به نام خداوند بخشنده مهربان

تمرین ریاضی مهندسی گروه ۱ ـ نیمسال دوم ۹۳ـ۹۴

حل مسائل با شماره فرد و شماره ۱۲و ۲۰ و ۲۲ را تحویل دهید. موعد تحویل: حداکثر تا چهارشنبه ششم اسفند ۹۳

انتگرالهای زیر به ازای $n = 0, 1, 2, \ldots$ محاسبه کنید. نیازی به اثبات انتگرالهای نامعین مربوطه نیست.

1) $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos nx \,\mathrm{d}x$

2) $\int_{0}^{\pi} \sin nx \,\mathrm{d}x$

3) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos nx \,\mathrm{d}x$

4) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin nx \,\mathrm{d}x$

5) $\int_{-\pi}^{\pi} x\sin nx \,\mathrm{d}x$

6) $\int_{0}^{\pi} x\sin nx \,\mathrm{d}x$

7) $\int_{0}^{\pi} x^2\cos nx \,\mathrm{d}x$

8) $\int_{0}^{\pi} e^x\cos nx \,\mathrm{d}x$

9) $\int_{-\pi}^{0} e^x\sin nx \,\mathrm{d}x$

توابع زیر متناوب با دوره تناوب داده شده هستند. نمودار توابع را در سه دوره تناوب رسم کنید و سپس ضرایب سری فوریه آن‌ها را به‌دست آورید.

10) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ 1 & 0 < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

11) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ 1 & 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

12) $f(t) = t^2 \quad , \quad -\pi < t < \pi \quad , \quad T = 2\pi$

13) $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\pi + t & -\pi < t < 0 \\ \frac{1}{2}\pi - t & 0 < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

14) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ t^2 & 0 < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

15) $f(t) = |t| \quad , \quad T = 2\pi$

16) $f(t) = e^{-t} \quad , \quad 0 < t < 1 \quad , \quad T = 1$

17) $f(t) = e^{-|t|} \quad , \quad -1 < t < 1 \quad , \quad T = 2$

18) $f(t) = E\cos\omega_0 t$

19) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{\pi}{\omega_0} < t < -\frac{\pi}{2\omega_0} \\ E\cos\omega_0 t & -\frac{\pi}{2\omega_0} < t < \frac{\pi}{2\omega_0} \\ 0 & \frac{\pi}{2\omega_0} < t < \frac{\pi}{\omega_0} \end{cases}, T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

20) $f(t) = \cos\alpha t \quad , \quad -\pi < t < \pi \quad , \quad T = 2\pi$ αعدد غیر صحیحی است

با استفاده از سری فوریه مسأله (۱۲) سریهای زیر را ثابت کنید:

21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$

22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \cdots = \frac{\pi^2}{12}$