

اعداد اول: به عددی که به خود دل و یک به عدد دیگری بخش پذیر نباشد.

عدد اول می نویسد.

اعداد اول را به ترتیب بنویسد: ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹

اعداد مرکب: عددی که اول و یک نباشد. عددی که بیش از دو مقسوم علیه

داشته باشد. عددی که بتوان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی

نویسد از یک نوشت.

$$۳۸ = ۲ \times ۱۹$$

$$۵۸ = ۲ \times ۲۹$$

$$۴۱ = ۴۱$$

$$۸۴ = ۲ \times ۳ \times ۷$$

ترتیب عملکردهای ریاضی

۱. پررنگ ۲. توان ۳. ضرب و تقسیم ۴. جمع و تفریق

اگر دو عملگر در یک دسته بودند چه طور به خود می کشیم؟ در این حالت

عملیات را از سمت چپ به راست انجام می دهیم.

← حاصل ضرب از عبارت های زیر بدست آورده

$$3^2 \times 2^3 - 7 - 11 = 9 \times 8 - 7 - 11 = \frac{72}{7} - 11 = 12 - 11 = 1$$

$$(-2 \times 4)^2 : 2 \times (-3)^2 = 400 : 17 \times 9 = 25 \times 9 = 225 = 15^2$$

$$((1 \times 2 - (2 \times 4) - 2) \times 7 - 7) : (8 \times 9) = \left(\frac{-29}{8} \times 7 - 7 \right) : 72 = \frac{-29}{72} = -\frac{1}{2}$$

$$(2^2 - 2^2) (9 \times 2^2 + 4) \times 20 - 2^2 = 24 \times 20 \times 20 - 32$$

← عبارت زیر را طوری بنویسید که دارای سه یا سه تا یکی باشد

$$3 \times [(12 + 7) : (10 - 4)] = 10$$

7

← با استفاده از قانون ترکیب جاهای خالی را پر کنید

$$n^2 + 2n^2 = n^2 (n + 2)$$

$$n^2 + n = n (n + 1)$$

$$3n^2 - 9n^2 = -6n^2 (n^2 + 3n)$$

← در n^2 یک از قسمت‌های زیر n الیه جای n هر عدد طبیعی بزرگ‌تر

از یک بزرگ‌تر دهیم حاصل عبارت عددی اول نیست؟

در هیچ n^2 برای عددی اول نیست. $x \text{ الف) } n^2 + n \rightarrow n(n+1)$

$x \text{ ب) } 3n^2 + 3 \rightarrow 3(n^2 + 1)$

$x \text{ ج) } 4n + 2 \rightarrow 2(2n + 1)$

$x \text{ د) } 5n^2 + 12n \rightarrow n(5n + 12)$

$\{0, 1, 2, \dots\}$ حسابی (صفر به بعد)

$\{0, 1 + 1, 2 + 1, \dots\}$ حسابی (اعداد صحیح)

در نمودار راست‌ترین عدد بزرگ‌تر است. $a > b \quad -a < -b$

$1-a < 1-b$

۱۳۱۱۲۲۲۱

۱۱۱۳۲۱۳۲۱۱

۳۱۱۳۱۲۱۱۱۳۱۲۲۱

عدد عددی را بنامد

۱
۱۱
۲۱
۱۲۱۱
۱۱۱۲۲۱
۳۱۲۲۱۱

اعداد لوبا

عدد n به توان n و n به صورت تقسیم عدد صحیح به عددی طبیعی نوشت

$a \in \mathbb{Z}$

$b \in \mathbb{N}$

اعداد لوبا می نامیم

هر یک از اعداد زیر را به صورت لسی نوشتن به صورت عددی صحیح

در هر یک طبیعی باشد

$$\text{الف) } \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2 \times \frac{3}{1} = \frac{12}{1}$$

$$\text{ج) } \frac{2,4}{1,3} = \frac{24 \times 10}{13} = \frac{-24}{13}$$

$$\text{د) } \frac{\frac{3}{2}}{1,5} = \frac{1,5}{1,5} = \frac{1}{1} = 1$$

دو اعداد $\frac{r}{s}$ اور $\frac{p}{q}$ کے درمیان دو عدد $\frac{r+p}{s+q}$ اور $\frac{r+q}{s+p}$ کے درمیان ہوں گے۔

$$\frac{15}{25} > \frac{14}{35} \quad \text{اور} \quad \frac{15}{25} = \frac{3}{5} < \frac{14}{10}$$

دو اعداد $\frac{r}{s}$ اور $\frac{p}{q}$ کے درمیان دو عدد $\frac{r+p}{s+q}$ اور $\frac{r+q}{s+p}$ کے درمیان ہوں گے۔

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

$$ad < bc$$

$$ad + ab < bc + ab$$

$$a(d+b) < b(a+c)$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$$

$$ad < bc$$

$$ad + cd < bc + cd$$

$$d(a+c) < c(b+d)$$

$$\frac{c}{d} > \frac{a+c}{b+d}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

حضرتی لیس

1. neue Usp. Y. und gas

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{S} + \frac{1}{r_0}$$

$$\frac{V}{1r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R}$$

اعداد دایره‌ای دوره‌ای (نوسان دایره‌ای)

اعدادی دوره‌ی روش دار

$$\mu / (\mu) \in \mu / \bar{\mu}$$

$$I_{0.9N} = FV/V$$

$\pi \in F, V$

$$Q_M = FV$$

$$x = \frac{F l^3}{9}$$

$$L = 2 / \sqrt{3} \sqrt{1 + \sqrt{3}} \sqrt{1 + \sqrt{3}}$$

$$x = y / \sqrt{y}$$

$1000\text{ g} = 2\text{ V}^{31}, \overline{\text{V}^{31}}$

999 n = 2729

$$x = \frac{rvtq}{999}$$

$$A = 1 + r + r^2 + \dots + 100$$

$$A = 100 + 99r + \dots + 1$$

$$rA = 100 \times 101$$

$$A = \frac{100 \times 101}{r}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\frac{r}{\sqrt{r}} = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$100a = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

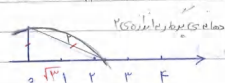
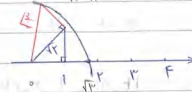
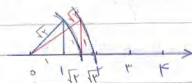
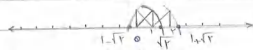
$$1000a = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$990a = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

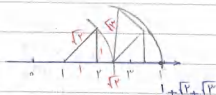
$$a = \frac{1}{990\sqrt{r}}$$

General term

General term is $1 - \sqrt{r}, 1 + \sqrt{r}, \dots, \sqrt{r}, 1 + \sqrt{r}, 1 - \sqrt{r}$



$$1) \text{ نمایش دهم: } (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)$$

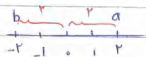


$$2) \text{ نمایش دهم: } (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$$

در مطلق به هر عبارتی که خواهیم از قدر مطلق بیرون میآوریم مثبت می باشد

اصولی دو چیز از طریق قدر مطلق بیان می شود. $\uparrow$ قدر مطلق

باینده حاصل را اندازه می دونند از هم بدوری محور اعداد است.



$$|a| = 2 \quad |b| = 2 \quad |a-b| = |2 - (-2)| = 4$$

$$|\sqrt{x}| \times |\sqrt{x}|$$

$$|b-a| = |-2-2| = |-4| = 4$$

$$|a| = -|a| \Rightarrow (a=0)$$

نماد ۵

مجموعه ها

تعریف مجموعه ای متناهی: مجموعه ای که دارای اعضای محدود باشد.

عمل شمارش (یا کار) اعضای مجموعه (سردکا) به انتها برسد این مجموعه را

مناهی می نامیم در غیر این صورت مجموعه نامناهی خواهد بود.

در طبقه مجموعه ای نامناهی وجود ندارد.

طبیعی $\mathbb{N}$

$\mathbb{R}$

اعداد حقیقی

اعداد $\mathbb{I} = \mathbb{A}$ منطقی

مجموعه $\mathbb{W}$

$\mathbb{Q}$ اعداد گویا $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$		عدد منطقی
$\mathbb{W}$ =	$1, 2, 3, \dots$	$\mathbb{Q}^C$
$\mathbb{N}$	$1, 2, 3, \dots$	$\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}^C$
	$\mathbb{Z}$	$\sqrt{x}$

صحیح $\mathbb{Z}$

اعداد گویا $\mathbb{Q}$

اعداد منطقی $\mathbb{Q}^C$

اعدادی که نتوان به صورت کسر نوشت

حقیقی $\mathbb{R}$

مجموعه ای تهی $\emptyset$ و $A = \{ \}$

ماد دارای مجموعه ها

$$|A| = n(A) = \#(A)$$

ماد تعداد اعضای مجموعه (A)

$$A = \{2, 4, 7, 1\} \quad A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\} \quad n(A) = 4$$

$$B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x < 10\} \quad \text{این مجموعه ی B}$$

در زمان ریاضی نوشتن شده است با اعضا و تعداد اعضا مشخص کرد

$$\{11, 74, \dots, 1\} \quad n(B) = 9$$

نوشته عضو بلاری در مجموعه مقایسه کرد و در هر مجموعه عضو بلاری

یک بار در نظر گرفته می شود. دو مجموعه که اعضایشان یکسان نباشد یا

برابر هستند

مثال

نوعی از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

$$A = \{n^2 \mid n \in \mathbb{Z}, -2 \leq n \leq 2\} \quad n = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{مجموعه}$$

$$n = \{0, 1, 4, 9, 16, 25\}$$

$$B = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}, -3 \leq n \leq 3\} = n = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 5, 10\} \quad \text{مجموعه}$$

$$C = \{|n| \mid n \in \mathbb{Z}, -2 \leq n \leq 2\} \quad n = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$C = \{0, 1, 2, \dots, 2\} \quad n(C) = 7$$

$$D = \{|n-1| \mid n \in \mathbb{Z}, -4 \leq n \leq 3\} \quad n = \{-4, -3, \dots, 3\}$$

$$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad (n)(D) = 7$$

$$E = \{n^2 - |n| \mid n \in \mathbb{Z}, -4 \leq n \leq 4\} \quad n = \{-4, -3, \dots, 4\}$$

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad n(E) = 5$$

شماره‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

$$\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \quad \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} = \{2(n-1) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$\{0, 3, 6, 9, \dots\} \quad \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$\{0, 4, 8, 12, \dots\} \quad \{4n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$\{0, 1, 4, 9, \dots\} \quad \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\} = \{(n-1)^2 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

دو مجموعه عددهای مناسب بنویسید.

$$\{3n-1 \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq -1\} = \{-1, -4, -7, -10, \dots\}$$

$$\{2n + \frac{(-1)^n}{2} \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq 1\} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \dots, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots\}$$

$$\{\frac{3}{p}n + \frac{r}{t} \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq \frac{r}{t}\} = \{\frac{1}{4}, \frac{11}{4}, \frac{19}{4}, \frac{27}{4}, \dots, \frac{r}{t}, \frac{r}{t} + \frac{3}{p}, \dots\}$$

$$\{\frac{r}{p}n + \frac{r}{t} \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq 1\} = \{\frac{r}{t}, \frac{r}{t} + \frac{r}{p}, \frac{r}{t} + \frac{2r}{p}, \frac{r}{t} + \frac{3r}{p}, \dots\}$$

$$\begin{aligned} p \cdot t + r &= 1 \\ p(t+r) + r &= 1 \end{aligned} \quad \{t, t+r, t+2r, \dots\}$$

زیر مجموعه

تعریف: اگر مجموعه B عضو $\mathcal{P}(A)$ باشد، آنگاه B زیر مجموعه A است.

