



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

به نام خدا

## بمٹ و تمرینات تکمیلی سه فصل از کتاب ریاضی دهم

الگو و دنباله

انواع توابع

تعیین علامت

تهیه و تدوین : امین ابراهیمی دبیر ریاضی مدارس استان البرز

<b>ریاضیات</b> تدریس ابراهیمی <b>کنکور</b> از پایه تا دانشگاه	<b>تدریس تقویتی و کنکور</b>
	<b>تدریس آمادگی برای امتحان</b>
	<b>آمادگی برای تیز هوشان</b> <b>نمونه دولتی و المپیاد</b> <b>در موسسه یا منزل</b>
	<b>کارشناس ارشد ریاضی دبیر رسمی</b> <b>آموزش و پرورش و مدارس برتر</b> <b>۰۹۳۵۸۵۳۷۵۲۶</b>

از لاتین بودن اعداد پوزش می طلبم در جزوات بعدی و فصل های آینده مشکل رفع خواهد شد

بحث اول:

الگو و دنباله

هر گاه یک سری از اعداد را به طور منظم پشت سر هم بنویسیم این سری اعداد را یک دنباله اعداد می نامیم .  
در هر دنباله نظم به کار رفته ثابت می باشد .

مثال (

۱)  $1.3.5.7.9, \dots, ( \quad )$

۲)  $3.5.7.9, \dots, ( \quad )$

۳)  $3.6.12.24.48, \dots, ( \quad )$

۴)  $10.8.6.4, \dots, ( \quad )$

۵)  $5.5.5.5, \dots, ( \quad )$

۶)  $1.1.2.3.5.7.12, \dots, ( \quad )$

۷)  $2.1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, ( \quad )$

توجه : جملات دنباله : هر عدد که در یک دنباله قرار می گیرد یک جمله دنباله می گوئیم .  
جمله  $n$  ام دنباله را جمله عمومی دنباله می گویند .

سوال ( کدام دنباله با پایان است ؟

( ۱ ) دنباله اعداد فرد یک رقمی

( ۲ ) دنباله ی اعداد اول بزرگتر از ۱۰

( ۳ ) دنباله مضارب دو رقمی عدد ۳

( ۴ ) گزینه های ۱ و ۳ صحیح هستند .

سوال ( تفاوت یک مجموعه اعداد با یک دنباله اعداد در این است که :

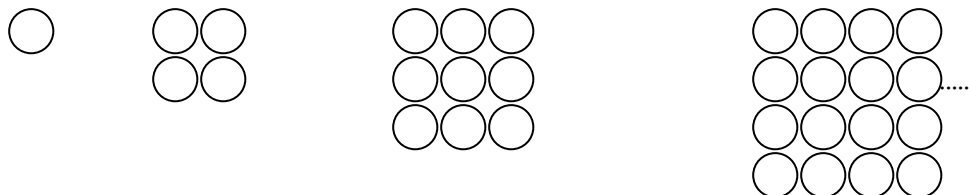
۱) مجموعه اعداد می تواند با پایان باشد ولی دنباله اعداد خیر .

۲) اعضاء مجموعه اعداد می توانند منفی باشند ولی اعداد دنباله خیر .

۳) در مجموعه اعداد می توانند جابه جا شوند ولی در دنباله خیر .

۴) هیچ تفاوتی با هم ندارند .

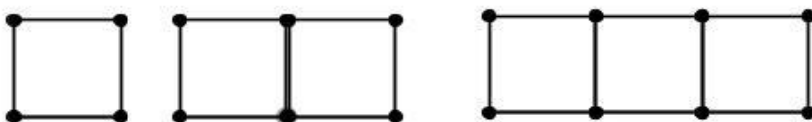
مثال ( الگوی به کار رفته در شکل های زیر را بررسی کنید و جمله عمومی دنباله مربوط به آن را بنویسید .



: دنباله مربوط به شکل

: جمله عمومی

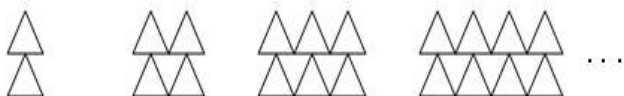
مثال ( در شکل های زیر تعداد چوب کبریت های شکل  $n$  ام را پیدا کنید .



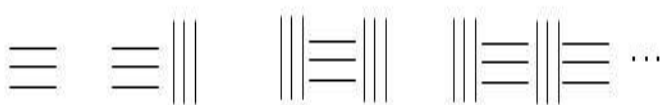
دنباله مربوط به الگوی به کار رفته در شکل بالا :

مثال ( در هر یک از شکل های زیر ، جمله عمومی دنباله ای که از الگوی داده شده پیروی می کند را بنویسید .

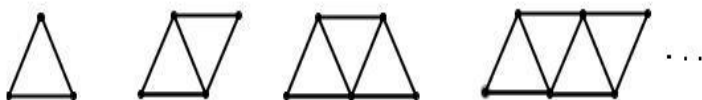
( الف )



( ب )



( پ )



مثال ( یک جمله عمومی برای دنباله های زیر حدس بزنید .

۱) 4.8.12.16,...

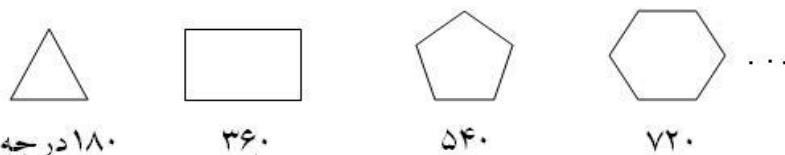
۲) 1.4.9.16,...

۳) 6.18.30.42,...

۴)  $1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \dots$

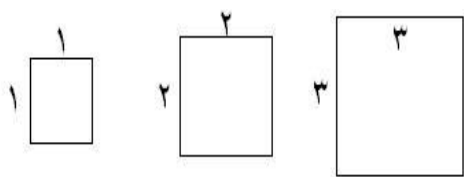
۵) 0/2.0/02.0/002.0/0002,...

سوال ( مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی محدب را در شکل های زیر می بینید .



الف ( الگوی به کار رفته در شکل های ؛  
و دنباله مربوط به آن را بنویسید .

ب ( جمله ی عمومی این دنباله را پیدا کنید .



سوال ( در مربع های زیر :

الف ( محیط و مساحت مربع ها را به صورت دنباله های جداگا  
ب ( جمله عمومی دنباله های مربوط به مساحت و محیط را بد

سوال ( جمله عمومی دنباله ی  $\frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{5}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{3}{7}, \dots, \frac{n}{p}$  کدام می تواند باشد؟

(۱)  $\frac{n+1}{n+2}$       (۲)  $\frac{2n}{n+2}$       (۳)  $\frac{2n}{n-1}$       (۴)  $\frac{n}{n+2}$

سوال ( برای کدام یک از دنباله های زیر نمی توان جمله عمومی پیدا کرد؟

- (۱) دنباله مضارب دو رقمی ۹      (۲) دنباله اعداد زوج  
(۳) دنباله اعداد اول      (۴) دنباله اعداد فرد

سوال ( پنجاه و چهارمین عدد فرد مثبت کدام است؟

(۱) ۱۰۷      (۲) ۱۰۹      (۳) ۱۰۵      (۴) ۱۱۱

سوال ( اگر جمله ی n ام یک دنباله  $a_n = 2n$  باشد، چهار جمله ی اول این دنباله را بنویسید.

سوال ( جمله ی عمومی دنباله ای به صورت  $\frac{(-3)^{n-1}}{2}$  می باشد، جملات آن را مشخص کنید.

### دنباله حسابی

دنباله هایی که هر جمله ی آن ( غیر از جمله ی اول ) از افزودن یک مقدار ثابت به جمله ی قبلی به دست می آیند را دنباله ی حسابی می نامیم و به این مقدار ثابت قدر نسبت دنباله می گوئیم.  
اگر جمله ی اول یک دنباله ی حسابی را a و قدر نسبت آن را d بنامیم جملات این دنباله به شکل زیر خواهند بود.

$$a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n - 1)d, \dots$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

(مثال)

۱) 3.7.11.15,...

۲) 16.14.12.10,...

$$a =$$

$$d =$$

$$a_n =$$

$$۳) 4.4.4.4, \dots$$

$$a =$$

$$d =$$

$$a_n =$$

سوال ) کدام یک از دنباله های زیر دنباله ی حسابی تشکیل می دهند؟ قدر نسبت و جمله عمومی آنها را بنویسید .

$$۱) 2.4.6, \dots$$

$$۲) 10.7.5, \dots$$

$$۳) 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0, \dots$$

سوال ) در یک دنباله حسابی با جمله ی اول ۲- اگر تفاوت هر جمله از جمله ی قبل برابر ۴ واحد باشد :  
الف ) جمله ی عمومی را بنویسید .

ب ) جملات پنجم ، دوازدهم و سی ام را بنویسید .

سوال ) دنباله ی عددی زیر چند جمله دارد ؟

$$8.11.14.17, \dots, 65$$

سوال ) دنباله ی عددی زیر چند جمله دارد ؟

$$9.12.15, \dots, 6p + 15$$

نکته : اختلاف هر دو جمله متوالی در دنباله ی حسابی برابر قدر نسبت است و اگر دو جمله متوالی نباشد قدر نسبت از فرمول مهم زیر محاسبه می شود.

$$d = \frac{a_m - a_k}{m - k}$$

مثال) اگر جمله ی پنجم یک دنباله ی حسابی ۱۷ و جمله ی دوازدهم آن ۵۲ باشد ، جمله ی عمومی دنباله را به دست آورید .

سوال) در یک دنباله ی حسابی جمله ی پنجم برابر ۱۳ و جمله ی هشتم برابر ۲۵ است . قدر نسبت این دنباله را به دست آورید .

تمرین) در یک دنباله ی حسابی جمله ی هفدهم برابر ۶۰ و جمله ی بیست و سوم آن ۸۴ است . در این دنباله جمله ی عمومی را مشخص کنید .

نکته: اگر سه عدد  $a, b, c$  تشکیل دنباله ی حسابی دهند ، به عدد  $b$  واسطه ی حسابی بین دو عدد  $a, c$  می گوئیم و داریم:

$$a, b, c \text{ D } b = \frac{a+c}{2} \quad 2b = a+c$$

$$\underbrace{4.6.8.10.12}$$

مثال) بین ۶ و ۲۲ یک واسطه ی حسابی پیدا کنید .

سوال) اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  به ترتیب جملات متوالی یک دنباله ی حسابی باشند ، نشان دهید که  $y = \frac{1}{2}(x + z)$

سوال) دنباله ی زیر به ازای چه مقداری از  $x$  یک دنباله حسابی خواهد بود .

$$1- x.2+ x.1+ 2x$$



تمرین) عدد  $x$  را چنان تعیین کنید که اعداد  $8x - 2.4x + 3, x + 5$  سه جمله ی متوالی یک دنباله ی حسابی باشند .

نکته : می توانیم بین دو عدد واسطه های حسابی زیادی پیدا کنیم :

مثال ) بین دو عدد ۱۲ و ۳۶ سه عدد درج کنید تا این اعداد تشکیل یک دنباله ی حسابی دهند ، قدر نسبت این دنباله را نیز مشخص کنید .

نکته : اگر در دنباله های حسابی اعداد دنباله را با عددی جمع یا تفریق کنیم قدر نسبت تغییر نمی کند اما اگر جملات دنباله را در عددی ضرب یا تقسیم کنیم ، قدر نسبت نیز در همان عدد ضرب یا تقسیم می شود و دنباله ی جدید نیز خود دنباله ای حسابی خواهد بود .

مثال )

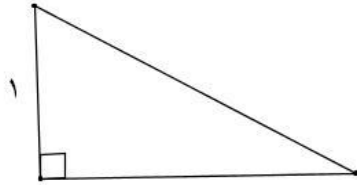
$$a =$$

$$2.4.6.8, \dots \text{ P } d =$$

$$a_n =$$

- ۱) جملات دنباله را با ۳ جمع می کنیم
- ۲) جملات دنباله را از ۳ تفریق می کنیم
- ۳) جملات دنباله را در ۳ ضرب می کنیم
- ۴) جملات دنباله را بر ۴ تقسیم می کنیم

سوال ) اگر در یک مثلث قائم الزاویه طول کوچک ترین ضلع برابر ۱ باشد و اضلاع مثلث تشکیل دنباله ی حسابی دهند دو ضلع دیگر را به دست آورید .



