منظور فرض کنید ذره‌ای که از نقطه‌ی O به نقطه‌ی P می‌رود، می‌تواند روی همه‌ی مسیرهای قابل تصور حرکت کند و ما به دنبال یافتن مسیری هستیم که به تداخل سازنده امواج دوپرویی بستگی دارد.

C1	هرگاه ذره طول کوتاه Δs را در امتداد مسیرش طی کند فاز موج دوپرویی آن به اندازه‌ی $\Delta\phi$ و کنش آن به اندازه‌ی ΔA تغییر می‌کند، رابطه‌ی این دو کمیت و ثابت پلانک را با هم بیابید.	0.6
C2	بخش A از این مسئله برای حرکت ذره از نقطه‌ی O به نقطه‌ی P را به یاد آورید (به شکل ۴ نگاه کنید). فرض کنید دیواره نازک و کدری در امتداد مرز AB بین دو محیط قرار دارد که در آن شکاف کوچک CD به عرض d ایجاد شده است، به طوری که $d \ll (x_0 - x_1)$ و $d \ll x_1$. دو مسیر سرحدی OCP و ODP را در نظر بگیرید، به طوری که مسیر OCP بر مسیر کلاسیک به دست آمده در بخش A منطبق باشد. اختلاف فاز $\Delta\phi_{CD}$ بین دو مسیر را تا تقریب مرتبه اول به دست آورید.	1.2



شکل ۴

D: تداخل امواج مادی



شکل ۵

یک تفنگ الکترونی در نظر بگیرید که باریکه‌ای از الکترون‌های موازی شده را گسیل می‌کند. این تفنگ در نقطه‌ی O از طریق شکاف باریک F روی دیواره کدر A_1B_1 نقطه‌ی P را بر روی پرده‌ی مشاهده نشانده رفته است به طوری که مسیر OFP خط راست است. پرده مشاهده مطابق شکل ۵ در محل $x = x_0$ بر محور x عمود است. سرعت ذره در محیط‌های I و II، زاویه باریکه با محور افقی θ و فاصله‌ی $x_0 - x_1$ به ترتیب زیر است:

$$v_1 = 2.0000 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_2 = 1.9900 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\theta = 10.0000^\circ$$

$$x_0 - x_1 = 250.00 \text{ mm} \quad (1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m})$$

از برهم‌کنش الکترون‌ها با هم چشم‌پوشید.

D1	اگر الکترون‌ها در نقطه‌ی O از حال سکون شتاب گرفته باشند، پتانسیل شتاب‌دهنده‌ی U_1 را برای آن‌ها حساب کنید.	0.3
D2	شکاف مشابه دیگر G روی دیواره کدر A_1B_1 در فاصله‌ی 215.00 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) زیر شکاف F (مطابق شکل ۵) ایجاد شده است. اختلاف فاز بین امواج دوپرویی که از طریق شکاف‌های F و G به نقطه‌ی P می‌رسند را $2\pi\beta$ بنامید و β را حساب کنید.	0.8
D3	کم‌ترین فاصله‌ی Δy بر روی پرده‌ی مشاهده از نقطه‌ی P را حساب کنید که در آن محل انتظار مشاهده الکترون را نداریم. (توجه: تقریب $\sin(\theta + \Delta\theta) \approx \sin\theta + \Delta\theta \cos\theta$ ممکن است مفید باشد).	1.2
D4	باریکه‌ی الکترون مقطعی مربعی به ابعاد $500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm}$ دارد و طول تقریبی دستگاه در مسیر حرکت الکترون‌ها آزمایش 2 m است. کمینه شار الکترون‌ها (تعداد الکترون‌هایی که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر مسیر حرکت می‌گذرند) I_{min} چقدر باشد تا به طور میانگین در هر زمان مفروض دست کم یک الکترون در داخل دستگاه باشد؟	0.4

شماره	جواب	نمره
A1	$v_2 =$	0.2
A2	$v_2 =$	0.3
A3	$A(\alpha) =$ $v_1/v_2 =$	1.0
B1		0.5
B2	$dy/dx =$	1.5
B3	$x =$	1.2
B4	$x_0 =$	0.8
C1	$\Delta\varphi =$	0.6
C2	$\Delta\varphi_{CD} =$	1.2