نماد: $B \subseteq A$

$$A = \{1, 3, 5, 7\} \quad B = \{1, 3\} \quad C = \{1, 5, 7\} \quad D = \{1\}$$

$$E = \{1, 3, 5, 7\} \quad BCA, CCA, DCA \\ E \not\subseteq A$$

نماد: $B \subseteq A$ ، هر مجموعه B که زیر مجموعه A باشد.

۱- هر مجموعه B که خودش است.

۲- اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ ، آنگاه $A \subseteq C$.

۳- اگر $B \subseteq A$ ، آنگاه B زیر مجموعه A است.

$$B = \{a, b, c, d\}$$

$$\{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$$

$$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}$$

$$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$$

نمونه: تعداد دل زیر مجموعه های دل مجموعه π عنصری برابر 2^n می شود

اجتماع: $(A \cup B)$ اجتماع دو مجموعه A و B را با نماد $(\cup)$ نشان

و نماد مجموعه صفری است. شامل تمام اعضای مجموعه A و تمام

مجموعه B می باشد.

نمونه: در نوشتن اعضای این مجموعه نیز همانند سایر مجموعه ها از پرانتز

می پرده کنیم.

استدلال: $(A \cap B)$ استدلال دو مجموعه A و B را با نماد $(\cap)$ نشان داده و

نماد مجموعه صفری است. اعضای آن متشکل از عضوهای است

هم در مجموعه A و هم در مجموعه B هستند.

تفاضل: $(A - B)$ تفاضل دو مجموعه A و B را با نماد $(-)$ نشان داده

و متاندر مجموعه‌ی دیگری است و اعضای آن شامل تمام اعضای مجموعه‌ی

A است و در مجموعه‌ی B وجود ندارد.

نکته: عملگر تفاضل درستی خاصیت جابجایی نمی‌باشد. $A - B \neq B - A$

$$B = \{۲, ۴, ۷, ۸, ۹\}$$

$$A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷\}$$

$$C = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$$

مجموعه‌های زیر را بدست آورده

$$A \cap B = \{۲, ۴, ۷\}$$

$$A - B = \{۱, ۳, ۵\}$$

$$A - (B \cup C) = \{\}, \emptyset$$

$$\{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۰\}$$

$$(B \cup C) - A = \{۲, ۸, ۹, ۱۰\}$$

الف مجموعه A شامل اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۱۸ است و با اعضا

$$\{2, 4, 6, \dots, 16\}$$

شماره شده

ب مجموعه B شامل اعداد طبیعی فرد است و با اعضا

$$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\} \quad \text{مجموعه A و B} \quad \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\}$$

د $A \cap B$ چه مجموعه‌ای دارد؟ نوشته شود

$$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\} \quad \frac{F_1}{21 \times 21} = \frac{F_{17}}{2} = 7 \quad \text{مجموعه A و B}$$

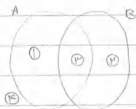
ه) تعداد اعضای $A - B$ بیشتر است یا $B - A$

$$B - A = \{2, 4, 6, \dots, 16\}$$

$$B - A = \{2, 4, 6, \dots, 16\} \quad \text{مجموعه A و B}$$

$$\#(B - A) > \#(A - B) \quad n(B - A) > n(A - B)$$

۲- چرا شکل دو مجموعه در حالت کلی به صورت زیر است. مثال حالات معین



برای دو مجموعه زیر بررسی کنید ؟

$$B - A \quad A - B$$

$$B \text{ عضو } 1, 2 \quad A \text{ عضو } 1, 15$$

$$A \cap B \quad B \text{ عضو } 1, 13, 14 \quad A \text{ عضو } 1, 15$$

$$(A \cup B) \quad A \text{ عضو } 1, 15 \quad B \text{ عضو } 1, 13, 14$$

۳- شکل سه مجموعه به توصیفاتی از مثال حالات معین سه مجموعه است. رسم کنید

و مثال حالات معین سه مجموعه را بنویسید



$$1 \quad A \text{ عضو } 1 \quad (A - B) - C$$

$$2 \quad B \text{ عضو } 2 \quad (B - A) - C$$

$$3 \quad C \text{ عضو } 3 \quad (C - B) - A$$

$$4 \quad C, B, A \text{ عضو } 4 \quad A \cap B \cap C$$

$$5 \quad C, B, A \text{ عضو } 5 \quad (A \cap B) - C$$

$$6 \quad B, A, C \text{ عضو } 6 \quad (A \cap C) - B$$

$$7 \quad A, B, C \text{ عضو } 7 \quad (B \cap C) - A$$

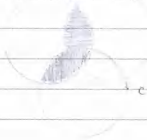
$$8 \quad C, B, A \text{ عضو } 8 \quad (A \cup B \cup C)$$

$$(B \cup C \cup D) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (A \cap D)$$

۱- هر یک از مجموعه‌های زیر را با نمودار بیان کنید

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

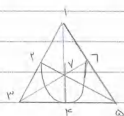
$$A \cap (B \cup C)$$



$$(A \cap B) \cup (A \cap C)$$



$$\begin{cases} A \subset B \rightarrow A \cap B = A \\ A \subset B \rightarrow A \cup B = B \end{cases}$$



۲- هر یک از مجموعه‌های زیر را با نمودار بیان کنید

$$\{1, 2, 3\} \cup \{1, 4, 5\}$$

$$\{1, 2, 3\} \cap \{1, 4, 5\}$$

الف) بنا بر زیر مجموعه های سه عضوی مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 7\}$

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 2, 7\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 6\}, \{1, 5, 7\}, \{1, 6, 7\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 6\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 7\}, \{2, 5, 6\}, \{2, 5, 7\}, \{2, 6, 7\}, \{3, 4, 5\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 4, 7\}, \{3, 5, 6\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 6, 7\}, \{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 6, 7\}, \{5, 6, 7\}$

هر یک از اینها سه عضو از مجموعه A است. به طوری که هر دو عضو از اینها

است. این در مجموعه A عضو $\emptyset$ نیست.

$\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 6, 7\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 5, 6\}, \{3, 4, 7\}, \{3, 5, 7\}$

هر دو عضو از مجموعه A عضو $\emptyset$ نیست.

هر دو عضو از مجموعه A عضو $\emptyset$ نیست.

ب) هر یک از مجموعه های سه عضو از مجموعه A عضو $\emptyset$ نیست.

بنابراین از مجموعه های $\emptyset$ تا $\emptyset$ هر یک از مجموعه های $\emptyset$ تا $\emptyset$ به شرطی که

در $\emptyset$ عضو $\emptyset$ نیست.

$\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 6, 7\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 5, 6\}, \{3, 4, 7\}, \{3, 5, 7\}$

توان

توان: $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n = a^n$ در تعریف بالا عدد صحیح a را پایه و n

طبیعی n را توان یا صامت می نامیم. توان دوگان عدد را عدد زوج و توان فرد آن را عدد فرد می نامیم.

$\frac{-1}{1}$

* هر عدد به توان یک برابر با خود آن عدد است. هر عدد صحیح n دارای توان

توان یک را یک منظور می کنیم.

در ضرب اعداد توان در آن پایه ها باید باشد تا نسبت یک پایه را نوشت و در

یا هم جمع کنیم. $a^{(m+n)} = a^m \times a^n$

تقسیم

با فرض اینکه a یک عدد صحیح باشد و m, n اعداد طبیعی باشند هرگاه

عبارت های زیر را به شکل عدد توان در می نویسند.

$$1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n \quad \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a \times a \times a \times \dots \times a = a^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots \ (11n-10) \quad \frac{11n+10-k}{2} \quad 11n$$

$$a \times a \times a \times a \times \dots \times a = a^{\frac{11n+10-k}{2}} = a^{11n}$$

$$1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n \quad \frac{n^2 + n + 1}{2}$$

$$a \times a \times a \times a \times \dots \times a = a^{\frac{n^2 + n + 1}{2}}$$

ضرب اعداد توان در پایه‌های یکسان

در ضرب اعداد توان در پایه‌ها مساوی باشد ضرایب مای‌های اعداد را

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

برای حاصل ضرب پایه‌ها برابر

با فرض اینکه a عددی صحیح باشد m و n اعداد طبیعی باشند ضرب عبارت را

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots \ n \quad \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a \times b \times a \times b \times \dots \times a \times b = a^{\frac{n(n+1)}{2}} \times b^{\frac{n(n+1)}{2}} = (ab)^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$a \times b \times a \times b \times \dots \times a \times b = a^{\frac{n(n+1)}{2}} \times b^{\frac{n(n+1)}{2}} = (ab)^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

تقسیم اعداد توان در پایه‌های برابر برای تقسیم دوعدر توانی با پایه‌های مساوی

ب. تقسیم توان از پایه‌ها را بنویسید و تعداد مقسوم‌علیه را از نمای مقسوم تم لیسیم. a^{m-n}

$$\frac{a^{78}}{a^2} = \frac{a^{76} (1+a^2)}{a^2 (1+a^2)} = a^{76-2} = a^{74}$$

تقسیم اعداد توان خیمای مساوی: برای تقسیم دو عدد توانی به دارای پایه‌های

مساوی مقسوم‌علیه نمای یکی از دو عدد را برای حاصل تقسیم قرار دهیم.

$$\frac{a^n \cdot b^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{2^8}{2^8} = 1 \Rightarrow 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 = 1$$

طریقی هر عدد حقیقی مخالف صفر مانند a به توان صفر برابر با یک

داریم. زیرا است که صفر به توان صفر (تعریف نشده، مبهم) نسبت به توان صفر

به عدد حقیقی و n به عدد طبیعی باشد. a^n تقسیم بر a^n به ازای

تعریف نشده است.