تمرین ) در یک مثلث قائم الزاویه کوچک ترین ضلع برابر ۳ است و اضلاع مثلث تشکیل دنباله ی حسابی می دهند ، دو ضلع دیگر را به دست آورید .

تمرین ) اگر زاویه های مثلثی را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم و یک دنباله ی حسابی تشکیل شود نشان دهید که یکی از زاویه های این مثلث ۶۰ درجه است .

تمرین ) در یک مثلث اضلاع تشکیل دنباله ی حسابی می دهند ، اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد اندازه ضلع های مثلث را به دست آورید .

تمرین ) زاویه های یک پنج ضلعی تشکیل دنباله ی حسابی می دهند ، اگر بزرگترین زاویه ۱۳۶ درجه باشد ، اندازه ی بقیه زاویه ها را حساب کنید .

## دنباله ی هندسی

دنباله هایی را که هر جمله آن (غیر از جمله ی اول) با ضرب یک مقدار ثابت در جمله ی قبلی به دست می آیند را دنباله ی هندسی می نامند .

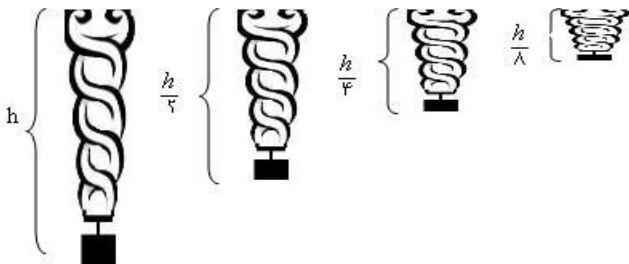
اگر جمله ی اول را با  $a$  و قدر نسبت را با  $q$  نمایش دهیم . جملات دنباله به صورت زیر می باشند .

$$a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}$$

$$a_n = aq^{n-1}$$

(مثال)

وزنه ای را به فنری وصل کرده ایم و آن را می کشیم و سپس رها می کنیم و در هر بار نوسان نصف دفعه ی قبل از نقطه ی ابتدایی فاصله می گیرد . نوسان های این فنر تشکیل یک دنباله ی .....



$$h, \frac{h}{2}, \frac{h}{4}, \frac{h}{8}, \dots, \frac{h}{2^{n-1}}$$

$$a_n = \frac{h}{2^{n-1}}$$

(مثال) کدام یک از دنباله های زیر دنباله ی هندسی می باشند؟ قدر نسبت و جمله عمومی را در آنها مشخص کنید .

۱) 2.6.18.54, ...

$$q =$$

$$a_n =$$

۳)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$

۴)  $\frac{2}{3}, \frac{8}{15}, \frac{32}{75}, \dots$

سوال) در یک دنباله ی هندسی با جمله ی اول ۲-، هر جمله ۳ برابر جمله ی قبل است .  
الف) جمله عمومی دنباله را مشخص کنید .

ب) جمله ی پنجم، هشتم و بیستم را مشخص کنید .

نکته: اگر جمله های یک دنباله هندسی را در عددی ضرب یا تقسیم کنیم دنباله جدید نیز یک دنباله هندسی خواهد بود، و مقدار قدر نسبت  $q$  نیز تغییر نمی کند .

مثال)

3.6.12.24,...

۱) ضرب هر جمله در عدد ۳  $P$

$$a =$$

$$q =$$

$$a_n =$$

۲) تقسیم هر جمله بر عدد ۳  $P$

نکته: اگر در یک دنباله هندسی جمله های  $a_m$  و  $a_k$  را داده شده باشند در این صورت قدر نسبت برابر است با:

$$q^{m-k} = \frac{a_m}{a_k}$$

مثال) اگر در یک دنباله ی هندسی جمله دوم برابر ۴ و جمله ی پنجم برابر ۳۲ باشد:

اولاً: جملات دنباله و جمله عمومی را مشخص کنید .

دوماً: جمله دهم این تصاعد را مشخص کنید .

سوال) در یک دنباله ی هندسی جمله سوم برابر ۱۲ و جمله ی ششم ۹۶ می باشد . جمله ی عمومی این دنباله را

بنویسید .

تمرین ) در یک دنباله هندسی جمله دوم برابر ۶- و جمله ی پنجم آن ۴۸ است .  
جمله ی عمومی این دنباله را مشخص کنید .

نکته : عدد  $b$  را واسطه ی هندسی سه جمله ی  $c$  و  $b$  و  $a$  که تشکیل یک دنباله ی هندسی می دهند و رابطه ی مهم زیر بین آنها برقرار است :

$$b^2 = ac$$

مثال ) اگر ۳۲ و ۲ دو جمله از یک دنباله هندسی باشند واسطه هندسی دو عدد ۲ و ۳۲ را بدست آورید .

مثال ) در مثال های زیر درستی رابطه ی بالا را بررسی می کنیم .

۱) 3.6.12

۲) 1.3.9.27.81

نکته : می توان بین دو عدد بیش از یک واسطه ی هندسی محاسبه کرد .

مثال ) بین دو عدد ۳ و ۲۴۳ سه واسطه ی هندسی درج کنید تا پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله هندسی دهند .

تمرین ) بین دو عدد ۸ و ۲۱۶ دو واسطه ی هندسی پیدا کنید .

تمرین ) واسطه ی هندسی بین دو عدد  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  و  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  به دست آورید .

سوال ) اگر یکی از جملات یک دنباله هندسی ۵ و جمله ی بعدی آن برابر ۱- باشد ، سه جمله ی بعدی این دنباله را بنویسید .

سوال) اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند نشان دهید  $y^2 = xz$

تمرین) اگر  $x, 1+x, x, 1-x$  تشکیل دنباله هندسی دهند  $x$  را حساب کنید.

تمرین) اگر  $1, 2x + 1, 4.5x, 12x$  تشکیل دنباله هندسی دهند  $x$  را بدست آورید.

تمرین) اگر دنباله ای به شکل ثابت باشد نشان دهید این دنباله هم حسابی است و هم هندسی

تمرین) اگر در یک دنباله ی هندسی  $a_1 a_3 = 4$  و  $a_3 a_5 = 16$  باشد، جمله ی اول و قدر نسبت این دنباله ی هندسی را بیابید.

تمرین) دنباله ی هندسی  $1, 3, \dots, \frac{1}{3}$  را در نظر بگیرید:

الف) جمله ی پنجم این دنباله را بدست آورید.

ب) جمله ی  $a_n$  این دنباله را بدست آورید.

پ) حاصل  $\frac{a_{10}}{a_4}$  را بدست آورید.

ت) واسطه ی هندسی جمله های پنجم و هشتم را بدست آورید .

ث) جمله ی ۵۴ این دنباله را به دست آورید .

### سوالات امتحانی و تمرینات تکمیلی فصل ۱:

سوال ۱) بین دو عدد ۷ و ۳۲ چهار عدد درج کنید تا اعداد حاصل تشکیل یک دنباله ی حسابی دهند ، قدر نسبت این دنباله را مشخص کنید .

سوال ۲) بین دو عدد ۶ و ۹۶ سه عدد درج کنید به طوری که پنج عدد متوالی حاصل ، تشکیل یک دنباله ی هندسی بدهند .

سوال ۳) جمله ی عمومی و جمله ی هفتم دنباله ی حسابی زیر را مشخص کنید .

- 2.3.8.13,...

سوال ۴) الف - جمله ی بیستم دنباله ی حسابی  $29.25.21, \dots$  را بیابید ، این دنباله چند جمله ی مثبت دارد ؟

ب - چندمین جمله ی دنباله برابر ۹ است .

سوال ۵) جمله ی بیستم یک دنباله حسابی ۶- و قدر نسبت دنباله ۳- است ، جمله ی عمومی و جمله ی نهم این دنباله را به دست آورید .

سوال ۶) اگر  $4a + 2.3a - 1.4$  به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله ی حسابی باشند ، چندمین جمله ی این دنباله برابر با ۶۰ است ؟

سوال ۷) اگر اعداد  $x - 1.3x + 2.4x - 11$  سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی حسابی نزولی باشند مقدار  $x$  و قدرنسبت را به دست آورید .

سوال ۸) در مثلث قائم الزاویه با محیط ۲۴ ، در صورتی که طول اضلاع تشکیل دنباله ی حسابی دهند آنها را مشخص کنید .

سوال ۹) الف - در یک دنباله ی هندسی با قدرنسبت ۳- ، حاصل  $\frac{a_1 a_7}{a_2^2}$  را بیابید .

ب - در یک دنباله ی هندسی جمله ی اول ۳ و قدرنسبت ۲ است ، جمله ی چندم برابر با ۷۶۸ است ؟

سوال ۱۰) جملات اول و دوم یک دنباله هندسی به ترتیب  $\sqrt{2}, \sqrt{3} + \sqrt{2}, \sqrt{3} - \sqrt{2}$  می باشند ، قدرنسبت و جمله عمومی این دنباله را مشخص کنید.



سوال ۱۱) اگر  $x + 1, x - 1, x - 2$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند،  $x$  را بیابید.

سوال ۱۲) عددی بین ۶ و ۱۶۲ قرار دهید به طوری که سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی شوند، مسأله چند جواب دارد؟

### سوالات چهارگزینه ای فصل

سوال ۱) دنباله ای به صورت رابطه ی بازگشتی  $a_n = 2a_{n-1} + 3$  نشان داده شده است، اگر جمله ی اول آن برابر ۱- باشد، جمله ی چهارم آن برابر است با:

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۳ (۲)

۲۳ (۱)

سوال ۲) کدام گزینه صحیح است؟

۱) تصاعد عددی دنباله ای از اعداد است که اختلاف هر دو جمله ی آن مقداری ثابت باشد.

۲) یک تصاعد عددی با داشتن جمله ی اول و قدرنسبت، کاملاً مشخص و معلوم است.

۳) قدرنسبت یک تصاعد حسابی، عددی گویا است.

۴) هر سه گزینه است.

سوال ۳) پنجاه و چهارمین عدد فرد مثبت کدام است؟

۱۱۱ (۴)

۱۰۵ (۳)

۱۰۹ (۲)

۱۰۷ (۱)

سوال ۴) تفاضل جمله ی پنجم از جمله ی نهم یک تصاعد حسابی ، چند برابر قدرنسبت آن تصاعد است ؟  
 (۱) ۴ برابر (۲) ۵ برابر (۳) ۳ برابر (۴) ۴ نمی توان تعیین کرد .

سوال ۵) بین دو عدد ۱۵۴ و ۲۹۷ چند عدد فرد وجود دارد ؟

(۱) ۶۹ (۲) ۷۰ (۳) ۷۱ (۴) ۶۸

سوال ۶) تصاعد حسابی  $\frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, \dots, \frac{6p}{2}$  چند جمله دارد ؟

(۱)  $p$  (۲)  $2p$  (۳)  $3p$  (۴)  $4p$

سوال ۷) اگر سه زاویه ی A و B و C به ترتیب تشکیل تصاعد حسابی بدهند ، زاویه ی B برابر است با :

(۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $60^\circ$  (۴)  $90^\circ$

سوال ۸) در تصاعد  $1, \frac{5}{2}, 4, \dots$  از چه مرتبه ای به بعد ، اعداد بزرگتر از ۱۰۱ می شوند ؟

(۱) ۶۸ (۲) ۶۷ (۳) ۶۶ (۴) ۶۵

سوال ۹) اگر به اعداد یک تصاعد حسابی مقدار ثابت منفی اضافه گردد ، آنگاه :

- (۱) قدرنسبت تصاعد تغییری نمی کند .  
 (۲) قدرنسبت تصاعد کاهش می یابد .  
 (۳) قدرنسبت تصاعد افزایش می یابد .  
 (۴) قدرنسبت تصاعد منفی می شود .

سوال ۱۰) جمله عمومی تصاعد  $\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, \frac{1}{24}, -\frac{1}{48}, \dots$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) \quad (-1)^n \frac{1}{3^{n+1} \cdot 2} & (2) \quad \frac{(-1)^{n-1}}{3 \cdot 2^n} \\ (3) \quad \frac{(-1)^n}{6^n} & (4) \quad \frac{(-1)^{n+1}}{6^n} \end{array}$$

سوال ۱۱) اگر هر یک از جملات یک تصاعد هندسی را  $n$  برابر کنیم، تصاعد هندسی جدیدی تشکیل می شود که در آن قدرنسبت:

- (۱)  $n$  برابر قدرنسبت قبلی است.      (۲) برابر قدرنسبت قبلی است.  
 (۳)  $n$  واحد بیشتر از قدرنسبت قبلی است.      (۴)  $n$  واحد کمتر از قدرنسبت قبلی است.