Contestant
Code

--	--	--	--	--	--

A T-2



Page No. 2 of 2

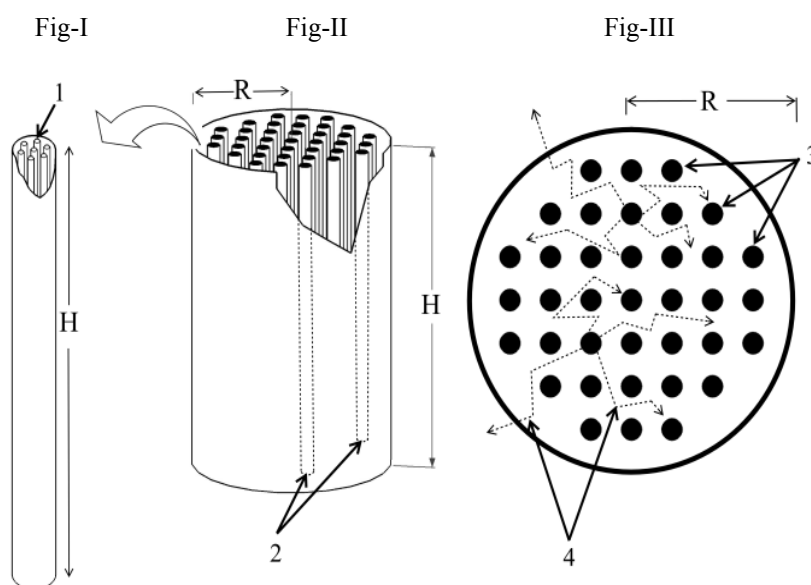
D1	$U_1 =$	0.3
D2	$\beta =$	0.8
D3	$\Delta y =$	1.2
D4	$I_{\min} =$	0.4

طراحی یک راکتور هسته‌ای

۱۰ نمره

اورانیوم در طبیعت به صورت اکسید اورانیوم UO_2 یافت می‌شود که فقط 0.720% از اتم‌های اورانیوم موجود در آن ^{235}U اند. نوترون‌هایی که سبب شکافت می‌شوند در ^{235}U منجر به گسیل 2-3 نوترون شکافت با انرژی جنبشی زیاد می‌شوند. اگر انرژی نوترون‌های شکافت را کاهش دهیم احتمال انجام واکنش شکافت بیشتر می‌شود. بنابراین با کاستن از انرژی جنبشی نوترون‌های شکافت می‌توان زنجیره‌ای از شکافت‌ها در سایر اتم‌های ^{235}U به راه انداخت. این کار مبنای ساختن راکتورهای تولید انرژی هسته‌ای (NR) است.

یک راکتور هسته‌ای متعارف، از مخزنی استوانه‌ای به ارتفاع H و شعاع R ساخته شده که از ماده‌ای که به آن کندکننده (moderator) می‌گوئیم پر شده است. در داخل راکتور لوله‌هایی استوانه‌ای موسوم به کانال‌های سوخت، که هر یک شامل خوشه‌ای از میله‌های استوانه‌ای سوخت است، به موازات هم آرایش یافته‌اند به طوری که مقطع آن‌ها یک آرایه‌ی مربعی مطابق شکل III است. هر میله سوخت از اورانیوم طبیعی UO_2 جامد ساخته شده است. ارتفاع میله‌های سوخت نیز H است. نوترون‌های شکافت که از سطح جانبی کانال‌های سوخت خارج می‌شوند در برخورد با کندکننده انرژی از دست می‌دهند و با انرژی کاهش یافته مناسب (برای شکافت مجدد) به کانال‌های سوخت دیگر موجود در محیط وارد می‌شوند (شکل‌های I-III). گرمای تولید شده حاصل از شکافت در میله‌های سوخت به یک مایع خنک‌کننده که آن‌ها را در بر گرفته و در امتداد طول آن‌ها جریان دارد منتقل می‌شود.



طرح‌واره یک راکتور هسته‌ای (NR)
شکل I: نمای بزرگ‌شده‌ای از یک کانال سوخت که در آن یک میله سوخت با عدد 1 نمایش داده شده است.
شکل II: نمای بالایی یک راکتور هسته‌ای که در آن دو تا از کانال‌های سوخت با عدد 2 نشان داده شده‌اند.
شکل III: نمای بالایی یک راکتور هسته‌ای که در آن آرایه‌ی مربعی کانال‌های سوخت با عدد 3 نشان داده شده است و مسیر نوعی نوترون‌ها با عدد 4 مشخص شده است.
 فقط اجزایی از دستگاه که به مسئله ما مربوط هستند نشان داده شده‌اند (مثلاً میله‌های کنترل و خنک‌کننده نشان داده نشده‌اند).