می‌توان رساندن یک عدد توان در 8 برای توان رساندن یک عدد توان در 8

پایه را بنویسیم و توان‌ها را در هم ضرب کنیم به طور کلی اگر a عددی صحیح و

$$m, n \text{ اعداد طبیعی باشند} \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

توان منفی: + و - توان برای هر عدد صحیح مخالف صفر مانند a و برک هر عدد

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad n \text{ طبیعی}$$

عبارت $(2^n - 2)$ به ازای چه مقادیری از n تعریف شده و به ازای چه مقادیری از n تعریف شده است

$$2^n - 2 = 0 \quad 2^n - 2 = 2 \quad 2^n - 2 = 1 \quad 2^n - 2 = -1$$

$$5 - 5n \quad 5 = 5n \quad (n=1) \quad R = \{1\}$$

به ازای $n=1$ تعریف شده و به ازای بعضی مقادیر n تعریف شده است

اعداد منتهی توان در ۵

در عدد منتهی منتهی به توان زوج هر سه حاصل عددی منتهی به توان عددی ۵

$$\begin{array}{l} 2K = 2K \\ = a \end{array} \quad \begin{array}{l} 2K+1 \\ (a) = -a \end{array} \quad \begin{array}{l} 2K+1 \\ = -a \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \\ \text{حاصل منتهی خواهر سه} \end{array}$$

طه معادله توانی، معادله توانی معادله ای است که هم در توان ظاهر می شود

$$= \frac{-1}{2}$$

حل چنین معادله ای باید در طرف معادله را به دو عدد توان دار با پایه های یک

برد. سپس توان های دو طرف را مساوی قرار داد. و چون معادله را به دست

$$\begin{array}{l} 1) \\ +1 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 3-1=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 3-1=2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 3=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 3=1 \end{array}$$

تعریف اعداد علمی: اعداد علمی برای نشان دادن اعداد بسیار بزرگ و بسیار کوچک

از اعداد علمی استفاده می شود تا مشکل از حاصل ضرب اعداد بین یک میلیارد

(خود را از سال می شود) و یک عدد بتواند از نشان دهی طریقی اعداد

می باشد و به صورت $a \times 10^m$ نمایش داده می شود.

$$x = a \times 10^b$$

$$1 < a < 10, b \in \mathbb{Z} \quad 5 = 5 \times 10^0 \quad 0.02 = \frac{2}{100} = 2 \times 10^{-2}$$

$$0.0000000025 = 2.5 \times 10^{-9}$$

$$9,781,234,567,890,123 = 9.781234567890123 \times 10^{11}$$

تبدیل کردن یک عدد به صورت علمی

$$(31,234,567,890) \times (3 \times 10^4) = 31,234,567,890 \times 10^4 \times 3 \times 10^4$$

$$= 9,370,370,370 \times 10^8 \quad 3,123,456,789 \times 10^4 \times 3 \times 10^4 = 9,370,370,370 \times 10^8$$

$$(370,123,456,789 \times 10^3) (3 \times 10^4 \times 10^4)$$

۱۰۰

الزمینیات یک سیستم استلارسی هدرتوایی em است و خواص

برخی از استلارسی درستی نسبی از زمین تا خورشید اقل دارند

جدیدین استلارسی بارمنیسم

$$3 \times 10^8 \times 10^2 = 1.44 \times 10^{13} = 1.44 \times 10^{+15}$$

$$\frac{1}{100} = 10^{-2}$$

الزمینیات با انرژی زود منفی نسبی

نسبی نسبی

$$\begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix}$$

$$\sqrt[2]{9} = +3$$

$$\begin{matrix} +F \\ -F \end{matrix}$$

نسبی نسبی

$$\begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\rightarrow -2$$

$$\sqrt[3]{8} = 2^{\frac{1}{3}}$$

۱. حاصل ضرب اعداد زیر را بدست آورید.

$$1) \sqrt[3]{-0.008} = \sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$$

$$2) \sqrt[3]{\frac{-x^{15}}{y^7}} = \frac{-x^5}{y^{\frac{7}{3}}} = -\frac{x^5}{y^{\frac{7}{3}}}$$

$$3) \frac{1}{\sqrt[3]{25\sqrt[5]{25^{\frac{1}{5}}}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{25^{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}}} = \frac{1}{25^{\frac{7}{10}}} = 25^{-\frac{7}{10}}$$

۲. ضرب اعداد های زیر را به ساده ترین شکل بنویسید.

$$1) \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10}}{\sqrt{2} \sqrt{5} \times \sqrt{2} \sqrt{5}} = \frac{10}{10} = 1$$

$$2) \sqrt[3]{a^2bc} \times \sqrt[3]{c} \times \sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{a^2bc^2 \times abc} = \sqrt[3]{a^3b^2c^3} = \sqrt[3]{(abc)^2} = \sqrt[3]{abc}$$

$$3) = \sqrt{\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}} = \frac{(a-b)}{|a+b|} = \frac{(a-b)}{|a+b|}$$

۳. اعداد و عبارات های ضرب را بدین شکل بنویسید.

$$1) 5 + 9\sqrt{3} = \sqrt{25} + \sqrt{81 \times 3} \quad 2) -9\sqrt{2} = -\sqrt{81 \times 2} \quad 3) a^2\sqrt{bc} = \sqrt{a^4bc}$$

این عدد را می توان $\frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ این عدد را می توان
 روی نمودار نشان داد

خرج کسره های زیر را بویا کنید

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2 \times 5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{1 \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{1 \times \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{3 \sqrt{3 \sqrt{3 \sqrt{3 \sqrt{3 \dots}}}}}$$

$$A \Rightarrow A \times A = A \times 3 \quad A = 3$$

$$a = \sqrt{3} \quad b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad c = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$$

برای رسائی

پس

$$a-b > 0 \quad a >$$

$$a-b < 0 \quad b > \text{عاشق}$$

$$a-b = 0$$

$$\frac{a}{b} > 1 \quad a >$$

عاشق

$$\frac{a}{b} = 1 \quad a = b$$

$$\frac{a}{b} < 1 \quad b > a$$

$$\sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} (ab)^r + \frac{1}{(ab)^r} = ? \quad \text{چون } r^{-b} = r, \quad F^a = 9 \quad \text{ان}$$

$$r^{10} = r^2 \quad (r^{-b})^{10} = r^2 \quad r^{-2ab} = r^2 \quad ab = -1$$

$$(-1)^3 + \frac{1}{1} = -1 + 1 = 0$$

$$r \sqrt{x} \cdot r \sqrt{x} = ? \quad \text{check } r = \sqrt{r^{100}} \quad \mu!$$

$$r \sqrt{x} = r^{\frac{100}{100}} = r^1 = r \quad \left(r^{\frac{100}{100}} \right)^{\frac{100}{100}} = r^1 = r$$

$$a + \sqrt{b} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$a + \sqrt{b} = x + y + \sqrt{rxy}$$

$$x + y \Rightarrow a + x + \frac{b}{rx}$$

$$rxy \Rightarrow y = \frac{b}{rx}$$

$$rx = rx + b$$

$$rx - rx + b = 0$$

$$\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{r}$$

$$\sqrt{r + \sqrt{r}} = \sqrt{\frac{r}{r}} + \sqrt{\frac{1}{r}}$$

$$\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{r}$$

$$x = \frac{r + \sqrt{r - r}}{r} = \frac{r}{r}$$

$$y = \frac{r - \sqrt{r - r}}{r} = \frac{1}{r}$$

$$r \sqrt{r}$$

$$r \sqrt{r}$$

$$\left(\sqrt[n]{\frac{r}{p}} - \sqrt[n]{\omega_0} \right)^r = \left(r \sqrt[n]{r} - \omega \sqrt[n]{r} \right)^r = 0$$

$$\frac{a}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a-1}} + \frac{a}{1 + \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{a-1}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a-1} + 1 + \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{a-1} \right) \left(1 + \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{a-1} \right)$$

$$\left(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a-1} + \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{a-1} + \sqrt[n]{a(a-1)} \right)$$

$$\frac{(r + \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a-1} + \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{a-1})}{(r + \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a-1} + \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{a-1})} = a$$

$$p = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}, \quad \text{chole } r = \frac{1}{\sqrt[n]{x}} + \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$$

$$q = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}$$

$$\sqrt{\lambda^r} + \frac{1}{\sqrt{\lambda^r}} = \lambda \left\{ \lambda \left(\lambda + \frac{1}{\lambda} - \lambda \right) \right. \quad \lambda^r + 1 - \lambda \lambda = 0$$

$$\sqrt{\lambda^r} = \lambda \quad (\lambda - 1)^r = 0 \Rightarrow \lambda = 1$$

$$\sqrt{\lambda^r} = 1$$

$$\lambda = 1 \quad \lambda = +1 \quad P = \lambda^{\gamma\gamma} + \frac{1}{\lambda^{\gamma\gamma}}$$

$$\lambda = -1$$

$$P = (+1)^{\gamma\gamma} + \frac{1}{(+1)^{\gamma\gamma} = 2}$$

$$Q = \lambda^{\gamma\gamma} + \frac{1}{\lambda^{\gamma\gamma}} = (+1)^{\gamma\gamma} + \frac{1}{(+1)^{\gamma\gamma}} = \begin{matrix} \nearrow r \\ \searrow -r \end{matrix}$$

$$SS = \lambda^{\gamma\gamma} + \frac{1}{\lambda^{\gamma\gamma}} \Rightarrow (+1)^{\gamma\gamma} + \frac{1}{(+1)^{\gamma\gamma}} = \begin{matrix} \nearrow r \\ \searrow -r \end{matrix}$$

$$\frac{r}{r} = \frac{1}{r} \quad r \rightarrow 1$$

∞

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} \quad r \rightarrow r$$

نقشه ساده مساوی‌های ۲ به حسب یک با چند مقدار متفاوت نوشته می‌شود

بعضی از مقادیر برای مقیاس‌های مساوی کمتر است و مقادیر می‌باشند

یک مقاره در هیچ وزنی در اختیار ندارد می‌خواهد وزن نسبی‌های سنگ

نیز او در یک نفر برابر ۳ نسبت سنگ و نسبی جای ۵ لگوی و در طرف

یک نسبت سنگ و ۵ نسبتی جای ۵ لگوی قرار می‌دهد. نام این نسبت

شود. وزن نسبی سنگ را می‌نامند $5 \times 3 = 15$

برای حل یک معادله ۲ یک معادله جبری ساده معادله ۱ ساده تر بوده و جواب

می‌دانیم. معادله جبری ساده عبارتند از: ۱ جمع طرفین مساوی

مساوی ۲ کم کردن مقدار مساوی از طرفین معادله ۳ ضرب طرفین

مقدارهای مساوی و مخالف صفر ۴ تقسیم معادله بر مقادیر مساوی

با اکتفا این عملیات روی یک معادله با درجه معادله ای برسیتم به حصول معادله در یک طرف

و منظور در طرف جلیر باشد.