سوال ۱۲) سه ضلع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل تصاعد هندسی می دهند. اگر کوچکترین آنها  $1 - \sqrt{5}$  باشد، وتر کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

سوال ۱۳) اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  تشکیل تصاعد هندسی بدهند و  $abc = -64$ ، آنگاه  $b$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۴      (۳) -۴      (۴) -۲

سوال ۱۴) چندمین جمله از تصاعد حسابی  $2, 5, 8, \dots$  برابر ۵۶ است؟

- (۱) ۱۸      (۲) ۱۹      (۳) ۲۰      (۴) ۲۱



سوال ۲۰) پنج عدد  $\frac{5}{3}, a, b, c, \frac{5}{12}$  به ترتیب جمله های متوالی یک دنباله هندسی هستند.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

سوال ۲۱) در دنباله ی حسابی  $125, x, 35, y, \dots$  عدد  $y$  کدام است؟

- (۱)  $-10$  (۲)  $-5$  (۳)  $0$  (۴)  $5$

سوال ۲۲) در یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵، جمله ی دوازدهم برابر ۶۲ می باشد، جمله اول کدام است؟

- (۱)  $4$  (۲)  $5$  (۳)  $6$  (۴)  $7$

سوال ۲۳) جمله دهم دنباله ی حسابی  $2.5.8, \dots$  کدام است؟

- (۱)  $27$  (۲)  $28$  (۳)  $29$  (۴)  $31$

سوال ۲۴) واسطه ی هندسی بین اعداد  $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{5}{16}$  (۴)  $\frac{5}{32}$

سوال ۲۵) جمله ی پنجم از یک دنباله ی هندسی  $\frac{1}{16}$  - است . اگر قدرنسبت  $\frac{1}{2}$  - باشد ، جمله ی اول کدام است ؟

۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

-۲ (۱)

## بحث دوم

## مفهوم تابع و رابطه

بین پدیده های اطراف ما ارتباط هایی وجود دارد ، مانند میزان رشد اقتصادی و سطح رفاه جامعه ، بهبود نمره های درسی با میزان تلاش و تمرین در آن درس ، مساحت یک مربع و اندازه ی ضلع آن و .... و یا ممکن است بین آنها هیچ ارتباطی وجود نداشته باشد .

برای نمایش ارتباط بین دو پدیده ( دو مجموعه ) از جدول ، نمودار ، نمودار ون ، زوج مرتب و نمایش جبری استفاده می کنیم .

مثال ( جدول زیر رابطه ی بین اعضای دو مجموعه A و B را نشان می دهد با توجه به این رابطه :

الف ( مجموعه ی اول و دوم را با نوشتن اعضاء مشخص کنید .

A	۲	۲	۰	۱	۲
B	۴	۲	۱	۱	۳

ب ( این رابطه را با نمودار ون و نمودار نمایش دهید .

پ ( مجموعه ی زوج مرتب های نمودار قسمت قبل را بنویسید .

توجه : ترتیب نوشتن اعداد در هر زوج مرتب مهم است .:

مثال :

سوال ( رابطه ی R را از مجموعه ی  $A = \{2.3.4\}$  به مجموعه ی  $B = \{3.4.5.6\}$  تعریف می کنیم :

$(x, y)$  عضو رابطه ی R است اگر  $x < y$

الف ( این رابطه ی را با زوج مرتب نمایش دهید .

ب) چند عضو در این رابطه وجود دارد؟

سوال) به ازای چه مقدار  $x$  و  $y$  زوج های مرتب  $(y, x - 27)$  و  $(3, x^2 - y^2)$  برابرند؟

**تساوی دو مجموعه:** دو زوج مرتب  $(a, b)$  و  $(x, y)$  را مساوی می گویند هرگاه  $x = a$  و  $y = b$  باشد.

تمرین)  $x$  و  $y$  را چنان تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد.

$$(2x - 1.3) = (5.3y - 3)$$

تعریف: هر مجموعه از زوج های مرتب را یک رابطه می گوئیم.

مثال) مجموعه  $A = \{1.2.3\}$  را در نظر می گیریم اعضای رابطه  $R$  را که بصورت

$$R = \{(x, y) | x > y \quad x, y \in A\}$$

نوشته شده را مشخص کنید.

**تابع:**

هر تابع یک رابطه است که در آن مولفه های اول تکراری نباشند یا به عبارت دیگر مجموعه ای از زوج مرتب ها وقتی تابع اند که اگر دو مولفه ی اول تکراری در آن وجود داشته باشد باید مولفه های دوم آنها هم با هم برابر باشند

مثال) کدام یک از روابط زیر یک تابع است؟

$$f = \{(1.2), (-1.3), (2.1)\}$$

$$g = \{(1.2), (2.1), (3.0), (1.5)\}$$

$$h = \{(-1.1), (2.3), (3.0), (2.\sqrt{4})\}$$

$$r = \{(a, b), (b, a), (a, c)\}$$



مثال ( مقدار  $a$  را چنان تعیین کنید که رابطه ی زیر یک تابع باشد .

$$f = \left\{ (2,1), (3,-2), \left(3, \frac{2a+16}{3a}\right) \right\}$$

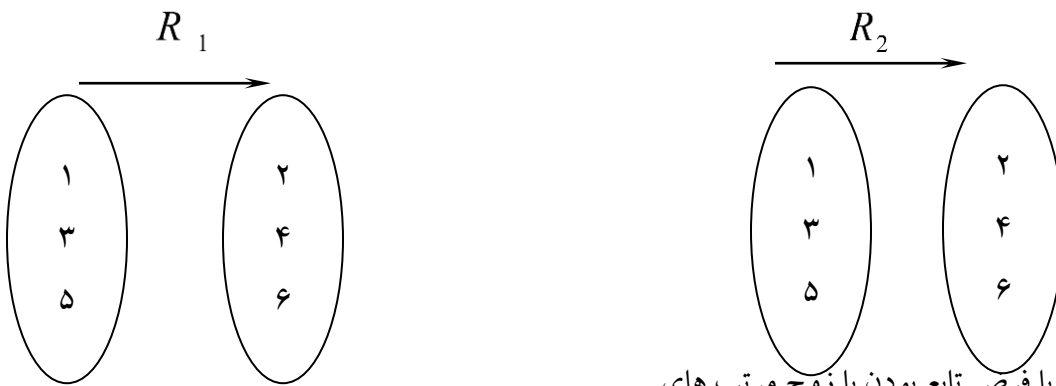
سوال ( اگر رابطه ی  $f = \{(1,2), (-1, m-1), (-1.2m)\}$  یک تابع باشد ، آنگاه مقدار  $m$  را به دست آورید .

تمرین ( مقادیر مجهولات را طوری تعیین کنید که رابطه ی زیر تابع باشد .

$$R = \{(7,10), (2,24), (3,20), (2, a^2 + 10a), (a + 1, 10)\}$$

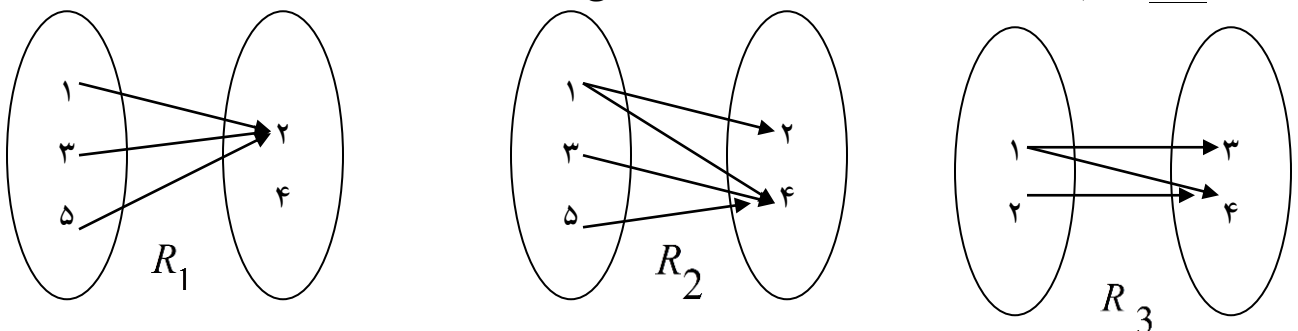
تشخیص تابع بودن یک رابطه از روی نمودار ون :

نمودار ون در صورتی مربوط به یک تابع است که از هر عضو مجموعه ی اول دقیقا یک فلش خارج شود ؛ نه بیشتر !



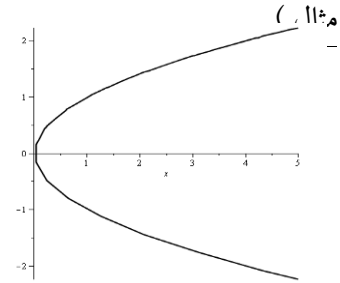
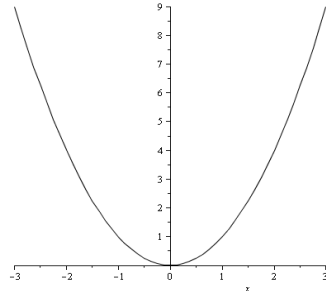
رابطه ی اول : با فرض تابع بودن با زوج مرتب های .....  
 رابطه ی دوم : با فرض تابع نبودن با زوج مرتب های .....

سوال ( کدام یک از نمودارهای ون زیر مربوط به یک تابع است ؟

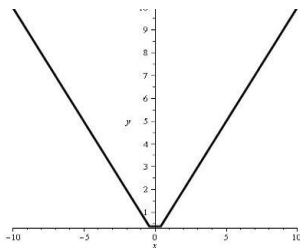


تشخیص تابع بودن یک رابطه از روی نمودار :

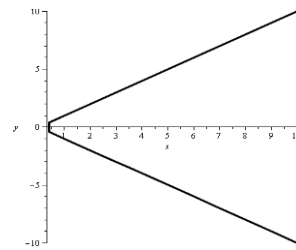
نمودار یک رابطه هنگامی تابع است که هر خط موازی محور عرض ها (خط عمود) نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند؛ نه بیشتر!



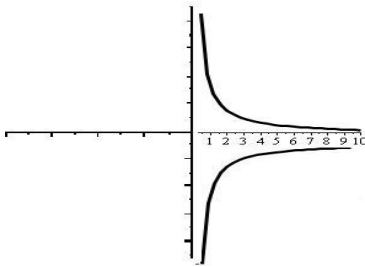
سوال) کدام یک از نمودارهای زیر تابع هستند؟



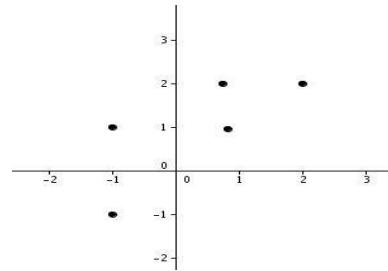
(الف)



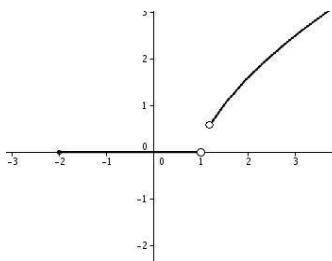
(ب)



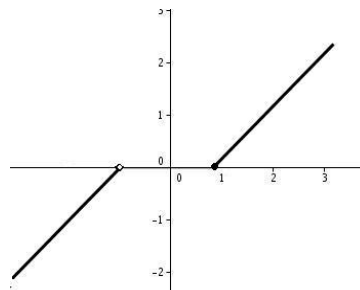
(پ)



(ت)



(ث)



(ج)

سوال) کدام یک از رابطه های زیر یک تابع است؟

x	۱	$\frac{1}{2}$	۳	۵	۱
y	۴	-۴	۲	-۱	۳
x	۱	۴	۲	۳	
y	۵	۶	-۱	$\frac{1}{3}$	

تمرین) مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که رابطه ی زیر یک تابع باشد ، نمودار تابع را رسم کنید .  
 $\{(a- 1.2), (5.a- 2), (a- 2b + 3), (3.5), (5.3)\}$

تمرین) کدام یک از روابط زیر تابع است؟

الف) رابطه بین افراد و سن آنها

ب) رابطه ی بین افراد و قد آنها

رابطه ی بین روزهای هفته و دروس آموزشی

ت) رابطه بین افراد و آرزوهای آنها

ث) رابطه ی بین افراد و دین آنها

ج) رابطه بین دایره ها و مساحت آنها

**دامنه و برد توابع :**

می دانیم توابع می توانند به شکل های زوج مرتب ، نمودار ، نمودار ون و جدول ظاهر شوند .

