

774F

774

F

نام
نام خانوادگی
محل امضاء

عصر جمعه
۹۰/۱۰/۲۳



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

آزمون دانش‌پذیری دوره‌های فراگیر «کارشناسی ارشد» دانشگاه پیام نور

رشته‌ی فیزیک گرایش‌های
اتمی و مولکولی (کد ۷۹)، حالت جامد (کد ۸۰)، فیزیک بنیادی (کد ۸۱)،
فیزیک نجومی (کد ۸۲) و هسته‌ای (کد ۸۳)

مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	الکتروپنایمیک (۱)	۲۰	۱	۲۰
۲	مکانیک کوانتومی پیشرفته (۱)	۲۰	۲۱	۴۰
۳	مکانیک آماری پیشرفته (۱)	۲۰	۴۱	۶۰

دی ماه سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- کدام رابطه در مورد تابع دلتای دیراک نادرست است؟ (پرایم نشان دهنده مشتق گیری نسبت به آرگومان تابع است.)

$$\int f(x)\delta'(x-a)dx = f'(a) \quad (۱)$$

$$\nabla^2 \frac{1}{|\bar{x}-\bar{x}'|} = -4\pi\delta(\bar{x}-\bar{x}') \quad (۲)$$

$$\int f(x)\delta(x-a)dx = f(a) \quad (۳)$$

$$\delta(x) = \sum_i \frac{1}{\left| \frac{df}{dx}(x_i) \right|} \delta(x-x_i) \quad (۴)$$

که x_i ها ریشه تابع $f(x)$ هستند.

۲- اگر سطح S مرز حجم محدود V و $\frac{\partial}{\partial n}$ مشتق گیری عمود بر سطح S و ϕ_1, ϕ_2 دو تابع اسکالر دلخواه باشند کدام اتحاد درست است؟

$$\int_V (\phi_1 \nabla^2 \phi_2 + \nabla \phi_1 \cdot \nabla \phi_2) d^3x = \int_S \phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} da \quad (۲) \quad \int_V (\phi_1 \nabla^2 \phi_2 + \nabla \phi_1 \cdot \nabla \phi_2) = \int_S \phi_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} da \quad (۱)$$

$$\int_V (\phi_1 \nabla^2 \phi_2 + \phi_2 \nabla^2 \phi_1) = \int_S (\phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \phi_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial n}) da \quad (۴) \quad \int_V (\phi_1 \nabla^2 \phi_2 - \nabla \phi_1 \cdot \nabla \phi_2) d^3x = \int_S \phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} da \quad (۳)$$

۳- در مسائل الکترواستاتیک شرط آن که جواب معادله پواسون در یک محدوده به حجم V و مرز S یکتا باشد آن است که شرایط مرزی

(۱) به شکل شرط دریشه یا شرط نوین روی سطح بسته S داده شود.

(۲) فقط باید به شکل شرط دریشه روی سطح بسته S داده شود.

(۳) به شکل شرط دریشه یا شرط نوین روی سطح بسته یا سطح باز S داده شود.

(۴) فقط باید به شکل بشرط دریشه روی سطح بسته S یا شرط نوین روی سطح باز S باشد.

۴- ناحیه‌ای از فضا توسط تعدادی سطح رسانای باردار که هر یک از آن سطوح در مکان خود ثابت و دارای بار کل ثابتی است محدود شده است. اگر سطح رسانای بدون بار ایزوله‌ای را در این ناحیه وارد کنیم انرژی الکترواستاتیکی چه تغییری می‌کند؟

(۱) کاهش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد.

(۳) تغییر نمی‌کند.

(۴) بسته به جنس و نحوه وارد کردن رسانای مزبور ممکن است کاهش یا افزایش یابد.

۵- برای کره‌ای به شعاع R با شرط مرزی دریشه روی آن، تابع گرین $G(\bar{x}, \bar{x}')$ کدام است؟ (γ زاویه بین بردار \bar{x} و \bar{x}' است و $|\bar{x}| = x$)

$$\frac{1}{(x^2 + x'^2 - 2xx' \cos \gamma)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left(\frac{x^2 x'^2}{R^2} + R^2 - 2xx' \cos \gamma \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{(x^2 + x'^2 - 2xx' \cos \gamma)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left(\frac{x^2 x'^2}{R^2} + R^2 - 2xx' \cos \gamma \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (۲)$$