مثال معادله های زیر را حل کنید

الف) $\frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{x-2}{7}$

$$\frac{3x + 2x - 2}{6} = \frac{x-2}{7} \quad 7x - 2 = x - 2 \quad 6x = -2 + 2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

ب) $\frac{x-3}{4} - 1 = \frac{3}{2} - 2x \quad x - 3 - 4 = 6 - 4x \quad 9x = 13 \quad x = \frac{13}{9}$

نوع: دو توان مساوی و درجه یک و طرفین نیز در ساده کردن معادله یک ضمیمه بود

مثال می اندازم و بعد از آن عملیات صوری ساده میسازم

از این چه مقدار t بسیاری را نیز بردار می شود.

$$\frac{2t+1}{t-2} = \frac{2t-3}{t+1} \quad \frac{2t}{t-2} + \frac{1}{t-2} = \frac{2t}{t+1} - \frac{3}{t+1}$$

$$(2t+1)(t+1) = (t-2)(2t-3) \quad 10t = 5 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

نکته: در حل معادلات شرطه از به توان رساندن طرفین و ریشه گیری با طرفین و سپس

استفاده نکردن جواب های به دست آمده در معادله اصلی امتحان می کنیم چون

بذل قبول خواهند بود به در معادله اصلی صدق کند.

معادلات هم ارز:

تعریف: معادلاتی را که با اعمال جبری ساده از روی هم به دست می

آید هم ارز نامیده می شود.

مثال: در معادله ای که در بالا مشاهده کردیم به کمک عملیات جبری ساده

تبدیل شود به صورتی که بتوان قبول بر این یک است.

مثال: برای چه معادله ای از a معادله ای بر این به یک معادله ای درجه اول

$$2x = Fx + Fx^2 + 7 \quad (a^2 - F)x^2 + (2a - F)x - 7 = 0$$

$a = 2$ غیر قابل قبول

$$\Rightarrow a^2 = F \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$a = -2 \quad -1x - 7 = 0$$

مثال: درودی یک پستچی دوچرخه سواری ۲۵۰۰ تومان است و برای هر یک ساعت دوچرخه سواری

سواری را به ۲۰۰۰ تومان دیگر پرداخت کرد. با استفاده از این دو ساعت می توان دوچرخه سواری

$$10000 = 2000 + 2000x \quad 2000x = 7500 \quad x = \frac{7500}{2000} = 3.75 \text{ کرد}$$

۳ ساعت و ۴۵ دقیقه

کتاب در مورد جواب های معادله ای $ax + b = 0$

حالت اول معادله تنها یک جواب دارد

$$(حالت ۱) \quad 3x - \frac{1}{2} = x + \frac{19}{2} \quad 2x = 10 \quad x = 5$$

حالت دوم معادله بیشتر جواب دارد اگر یک تساوی همواره درست باشد معادله

$$6(x-2) - 4x = 2(x-5) - 32 \quad \text{بیشتر جواب دارد}$$

$$6x - 4x - 4x = 2x - 10 - 32 \quad \text{۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰ هر جوابی که در خواهر بود}$$

$$2x - 2x = 42 - 42$$

حالت اول: معادله جواب ندارد. بعضی درجه یک معادله ممکن است. بعضی ممکن نیست.

معادله مجهول معادله درجه دوم و یک درجه یک معادله، بعضی ممکن نیست.

$$x = 3(x-4) + 2$$

$$3x - 5 = 3x - 12 + 2$$

$$x = -19 + 5$$

$$0 = -14^x$$

معادله جواب ندارد.

$$\frac{x}{x} = 6$$

$$x^x (x^x + x \times x^x - x^x)$$

$$x \times x^x = 6$$

$$x^x (x^x)^x + x \times x^x \times x^x = x^x \times x^x$$

$$x^x (x^x)^x + x - x \times x^x = 0$$

$$x^x = t$$

$$(t-1)(t-2) = 0$$

$$t=1$$

$$x^x = 1$$

$$x=0$$

$$t=2$$

$$x^x = 2$$

$$x=1$$

حفاظت در اول زین، حل شد.

$$7 \left(\frac{r\lambda + 1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{\lambda}{7} \right)$$

$$7\lambda + r - r = \lambda \quad r\lambda - 1 = 0 \quad r\lambda = 1 \quad \lambda = \frac{1}{r}$$

$$11 \left(\frac{\lambda}{r} + \frac{\lambda + 1}{r} = \frac{r\lambda - r}{r} \right) \quad \overset{9\lambda}{7\lambda + r\lambda + r = 9\lambda - 9} \quad 0 = -11 \quad \text{جواب شد.}$$

$$11 \left(\frac{\lambda + r}{r} - \frac{\lambda + 1}{r} = \frac{\lambda + 10}{r} \right) \quad 7\lambda + 11 - r\lambda - r = 7\lambda + 10 \quad r\lambda + 10 = 7\lambda + 10 \quad 10 - r = 1 \quad \lambda = -1$$

$$\frac{r}{\lambda - 1} - \frac{r}{\lambda - 1} = \frac{11}{\lambda + 1} \quad \frac{r}{\lambda - 1} = \frac{11}{\lambda + 1} + \frac{r}{\lambda - 1}$$

$$\frac{r}{\lambda - 1} = \frac{11\lambda - 11 + r\lambda + r}{\lambda - 1} \quad \frac{r}{\lambda - 1} = \frac{19\lambda - 1}{\lambda - 1} \quad 19\lambda - 1 = r \quad 19\lambda = 1$$

$$\frac{\lambda + 1}{\lambda - r} = \frac{r\lambda - r}{r\lambda + 1} \quad (\lambda + 1)(r\lambda + 1) = (\lambda - r)(r\lambda - r)$$

$$r\lambda^2 + r\lambda + 1 = r\lambda^2 - r\lambda - r\lambda + r \quad r\lambda + 1 = -r\lambda + r$$

$$10\lambda = 10 \quad \lambda = \frac{10}{10} = \frac{1}{r} \quad \text{در جواب شد.}$$

صورت چهارم، عدد ضعیف زوج است و FF می باشد. 01 عدد 1 است و 11 عدد 3 است

$$(1+2)(1+2) + (1+1) = FF \quad FF = 32 \quad 1 = 1$$

در $\frac{1}{3}$ عدد A است $\frac{2}{3}$ عدد B است $\frac{3}{3}$ عدد A است $\frac{4}{3}$ عدد B است

$$\frac{1}{3} B \quad A = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} B \quad A = \frac{1}{3} B \quad \text{است؟}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} B = \frac{1}{3} B$$

معادلات زیر را حل کنید

$$\frac{1}{3} (1 \times 1 + 2) - 2F = 0$$

$$1 \times \frac{1}{3} - 2F = 0$$

$$9x - 2F = 0$$

$$9x = 2F$$

$$x = -F$$

$$2x(x+2) = 3x+9$$

$$10x = 3x+9$$

$$9x = 9 \quad x = 1$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{\sqrt{5}} \times (\sqrt[3]{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{\sqrt{5}})$$

۱-۵

۲

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

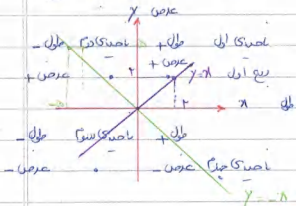
درست است

چند نکته مهم در دسته مضارب: نکته اول: عرض نقطه y روی محور طول ها x

تبرخیزد صفر است. ۲- طول نقطه y روی محور عرض ها x ها تبرخیزد صفر

است. ۳- نقطه $(0,0)$ یعنی مبدأ مضارب هم روی محور طول ها و هم روی

محور عرض ها قرار دارد. ۴- هر دسته مضارب صفر را به چهار بخش



می کند

۵- خط شعاعی ناصبی اول و سیم خطی است به تمام نقاط روی آن

عرض (y) برابر ۰

۶- خط شعاعی ناصبی دوم و چهارم خطی است به طول و عرض تمام

آن در یک هم می افتد

مثال: نقطه $M(-3m + 4, 2m - 5)$ در خطی موازی محور

مقدار m را چنان بیابید که این نقطه

آن را

الف) روی محور yها $F=0$ $3m = 4$ $m = \frac{4}{3}$

$y=0$

ب) روی محور xها $2m = 5$ $m = \frac{5}{2} = 2,5$

آن را

ج) روی شعاعی ناصبی اول و سیم $= 2m - 5$

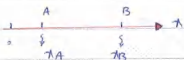
$= 3m + 4$ $9 = 5m$ $m = \frac{9}{5}$

د) روی شعاعی ناصبی دوم و چهارم $= 5 - 2m$

$x = -y$

$3m = 2m$

$m = 0$



فاصله A از B $|AB| = |AB| = |x_B - x_A|$

فاصله A و B

۱- فاصله بین دو نقطه A و B در صفحه مختصات طول یا ده ضعی است

۲- فاصله A و B را به هم وصل می کند. این فاصله A و B روی محور اعداد قرار دارند

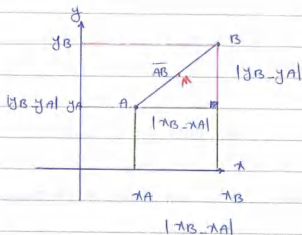
۳- فاصله A و B در صفحه مختصات طول یا ده ضعی است. این فاصله A و B در صفحه مختصات قرار دارند

۴- فاصله A و B در صفحه مختصات اعداد مختلط است. این فاصله A و B در صفحه مختصات قرار دارند

۵- در صفحه مختصات این فاصله A و B در صفحه مختصات قرار دارند. $A = [x_A, y_A]$ و $B = [x_B, y_B]$ فاصله بین