۱- مجموعه ی همه مولفه های اول زوج های مرتب را ..... و مجموعه همه ی مولفه های دوم زوج های مرتب را ..... تابع می نامیم .

۲- در نمودار مجموعه ی اعدادی که سایه ( تصویر ) نمودار روی محور افقی هستند را ..... و تصویر نمودار روی محور عمودی را ..... تابع می نامیم .

۳- در نمودار ون مجموعه همه عضوهایی که پیکان از آنها خارج شود را ..... و مجموعه همه عضوهایی که به آنها پیکان وارد شده را ..... تابع می نامیم .

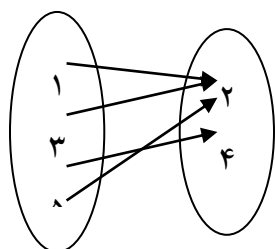
۴- در جدول مجموعه همه عضوهای سطر اول را دامنه و مجموعه ی همه عضوهای سطر دوم را برد تابع می نامیم .

(مثال) دامنه و برد هر یک از توابع زیر را مشخص کنید .

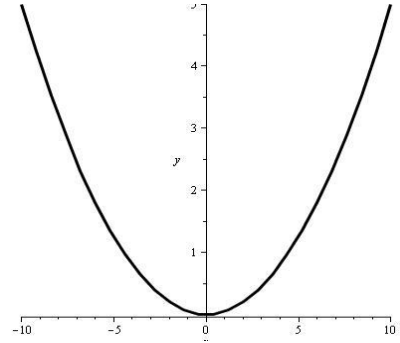
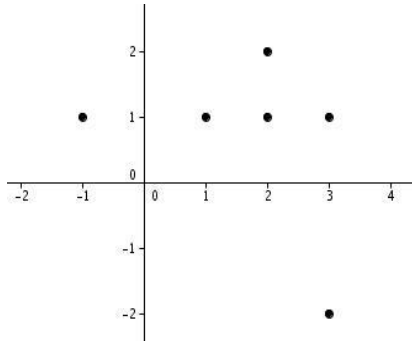
x	۳	۴	-۱	۵
y	-۱	۰	۰	۱

(الف)

ب)  $\{(1,3), (3,-1), (0,2), (-1,2)\}$



پ)



تمرین ( الف ) در مجموعه ی  $A = \{3.4.7.5\}$  اعضای رابطه زیر را مشخص کنید .

$$R = \{(x, 2x - 1) \mid x \in A\}$$

ب) دامنه و برد تابع R را مشخص کنید .

تمرین ( الف ) - رابطه ای بنویسید که دامنه آن سه عضو داشته باشد ولی برد آن بی نهایت عضو داشته باشد ؟ آیا این رابطه تابع است ؟

ب - رابطه ای بنویسید که دامنه آن تنها یک عضو داشته باشد .

پ ( تابعی بنویسید که دامنه آن بی نهایت عضو داشته باشد ولی برد آن تک عضوی باشد .

### توابع خطی :

هر تابع که بتوان آن را به شکل  $y = ax + b$  نمایش داد ، یک تابع خطی نامیده می شود .

مثال ( یک شمع ۲۰ سانتی متر ارتفاع دارد و در هر ساعت ۴ سانتی متر می سوزد . پس از چند ساعت شمع خاموش خواهد شد ؟

X زمان	۰	۱	۲	۳	۴	۵

الف) نمودار این تابع را رسم کنید .

ب) آیا این تابع خطی است؟ چرا؟

سوال) برای توابع خطی داده شده در جدول زیر یک معادله بنویسید .

x	۰	۱	۲	۳	...
y	-۲	۲	۶	۱۰	...
x	۲	۴	۶	۸	...
y	۶	۴	۲	۰	...

تمرین) سودی که از تولیدات یک کالا توسط یک شرکت حاصل می شود از معادله  $y = -100 + 2x$  به دست می آید، در این معادله X تعداد کالای تولیدی و y سود حاصل بر حسب تومان است .

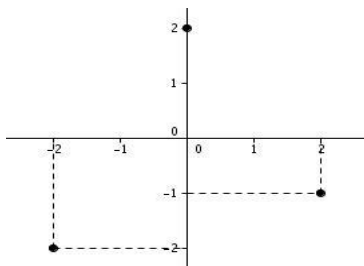
الف) نمودار این رابطه را رسم کنید .

ب) سود این شرکت را وقتی که تعداد کالاهای تولید شده برابر ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ است را به دست آورید .

پ) محل برخورد خط با محور X ها چه چیزی را نشان می دهد؟ این شرکت باید حداقل چه تعداد از این کالا تولید کند، تا سود دهی آغاز شود؟

تمرین) توابع خطی مربوط به هر یک از تابع های زیر را به دست آورید .

x	0	1	2	4
y	5	3	1	1



تمرین) یک آموزشگاه نقاشی برای آموزش به کارآموزان مبلغ ۳۰۰۰۰ تومان بابت ورودی به کلاس ها دریافت می کند و برای هر یک از شاخه های سیاه قلم و رنگ روغن مبلغی را برای هر ساعت آموزشی دریافت می کند ، اگر برای هر ساعت تدریس سیاه قلم ۵۰۰ تومان پرداخت شود :

الف) جدول مربوط به آموزش سیاه قلم را رسم کنید و نمودار مربوط به آن را رسم کنید .

ب) معادله ی مربوط به آن را بنویسید ، آیا این رابطه یک تابع خطی است ؟

## بیشتر بدانیم :

### وارون یک رابطه :

وقتی نمایش زوج مرتبی یک رابطه را در اختیار داریم ، اگر جای مولفه های اول و دوم را در هر یک از زوج های مرتب رابطه عوض کنیم ، رابطه ای بدست می آید که به آن وارون رابطه داده شده می گویند و با نماد  $R^{-1}$  نمایش می دهند .

$$\text{دامنه } R^{-1} = \text{برد } R$$

$$\text{دامنه } R^{-1} = \text{برد } R$$

مثال (

الف)  $R = \{(1.4), (2.5), (3.2)\}$

$D = \{ \quad \}$

$R = \{ \quad \}$

ب) وارون رابطه  $R^{-1} = \{ \quad \}$

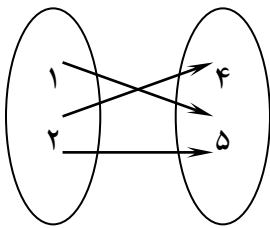
$D = \{ \quad \}$

$R = \{ \quad \}$

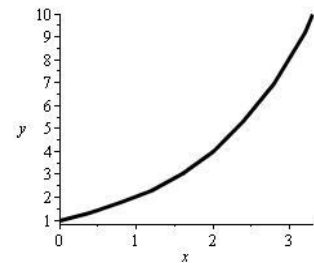
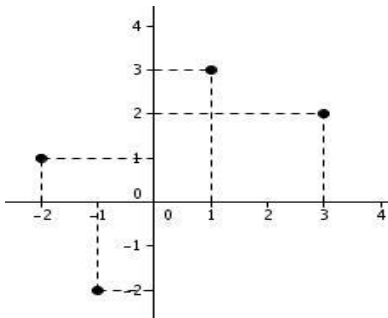
x	۴	۵
y	۵	۲

ب)

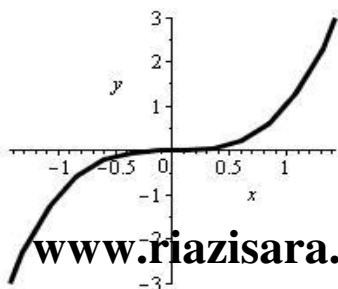
وارون رابطه :



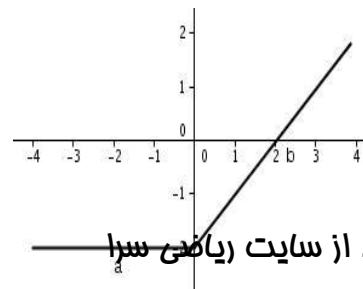
پ)



تمرین ( رابطه ی وارون هر یک از توابع را در همان دستگاه رسم کنید و مشخص کنید کدام یک از وارون ها تابع هستند .

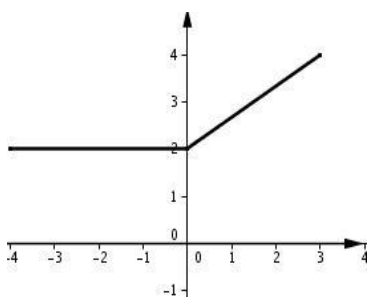


الف)



ب)





تمرین) نمودار رابطه  $R$  به صورت مقابل است .

الف) آیا این رابطه تابع است ؟ چرا ؟

ب) رابطه ی وارون رابطه  $R$  را در همان دستگاه مختصات رسم کنید . آیا  $R^{-1}$  تابع است ؟

پ) دامنه و برد هر یک از روابط  $R$  و  $R^{-1}$  را بنویسید .

توجه: از نیمساز ربع اول و سوم که معادله آن به صورت  $y = x$  برای رسم تابع وارون استفاده می کنیم .

### توابع یک به یک :

رابطه ای را یک به یک می نامیم که نه مولفه ی اول تکراری داشته باشد و نه مولفه ی دوم تکراری .  
نتیجه: تابعی یک به یک است که مولفه ی دوم تکراری نداشته باشد .

مثال) الف – وارون هر یک از توابع زیر را بدست آورید .

الف)  $\{(5.1), (6.3), (7.1)\}$

{

ب)  $\{(7.2), (4.- 1), (3.5)\}$

{

ب – وارون کدام یک از توابع بالا خود یک تابع است ؟

نتیجه: اگر وارون یک تابع، باز هم تابع باشد، تابع جدید را تابع وارون (تابع معکوس) می نامیم.

تعریف: یک تابع در صورتی وارون پذیر است که یک به یک باشد.

**تشخیص یک به یک بودن یک تابع:**

الف) در صورتی نمودار یک تابع یک به یک است که هر خط موازی محور X ها (خط افقی) نمودار را

.....

ب) در صورتی نمودار ون یک تابع یک به یک است که به هیچ عضو مجموعه ی دوم .....

پ) در صورتی مجموعه ی زوج مرتب های یک تابع، تابعی یک به یک است که مولفه ی دوم

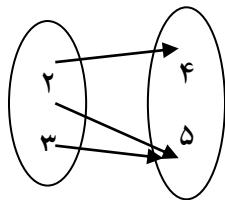
.....

سوال) وارون پذیری هر یک از توابع زیر را بررسی کنید و وارون آنها را بنویسید.

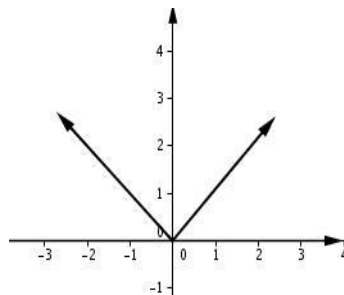
الف)  $\{(1, -2), (-2, 3), (4, -2)\}$

x	۱	۲	۳	۲
y	۰	$\frac{1}{2}$	۴	۱

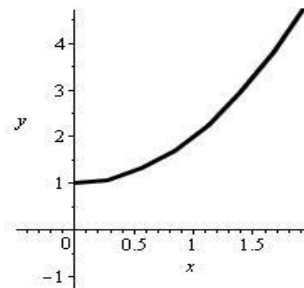
ب)



پ)



ت)



ث)

ج) رابطه ی بین کشورها و پایتخت آنها

چ) رابطه بین دانش آموزان یک آموزشگاه و نمرات آنها در امتحان ریاضی

تمرین ) a را طوری تعیین کنید که رابطه ی  $R = \left\{ (1,3), \left(\frac{3-a}{2}, 1\right), (1, a^2 + 2a) \right\}$  تابعی یک به یک باشد سپس  $R^{-1}$  را بنویسید .

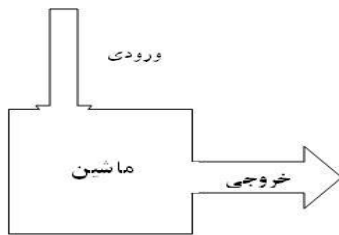
تمرین ) مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که رابطه ی  $R = \{(3, -1), (1, 2), (a-b, 2), (3, a+b)\}$  تابعی یک به یک باشد .

