

سوی ششم تمرینات پایه المیاد فیزیک دوم

سؤال : $x dx = d(\frac{x^r}{r})$

۱- هر یک از عبارات زیر را به صورت دیفرانسیل بدین معنی بنویسید :

[راهنمایی : عبارات زیر به تغییر متغیرها میسر می آید یا کسینوس یا زاویه را در نظر بگیرید] $\int \frac{dx}{x} = d(\ln x)$ $\int x^n dx = d(\frac{x^{n+1}}{n+1})$ $n \neq -1$

- الف) $2x dx$ ب) $3 dx$ ج) $(3y^2 + 4y) dy$ د) $t dt$
- ه) $5x^4 dx$ و) $\frac{3}{2} \sqrt{x+1} dx$ ز) $(x^2 - \sqrt{x}) dx$ ح) $(x-2)^2 dx$
- ط) $(2x-1)^2 dx$ ث) $2x \sqrt{x^2-1} dx$ ج) $\frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ د) $x \sqrt{2x^2-1} dx$
- ی) $(2-t)^{3/2} dt$ س) $\frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^4}}$ ه) $5r \sqrt{1-r^2} dr$ و) $\frac{y dy}{\sqrt{1+y^{3/2}}}$
- ک) $\frac{x^2 dx}{3 \sqrt{1+x^3}}$ ط) $\frac{dz}{x^2+4x+2}$ ز) $(y+3y^5+6)^2 (15y^4+1) dy$ ح) $\frac{dx-9}{\sqrt{x^2-9x+1}} dx$
- ل) $\sec^2 x dx$ ت) $\sec x \tan x dx$ ث) $\tan x \sec^2 x dx$ د) $\tan^{10} x \sec^2 x dx$
- م) $\sin^2 x dx$ ج) $\sin x \cos x dx$ د) $\cos^{10} x \sin x dx$ ر) $\frac{10 \sqrt{v} dv}{(1+v^{3/2})^4}$
- ن) $\frac{dy}{\sqrt{y}(1+\sqrt{y})^4}$ و) $\csc u \cot u du$ ه) $e^u du$ ی) $\frac{dz}{z}$

سؤال : $x^r \rightarrow dx^r = rx dx$

۲- در زیر این تکلیف زیر را بنویسید

[برای مثال از این اتحاد استفاده کنید : $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$]

- الف) e^x ب) e^{rx} ج) $e^{(2^x)}$ د) $\ln x$
- ه) $\ln(x^r)$ و) $\ln(x+y)$ ز) $(\ln x)^r$ ح) $\frac{\ln t}{\ln t+1}$
- ط) $\frac{1}{r} \ln \frac{1+x}{1-x}$ ث) $\ln \frac{1}{x \sqrt{x+1}}$ ج) $\ln \left[\frac{(x+1)^r + (x-1)^r}{\sqrt{1-x}} \right]$ د) x^x
- ی) $\ln(r \theta e^{-\theta})$ س) $e^{(\sqrt{x}+x^r)}$ ه) $x e^x - e^x$ و) $e^{\ln x} = x$
- ک) $\ln \left(\frac{e^a}{1+e^a} \right)$ ت) $\cos(e^{-\theta^r})$ ه) $\log_y a \theta$ و) $\log_y e^x$ ب) r^x
- ل) $\log_y \left(\frac{\sin \theta \cos \theta}{e^\theta r^\theta} \right)$ ج) $r^{\log_r t}$ ح) $\log_0 \sqrt{\left(\frac{\sqrt{x+\sin x}}{\cos x + r^x} \right) \ln a}$

حال $\frac{dx}{x} = d \ln(x)$

[از $\frac{dx}{x}$ در دو طرف انتگرال بگیرید و استاندارد کنید، تغییر متغیر]

- الف) $\frac{dx}{x}$
- ب) $\frac{dx}{x/a - 1}$
- ج) $\frac{dx}{x+1}$
- د) $\frac{\sin x dx}{\cos x}$
- ه) $\int \tan x dx$
- و) $\int e^{2x} dx$
- ز) $\int e^{x+1} dx$
- ح) $\int e^{x/2} dx$
- ط) $\int (e^x)^x dx$
- ث) $\int x e^{(x^2)} dx$
- ج) $\int \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx$
- د) $\int \frac{\ln x}{x} dx$
- س) $\int (\ln x)^{10} \frac{1}{x} dx$
- ص) $\int \cot x dx$
- ض) $\int \sin^3 x dx$
راهنما: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
- ط) $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}}$
- ظ) $\int \frac{du}{a^2 + u^2}$
- ع) $\int \frac{du}{u \sqrt{u^2 - a^2}}$

راهنما: $d(1/u) = -du/u^2$
تغییر متغیر $u = \cos x$ بکنند
منتهی به $1/a$

غ) $\frac{dx}{\sqrt{1-x-x^2}}$
راهنما: مربع کامل کنید

ف) $\int \sec x dx$
راهنما: $\frac{\sec x + \tan x}{\sec x + \tan x}$ ضرب کنید

ق) $\int \frac{x dx}{x+1}$
راهنما: $\frac{x}{x+1}$
به یک صورت درگیر بنویسید

ک) $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$
راهنما: $\frac{x^2}{x^2+1}$ را به صورت کسری بنویسید

۴- محاسبه $\int \sec x dx$ با یک روش دیگر:
الف) ابتدا $\cos x = \frac{1 - \tan^2 x/4}{1 + \tan^2 x/4}$ کنید

ب) با استاندارد از عبارت بالا $\sec x$ را جانشین کنید و مرتب کنید.

ج) $\frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}$ با استاندارد از این $\int \sec x dx$ نام دست آورید. $[1 + \tan^2 x = \sec^2 x]$

د) ثابت کنید که جواب به دست آمده در سوال ۳ قسمت (الف) با جواب به دست آمده در قسمت قبلی یکی است.

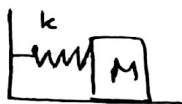
۵- طول خم یک دایره را بدست آورید. [محیط دایره را بدست آورید]

۶- مساحت کره $[4\pi R^2]$ را بدست آورید.

۷- مساحت بیض به معادله $1 = \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^2$ را بدست آورید.

۸- معریف کار: کار انجام شده توسط نیروی متغیر $F(x)$ در امتداد محور x را از a تا b تعریف کنید: $W = \int_a^b F(x) dx$

فنری با ضریب بخت k به جرم M وصل شده است. جرم M را به اندازه A از



محل متادل در می کشیم. وقتی جرم به وسط برسد چقدر کار انجام شده

است توسط فنر؟ آیا برای انرژی جنبشی جرم حیدر است؟