۶- دو نقطه A و B به یکدیگر می رسد. این فاصله A و B در صفحه مختصات قرار دارند

۷- فاصله A و B در صفحه مختصات اعداد مختلط است. این فاصله A و B در صفحه مختصات قرار دارند



$$\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$x_A^2 + y_A^2$ ist die Länge des Vektors $\vec{r}_A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ (siehe Skizze) und

$x_B^2 + y_B^2$ ist die Länge des Vektors $\vec{r}_B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$, $\vec{r}_A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ ist die Länge

$$\begin{bmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{bmatrix}$$

[illegible]

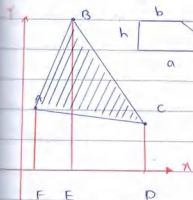
$$CB = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$AB = \sqrt{F + F} = \sqrt{A}$$

$$\bar{A}_C = \sqrt{1 + I} = \sqrt{r}$$

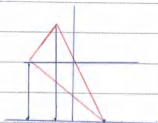
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\Delta}{S} = \frac{\sqrt{r} \cdot \sqrt{\Delta}}{r} = \frac{F}{r} = r$$



$$S = \frac{(a+b)h}{r}$$

$$S_{ABC} = AB EF + BC DE - AC DF$$



مثال ۱: نسبت مقدار ارتفاع به مقدار مساحت افقی طی شده نسبت به هم می شود

به عنوان مثال اگر در یک خیابان به آرای هر ۵۰ متر در راستای افقی طولی رود

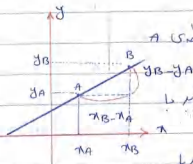
ارتفاع ۵ متر باشد، مقدار نسبت به هم ۵/۵۰ = ۱۰٪ است.

مثال ۲: فرض کنید آرای یک کوچه به هم ۱۵ است بالایی رود. 20 km مسیر مستقیم

را طی می کند این ماشین تغییرات ارتفاعی بالارونده است؟

$$\frac{15}{100} = \frac{h}{20} \quad h = \frac{20 \times 15}{100} = 3$$

نسبت خط (مختصات) خط $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ در دو نقطه



و آن مختصات بلندتر از روی این خط ارتفاعی A

نسبتی B بر روی میزان تغییر ارتفاع برابر با

$y_B - y_A$ و فاصله افقی طی شده برابر با

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \quad \text{نسبت درجه ای}$$

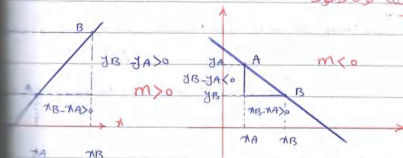
A, B

نکته: شیب خط درجه اول $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و شیب خط اول

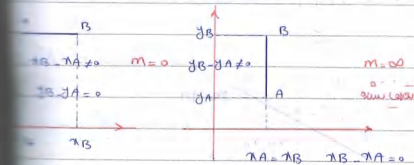
$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -1/5$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

شیب خط اول درجه اول



$$\frac{-1}{1}$$



خطای خط

اگر x و y دو متغیر باشند و با هم رابطه خطی داشته باشند $y = mx + b$

دسته باشند. آن به خود حاصل از رسم این رابطه در دستگاه مختصات

خط خط راست است و مختصات هر نقطه از آن در رابطه $y = mx + b$ صدق

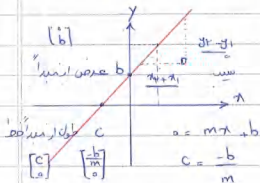
می کند. به این رابطه معادله خط می گویند. در معادله خط $y = mx + b$ اعداد

m و b اعدادی هستند و m شیب خط و b عرض از مبدا

خط می نامیم.

عرض از مبدا خط: عرض نقطه تقاطع خط و محور y ها است. طول از مبدا

خط خط طول نقطه تقاطع خط و محور x ها است. $0x + 0y + 0$



$$y = mx + b$$

عرض از مبدا

$$mx = -b \quad x = \frac{-b}{m}$$

مسئله:

الف) معادله خط را در دستگاه مختصات و عرض از مبدأ آن را بیابید.

$$(0, 5) \quad (-5, 0)$$

$$y = x + 5$$

$$m = 1 \quad b = 5$$

ب) معادله خطی روی این خط بیابید که طول آن $\frac{1}{k}$ عرض از مبدأ باشد.

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{1}{k} \times \text{طول} \quad x = \frac{1}{k} y$$

$$x + 5 \Rightarrow y = \frac{1}{k} y + 5 \Rightarrow \frac{1}{k} y = y - 5 \Rightarrow y = \frac{5}{1 - \frac{1}{k}} = \frac{5k}{k - 1}$$

$$x + 5 \Rightarrow x = \frac{5}{1 - \frac{1}{k}} \quad (x, y) = \left(\frac{5}{1 - \frac{1}{k}}, \frac{5k}{k - 1} \right)$$

ج) معادله خطی را در دستگاه مختصات بیابید که دو نقطه از خط را بیابیم و آن‌ها را بیابیم.

مسئله:

مسئله:

الف) مقدار a را طوری انتخاب کنید که عرض از مبدأ 0 باشد $y - a = x + 2$ L_1 و L_2

$$y = x + (2 + a)$$

$$2 + a = 0$$

$$a = -2$$

a
ب) L_1 و L_2

ب) مقدار a را چنان انتخاب کنید که $ax + 2ax = a + x$ L_1 و L_2 $(a \neq 0)$

$$ax = -2ax + x + a$$

$$ax = x(1 - 2a) + a$$

$$y = \left(\frac{1 - 2a}{a} \right) x + 1$$

$$\frac{1 - 2a}{a} = 0$$

$$1 - 2a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

نوعی معادله است

روش ۱: می‌دانیم که فرم کلی یک معادله مستقیم $y = mx + b$ است و چون L_1

از نقطه $A = (1, 2)$ می‌گذرد، مختصات این نقطه در معادله L_1 صدق می‌کند

پس با جایگذاری مختصات نقطه A و ضرایب L_1 در معادله L_1 به معادله ای می‌رسیم

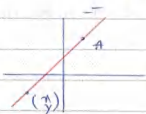
که به سادگی آن b است. حال معادله b و m در معادله ای اصلی یعنی

$$y = mx + b$$

۲- معادله خط موازی با خط $ax + by + c = 0$ که از نقطه (x_0, y_0) می‌گذرد

معادله خط موازی $\Rightarrow (y - y_0) = m(x - x_0)$

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$



خط موازی: دو خط موازی سبک‌های برابر دارند. و برعکس اگر

های برابر داشته باشند یا هم موازی هستند.

خط عمود بر هم: اگر دو خط بر هم عمود باشند سبک‌های

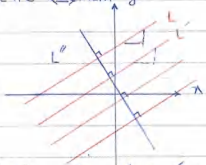
عکس و قدری برابر باشند و برعکس سبک‌های عکس و قدری

اگر دو خط بر هم عمود هستند

دو خط بر هم عمود هستند

$$L \perp L' \Leftrightarrow m = -m'$$

$$L \perp L'' \Leftrightarrow mm'' = -1$$

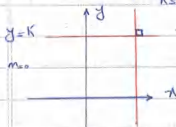


اگر دو خط در صفحه موازی نباشند

در یک نقطه قطع می‌کنند.

در صفحه دو خط عمود هستند و یکی به آن خط عمودی می‌گویند. (اگر خط عمود باشد)

$$x=k \quad m=\infty$$



$$x=k, y=k$$

مثال: معادله خطی که از نقطه A و عمود بر خط $3x-2y=5$ باشد

$$3x-2y=5 \quad 3x-1=5 \quad 3x=6 \quad x=2 \quad A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$m=m' \quad m'=-3 \quad \text{معادله خط } y=3x-1$$

$$y=3x-\frac{11}{4}$$

$$(y-y_0)=m(x-x_0) \quad y-\frac{1}{4}=-3(x-2) \quad y-\frac{1}{4}=-3x+6$$

$$\text{معادله خط } 3y-x+1=0$$

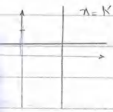
$$m=-3 \quad y-\frac{1}{4}=-3(x-2) \quad 3y=x-1 \quad y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$$

$$y-\frac{1}{4}=-3x+6 \quad y=-3x+\frac{25}{4}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

میدانیم $m=00$

میدانیم $\gamma = \frac{1}{4}$ و $\mu = 0$



$$\left. \begin{matrix} x=K \\ y=K \end{matrix} \right\} x=y$$

$a'x + b'y + c' = 0$, $ax + by + c = 0$ موازی و $\perp$

$aa' + bb' = 0$ موازی و $\perp$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ موازی و $\perp$

$\frac{c}{c'}$ موازی و $\perp$

مقادیر حرکت از نقطه دیگر بودند

الف) معادله خطی که از نقطه (1, 2) میگذرد و با خط موازی است

$m=1$ $y - y_1 = m(x - x_1)$

موازی است

$m=-1$ $y = x + 1$

$$y = mx + b$$

$$y = -\frac{1}{m}x + b$$

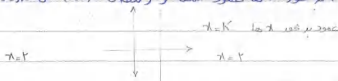
$$y = -x$$

ب) معادله خطی و ارتقعی (۲، ۵) می‌گذرد و بر خط $y = x$ عمود است.

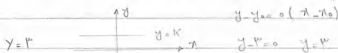
$$y = -x \quad m = -1 \quad m' = +1 \quad y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{عمود است}$$

$$y - 5 = x - 2 \quad y = x + 3$$

ب) معادله خطی و بر محور x عمود است و ارتقعی (۲، ۳) می‌گذرد.



ب) معادله خطی و بر محور y عمود است و ارتقعی (۲، ۳) می‌گذرد.