تمرین ) a و b را به گونه ای تعیین کنید که رابطه ی زیر یک تابع یک به یک باشد .  
 $R = \{(1, 2), (1, b), (b + 2, 3), (a, 3)\}$

### ضابطه ( نمایش جبری ) تابع

توابع با حروفی مانند f و g و h و... نام گذاری می شوند .

تابع را می توانیم به عنوان یک ماشین در نظر گرفت که یک عضو از دامنه را به آن به عنوان ورودی می دهیم و عضوی از برد را به عنوان خروجی تحویل می گیریم .



( مثال )

الف )

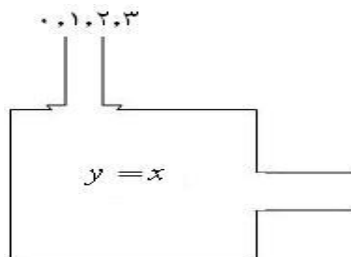
$$f(x) = x$$

$$f(0) =$$

$$f(1) =$$

$$f(2) =$$

$$f(3) =$$



x	۴	۸	۱
y	-۱	-۲	$\frac{1}{4}$

سوال) نمودار هر یک از توابع زیر را با استفاده از دامنه داده شده رسم کنید .

$$D = [1.4] \quad y = \frac{1}{2}x \quad ($$

$$D = \{0.1.4.5\} \quad g(x) = 2x \quad ($$

یک تابع را می توان بر حسب یک عبارت جبری از یک متغیر نمایش داد که به آن نمایش جبری یا ضابطه ی تابع می گوئیم .

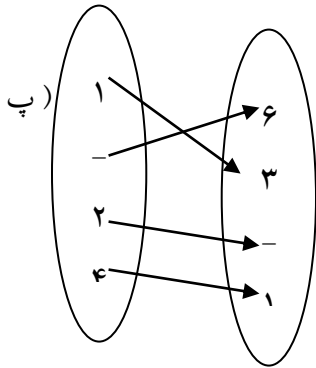
مانند  $y = 5x + 1$  و  $g(x) = \frac{x+1}{x}$  و  $f(x) = x^2$  و ...

مثال) نمایش جبری توابع زیر را و دامنه و برد آنها را مشخص کنید .

الف)

x	۱	۲	۳	۴	...	۹
y	۱	۴	۹	۱۶	...	۸۱

ب)  $\{(4, -12), (2, -6), (0, 0), (-1, 3)\}$

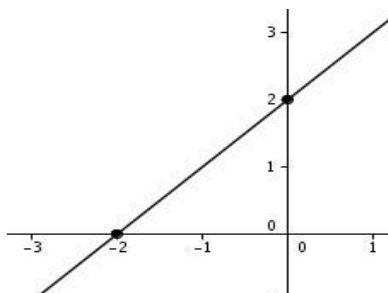


سوال) تابع  $f(x) = 2x + 1$  با دامنه  $D = \{0, 3, 1, 2\}$  را به صورت مجموعه ای از زوج مرتب ها بنویسید و برد آن را مشخص کنید.

تمرین) تابع  $f$  با معادله  $f(x) = 3x - 2$  داده شده است ، مطلوب است :  
الف) رسم نمودار تابع  $f$

ب)  $f(1)$  و  $f(-3)$  و  $f(\frac{1}{3})$  و  $f(+\sqrt{3})$

تمرین) نمایش تابع مربوط به شکل زیر که نمودار آن داده شده است را به دست آورید.



تمرین ( برای یک تابع خطی می دانیم که  $f(1) = 0$  و  $f(2) = -1$  نمودار این تابع را رسم کنید و معادله ی آن (نمایش جبری تابع) را بنویسید .

تمرین ( جدول تابع خطی  $f(x)$  به صورت مقابل است .

الف) این تابع را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید .

x	۱	۲	۳
y	۴	۷	۱۰

ب) نمایش جبری این تابع خطی و دامنه ی آن را مشخص کنید .

پ)  $f(-2)$  را محاسبه کنید .

ت) اگر  $f(x) = -5$  باشد  $x$  را محاسبه کنید .

تمرین ( طول یک مستطیل ۲ واحد بیشتر از عرض آن است . رابطه ای بنویسید که محیط این مستطیل را بر حسب عرض بیان کند .

تمرین ( اگر تابع  $f$  با معادله ی  $f(x) = 2x - 3$  داده شده باشد .

الف) مقادیر  $f(1)$  و  $f(0)$  و  $f(-1)$  را محاسبه کنید .

تمرین ( تابع  $f(x) = -1$  را با دامنه  $\mathbb{R}$  رسم کنید و مقادیر  $f(0)$  و  $f(100)$  را محاسبه کنید .

تمرین) اگر  $g(x) = x + 3$  و دامنه ی  $g$  مجموعه ی  $\{-1, -2, -3, -4\}$  باشد:  
الف) برد  $g$  را مشخص کنید.

ب) مقدار  $m$  را از تساوی  $2g(m) = g(-3) + g(-1)$  به دست آورید.

تمرین) مقادیر  $m$  و  $n$  را در تابع خطی  $f(x) = mx + n$  چنان بیابید که داشته باشیم  $f(-1) = 4$  و  $f(2) = 3$

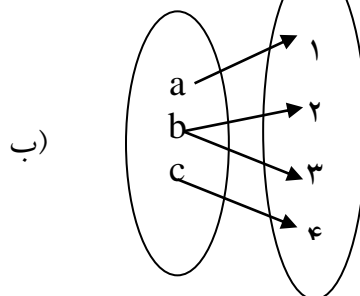
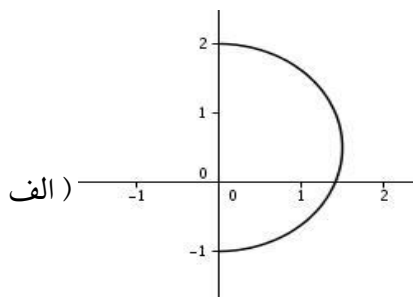
تمرین) مقادیر  $x$  و  $y$  را طوری بیابید که  $(x^2 + xy, y^2 + xy) = (28, -12)$ .

تمرین) در یک تابع خطی که نمودار آن از مبدأ مختصات می گذرد داریم:  $f(4) = 20$   
رابطه ی ریاضی برای وارون این تابع بنویسید.

تمرین) نمودار وارون تابع  $f(x) = ax - 3$  از نقطه ی  $(2, -3)$  می گذرد، مقدار  $a$  را به دست آورید.

سوالات امتحانی و تمرینات تکمیلی فصل دوم

سوال ۱) کدام یک از موارد زیر تابع است؟

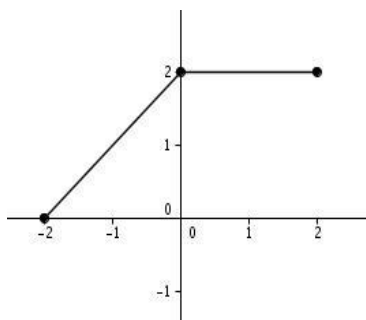


پ) رابطه‌ی بین افراد و سن آنها

ت) رابطه‌ی بین دانش آموزان و نمرات کارنامه‌ی آنها

سوال ۲) اگر رابطه‌ی  $\{(1,3), (1, m^2 - 2m), (-1, 4), (m, 7)\}$  مربوط به یک تابع باشد، مقدار  $m$  را به دست آورید.

سوال ۳) نمودار مقابل نشان دهنده‌ی یک تابع است. نمودار رابطه‌ی وارون این تابع را رسم کنید و سپس بررسی کنید که آیا رابطه‌ی وارون این تابع خود یک تابع است؟



سوال ۴) اگر  $f(x) = x^2 - 4x$  باشد  $f(0)$  و  $f(-1)$  را محاسبه کنید.



سوال ۵) اگر تابع  $f = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\}$  یک به یک باشد،  $a$  را محاسبه کنید.

سوال ۶) برای یک تابع خطی می دانیم که  $f(0) = 4$  و  $f(2) = 6$  نمودار این تابع را رسم کنید و معادله ی آن را بنویسید.

سوال ۷) اگر  $f(x) = x^2 + 2ax + b$  باشد و  $f(1) = 2$  و  $f(2) = 7$  مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

سوال ۸) رابطه ای بنویسید که دامنه ی آن بی نهایت عضو داشته باشد ولی برد آن تک عضوی باشد. آیا این رابطه یک تابع است؟

سوال ۹) در یک مستطیل به طول ۳ و عرض ۲ سانتی متر:

الف) اگر طول آن را  $x$  سانتی متر افزایش دهیم، معادله مربوط به مساحت مستطیل بر حسب  $x$  را نوشته و بگویید آیا این معادله مربوط به یک تابع خطی است؟

ب) اگر طول آن را  $x$  سانتی متر افزایش و عرض آن را  $x$  سانتی متر کاهش دهیم، معادله مساحت را بر حسب  $x$  نوشته و بگویید آیا این معادله مربوط به یک تابع خطی است؟

سوال ۱۰) در یک تابع خطی که نمودار آن از مبدأ مختصات می گذرد داریم:  $f(2) = 8$ ، رابطه ای ریاضی برای وارون این تابع به دست آورید.

سوال ۱۱) تابع خطی  $f$  را پیدا کنید که در آن  $f(x-1) = f(x) - 1$  بوده و  $f(2) = 6$  باشد.

### سوالات چهارگزینه ای فصل دوم

سوال ۱) اگر رابطه ی  $\{(x+y, x-y), (3-y, 1-x)\}$  تنها یک عضو داشته باشد، در این صورت:

$$\frac{x}{y} = 2 \quad (۴) \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \quad (۳) \quad xy = 2 \quad (۲) \quad xy = 1 \quad (۱)$$

سوال ۲) اگر  $(1,2)$  و  $(2,4)$  دو نقطه از تابع  $F$  باشند،  $F(3)$  کدام است؟

$$۲ \quad (۱) \quad ۶ \quad (۲) \quad ۱۰ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴) \text{ قابل تعیین نیست.}$$

سوال ۴) در مجموعه اعداد حقیقی کدام یک از روابط زیر، تابع است؟

$$\{(x, y) | x = 1\} \quad (۱) \quad \{(x, y) | x > 1\} \quad (۲) \quad \{(x, y) | y = 1\} \quad (۳) \quad \{(x, y) | y > 1\} \quad (۴)$$

سوال ۵) دامنه ی تعریف تابع  $f(x) = \frac{x+1}{4x^2+3x+1}$  کدام است؟

سوال ۶) در کدام یک از توابع زیر دامنه با برد یکسان نیست؟

(۱)  $y = \sqrt{x}$       (۲)  $y = \frac{x+2}{x-1}$       (۳)  $y = x^2 + 3x + 1$       (۴)  $y = 3x + 4$

سوال ۷) کدام تابع زیر معکوس پذیر است؟

(۲)  $f = \{(1.2), (2.1), (3.3), (4.2)\}$

(۱)  $f = \{(1.2), (2.3), (3.1)\}$

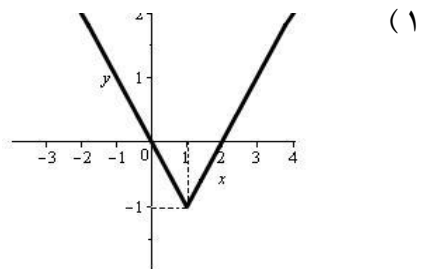
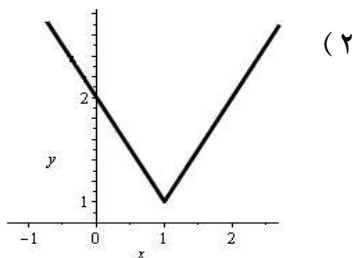
(۴)  $f = \{(1.2), (1.3)\}$

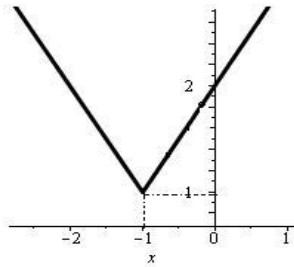
(۳)  $f = \{(1.1), (2.2), (3.2), (4.1)\}$

سوال ۸) در تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{3x-2}$ ، اگر رابطه ی معکوس تابع باشد،  $R(-\frac{1}{2})$  کدام است؟