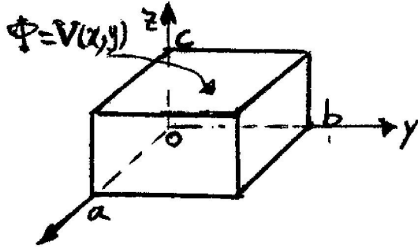
$$\frac{1}{(x^2 + R^2 - 2xR \cos \gamma)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(x'^2 + R^2 - 2x'R \cos \gamma)^{\frac{1}{2}}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{(x^2 + R^2 - 2xR \cos \gamma)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(x'^2 + R^2 - 2x'R \cos \gamma)^{\frac{3}{2}}} \quad (۴)$$



۶- مطابق شکل تمام وجه‌های مکعب مستطیل داده شده در پتانسیل صفرند و وجه در $z = c$ در پتانسیل $V(x,y)$ قرار دارد.

اگر پتانسیل در نقاط داخل مکعب مستطیل به شکل $\Phi(x,y,z) = \sum_{n,m=1}^{\infty} A_{nm} \sin(\alpha_n x) \sin(\beta_m y) \sinh(\gamma_{nm} z)$ نوشته شود. مقادیر ثابتهای A_{nm} و γ_{nm} کدام است؟



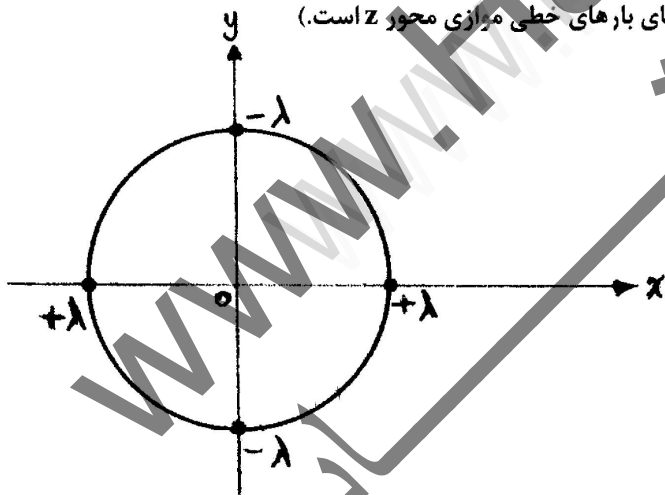
$$A_{nm} = \frac{4}{ab \sinh(\gamma_{nm} c)} \int_0^a dx \int_0^b dy V(x,y) \sin(\alpha_n x) \sin(\beta_m y), \gamma_{nm} = \pi \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}} \quad (1)$$

$$A_{nm} = \frac{2}{ab \sinh(\gamma_{nm} c)} \int_0^a dx \int_0^b dy V(x,y) \sin(\alpha_n x) \sin(\beta_m y), \gamma_{nm} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}} \quad (2)$$

$$A_{nm} = \frac{4}{a \sinh(\gamma_{nm} c)} \int_0^a dx \int_0^b dy V(x,y) \sin(\alpha_n x) \cos(\beta_m y), \gamma_{nm} = \pi \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}} \quad (3)$$

$$A_{nm} = \frac{2}{b \sinh(\gamma_{nm} c)} \int_0^a dx \int_0^b dy V(x,y) \sin(\alpha_n x) \cos(\beta_m y), \gamma_{nm} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}} \quad (4)$$

۷- چهار بار خطی بسیار طویل با چگالی بار خطی ثابت $\pm \lambda$ مطابق شکل روی محیط دایره‌ای به شعاع a قرار دارند. چگالی بار این سیستم در دو بعد در مختصات قطبی کدام است؟ (راستی بارهای خطی موازی محور z است.)



$$\sigma(\rho, \varphi) = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \delta(\varphi - \frac{n\pi}{2}) \quad (1)$$

$$\sigma(\rho, \varphi) = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \cos(\varphi - \frac{n\pi}{2}) \quad (2)$$

$$\sigma(\rho, \varphi) = \frac{\lambda}{a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \delta(\varphi - n\frac{\pi}{2}) \quad (3)$$

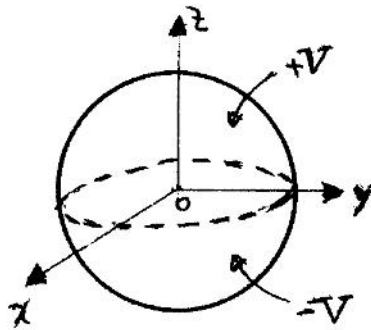
$$\sigma(\rho, \varphi) = \frac{\lambda}{a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \cos(\varphi - n\frac{\pi}{2}) \quad (4)$$