در این مسئله ما برخی از نکات فیزیکی مرتبط با (A) میله‌های سوخت، (B) کندکننده و (C) راکتور هسته‌ای با همدسه استوانه‌ای را مطالعه می‌کنیم.

A: میله سوخت

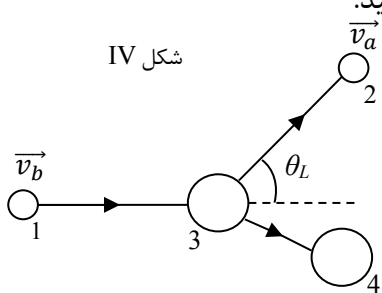
جرم مولی، چگالی، نقطه‌ی ذوب و رسانندگی گرمایی UO_2 در جدول زیر داده شده‌اند.

چگالی	$\rho = 1.060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$	جرم مولی	$M_w = 0.270 \text{ kg mol}^{-1}$
رسانندگی گرمایی	$\lambda = 3.280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	نقطه‌ی ذوب	$T_m = 3.138 \times 10^3 \text{ K}$

A1	واکنش شکافت زیر را برای ^{235}U بعد از جذب یک نوترون با انرژی جنبشی ناچیز در نظر بگیرید $^{235}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{94}\text{Zr} + ^{140}\text{Ce} + 2 ^1_0\text{n} + \Delta E$ انرژی شکافت آزاد شده ΔE (بر حسب MeV) را حساب کنید. جرم‌های هسته‌ها عبارتند از: $m(^{235}\text{U}) = 235.044 \text{ u}$, $m(^{94}\text{Zr}) = 93.9063 \text{ u}$, $m(^{140}\text{Ce}) = 139.905 \text{ u}$, $m(^1_0\text{n}) = 1.00867 \text{ u}$ $1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV } c^{-2}$ به موازنه بارهای الکتریکی دو طرف واکنش کاری نداشته باشید.	0.8
A2	کمیت N ، تعداد اتم‌های ^{235}U در واحد حجم UO_2 طبیعی را حساب کنید.	0.5
A3	فرض کنید که نوترون‌ها با چگالی شار یکنواخت $\phi = 2.000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ به سوخت می‌تابند. سطح مقطع شکافت هسته‌ای ^{235}U (مساحت مقطع موثر برای هر هسته هدف) برابر $\sigma_f = 5.400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ است. اگر 80.00% انرژی ناشی از شکافت به صورت گرما قابل بهره‌برداری باشد، کمیت Q که آهنگ تولید گرما در واحد حجم میله سوخت است را بر حسب W m^{-3} برآورد کنید. $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$	1.2
A4	اختلاف دمای وسط میله سوخت (T_c) با دمای سطح آن (T_s) در حالت پایا را می‌توان به صورت $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$ بیان کرد که $k = 1/4$ یک ثابت بدون بعد است و a شعاع میله سوخت است. تابع $F(Q, a, \lambda)$ را با استفاده از تحلیل ابعادی به دست آورید. توجه کنید که λ رسانندگی گرمایی UO_2 است.	0.5
A5	دمای مطلوب برای مایع خنک‌کننده $5.770 \times 10^2 \text{ K}$ است. حد بالای شعاع میله‌ی سوخت، a_u را تعیین کنید.	1.0

B: کندکننده

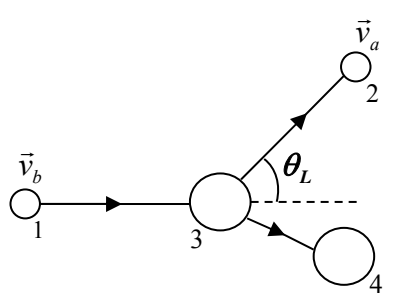
برخورد دو بعدی و کشسان یک نوترون با جرم 1 u و یکی از اتم‌های کندکننده به جرم $A \text{ u}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید قبل از برخورد، تمام اتم‌های کندکننده در چارچوب آزمایشگاه (LF) ساکن هستند و سرعت نوترون‌ها در چارچوب آزمایشگاه قبل و بعد از برخورد به ترتیب \vec{v}_a و \vec{v}_b است. همچنین فرض کنید \vec{v}_m سرعت چارچوب مرکز جرم (CM) نسبت به LF و θ زاویه‌ی پراکندگی نوترون در چارچوب مرکز جرم باشد. ذرات برخورد کننده در فرآیند همگی غیرنسبیتی هستند.