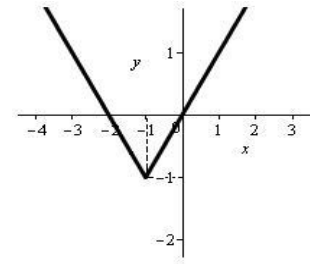
(۱)  $\frac{12}{5}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳) صفر      (۴) -۱

سوال ۹) نمودار تابع  $y = |x - 1| + 1$  کدام است؟



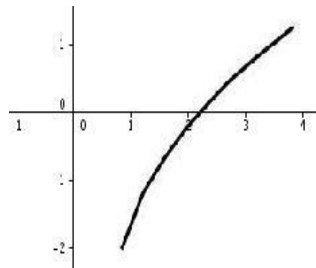


(۴)

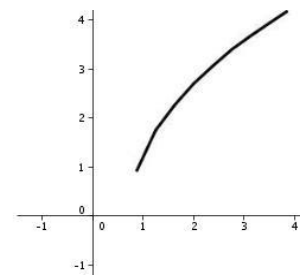


(۳)

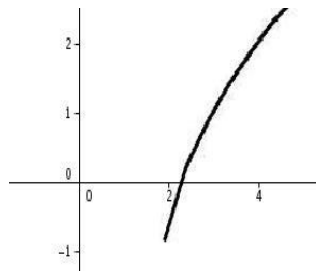
سوال ۱۰) نمودار تابع  $y = \sqrt{x-1} - 2$  کدام است؟



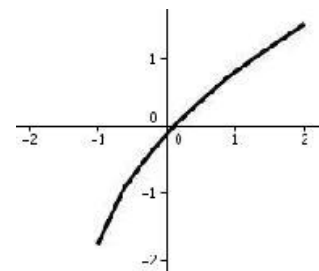
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

سوال ۱۳) اگر  $f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$  باشد،  $f(1, \frac{y}{x})$  کدام است؟

$\frac{2xy}{x^2 + y^2}$  (۴)

$\frac{xy}{x^2 + y^2}$  (۳)

$\frac{2x}{x^2 + y^2}$  (۲)

$\frac{2y}{x^2 + y^2}$  (۱)

سوال ۱۴) اگر  $f(x) = \frac{4+x}{x+5}$  باشد، مقدار  $f\left(\frac{1}{f(-3)}\right)$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{6}{7}$       (۲) ۲      (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{7}{4}$

سوال ۱۵) اگر  $f(x) = \{(2.2), (3.4), (4.5)\}$  و  $g(x) = \{(3.4), (5.6), (2.3)\}$  باشد،  $f(x) + g(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\{(3.8), (2.5)\}$       (۲)  $\{(3.8), (2.5), (4.5), (5.6)\}$   
 (۳)  $\{(5.6), (8.10), (6.8)\}$       (۴)  $\{(3.5), (4.6), (2.4)\}$

سوال ۱۶) اگر تابع  $\{(-2.2), (m, 3), (-1.3), (2m, a)\}$  یک به یک باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۲      (۲) -۱      (۳) ۱      (۴) ۲

سوال ۱۷) تابع با کدام ضابطه ی زیر یک به یک است؟

- (۱)  $y = |x|$       (۲)  $y = x^2$   
 (۳)  $y = \begin{cases} x & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases}$       (۴)  $y = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases}$

سوال ۱۸) اگر  $f(x+y, x-y) = 2(xy + y^2)$  باشد،  $f(2,1)$  چقدر است؟

- (۱) -۲      (۲) -۴      (۳) ۲      (۴) ۴

سوال ۱۹) نمودارهای دو تابع  $y = 2x + b$  و  $y = x^3 + ax^2 - b$  در نقطه ای به طول ۲ واقع بر محور X ها متقاطع اند، a کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۰      (۳) -۲      (۴) -۳

سوال ۲۰) نمودار تابع با ضابطه  $|x| = 2 - y$  از کدام نواحی مختصاتی می گذرد؟

- (۱) اول و دوم      (۲) دوم و سوم      (۳) اول و سوم      (۴) سوم و چهارم

سوال ۲۱) اگر  $f = \{(1,2), (-1,3), (-1, m+1), (n+2,2)\}$  یک تابع یک به یک باشد، m+n کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴) -۲

سوال ۲۲) به ازای کدام مقدار m رابطه ی  $\{(3,4), (m,1), (3, m+2), (5, m)\}$  یک تابع است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

سوال ۲۳) نمودار تابع  $f$  بر نمودار معکوس آن منطبق است،  $f(x)$  برابر کدام است؟

- (۱)  $x^3$       (۲)  $x^2$       (۳)  $|x|$       (۴)  $-x$

سوال ۲۴) در تابع  $f = \{(2,3), (3,1), (4,2), (1,4)\}$  مقدار  $f(4) - f(2)$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۷

سوال ۲۵) اگر  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2}$  مقدار  $f(-2) - f(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{10}{6}$       (۲)  $\frac{8}{6}$       (۳)  $\frac{10}{3}$       (۴)  $\frac{8}{3}$

سوال ۲۶) نمایش هندسی تابع معکوس  $y = \frac{x+1}{\sqrt{1+x^2}}$  از کدام نقطه می گذرد؟

- (۱)  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2)$       (۲)  $(1, 0)$       (۳)  $(0, 1)$       (۴)  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$

سوال ۲۷) کدام تابع یک به یک است؟

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ -x+1 & x < 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ -x^3 & x < 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ x^3 & x < 0 \end{cases} \quad (۳)$$

سوال ۲۸) در تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  اگر اتحاد  $f(x) - f(x+1) = 8x + 3$  همواره برقرار باشد، آنگاه:

- (۱)  $b = -1, a = 4$       (۲)  $b = 1, a = 4$   
 (۳)  $b = 1, a = -4$       (۴)  $b = -1, a = 2$

سوال ۲۹) اگر  $f(\sqrt{x}) = x + \sqrt{x}$  باشد، حاصل  $f(1) + f(2)$  کدام است؟

- (۱) ۶      (۲) ۸      (۳) ۴      (۴) ۲

سوال ۳۰) اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$  مقدار عددی  $f(-4) - f(4)$  برابر است با:

- (۱) -۸      (۲) صفر      (۳) ۴      (۴) ۸

### توابع چندجمله ای

توابعی وجود دارند که بصورت توابع خطی نمی باشند و نمی توان آنها را به شکل  $f(x) = ax + b$  نوشت برای

مثال حجم کره  $f(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$  یک تابع درجه سوم می باشد. به این گونه توابع، توابع چندجمله ای می گوئیم

؛ در این گونه توابع اعضای دامنه را متغیر مستقل و مقادیر تابع را متغیر وابسته می نامند.

توجه: در تابع  $y = f(x)$ ،  $x$  را متغیر مستقل و  $y$  را متغیر وابسته می باشد.

سوال) در تابع  $y = x^2 + 3x$  متغیر مستقل و وابسته را مشخص کنید.

تذکر: دامنه توابع چندجمله ای مجموعه ی .....

سوال) تابع  $f(x) = 3x^2$  را در نظر می گیریم:



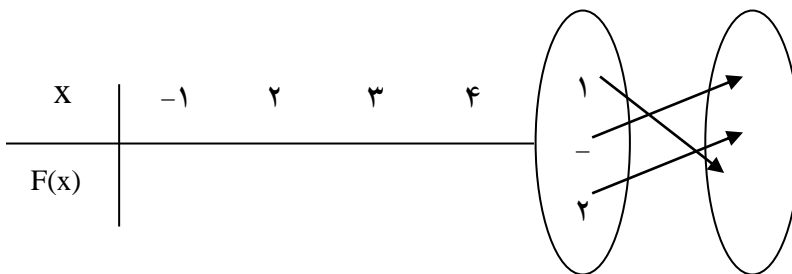
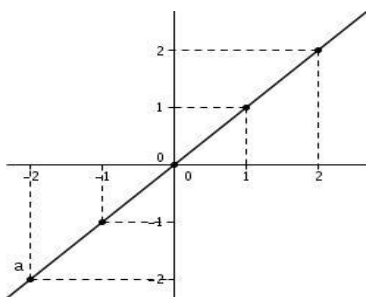
الف) درجه این تابع را مشخص کنید .

ب) نمودار این تابع را رسم کنید ، دامنه و برد آن را بیابید .

پ) مقادیر  $f(1)$  و  $f(-1)$  و  $f(-2)$  و  $f(2x)$  را بدست آورید .

### توابع چند جمله ای

۱- تابع همانی: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو در دامنه دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود ، آن تابع را تابع همانی می نامند .



توجه: شکل کلی  $f(x) = x$  مربوط به نمایش تابع همانی می باشد .

۲- تابع ثابت: تابع است که برد آن تنها شامل یک عضو می باشد .

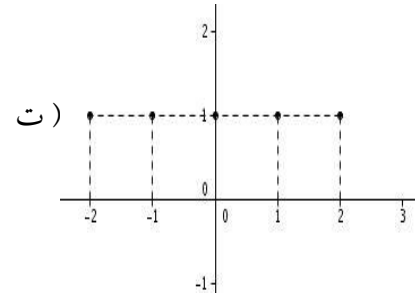
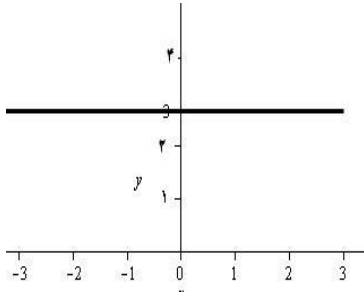
(مثال)

الف)  $\{(1.4), (2.4), (3.4), (-1.4)\}$

ب)

x	-1	2	3	$-\sqrt{2}$
F(x)	5	5	5	5

پ)



تمرین) در تابع  $f(x) = 2x^3$ ، دامنه تابع برابر  $\{0.1.2\}$  می باشد :  
الف) نمودار تابع را رسم کنید .

ب) برد تابع را محاسبه کنید .

تمرین) با توجه به دامنه داده شده ، تابع همانی مربوط به هر کدام از توابع زیر را رسم کنید .  
الف)  $\{0.2.4\}$

ب)  $[0.3]$

پ)  $(0.2)$

تمرین بررسی کنید که تابع  $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$  همانی می باشد.

تمرین اگر  $f(x) = x^2 + 2ax + b$  باشد و  $f(1) = 0$  و  $f(2) = 9$  باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

تمرین تابعی با برد  $\{3\}$  بنویسید بطوری که:

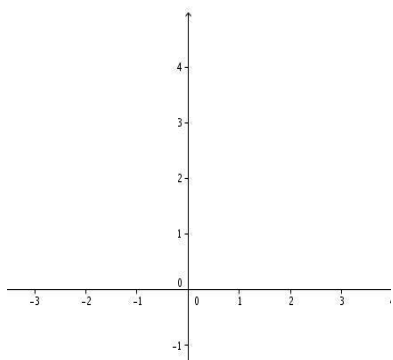
الف) تابع ثابت باشد.

ب) یک به یک باشد.

**توابع قدرمطلق و درجه دوم: ( توابع مثبت اندیش! )**

تابعی که هر مقدار در دامنه را به قدرمطلق آن در برد نظیر می کند، تابع قدرمطلق نامیده می شود.  
تابع قدرمطلق را با ..... نمایش می دهند.

نمودار این تابع:



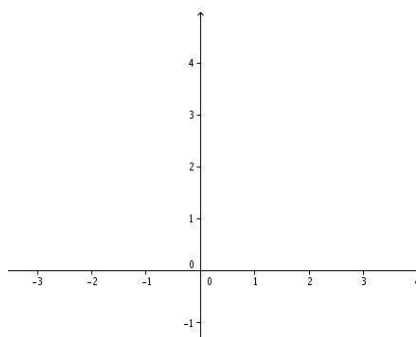
توجه: با توجه به نمودار مشخص است که تابع  $y = |x|$  یک به یک ..... .

**رسم تابع قدرمطلق با انتقال:**

۱) رسم  $y = f(x) + a$ : (انتقال مستقیم)

با داشتن نمودار  $y = f(x)$  همه نقاط نمودار  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد در راستای عمودی بالا می بریم.

مثال) هر یک از نمودارهای زیر را با استفاده از انتقال



۱)  $y = |x| + 1$

۲)  $y = |x| + 3$

۳)  $y = |x| + \frac{3}{2}$

۲) رسم نمودار  $y = f(x) - a$ : (انتقال مستقیم)

با داشتن نمودار  $y = f(x)$  همه نقاط نمودار  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد در راستای عمودی پایین می بریم.