۸- پتانسیل در نقاط داخل کره رسانایی که یک نیمکره آن در پتانسیل ثابت V و نیم کره دیگر آن در پتانسیل $-V$ قرار دارد و

در روی محور z برابر است با $\phi_{in}(z) = V \frac{a}{z} \left[1 - \frac{a^2 - z^2}{a\sqrt{a^2 + z^2}} \right]$ برای نقاط روی محور z و نزدیک مبدأ مختصات ($Z \ll a$)

پتانسیل تا دو جمله اول بسط کدام است؟



$$\phi(z) \approx \frac{z}{2} \frac{Vz}{a} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{z^2}{a^2} \right] \quad (1)$$

$$\phi(z) \approx \frac{z}{2} \frac{Vz^2}{a^2} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{z^2}{a^2} \right] \quad (2)$$

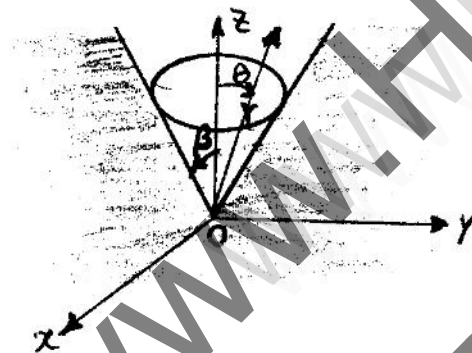
$$\phi(z) \approx \frac{z}{2} \frac{Vz^3}{a^3} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{z^2}{a^2} \right] \quad (3)$$

$$\phi(z) \approx \frac{z}{2} \frac{Vz}{a} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{z^2}{a^2} \right] \quad (4)$$

۹- پتانسیل الکتریکی در داخل یک حفره مخروطی شکل با زاویه رأس β و در نزدیکی رأس مخروط ($r \approx 0$) در مختصات کروی

به شکل $\phi(r, \theta) \approx Ar^v P_v(\cos\theta)$ است که در آن v کوچکترین ریشه $P_v(\cos\beta) = 0$ است، در این صورت چگالی بار

سطحی روی رسانای مخروطی شکل کدام است؟ (A عدد ثابتی است و برایم بیانگر مشتق تابع نسبت به آرگومان آن است).



$$\sigma(r) = -Ar^{v-1} P_v(\cos\beta) \quad (1)$$

$$\sigma(r) = -Ar^v \sin\beta P'_v(\cos\beta) \quad (2)$$

$$\sigma(r) = -\frac{A}{4\pi} vr^{v-1} P'_v(\cos\beta) \quad (3)$$

$$\sigma(r) = -\frac{A}{4\pi} r^{v-1} \sin\beta P'_v(\cos\beta) \quad (4)$$

۱۰- اگر $|\bar{x}| < |\bar{x}'|$ باشد در بسط $\frac{1}{|\bar{x} - \bar{x}'|}$ برحسب هماهنگ‌های کروی کدام رابطه درست است؟

$$\frac{1}{|\bar{x} - \bar{x}'|} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{r^{\ell+1}} \frac{x'^{\ell}}{(x')^{\ell+1}} Y_{\ell m}^*(\theta', \phi') Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (1)$$

$$\frac{1}{|\bar{x} - \bar{x}'|} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{r^{\ell+1}} \frac{x'^{\ell}}{x^{\ell+1}} Y_{\ell m}^*(\theta', \phi') Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2)$$

$$\frac{1}{|\bar{x} - \bar{x}'|} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\ell} \frac{1}{r^{\ell+1}} \frac{x'^{\ell+1}}{(x')^{\ell}} Y_{\ell m}^*(\theta', \phi') Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (3)$$

$$\frac{1}{|\bar{x} - \bar{x}'|} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{r^{\ell+1}} \frac{x'^{\ell+1}}{x^{\ell}} Y_{\ell m}^*(\theta, \phi) Y_{\ell m}(\theta', \phi') \quad (4)$$



۱۱- استوانه‌ای توخالی به شعاع b محورش منطبق بر محور Z و یکی از قاعده‌های آن در صفحه $Z=0$ و دیگری در صفحه $Z=L$ قرار دارد پتانسیل الکتریکی روی قاعده بالا و پایین استوانه صفر و پتانسیل الکتریکی روی سطح جانبی استوانه تابع $V(\rho, z)$ است. پتانسیل الکتریکی در نقاط داخل استوانه در مختصات استوانه‌ای کدام است؟ (A_{mn}, B_{mn}) ضرایب بسط و J_m تابع بسط، N_m تابع نویمن، I_m, K_m توابع بسط تعمیم یافته است.