ب) معادله خطی و ارتقعی (۲، ۳) می‌گذرد و بر خط $y = x$ عمود است.

$$m \cdot \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1 \quad \frac{3 - 2}{2 - 2} = -1 \quad m' = \frac{1}{2}$$

ب) معادله خطی و بر خط $y = x$ عمود است و بر خط $y = x$ عمود است.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2) \quad y - 3 = \frac{1}{2}x - 1 \quad y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\text{مثال: } r \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow y - 0 = -\frac{r}{p}(x - r)$$

معادله خط به فرم $px + qy = r$ و $p^2 + q^2 = 1$ و $r \geq 0$ و (x_0, y_0) روی خط است و طول از مبدأ تا آن r است.

$$y = -\frac{r}{p}x + \frac{r}{p} \quad m = -\frac{r}{p} \quad y = mx + b$$

$$-\frac{b}{-\frac{r}{p}} = r \quad b = \frac{r}{p} \quad y = -\frac{r}{p}x + \frac{r}{p}$$

مثال: معادله خط به فرم $px + qy = r$ و $p^2 + q^2 = 1$ و $r \geq 0$ و (x_0, y_0) روی خط است و طول از مبدأ تا آن r است.

$$\begin{bmatrix} \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}} & \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{AB به فرم استاندارد است}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad y - 0 = r(x - 1) \quad y - 0 = rx - r \quad y = rx + r$$

$$\frac{y - 0}{x - 1} = \frac{r}{-1} = -r \quad m = -r$$

مثال: معادله خط به فرم $px + qy = r$ و $p^2 + q^2 = 1$ و $r \geq 0$ و (x_0, y_0) روی خط است و طول از مبدأ تا آن r است.

مثال:

$$y = -\frac{r}{p}x + \frac{r}{p} \quad m = -\frac{r}{p} \quad \text{خط به فرم استاندارد}$$

$$y - 1 = -\frac{r}{p}(x - 1) \Rightarrow y - 1 = -\frac{r}{p}x + \frac{r}{p} \quad y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 1 = -\frac{r}{p}x + \frac{r}{p} \quad y = -\frac{r}{p}x + \frac{r}{p} + 1$$

$$b = \frac{a}{7} \quad x = \frac{-a}{10}$$

$$7y = 10x + a$$

$$y = \frac{10}{7}x + \frac{a}{7}$$

$$\frac{b}{7}x = \frac{-a}{7}$$

$$10x = -a$$

$$x = \frac{-a}{10}$$

مساحت مثلث ΔABC را در دو خط $7x = 10y + a$ و محور x ها برابر $\frac{6a}{\lambda}$

است. مقدار a را بیابید ؟ $(a > 0)$

$$\frac{a}{10} \times \frac{10}{7} = \frac{a}{7}$$

$$\Delta a = 10 \times 10 = 100$$

$$\frac{a}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{a}{10} = \frac{10}{\lambda}$$

$$a = 100 \quad a = 100$$

دسته معادلات خطی دو خطی. این دو معادله را دو مجهول داریم با هم $\rightarrow$ رابطه

بین دو مجهول داریم در معادله خطی باشد. این معادلات دسته معادلات خطی

دو خطی میگویند. بعد از آن این معادلات یک دسته خطی دو خطی $\rightarrow$ و عنوان

در خط داریم داریم و آن ها را در یک دسته معادلات رسم کنیم. حال بیجورد

در خط اول دسته معادلات است. در این معادلات این خط در هر معادله

$$7y = 10x + a$$

$$a > 0$$

$$y = \frac{10}{7}x + \frac{a}{7}$$

C

$$\frac{10}{7}x + \frac{a}{7}$$

$$x = \frac{-a}{10}$$

$$b = \frac{a}{7}$$

$$c = \frac{-a}{10}$$

$$b \times c = \frac{10}{\lambda}$$

$$bc = \frac{10}{\lambda}$$

$$a \times a = 10$$

$$a = 10 \times 10 \quad a = 100$$

$$\frac{10}{7} \times \frac{10}{7} = \frac{10}{\lambda}$$

کتاب در مورد جواب های دستگاه دو معادله دو مجهول

$$ax + by = c \Rightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$a'x + b'y = c' \Rightarrow y = \frac{-a'}{b'}x + \frac{c'}{b'}$$

$$\frac{-a}{b} \neq \frac{-a'}{b'} \Rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

مقاطع

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

موازی

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

متصی



حل دستگاه خطی معادلات دو مجهولی : روش اول : روش حذفی : الف

حل دستگاه خطی : ابتدا بررسی می کنیم که ضرایب a در دو معادله

هستند تا جبهه اول مرتب بوده و β دوم می‌رویم و اگر مرتب نبوده طریقی

معادله اول را در ضریب α از معادله دوم و طریقی معادله دوم را در ضریب β

ضریب α از معادله اول ضریب می‌گیریم β دوم در معادله حاصل را با هم

جمع می‌کنیم و بدین معادله بر حسب γ می‌رویم β معادله دوم را α می‌کنیم

γ به دست آمده داریم از معادله حاصل برداشته و مقدار α را β دست می‌آوریم.

حل دستگاه با حذف γ : با ضرایب در هر یک از معادله بالا α ، β و γ را

γ را از هر دو حذف می‌کنیم.

روش جایگزینی: وقتی می‌خواهیم یک دستگاه را از روش جایگزینی حل کنیم

اول یک معادله را انتخاب می‌کنیم از مجهولات را به حسب دیگری می‌نویسیم

سپس آن را جایگزین می‌کنیم در معادله دیگر جایگزینی می‌کنیم تا به

یک معادله خطی یک مجهول برسیم.

$$y=1$$

روش دوم

$$y=1$$

روش جایگزین

$$1 \Rightarrow 2x + y - 7y + 17 + 1 = 1$$

$$y=2 \quad x=10 \quad x=2 \quad y=-3$$

روش اول

روش جدید

$$y=1 \quad x-2y=1 \quad 2-2y=1 \quad -2y=-1 \quad y=-\frac{1}{2}$$

$$y=3x+2$$

فاصله بین نقاط را از دسترس

$$2x + y + 3 = 0 \quad A(2, -1)$$

$$AB = |2 - (-2)| = 4$$

$$AC = |-1 - 1| = 2$$

$$BC = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$AB \times AC = BC \times x$$

$$4 \times 2 = 4 \times x$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

المسافة $ax+by+c=0$ من $A(x_0, y_0)$ إلى المستقيم

$$d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$ax+by+c=0$$

$$O \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

$$ax_0+by_0+c=0$$

$$y = -\frac{(ax_0+c)}{b}$$

$$\begin{matrix} x_0 \\ -\frac{(ax_0+c)}{b} \end{matrix}$$

$$AO' = \sqrt{\left(\frac{y_0 + \frac{ax_0+c}{b}}{b}\right)^2}$$

$$ax+by_0+c=0$$

$$x = -\frac{(by_0+c)}{a}$$

$$\begin{matrix} -\frac{(by_0+c)}{a} \\ y_0 \end{matrix}$$

$$BO' = \sqrt{\left(\frac{x_0 + \frac{by_0+c}{a}}{a}\right)^2}$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{x_0 + \frac{by_0+c}{a}}{a}\right)^2 + \left(\frac{ax_0+c}{b} + y_0\right)^2}$$

$$AO' \times BO' = AB \times d$$

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{b} + \frac{|ax_0+by_0+c|}{a} = d \sqrt{\left(\frac{ax_0+by_0+c}{a}\right)^2 + \left(\frac{ax_0+by_0+c}{b}\right)^2}$$

$$\frac{t}{b} + \frac{t}{a} = \frac{\frac{t^2}{a^2} + \frac{t^2}{b^2}}{\frac{t^2}{ab}} \times d \quad \frac{t^2}{ab} = \frac{\frac{b^2 t^2 + a^2 t^2}{a^2 b^2}}{\frac{t^2}{ab}} \times d$$

$$\frac{t^2}{ab} = \frac{t^2}{ab} \sqrt{a^2+b^2} \times d \quad d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

نقطه ۱ و ۲، $y = x + 1$ و $y - x = 3$ دو خط

$$+by + c = 0$$

۱- دو خط موازی

$$+by + c' = 0 \Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۶. معادله خطی را بنویسید از نقطه‌ای $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ که از آن می‌گذرد و مجموع طول از مبدأ

و عرض از مبدأ آن برابر با ۱۰ است؟ $\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} c \\ 0 \end{bmatrix}$ $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$\begin{aligned} y - 2 &= m(x - 2m) \\ y &= mx - 2m + 2 \end{aligned} \quad \begin{cases} b = -2m + 2 \\ 0 = mc - 2m + 2 \\ b + c = 10 \Rightarrow c = 10 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + 2m = 2 \\ 10m - mb - 2m + 2 = 0 \end{cases}$$

۷. معادله خطی را بنویسید از نقطه‌ای $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ که از آن می‌گذرد و حاصل ضرب bc باشد

۶. معادله خطی را بنویسید از نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ داشته و مجموع طول از مبدأ

و عرض از مبدأ آن برابر با باشد؟ $\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} c \\ 0 \end{bmatrix}$ $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$\begin{aligned} y - 2 &= m(x - 2m) \\ y &= mx - 2m + 2 \end{aligned} \quad \begin{cases} b = -2m + 2 \\ 0 = mc - 2m + 2 \\ b + c = 10 \Rightarrow c = 10 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + 2m = 2 \\ 10m - mb - 2m + 2 = 0 \end{cases}$$

۷. معادله خطی را بنویسید از نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ داشته و حاصل ضرب $bc = 12$ باشد

حل المسألة، a ، ω μ ν $\sigma = \frac{By + \mu x + \nu}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ في الحل

$$Ax + By + C = 0 \quad |Ax_0 + By_0 + C| \quad |y_0 - 1| \quad \mu$$

$$\sqrt{A^2 + B^2} \quad \sqrt{9 + 16}$$

$$|y_0 - 1| = 1 \Rightarrow y_0 - 1 = 1 \Rightarrow y_0 = 2 \quad a = 1$$

$$1 - y_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \quad a = -1$$

المسألة، $A(-x, y)$ ، ω μ ν σ في الحل

$$x_0 + y_0 - \mu = 0 \quad d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$x_0 + y_0 - \mu = 0 \quad \mu = \frac{x_0^2 + y_0^2 + 9}{m^2 + 1}$$

$$9 = x_0^2 + y_0^2 + \mu \quad x_0^2 + y_0^2 + \mu = 0$$

$$\mu = 1 \Rightarrow \mu = 1 \quad m = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{1}$$

• zwei Linien $\rightarrow$ 1. Lösungsweg: beide Geraden durch den Ursprung



$$(0, r) \cdot (-1, 0) \quad m = \frac{r-0}{0+1} = \frac{r}{1}$$

$$y - r = \frac{r}{1} \cdot x - 1 \Rightarrow y = \frac{r}{1} \cdot x + r$$

$$(0, -1) \cdot (-r, 0) \quad m = \frac{0+1}{-r-0} = \frac{-1}{r}$$

$$y + 1 = \frac{-1}{r} \cdot x$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{r} \cdot x - 1$$

$$y = \frac{1}{r} \cdot x - 1$$

$$ry = -x - r$$

$$y = \frac{r}{1} \cdot x + r$$

$$ry = rx + r$$

$$\begin{cases} ry + x = -r \\ ry - rx = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} ry + rx = -r \\ ry - rx = r \end{cases}$$

$$xy = -r \Rightarrow y = \frac{-r}{x}$$

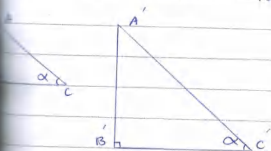
$$S = \frac{r}{1} \cdot \frac{1}{r} \cdot x = \frac{1}{1}$$