مثال) هر یک از نمودارهای زیر را با استفاده از انتقال رسم کنید.

۱)  $y = |x| - 1$

۲)  $y = |x| - 3$

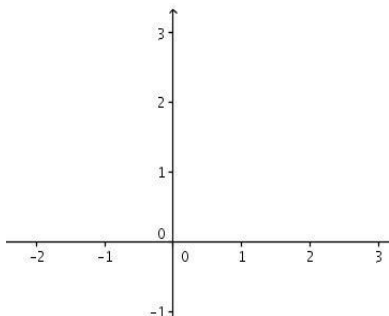
۳)  $y = |x| - \frac{3}{2}$

۶۷- رسم  $y = f(x + a)$ : (انتقال معکوس)

با داشتن  $y = f(x)$  نمودار را به اندازه  $a$  واحد در راستای افقی محور  $x$  ها به سمت چپ می بریم.  
مثال) هر یک از نمودارهای زیر را با استفاده از انتقال رسم کنید.

۱)  $y = |x + 2|$

۲)  $y = |x + 3|$



۶۸- رسم نمودار  $y = f(x - a)$ : (انتقال معکوس)

با داشتن  $y = f(x)$  نمودار را به اندازه  $a$  واحد در راستای افقی محور  $x$  ها به سمت راست می بریم.  
مثال)

۱)  $y = |x - 2|$

۲)  $y = |x - 1|$

۶۹- رسم نمودار  $y = f(x \pm a) \pm a$ :

مثال) با استفاده از نمودار  $y = |x|$  و به کمک انتقال نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

۱)  $y = |x + 2| - 1$

۲)  $y = |x - 3| + 1$

۳)  $y = |x - 2| + 3$

۶- ضرایب در نمودار قدرمطلق :

الف)  $y = a|x|$  اگر  $a > 1$  باشد نمودار به نسبت ضریب به محور  $y$  ها نزدیک تر می شود (جمع تر می شود).

ب) اگر  $0 < a < 1$  باشد نمودار به نسبت ضریب به محور  $x$  ها نزدیک تر می شود. (بازتر می شود).

توجه: برای  $y = |ax|$  نیز شرایط بالا صادق می کند.

۷- ضریب منفی:  $y = -|x|$

برای رسم نمودار  $y = -f(x)$  نمودار  $f(x)$  را نسبت به محور افقی ( $x$ ) قرینه می کنیم. تمرین ( به کمک انتقال نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد را مشخص کنید.

۱)  $y = |x + 1|$

۲)  $y = |x| - 3$

۳)  $y = -|x + 2|$

۴)  $y = -|x - 1| + 2$

۵)  $y = 2|x| + 2$

۶)  $y = |3x| + 2$

رسم نمودار تابع درجه دو به کمک انتقال  $f(x) = x^2$

توجه: تمام قوانین مربوط به قدرمطلق و انتقال آن در انتقال این توابع برقرار است.

تمرین ( با توجه به نمودار تابع  $f(x) = x^2$  نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را مشخص کنید .

۱)  $y = x^2 + 1$

۲)  $y = x^2 - 2$

۳)  $y = (x + 1)^2$

۴)  $y = (x - 2)^2$

۵)  $y = (x - 1)^2 + 1$

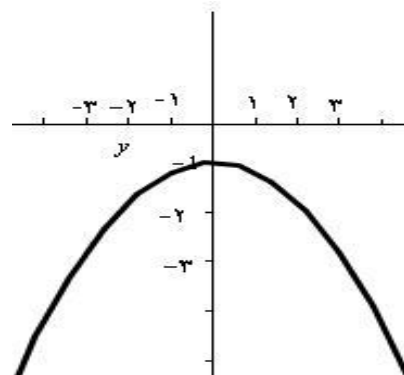
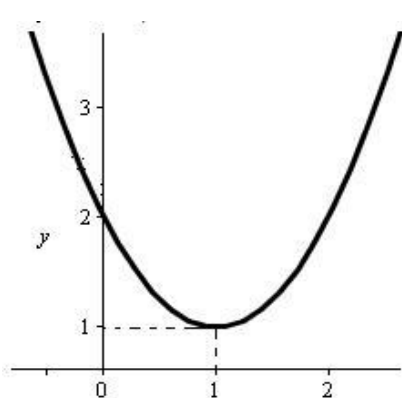
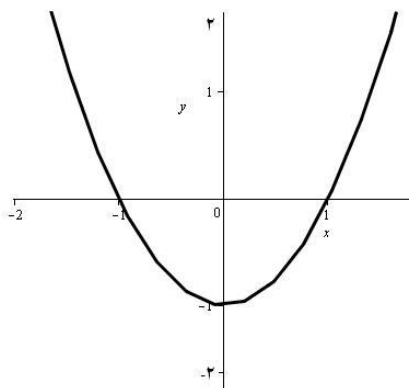
۶)  $y = - (x + 1)^2$

۷)  $y = 2x^2 + 1$

۸)  $y = - (x + 2)^2 - 3$

۹)  $y = \frac{1}{3}x^2 - 1$

تمرین) با توجه به نمودار تابع  $y = x^2$  مشخص کنید هر یک از نمودارهای زیر مربوط به چه تابعی هستند.



تمرین) نمودار هر یک از توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

۱)  $y = (x - 2)^2 - 1$

۲)  $y = |x - 3| - 1$

### توابع گویا

توابع کسری که صورت و مخرج آنها از چند جمله ای ها تشکیل شده باشند.

(مثال)

$$g(x) = \frac{\sqrt{2}x + 1}{x^2 - 4} \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$$

دامنه ی توابع گویا: دامنه ی این توابع به ازای.....

{ریشه های مخرج} - i = دامنه

مثال) دامنه ی توابع گویای زیر را بدست آورید.

۱)  $y = \frac{4}{x^2 - 2x}$

۲)  $y = \frac{3x^2 - x + 7}{x^2 - 2x - 3}$



$$۳) y = \frac{2x - 4}{5}$$

$$۴) y = \frac{2}{x^2}$$

$$۵) y = \frac{2x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$۶) y = \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$$

$$۷) y = \frac{2x + 5}{(x - 1)(x^3 - 4x)}$$

تمرین (تابع گویای  $f(x) = \frac{1}{x - 1}$  را با دامنه ی  $\{2, 3, 4\}$  را در نظر بگیرید .  
الف) نمودار تابع را رسم کنید .

ب) برد تابع را محاسبه کنید .

تمرین ( هزینه ی تصفیه X درصد از ناخالصی های نفتی یک منبع نفتی به وسیله ی تابعی مانند

$f(x) = \frac{200x}{100 - x}$  محاسبه می شود که در آن X درصد ناخالصی و  $f(x)$  هزینه ی تصفیه بر حسب میلیون تومان است :

الف) هزینه ی تصفیه ۵۰ درصد و ۴۰ درصد از ناخالصی ها چه قدر است ؟

ب) با توجه به تابع آیا می توان ۱۰۰ درصد ناخالصی ها را از بین برد ؟

پ) دامنه ی تابع را مشخص کنید .

تمرین ( یک نیروگاه برق که از سوخت زغال سنگ استفاده می کند ، باعث آلودگی محیط زیست می شود . هزینه ی زدودن  $p$  درصد از آلاینده های ناشی از سوخت از رابطه ی  $f(p) = \frac{800p}{100-p}$  بر حسب هزار تومان محاسبه می شود .

الف ( هزینه ی زدودن ۵۰ درصد از این آلاینده ها چند برابر هزینه ی زدودن ۲۵ درصد از آنها است ؟

ب ( آیا می توان تمام آلاینده ها را زدود ؟ هزینه ی زدودن ۹۹ درصد از آلاینده ها را محاسبه کنید .

پ ( دامنه ی تابع را مشخص کنید .

تمرین ( اگر  $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$  باشد :

الف (  $f(0)$  و  $f(1)$  و  $f(\sqrt{2})$  را محاسبه کنید .

تمرین ( تابع  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  مفروض است .

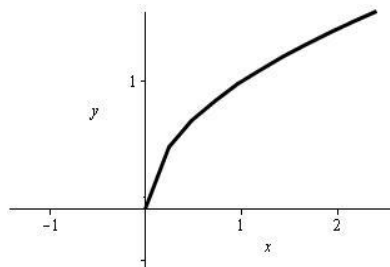
الف ( دامنه ی این تابع را به دست آورید .

ب ( به ازای چه مقدار از  $x$  داریم :  $f(x) = 1$

پ ( نمودار تابع را با دامنه ی  $\{-1, 0, 2, 4\}$  رسم کنید .

ت (  $f(2)$  و  $f(-2)$  و  $f(2x)$  و  $f(x-1)$  را محاسبه کنید .

توابع رادیکالی:  $y = \sqrt{x}$



توابعی که مجهولی (متغیری) زیر رادیکال تعریف

سوال) دامنه و برد توابع زیر را بدست آورید .

۱)  $y = \sqrt{x + 3}$

۲)  $y = \sqrt{x} + 2$

۳)  $f(x) = \sqrt{x - 4}$

۴)  $y = \sqrt{2x - 5}$

۵)  $y = \sqrt{-5 + x}$

۶)  $y = \sqrt{x - 2} + 1$

۷)  $y = \sqrt{-x}$

۸)  $y = \sqrt{2x} - 1$

۹)  $y = -\sqrt{x + 3}$

۱۰)  $y = \sqrt{-x + 1}$

سوال) دامنه و برد توابع زیر را با استفاده از رسم نمودار بدست آورید .

۱)  $f(x) = \sqrt{x} + 1$

۲)  $f(x) = \sqrt{x + 1}$

۳)  $f(x) = \sqrt{2x} + 1$

۴)  $f(x) = -\sqrt{x} + 2$

تمرین ( دامنه ی توابع زیر را بدست آورید .

$$۱) y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$۲) y = \frac{x + 2}{\sqrt{x - 2}}$$

$$۳) y = \frac{\sqrt{x + 1}}{x}$$

$$۴) y = \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 3}}$$

تمرین ( درستی و نادرستی گزاره های زیر را بررسی کنید .

( در تابع  $f(x) = 2$  نسبت تغییرات متغیر وابسته به تغییرات متغیر مستقل ، عددی ثابت است .

( در تابع  $f(x) = 3x + 2$  داریم :  $f(1) = \frac{f(6)}{4}$

تمرین ( نمودار یک تابع خطی f از نقاط  $(-1, 0)$  و  $(1.4, 1)$  می گذرد مطلوب است :  $f(-1)$  و  $f(3)$

تمرین ( اگر  $f(x) = 3x - 1$  باشد ،  $f(x + 1)$  و  $f(x - 2)$  را بدست آورید .

تمرین ( اگر  $f(x - 2) = x^2 + 2x$  باشد ،  $f(1)$  را به دست آورید .

تمرین ( اگر  $f(x - 1) = 5x$  باشد ، مطلوب است  $f(7)$  ؛

تمرین ( نمودار تابعی مانند y را رسم کنید که دامنه ی آن  $[-2.2, -]$  و برد آن  $[0.5]$  باشد مشروط بر اینکه :

الف ( تابع y یک به یک باشد .

ب) تابع  $y$  یک به یک نباشد .

تمرین) فرض کنید  $f(x) = mx + b$  یک تابع خطی باشد و داشته باشیم :

$$f(2) = 5 \text{ و } f(x+2) = f(x) + 2$$

تابع  $f$  را پیدا کنید و نمودار آن را رسم کنید .

تمرین) اگر  $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$  و  $f(1) = 5$  و  $f(-2) = -1$  باشد مقدار  $3a - 2b$  را به دست آورید .

تمرین) یک تانکر گاز از یک استوانه و دو نیم کره به شعاع  $r$  در دو انتهای استوانه ، تشکیل شده است . اگر ارتفاع استوانه ۲۰ متر باشد ، حجم تانکر را بر حسب تابعی از  $r$  بنویسید .

وال) به کمک انتقال نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید .

$$y = - |x - 3| \quad (۱)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 1 \quad (۲)$$

$$y = - (x + 2)^2 - 1 \quad (۳)$$

سوال ۲) دامنه و برد تابع زیر را به دست آورید و سپس نمودار آن را رسم کنید .

$$f(x) = \sqrt{-x - 2}$$

سوال ۳) دامنه ی تابع  $f(x) = \sqrt{(x - 2)(x^2 - 4)}$  را تعیین کنید .