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m(k_m \rho) \sinh(k_n z) [A_{mn} \sin(m\varphi) + B_{mn} \cos(m\varphi)] \quad (۱)$$

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K_m(k_m \rho) \sin(k_n z) [A_{mn} \sin(m\varphi) + B_{mn} \cos(m\varphi)] \quad (۲)$$

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} I_m(k_m \rho) \sin(k_n z) [A_{mn} \sin(m\varphi) + B_{mn} \cos(m\varphi)] \quad (۳)$$

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} N_m(k_m \rho) \cos(k_n z) [A_{mn} \sin(m\varphi) + B_{mn} \cos(m\varphi)] \quad (۴)$$

۱۲- یک میله به طول $2d$ دارای بار الکتریکی کل Q است. میله در راستای محور Z قرار دارد و مبدأ مختصات بر وسط میله منطبق است. میله دارای چگالی بار الکتریکی $(\sigma = A(d^2 - z^2))$ که A مقداری ثابت و z فاصله از وسط میله است. چگالی بار این

میله در مختصات کروی به چه شکل نوشته می‌شود؟ $\Theta(x)$ تابع پله‌ای (هوی ساید) است.

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\rho(r', \theta', \varphi') = \left(\frac{Q}{4\pi d^3} \right) (d^2 - r'^2 \cos^2 \theta') \delta(\cos \theta' - 1) \quad (۱)$$

$$\rho(r', \theta', \varphi') = \left\{ \left(\frac{rQ}{4\pi d^3} \right) \frac{(d^2 - r'^2 \cos^2 \theta')}{r'^2} \delta(\cos \theta' - 1) \right\} \Theta(d - r') \quad (۲)$$

$$\rho(r', \theta', \varphi') = \left\{ \left(\frac{rQ}{4\pi d^3} \right) (d^2 - r'^2 \cos^2 \theta') [\delta(\cos \theta' + 1) + \delta(\cos \theta' - 1)] \right\} \Theta(d - r') \quad (۳)$$

$$\rho(r', \theta', \varphi') = \left\{ \left(\frac{rQ}{4\pi d^3} \right) \frac{(d^2 - r'^2 \cos^2 \theta')}{r'^2} [\delta(\cos \theta' + 1) + \delta(\cos \theta' - 1)] \right\} \Theta(d - r') \quad (۴)$$

۱۳- برای یک چند قطبی الکتریکی با ممان چند قطبی معین q_{lm} مولفه میدان الکتریکی E_φ در مختصات کروی کدام است؟

$$E_\varphi = -\frac{1}{(r\ell+1)} q_{lm} \frac{1}{r^{\ell+2}} (im) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۲) \quad E_\varphi = -\frac{1}{(r\ell+1)} q_{lm} \frac{1}{r^{\ell+2}} \frac{(im)}{\sin \theta} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۱)$$

$$E_\varphi = -\frac{2}{(\ell+1)} q_{lm} \frac{1}{r^{\ell+1}} (im) \sin \theta Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۴) \quad E_\varphi = -\frac{1}{(\ell+1)} q_{lm} \frac{1}{r^{\ell+1}} \frac{(im)}{\sin \theta} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۳)$$

۱۴- در یک ماده دی‌الکتریک بزرگ با ضریب دی‌الکتریک ϵ یک حفره کروی به شعاع a ایجاد شده است. دی‌الکتریک در یک میدان الکتریکی ثابت \vec{E}_0 قرار دارد. میدان الکتریکی در داخل حفره کدام است؟

$$\frac{-\epsilon_0 \epsilon}{\epsilon_0 + \epsilon} \vec{E}_0 \quad (۴) \quad \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\epsilon_0 + \epsilon} \vec{E}_0 \quad (۳) \quad \frac{-\epsilon_0 \epsilon}{\epsilon_0 + \epsilon} \vec{E}_0 \quad (۲) \quad \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\epsilon_0 + \epsilon} \vec{E}_0 \quad (۱)$$