Wider

$$\frac{AC}{AC'} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'} = \alpha = \sin \alpha$$

مثال ۱: در مثل قائم الزامی α به ضلع مقابل آن ضلع مجاور

$$\frac{AC}{AC'} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'} = \alpha = \cos \alpha$$



$$\frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} = \alpha = \tan \alpha$$

مثال ۲: در مثل قائم الزامی α به ضلع مقابل آن ضلع مجاور

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

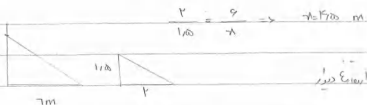
ضلع مجاور

ضلع مقابل

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \quad \cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

سه. فرض کنید یک دیوار مسای ب طول 7m دارد و در همان زمان یکدی ب آن

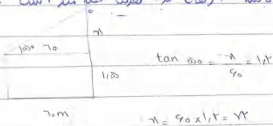
دیوار مسای ب طول 2 متر دارد. ارتفاع دیوار چقدر است؟



مثال 2: شخصی در باغی 60 درجه ای از یک برج مشاهده است و بلندترین

نقطه ی برج را با زاویه ی 50 درجه ای مشاهده می کند. اگر باغی 70 درجه ای و شعاع

آن 1.5 متر باشد. ارتفاع برج چقدر است؟ $(\tan 50 = 1.2)$



$$h_{\text{کل}} = 108 + 1.5 = 109.5$$

$$b \times \tan \alpha = 1 \text{ or } 0 \quad \text{or} \quad \alpha + \beta = 90^\circ \quad \text{or} \quad \sin \alpha = 1$$

$$B = 90^\circ - \alpha$$

$$\therefore \sin \alpha = 1, \cos \alpha = 0, \tan \alpha = \infty$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin B}{\cos B} \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \sin 90^\circ - \alpha \times \sin \alpha = 1$$

$$\cos B \quad \cos \alpha \quad \cos 90^\circ - \alpha \quad \cos \alpha$$

$$\tan B = \frac{c}{a} \quad \tan B \times \tan \alpha = \frac{c}{a} \times \frac{a}{c} = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{c}$$

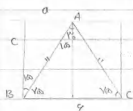
$$\alpha = 90^\circ \quad \alpha + B = 90^\circ \Rightarrow$$

$$B = 0^\circ \quad \Rightarrow \tan \alpha \times \tan B = 1$$

$$\tan \alpha = 1 \quad \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore \tan \alpha = 1 \quad \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \tan 45^\circ = 1$$

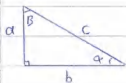
اذا $BC = 9$ و $AB = AC$ و $\angle B = 70^\circ$ فاحسب $\angle A$ و $\angle C$



$$\tan 10^\circ = \frac{a}{c} = \frac{3}{c} = \frac{9}{100}$$

$$99C = 100 \Rightarrow C = \frac{100}{99} \approx 1.01$$

$$S. 11.10 \times 9 = 100.10$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$$

$$\sin \alpha \times \sin \alpha$$

$$(\sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \times \cot \alpha = 1$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 \quad \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

1. Gegeben (Steigungswinkel) α mit $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$: Winkel

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{2}{1}$$

2. Gegeben (Steigungswinkel) α mit $\tan \alpha = 2$: Winkel

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 4 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\sin \alpha = 2 \cos \alpha = 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan^r \alpha = \frac{\sin^r \alpha}{\cos^r \alpha}$$

$$\sin^r \alpha + \cos^r \alpha = 1$$

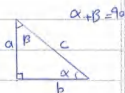
$$\sin^r \alpha = 1 - \cos^r \alpha$$

$$\tan^r \alpha = \frac{1 - \cos^r \alpha}{\cos^r \alpha}$$

$$\tan^r \alpha = \frac{1}{\cos^r \alpha} - 1 \Rightarrow 1 + \tan^r \alpha = \frac{1}{\cos^r \alpha}$$

$$\Rightarrow 1 + \cot^r \alpha = \frac{1}{\sin^r \alpha}$$

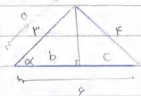
	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan α	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
cot α	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$



$$\frac{h}{b} = \tan \alpha \quad \frac{h}{c} = \tan \beta$$

در شکل مقابل به دست آورده $\sin \alpha + \cos \gamma$ $\frac{r}{\sin \alpha} = r$



$$\sin \alpha + \cos \gamma =$$

$$\frac{r}{\sqrt{2}} + \frac{F}{\sqrt{2}} = \frac{r\sqrt{2}}{2} + \frac{F\sqrt{2}}{2} = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

۴. یک مانع در وسطی توقف طیاره با یک مانع داشته باشد است

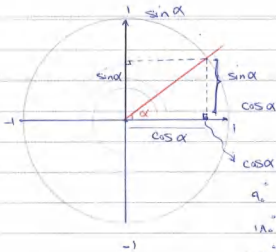
این در طیاره با سرعت F_0 و $\frac{3}{4}$ باشد و طول طیاره L باشد

الف) ارتفاع تقریبی مانع از سطح زمین را بداند؟

ب) طول طیاره را به تقریباً چه در است؟

ج) ماضی بین مانع و محل رسیدن طیاره ها به زمین را بداند

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha, \cos \alpha \leq 1$$

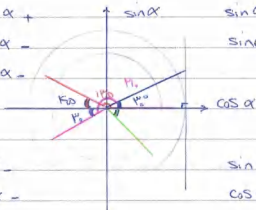
$$90^\circ \quad \sin = 1 \quad \cos = 0$$

$$180^\circ \quad \sin = 0 \quad \cos = -1$$

$$270^\circ \quad \sin = -1 \quad \cos = 0$$

$$360^\circ \quad \sin = 0 \quad \cos = 1$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &+ \\ \cos \alpha &- \\ \tan \alpha &= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \alpha &+ \quad \cos \alpha &+ \\ \sin \alpha &+ \quad \tan \alpha &+ \end{aligned}$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &- \\ \cos \alpha &- \\ \tan \alpha &+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &- \\ \cos \alpha &+ \\ \tan \alpha &- \end{aligned}$$

$$\sin 360^\circ = \sin 0^\circ$$

$$\cos 360^\circ = \cos 0^\circ$$

$$\sin 270^\circ = -\sin 90^\circ$$

$$\cos 270^\circ = -\cos 90^\circ$$

نسبت های مبتدائی رویای ریم و رابینسون و ریم ۱۱٪ ، ۱۲٪ ، ۱۳٪

$$+ \sin 11^\circ \omega = \sin F\omega = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$\tan 170^\circ = -1$$

$$-\cos 1P_{(0)} = -\cos F_{(0)} = -\frac{\sqrt{t}}{y}$$

$$\cot 11^\circ \Delta = 1$$

$$\sin \theta_0 = \sin \theta_0 = \frac{r_0}{r}$$

$$\tan 140 = -\sqrt{4}$$

$$\cos 16^\circ = \cos 90^\circ = -\frac{1}{p}$$

$$\cot 170 = -\frac{170}{1}$$

$$\sin 1760 = -\sin 40 = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \varphi_{\phi} = 1$$

$$\frac{C \cos \theta_{\text{ref}} = -C \sin \theta_{\text{ref}} = -\frac{\sqrt{r}}{r}}$$

$$\cot \varphi \omega = 1$$

$$\sin \theta_{02} = -\sin \theta_0 = -\frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\tan \gamma_{\infty} = \sqrt{\mu}$$

$$\cos \theta_{20} = + \cos 90 = \frac{1}{b}$$

$$\cot \mu_{0g} = \frac{\sqrt{14}}{\mu_0}$$

19. Given $\sin \theta = \frac{1}{10}$ find $\cos \theta$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_0} + \cos \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \frac{r - r_0}{r_0}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \tan^{-1} \frac{1}{5} \approx \frac{1}{5} \approx \frac{1}{\sqrt{5}} \approx \frac{\sqrt{5}}{11}$$

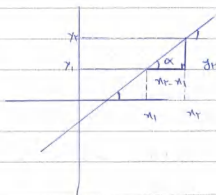
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sin 190^\circ = -\sin 10^\circ = -\frac{r}{10} = -\frac{1}{10}$$

$$\tan 190^\circ = \tan 10^\circ = \frac{\sqrt{3}}{11}$$

$$\cos 190^\circ = -\cos 10^\circ = -\frac{r\sqrt{3}}{11}$$

$$\cot 190^\circ = \cot 10^\circ = \frac{r\sqrt{3}}{11}$$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$x_2 - x_1$$

$$\tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$x_2 - x_1$$

$$m = \tan \alpha$$

Rad, rad

1 cm Eisenkugel (5 cm Durchmesser)

$$p = r\pi r = r\pi$$



$$s \approx r\alpha$$

oder

$$\frac{\pi}{r} = \alpha$$

$$\frac{\pi}{r} = \alpha$$

$$\frac{\pi}{r} = \alpha$$

$$\frac{\pi}{r} = \alpha$$

$$\pi = \alpha$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha \quad \text{Side, hyp. with } \tan \alpha = \frac{F}{1} \quad \text{adj. side!}$$

$$F = \cot \alpha = F$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = F \Rightarrow \cos \alpha = F \sin \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 19 \sin^2 \alpha = 19 \sin^2 \alpha - 1$$

$$\frac{1}{19}$$

$$\text{Side, hyp. of } \triangle ABC, \quad \cos \alpha = 1, \quad \text{adj. side, hyp. of } \triangle ABC$$

$$\sin \alpha$$

$$\cos \alpha \Rightarrow 90^\circ - \alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\text{Side}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$K = \frac{9 - \sqrt{13}}{13\sqrt{13}} = \frac{13}{\sqrt{13}} - \frac{1}{13} = \frac{13(13-1)}{13} = \sqrt{13} - \frac{1}{13}$$