<p>B1</p>	<p>شکل IV طرح‌واره‌ی برخورد در چارچوب آزمایشگاه را نشان می‌دهد که در آن زاویه‌ی پراکندگی نوترون در این چارچوب است. طرح‌واره برخورد در چارچوب مرکز جرم را رسم کنید. روی شکلی که رسم می‌کنید زاویه‌ی θ و سرعت‌های ذرات ۱، ۲ و ۳ را بر حسب \vec{v}_a، \vec{v}_b و \vec{v}_m بنویسید.</p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>برخورد در چارچوب آزمایشگاه</p> <p>1: نوترون قبل از برخورد</p> <p>2: نوترون بعد از برخورد</p> </div>	<p>1</p>
<p>B2</p>	<p>سرعت نوترون و اتم کندکننده را بعد از برخورد در چارچوب مرکز جرم به ترتیب v، V بنامید و مقدار آن‌ها را بر حسب A و v_b به دست آورید.</p>	<p>1.0</p>
<p>B3</p>	<p>عبارتی برای $G(\alpha, \theta) \equiv E_a/E_b$ به دست آورید که E_a و E_b به ترتیب انرژی جنبشی نوترون قبل و بعد از برخورد در LF است و $\alpha \equiv [(A - 1) / (A + 1)]^2$.</p>	<p>1.0</p>
<p>B4</p>	<p>فرض کنید عبارت فوق را برای ملکول D_2O به کار ببریم. بیشینه کسر انرژی از دست رفته نوترون، f_l، در برخورد با کندکننده D_2O (با جرم $20 u$) را حساب کنید. ($f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$)</p>	<p>0.5</p>

C: راکتور هسته‌ای

برای آن که یک راکتور هسته‌ای با شار ثابت نوترون ψ ، در حالت پایا کار کند باید آهنگ نشت نوترون‌هایی که به بیرون نشت می‌کنند با آهنگ تولید نوترون‌های اضافه در فرایند شکافت جبران شود. برای راکتوری با هندسه استوانه‌ای آهنگ نشت $\psi [(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2]$ و آهنگ تولید ψ است. ثابت‌های k_1 و k_2 به خواص مواد به کار برده شده در راکتور بستگی دارند.

<p>C1</p>	<p>یک راکتور هسته‌ای با ثابت‌های $k_1 = 1.021 \times 10^{-2} m$ و $k_2 = 8.787 \times 10^{-3} m^{-1}$ در نظر بگیرید. با توجه به آن که برای یک حجم معین باید آهنگ نشت را برای استفاده بهینه به حداقل رساند، ابعاد مناسب راکتور هسته‌ای را برای کار کردن در حالت پایا حساب کنید.</p>	<p>1.5</p>
<p>C2</p>	<p>کانال‌های سوخت مطابق شکل III در یک آرایه‌ی مربعی قرار داده شده‌اند که فاصله‌ی نزدیک‌ترین همسایه‌ها در آن $0.286 m$ است. شعاع موثر کانال‌ها (اگر جامد فرض شوند) $3.617 \times 10^{-2} m$ است. تعداد کانال‌های سوخت، F_n، در یک راکتور هسته‌ای و جرم UO_2 لازم، M، برای آن که راکتور در حالت پایا کار کند را به دست آورید.</p>	<p>1</p>

شماره	جواب	نمره
A1	$\Delta E =$	0.8
A2	$N =$	0.5
A3	$Q =$	1.2
A4	$T_c - T_s =$	0.5
A5	$a_u =$	1.0
B1	<p style="text-align: center;">(چارچوب آزمایشگاه) (چارچوب مرکز جرم)</p> 	1.0

Contestant
Code

--	--	--	--	--	--

A T-3



Page No.

2 of 2

B2	$v =$	$V =$	1.0
B3	$G(\alpha, \theta) =$		1.0
B4	$f_i =$		0.5
C1	$R =$	$H =$	1.5
C2	$F_n =$	$M =$	1.0