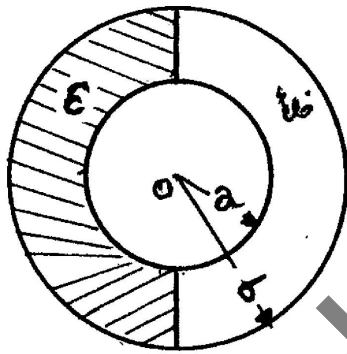


۱۵- کدام عبارت در مورد انرژی کل الکترواستاتیکی یک محیط دی الکتریک درست است؟

رابطه (۱) $W = \frac{1}{\epsilon} \int \rho(\vec{x}) D(\vec{x}) d^3x$ ، رابطه (۲) $W = \frac{1}{\epsilon} \int \vec{E} \cdot \vec{D} d^3x$

- (۱) رابطه (۲) هم برای محیطهای دی الکتریک خطی و هم غیرخطی درست است و همواره با رابطه (۱) معادل است.
 (۲) رابطه (۲) فقط برای محیطهای دی الکتریک خطی درست است و در این صورت با رابطه (۱) معادل است.
 (۳) رابطه (۲) فقط برای محیطهای دی الکتریک خطی درست است و در این صورت مقدار آن با رابطه (۱) متفاوت است.
 (۴) رابطه (۲) برای محیطهای دی الکتریک خطی درست است اما رابطه (۱) هم برای محیطهای دی الکتریک خطی و هم غیرخطی درست است.

۱۶- دو کره رسانای هم مرکز به ترتیب با شعاع داخلی a و بار کل $+Q$ و شعاع خارجی b و بار کل $-Q$ در نظر بگیرید. نیمی از فضای میان دو کره به صورت یک پوسته نیم کره با دی الکتریک ϵ پر می شود و نیم دیگر آن خلأ است. میدان الکتریکی در نقطه ای به فاصله r از مرکز دو کره و در ناحیه میان دو کره ($a < r < b$) و چگالی بار الکتریکی روی کره داخلی و در بخش مجاور با دی الکتریک کدام است؟



(۱) $\sigma = \frac{\epsilon Q}{2\pi(1+\epsilon)a^2}$, $\vec{E} = \frac{\epsilon Q}{1+\epsilon} \frac{1}{r^2} \hat{r}$

(۲) $\sigma = \frac{Q}{2\pi(1+\epsilon)a^2}$, $E = \frac{Q}{1+\epsilon} \frac{1}{r^2} \hat{r}$

(۳) $\sigma = \frac{\epsilon Q}{2\pi(1+\epsilon)a^2}$, $\vec{E} = \frac{2Q}{1+\epsilon} \frac{1}{r^2} \hat{r}$

(۴) $\sigma = \frac{\epsilon Q}{4\pi(1+\epsilon)a^2}$, $E = \frac{Q}{1+\epsilon} \frac{1}{r^2} \hat{r}$

۱۷- اگر پتانسیل برداری مربوط به یک توزیع بار در مختصات کره ای به شکل $\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0 I a^2 r \sin \theta}{4(a^2 + r^2)^{3/2}} \left(1 + \frac{15 a^2 r^2 \sin^2 \theta}{4(a^2 + r^2)^2} \right) \hat{\phi}$

است. مؤلفه شعاعی میدان مغناطیسی $B_r(\theta, \phi)$ کدام است؟ (a مقدار ثابتی است.)

(۱) $\frac{\mu_0 I a^2 \cos \theta}{2(a^2 + r^2)^{3/2}} \left[1 + \frac{15 a^2 r^2 \sin^2 \theta}{4(a^2 + r^2)^2} \right]$

(۲) $\frac{\mu_0 I a^2 \sin \theta \cos \theta}{2(a^2 + r^2)^{3/2}} \left[1 + \frac{15 a^2 r^2 \sin^2 \theta}{4(a^2 + r^2)^2} \right]$

(۳) $\frac{2\mu_0 I a^2 \cos \theta}{\lambda(a^2 + r^2)^{3/2}} \left[1 + \frac{15 a^2 r^2 \sin^2 \theta}{4(a^2 + r^2)^2} \right]$

(۴) $-\frac{\mu_0 I a^2 \sin \theta}{4(a^2 + r^2)^{3/2}} \left[2a^2 - r^2 + \frac{15 a^2 r^2 (4a^2 - 3r^2) \sin^2 \theta}{\lambda(a^2 + r^2)^2} \right]$



۱۸- توزیع جریان جایگزیده‌ای در اطراف مبدأ مختصات در یک میدان مغناطیسی غیرهمگن قرار دارد. در شرایط مگنتواستاتیک اولین مرتبه نیرو (\vec{F}) و گشتاور (\vec{N}) که بر این توزیع بار از طرف میدان مغناطیسی اثر می‌کند کدام است؟ (\vec{m} ممان مغناطیسی دو قطبی توزیع جریان است.)