ی + K(13) x = 13 + 13x معادله به صورت شیب 13 و y-Intercept (13) است



$$m = \tan 13^\circ = \frac{\sqrt{13}}{13} \Rightarrow m = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

$$y = x(13 - K\sqrt{13}) + 13$$

$$\frac{\sqrt{13}}{13} = 13 - K\sqrt{13} \Rightarrow \sqrt{13} = 9 - 13\sqrt{13}K \quad 13\sqrt{13}K = 9 - \sqrt{13}$$

؟ $\cos \alpha$ و $\sin \alpha$ را پیدا کنید و $F_y = F \sin \alpha$ و $F_x = F \cos \alpha$ را پیدا کنید

$\cos \alpha$ ؟

$$F_y = F \sin \alpha \Rightarrow y = \frac{1}{r} x + \frac{y}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{r} \Rightarrow \cos \alpha = r \sin \alpha$$

$$F \sin \alpha + \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{r} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{r \times \frac{1}{r}}{r} = \frac{r}{r}$$

$$a = \frac{r}{\sin \alpha} + \frac{\tan \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \text{where } \tan \alpha = r \quad \text{vi}$$

$$r' \sin \alpha \cos \alpha \tan \alpha \sin \alpha \cos \alpha \geq 0 \quad \text{vi}$$

$$\frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} \leq 0 \Rightarrow \sin \alpha \leq 0 \Rightarrow \cos \alpha \leq 0 \quad \text{Liniar}$$

Line (Suek)

$$\sin(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) \text{ where } \sin \alpha$$

$$\sin(180 - \alpha) + \cos(90 + \alpha) + \sin(180 + \alpha) + \cos(90 + \alpha)$$

$$\sin \alpha + \cos(90 - \alpha) - \sin \alpha - \cos(90 - \alpha) = 0$$

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{r} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin\left(\frac{\pi}{r} + \theta\right)} \quad \text{where } \tan \theta = \frac{r}{1} \quad \text{vi}$$

$$\cos(90 + \theta) - \cos(180 + \theta) = \cos(90 - \theta) - (-\cos \theta) = \sin \theta + \cos \theta$$

$$\sin(180 - \theta) - \sin(180 + \theta) = \sin \theta + \sin \theta = 2 \sin \theta$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{2 \sin \theta} \quad \text{vi}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{r}{r} \Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$\frac{\sin \theta + 1}{\sin \theta} = \frac{r}{r} \Rightarrow \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = 1$$

$$\frac{r}{r} \Rightarrow r \tan \theta + r = r \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{\cos \theta} \quad (7A - \text{Gibb})$$

$$r - r = r - r$$

$$\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

$$\tan \theta = m + f \Rightarrow \theta = \arctan(m + f)$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

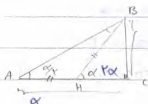
$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} \quad (1A - \text{Gibb})$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{r}\right) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

10
w/w

$$\sin \alpha = \frac{BC}{BH}$$

$$\cos \alpha = \frac{HC}{BH}$$

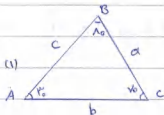


$$\sin \alpha = \frac{BC}{BH} = \frac{\frac{BC}{BH}}{\frac{BH+CH}{BH}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{r}\right) = \frac{BC}{AC}$$

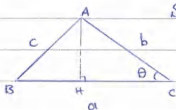
$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(r\alpha)}{1 + \cos(r\alpha)}$$

$$BH + CH = AH + CH = AC$$



10
w/w

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



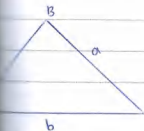
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = b \sin \theta$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$(1) \Rightarrow \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\frac{\sin \hat{C}}{c} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{a}$$

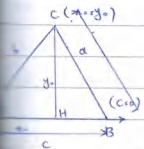


cos Sine

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$



$$\cos \theta = \frac{AH}{AC} = \frac{x_0}{b} \Rightarrow x_0 = b \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{CH}{AC} = \frac{y_0}{b} \Rightarrow y_0 = b \sin \theta$$

$$BC = \sqrt{(x_0 - c)^2 + (y_0 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{(b \cos \theta - c)^2 + (b \sin \theta)^2}$$

$$= \sqrt{c^2 - 2bc \cos \theta + b^2 \sin^2 \theta}$$

$$= \sqrt{c^2 + b^2 \cos^2 \theta - 2bc \cos \theta}$$

$$= \sqrt{c^2 - 2bc \cos \theta}$$

$$1. \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 10 = \cos(F_0 - F_0) = \cos F_0 \times \cos F_0 + \sin F_0 \times \sin F_0$$

$$= \frac{f_r}{r} \times \frac{f_r}{r} + \frac{f_r}{r} \times \frac{1}{r} \Rightarrow \cos 10 = \frac{f_r(f_r + 1)}{r}$$

$$2. \cos(\alpha - (-\beta)) = \cos \alpha \cos(-\beta) + \sin \alpha \sin(-\beta)$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$3. \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$4. \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$x+y=90^\circ$
 $\sin x = \cos y$

$$\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(-\alpha + 90 - \beta) = \cos(-\alpha) \cos(90 - \beta) - \sin(-\alpha) \sin(90 - \beta)$$

$$\cos(90 - (\alpha + \beta)) = \cos \alpha \sin \beta - (-\sin \alpha) \cos \beta$$

$$\begin{cases} \alpha = -\alpha & x = 90 - \beta \\ \beta = 90 - \beta & y = \beta \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}$$

$$\cos(\alpha + \beta)$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} \implies$$

$$\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta}$$

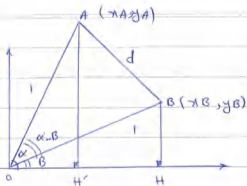
$$\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$1 + \tan \alpha \tan \beta$$



$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \theta$$

$$d^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos(\alpha - \beta)$$

$$\triangle OBH \begin{cases} \cos \beta = \frac{OH}{OB} \Rightarrow \cos \beta = \frac{OH}{1} \Rightarrow x_B = \cos \beta \\ \sin \beta = \frac{BH}{OB} \Rightarrow \sin \beta = \frac{BH}{1} \Rightarrow y_B = \sin \beta \end{cases}$$

$$\triangle OA'H' \begin{cases} \cos \alpha = \frac{OH'}{OA'} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{OH'}{1} \Rightarrow x_A = \cos \alpha \\ \sin \alpha = \frac{AH'}{OA'} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{AH'}{1} \Rightarrow y_A = \sin \alpha \end{cases}$$

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(\cos \beta - \cos \alpha)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d^2 = 1 + 1 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Ans: $\cos \theta = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2$ - ①

$$\cos \theta = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\frac{\sqrt{r} \times \sqrt{r}}{r} + \frac{\sqrt{r} \times 1}{r} = \frac{\sqrt{r}}{r} + \frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{\sqrt{r}(\sqrt{r}+1)}{r}$$

$$\sin \theta = \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{r}}{r} \times \frac{\sqrt{r}}{r} - \frac{1}{r} \times \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{r}(\sqrt{r}-1)}{r} \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{r}(\sqrt{r}-1)}{r} \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{r}(\sqrt{r}+1)}{r}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{r}(\sqrt{r}-1)}{\sqrt{r}(\sqrt{r}+1)} \times \frac{r}{r} = \frac{\sqrt{r}-1}{\sqrt{r}+1} \times \frac{\sqrt{r}-1}{\sqrt{r}-1} = \frac{(\sqrt{r}-1)^2}{r}$$

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$(1 - \cos \theta) = r \cos \theta - 1 = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$\frac{\sqrt{r}}{r} + 1 = \frac{\sqrt{r}+r}{r} \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{r}+r}{r}$$

$$\frac{\sqrt{r}}{r} \sin \theta = 1 - \frac{\sqrt{r}+r}{r} = \frac{r-\sqrt{r}-r}{r} = \frac{r-\sqrt{r}}{r}$$

$$\frac{\sqrt{r}-\sqrt{r}}{r} \tan \theta = \frac{\sqrt{r}-\sqrt{r}}{r} \times \frac{r}{\sqrt{r}+r} = \frac{\sqrt{r}-\sqrt{r}}{\sqrt{r}+r}$$

$$\frac{r}{\sin 20} = \frac{1}{\cos 20} \Rightarrow \frac{r}{\sin 20} = \frac{1}{\cos 20} \Rightarrow r = \frac{\sin 20}{\cos 20} = \tan 20 = \frac{\sqrt{99}}{10}$$

110, 100, 10, θ $\sin \theta = \frac{1}{10}$

$$\cos \theta_0 = \cos(\theta_0 - \theta) = \cos \theta_0 \cos \theta + \sin \theta_0 \sin \theta = \frac{\sqrt{r}}{r} \times \frac{\sqrt{99}}{10} + \frac{1}{r} \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{\sqrt{r}}{r} + \frac{1}{r} = \frac{\sqrt{r} + 1}{r}$$

$$\sin \theta_0 = \sin(\theta_0 - \theta) = \sin \theta_0 \cos \theta - \sin \theta \cos \theta_0 = \frac{1}{r} \times \frac{\sqrt{99}}{10} - \frac{1}{10} \times \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$= \frac{\sqrt{99}}{r} - \frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{\sqrt{99} - \sqrt{r}}{r}$$

$$\tan \theta_0 = \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} = \frac{\sqrt{99} - \sqrt{r}}{\sqrt{r} + 1} \times \frac{r}{r} = \frac{r(\sqrt{99} - \sqrt{r})}{r(\sqrt{r} + 1)}$$

$$\cos \theta_0 = \cos(\theta_0 + \theta) = \cos \theta_0 \cos \theta - \sin \theta_0 \sin \theta = \frac{\sqrt{r}}{r} \times \frac{\sqrt{99}}{10} - \frac{1}{r} \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{\sqrt{r}}{r} - \frac{1}{r} = \frac{\sqrt{r} - 1}{r}$$

$$\sin \theta_0 = \sin(\theta_0 + \theta) = \sin \theta_0 \cos \theta + \sin \theta \cos \theta_0 = \frac{1}{r} \times \frac{\sqrt{99}}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$= \frac{\sqrt{99}}{r} + \frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{\sqrt{99} + \sqrt{r}}{r} \quad \tan \theta_0 = \frac{\sqrt{99} + \sqrt{r}}{\sqrt{r} - 1} \times \frac{r}{r} = \frac{r(\sqrt{99} + \sqrt{r})}{r(\sqrt{r} - 1)}$$

μ_j

1. $\tan \theta = \frac{A}{B}$

$$z = A(\sin \alpha \cos \theta + \sin \theta \cos \alpha) = r \sin \alpha + y \cos \alpha$$