سوال ۴) دامنه ی تابع زیر را بدست آورید .

$$f(x) = \sqrt{\frac{x - 1}{x^2 - 2x}}$$

سوال ۵) نمودار  $y = (m - 1)x^2 - 3x + 7$  همواره بالای محور X ها قرار دارد ، حدود m را به دست آورید .

سوال ۶) در معادله ی  $mx^2 - 4x + 2m + 1 = 0$  ، اگر جمع ریشه ها برابر ۴ باشد ، ضرب ریشه ها را بدست آورید .

سوال ۷) اگر  $f(x - 2) = x^2 + 2x$  باشد ،  $f(1)$  را به دست آورید .

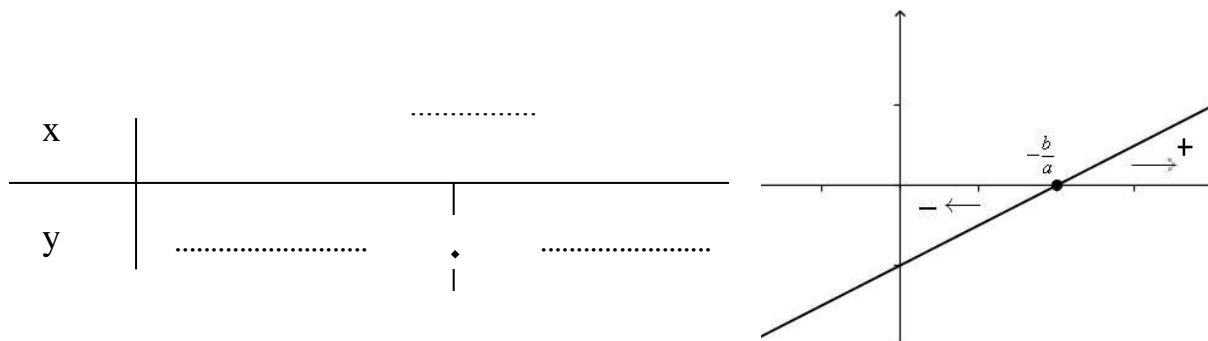
سوال ۹) ثابت کنید  $2 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} >$  و  $(y < 0, x < 0)$

بحث سوم

تعیین علامت

الف) تعیین علامت درجه یک  $y = ax + b$  :

ابتدا عبارت را مساوی صفر قرار می دهیم تا  $x = -\frac{b}{a}$  پیدا شود و از جدول زیر برای تعیین علامت استفاده می



مثال) تعیین علامت کنید .

۱)  $y = 2x - 4$

۲)  $y = -2x + 6$

۳)  $y = \sqrt{3}x - 1$

۴)  $y = (x + 1)(x + 2)$

۵)  $y = \frac{(x - 1)}{(x + 2)}$

۶)  $f(x) = \frac{(2 - x)(x - 1)}{(x + 3)}$



تمرین) عبارت  $(2x - 1)(x - 4)$  را تعیین علامت کنید .

تمرین) حدود  $x$  را طوری تعیین کنید که  $A = \frac{4 - 5x}{3x + 6}$  ؛

الف) مثبت باشد ،  $A > 0$

ب) منفی باشد ،  $A < 0$

ب) تعیین علامت عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$

برای تعیین علامت ، عبارت درجه دوم را مساوی صفر قرار می دهیم و ریشه ی های آن را بدست می آوریم ، در این صورت سه حالت پیش می آید .

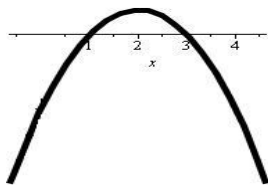
دلته  $D =$

$1.2 =$  ریشه ها

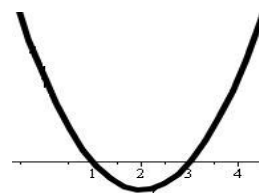
الف) اگر  $D > 0$  باشد دو ریشه :

x		$x_1$		$x_2$	
y	.....	•	.....	•	.....

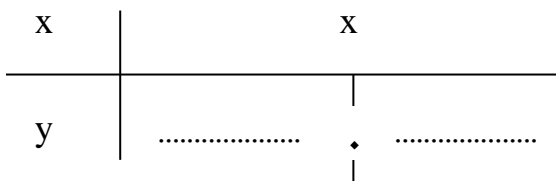
اگر  $a > 0$  باشد



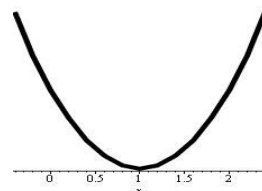
اگر  $a < 0$  باشد



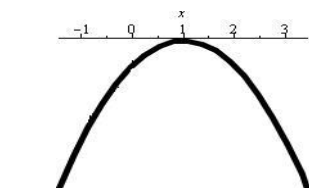
ب) اگر  $D = 0$  باشد یک ریشه :



اگر  $a > 0$  باشد

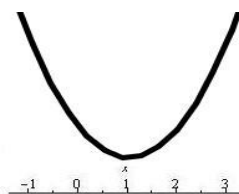
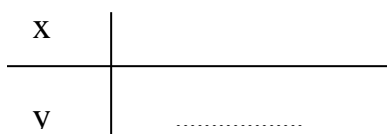


پ) اگر  $D < 0$  بدون ریشه :

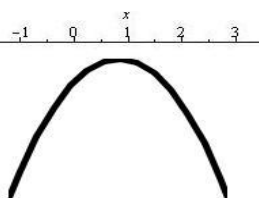


اگر  $a < 0$  باشد

اگر  $a > 0$  باشد



اگر  $a < 0$  باشد



مثال) تابع  $f(x) = x^2 - 8x + 12$  را از دو روش زیر تعیین علامت کنید .

الف) با استفاده از رسم شکل

ب) با استفاده از تعیین علامت .

تمرین) تابع  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  را از دو روش زیر تعیین علامت کنید .

الف) با استفاده از رسم شکل

ب) با استفاده از تعیین علامت .

تمرین ) تابع  $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$  را تعیین علامت کنید .

تمرین ) تابع  $f(x) = -2x^2 - 3x + 1$  را تعیین علامت کنید .

نکته : جمع و ضرب ریشه های معادله ی درجه دوم :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

سوال ) الف - در معادلات زیر حدود  $m$  را طوری تعیین کنید که معادله جواب حقیقی نداشته باشد .

۱)  $x^2 + mx + 4m = 0$

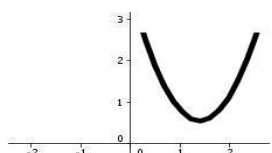
۲)  $x^2 - (5 - m)x + \frac{1}{4} = 0$

ب) حدود  $m$  را در معادله ی  $mx^2 + 3x - 2 = 0$  طوری تعیین کنید تا معادله دارای دو جواب حقیقی متمایز باشد .

**نکات نموداری تابع درجه دوم**

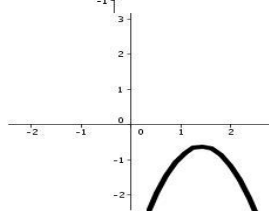
یک تابع درجه دوم دارای شش حالت زیر می باشد .  $ax^2 + bx + c$

۱- تابع همواره مثبت باشد ( بالای محور )



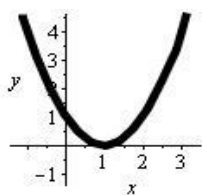
$a > 0$   
 $D < 0$

۲- تابع همواره منفی باشد . ( زیر محور )



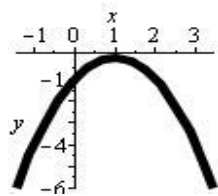
$a < 0$   
 $D < 0$

۳- روی محور و رو به بالا



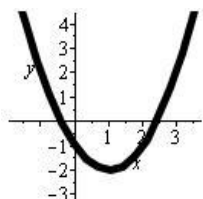
$a > 0$   
 $D = 0$

۴- روی محور و رو به پایین



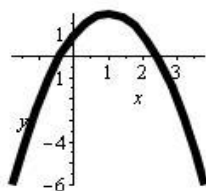
$D = 0$   
 $a < 0$

۵- دارای دو ریشه حقیقی و رو به بالا



$D > 0$   
 $a > 0$

۶- دارای دو ریشه حقیقی و رو به پایین



$D > 0$   
 $a < 0$

سوال) در معادله ی  $y = ax^2 + 3x + 1$  ، a را طوری تعیین کنید که :  
الف – همواره مثبت باشد .

ب) همواره منفی باشد .

تمرین) تابع  $y = mx^2 + 2x + m + 1$  به ازای چه مقدار m :  
الف – همواره بالای محور X ها می باشد .

ب – همواره پایین محور X ها و مماس بر آن است .

پ – در دو نقطه محور X ها را قطع می کند .

تمرین) به ازای هر یک از مقادیر a معادله ی  $x^2 + 2x + a = 0$  :  
الف – دارای دو ریشه حقیقی می باشد .

ب – ریشه حقیقی ندارد .

پ – یک ریشه یکسان دارد .

تعیین دامنه با استفاده از تعیین علامت :

سوال ( دامنه ی هر یک از توابع زیر را بدست آورید .

۱)  $\sqrt{7x+1}$

۲)  $\sqrt{3x+7}$

۳)  $\sqrt{x^2-6x+5}$

۴)  $f(x) = \sqrt{-2x^2-3x+1}$

۵)  $\sqrt{x(x^2-1)}$

۶)  $\sqrt{x^2-2x+1}$

۷)  $\sqrt{(x-1)(x^2-5x+6)}$

۸)  $\sqrt{(x-1)(x+3)}$

۹)  $\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$

۱۰)  $\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}$

نکته : عبارتی مانند  $(a-b)^2$  همواره مثبت است و سطر مربوط به آن در جدول تعیین علامت عبارت مثبت می گیرد .

تمرین ( نمودار  $y = (m-1)x^2 - 3x + 7$  همواره بالای محور x ها است ؛ حدود m را به دست آورید .

تمرین ( k را به گونه ای بیابید که در معادله ی  $kx^2 - 5x + 2 = 0$  حاصل جمع ریشه ها برابر  $\frac{5}{2}$  باشد .

تمرین ( در معادله ی  $mx^2 - 4x + 2m + 1 = 0$  اگر جمع ریشه ها برابر ۴ باشد ضرب ریشه ها را به دست آورید .

تمرین ( اگر  $a > 0$  ثابت کنید :

الف -  $a + \frac{1}{a} \geq 2$

ب -  $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$

پ - اگر  $a > 0$  و  $b > 0$  آنگاه  $(a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \geq 4$ ؛

سوالات چهارگزینه‌ای فصل سوم

سوال ۱) خطی که از نقاط (4-، 0) و (0، -3) می‌گذرد به ازای چه مقادیری از X همواره مثبت است؟

- (۱)  $x > -4$       (۲)  $x < -4$       (۳)  $x > -3$       (۴)  $x < -3$

سوال ۲) در تعیین علامت عبارت  $y = 2x + 4$  به ازای چه مقادیری از y، مقادیر X همواره مثبت است؟

- (۱)  $y > 2$       (۲)  $y < 2$       (۳)  $y < 4$       (۴)  $y > 4$

سوال ۳) جدول تعیین علامت روبه‌رو مربوط به کدام معادله می‌تواند باشد؟

x	$x < 0$	.	$x > 0$	$y = -x$ (۲)	$y = x$ (۱)
y	+	.	+	$y =  x $ (۴)	$y = 2$ (۳)

سوال ۴) عبارت  $(x + 3)(x - 1)$  در کدام یک از فاصله‌های زیر مثبت است؟

- (۱)  $-5 < x < -2$       (۲)  $0 < x < 5$       (۳)  $-3 < x < 1$       (۴)  $-7 < x < -4$

سوال ۵) مجموعه جواب نامعادله  $\frac{3x-3}{x-2} < \frac{x-1}{x-2}$  کدام است؟

سوال ۶) سهمی  $y = -(x-2)^2 + 1$  در کدام فاصله همواره مثبت است؟

- (۱)  $-1 < x < 2$       (۲)  $1 < x < 3$       (۳)  $x > 3$  و  $x < -1$       (۴)  $x < -1$  و  $x > 2$

سوال ۷) حدود  $a$  چه باشد تا عبارت  $y = x^2 + x + a$  همواره مثبت باشد؟

- (۱)  $a > \frac{1}{4}$       (۲)  $a < \frac{1}{4}$       (۳)  $a < -\frac{1}{4}$       (۴)  $a > -\frac{1}{4}$