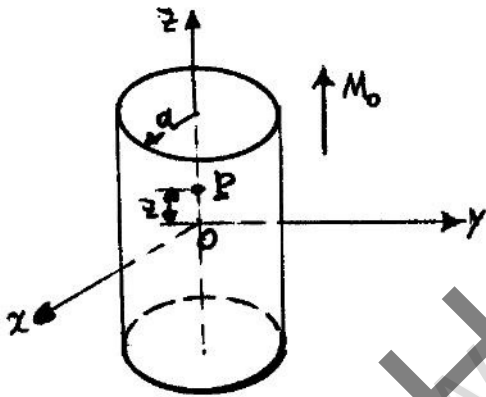
$$\vec{N} = \vec{m} \times \vec{B}(\circ), \vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) \quad (۲) \quad \vec{N} = -\vec{m} \times \vec{B}(\circ), \vec{F} = \vec{m} \cdot \vec{\nabla} \vec{B} \quad (۱)$$

$$\vec{N} = \vec{m} \times (\vec{J} \times \vec{B}(\circ)), \vec{F} = \vec{m} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (۴) \quad \vec{N} = \vec{m} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \vec{F} = -\vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) \quad (۳)$$

۱۹- اگر \vec{E} میدان الکتریکی و \vec{B} میدان مغناطیسی از دید ناظر آزمایشگاه باشند، \vec{E}' میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا از دید ناظری که با سرعت غیرنسبتی \vec{V} نسبت به ناظر آزمایشگاه حرکت می‌کند، کدام است؟

$$\vec{E}' = \vec{E} + (\vec{V} \cdot \vec{V})\vec{B} \quad (۴) \quad \vec{E}' = \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} \quad (۳) \quad \vec{E}' = \vec{E} - \vec{V} \times \vec{B} \quad (۲) \quad \vec{E}' = \vec{E} \quad (۱)$$

۲۰- یک ماده مغناطیسی سخت استوانه‌ای شکل به شعاع a و ارتفاع L دارای مغناطیس دائمی یکنواخت \vec{M}_0 به موازات محورش در سراسر حجم خود است. میدان مغناطیسی \vec{B}_{in} را در نقطه P روی محور استوانه و داخل آن به فاصله z از مبدأ مختصات کدام است؟ محور استوانه بر محور Z منطبق است و مبدأ مختصات در وسط استوانه است؟



$$\vec{B}_{in}(z) = 2\pi \left\{ \left[\left(\frac{L}{2} - z \right)^2 + a^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - \left[\left(\frac{L}{2} + z \right)^2 + a^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right\} \vec{M}_0 \quad (۱)$$

$$\vec{B}_{in}(z) = 2\pi \left\{ \frac{\left(\frac{L}{2} - z \right)}{\left[\left(\frac{L}{2} - z \right)^2 + a^2 \right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{\left(\frac{L}{2} + z \right)}{\left[\left(\frac{L}{2} + z \right)^2 + a^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} \vec{M}_0 \quad (۲)$$

$$\vec{B}_{in}(z) = 2\pi \left\{ \frac{\left(\frac{L}{2} - z \right)}{\left[\left(\frac{L}{2} - z \right)^2 + a^2 \right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{\left(\frac{L}{2} + z \right)}{\left[\left(\frac{L}{2} + z \right)^2 + a^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} \vec{M}_0 \quad (۳)$$

$$\vec{B}_{in}(z) = 2\pi \left\{ \frac{\left(\frac{L}{2} + z \right)}{\left[\left(\frac{L}{2} + z \right)^2 + a^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(\frac{L}{2} - z \right)}{\left[\left(\frac{L}{2} - z \right)^2 + a^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} \vec{M}_0 \quad (۴)$$

مکانیک کوانتومی پیشرفته (۱)

۲۱- در مکانیک کوانتومی حالت $|\alpha\rangle$ و حالت $|\alpha\rangle$ که $C|\alpha\rangle$ که C عدد مختلط دلخواه غیر صفری است

(۱) حالت فیزیکی یکسانی را نمایش می‌دهند.

(۲) دو بردار یکسان در فضای هیلبرت هستند.

(۳) حالت‌های فیزیکی غیریکسانی را نمایش می‌دهند.

(۴) برای برخی سیستم‌های فیزیکی حالت فیزیکی یکسان و برای برخی سیستم‌های فیزیکی دیگر حالت‌های فیزیکی غیریکسانی را نمایش می‌دهند.

۲۲- اگر A و B مشاهده‌پذیرهای سازگاری باشند و مجموعه بردارهای $|a_j\rangle$ ویژه بردارهای عملگر A باشند، در این صورت کدام عبارت همواره درست است؟

(۱) در همه شرایط عناصر ماتریس $\langle a_j | B | a_j \rangle$ جملگی قطری هستند.

(۲) در هیچ شرایطی عناصر ماتریسی $\langle a_j | B | a_j \rangle$ جملگی قطری نمی‌باشند.

(۳) اگر تمامی ویژه مقادیر عملگر A تبهگن نباشند در آن صورت عناصر ماتریسی $\langle a_j | B | a_j \rangle$ همگی قطری هستند.

(۴) اگر تمامی ویژه مقادیر عملگر A تبهگن باشند در آن صورت عناصر ماتریسی $\langle a_j | B | a_j \rangle$ همگی قطری هستند.

۲۳- رابطه $\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} |\langle [A, B] \rangle|^2$ که در آن $\Delta A = A - \langle A \rangle$ است در شرایطی همواره درست است که عملگرهای A و B و باشند.

- (۱) یکانی - ناسازگار (غیرجابجایی) (۳) مشاهده پذیر - سازگار
 (۲) هرمیتی - ناسازگار (غیرجابجایی) (۴) پادهرمیتی - ناسازگار (غیرجابجایی)

۲۴- حاصل عبارت $\text{tr}(|b\rangle\langle a|)$ کدام است؟

- (۱) $|\langle a|b\rangle|^2$
 (۲) $\langle a|b\rangle$
 (۳) $\langle b|a\rangle$
 (۴) صفر

۲۵- اگر P_x مؤلفه عملگر تکانه خطی در راستای x و $|x'\rangle$ ویژه حالت عملگر مکان \hat{X} باشد، حاصل عبارت $\langle x'|P_x|x''\rangle$ کدام است؟

- (۱) $-i\hbar\delta(x'-x'')$
 (۲) $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x'-x'')$
 (۳) $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x'-x'')$
 (۴) $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x'}\delta(x'-x'')$

۲۶- اگر برداری ثابت و $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ و $t(\vec{a}) = e^{\frac{i\vec{a}\cdot\vec{P}}{\hbar}}$ عملگر جابجایی متناهی فضایی باشد کمیت جابجاگر $[y, \tau(\vec{a})]$ کدام است؟

- (۱) $a_y \cos(\frac{\vec{a}\cdot\vec{P}}{\hbar})$
 (۲) $a_y \tau(\vec{a})$
 (۳) $-a_y \tau(\vec{a})$
 (۴) $-a_y \sin(\frac{\vec{a}\cdot\vec{P}}{\hbar})$

۲۷- برای ذره آزاد در سه بعد در تصویر هایزنبرگ حاصل عبارت $[x_i(t), x_j(0)]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-i\hbar t}{m} \delta_{ij}$
 (۲) $\frac{i\hbar t^2}{m} \delta_{ij}$
 (۳) $\frac{i\hbar t}{m} \delta_{ij}$
 (۴) صفر

۲۸- الکترونی تحت میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_0\hat{j}$ قرار دارد. اگر در لحظه $t_0 = 0$ حالت الکترون $|+\rangle$ (در راستای مثبت محور z) باشد در لحظه دلخواه $t > 0$ احتمال آن که در اندازه گیری عملگر \hat{S}_z مقدار $+\frac{\hbar}{2}$ به دست آید چیست؟

$$\omega = \frac{|e|\hbar B_0}{2m_e c}$$

- (۱) $\sin^2(\frac{\omega t}{2})$
 (۲) $\sin(\omega t)$
 (۳) $i \cos(\frac{\omega t}{2})$
 (۴) $\cos^2(\frac{\omega t}{2})$



۲۹- حالت یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی به صورت $|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$ است که $|n\rangle$ ویژه حالت انرژی نوسانگر و β مقدار ثابتی است. حاصل اثر عملگر نابودی بر این حالت $(a|\psi\rangle)$ کدام است؟

(۱) $\beta^n |\psi\rangle$
 (۲) $\frac{1}{\beta} |\psi\rangle$
 (۳) $\beta |\psi\rangle$
 (۴) $\beta^{-n} |\psi\rangle$

۳۰- اگر تابع موج یک سیستم کوانتومی به شکل $\psi(\vec{x}, t) = \sqrt{\rho(\vec{x}, t)} e^{\frac{i}{\hbar} S(\vec{x}, t)}$ و $\vec{J} = \frac{\hbar}{m} \text{Im}(\psi^* \nabla \psi)$ باشد کدام رابطه نادرست است؟

(۱) $\vec{J} = \frac{\rho \nabla S}{m}$
 (۲) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$
 (۳) $\int d^3x \vec{J}(\vec{x}, t) = \frac{\langle \vec{p} \rangle_t}{m}$
 (۴) $\rho = m \nabla^2 S$

۳۱- اگر H هامیلتونی سیستم کوانتومی مستقل از زمان باشد و $|a_j\rangle$ ها ویژه بردارهای انرژی با ویژه مقدار E_j باشند در آن صورت انتشارگر این سیستم $K(\vec{x}'', t''; \vec{x}', t')$ کدام است؟

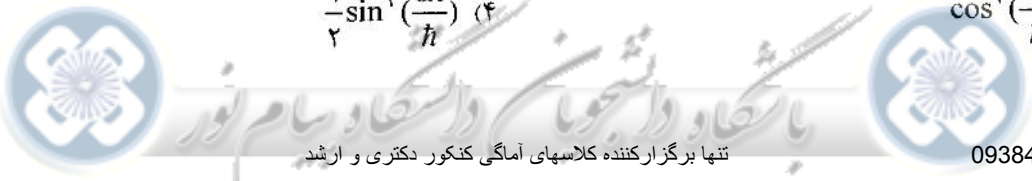
(۱) $\sum_{i,j} \langle \vec{x}'' | a_j \rangle \langle a_i | \vec{x}' \rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_i (t'' - t')}$
 (۲) $\sum_i \langle \vec{x}'' | a_i \rangle \langle a_i | \vec{x}' \rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_i (t'' - t')}$
 (۳) $\sum_i \langle \vec{x}'' | \vec{x}' \rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_i (t'' - t')}$
 (۴) $\sum_{i,j} \langle \vec{x}'' | \vec{x}' \rangle e^{-\frac{i}{\hbar} (E_i - E_j) (t'' - t')}$

۳۲- اگر $|\alpha\rangle$ بردار حالت ذره باردار q که تحت تأثیر میدان مغناطیسی با پتانسیل برداری \vec{A} حرکت می کند باشد تحت تبدیلات پیمانه‌ای $\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \nabla \Lambda(\vec{x})$ که $\Lambda(\vec{x})$ تابع دلخواه خوشرفتاری است، کدام رابطه نادرست است؟

$|\vec{\alpha}'\rangle = e^{iq\Lambda(\vec{x})/\hbar} |\alpha\rangle$ و $g = e \hbar c$
 (۱) $\langle \alpha | \vec{p} | \alpha \rangle = \langle \vec{\alpha}' | \vec{p} | \vec{\alpha}' \rangle$
 (۲) حالت سیستم تبدیل به $|\vec{\alpha}'\rangle$ می شود.
 (۳) $g^\dagger (\vec{p} - \frac{q\vec{A}}{c} - \frac{e\vec{V}\Lambda}{c}) g = \vec{p} - \frac{q\vec{A}}{c}$
 (۴) $\langle \alpha | \vec{x} | \alpha \rangle = \langle \vec{\alpha}' | \vec{x} | \vec{\alpha}' \rangle$

۳۳- اگر $|b_1\rangle$ و $|b_2\rangle$ ویژه بردارهای عملگر B با ویژه مقادیر b_1 و b_2 باشند و هامیلتونی یک سیستم دو ترازوی در پایه ویژه بردارهای عملگر B به شکل $H = \alpha |b_1\rangle \langle b_2| + \alpha |b_2\rangle \langle b_1|$ باشد و در لحظه $t=0$ سیستم در حالت $|b_1\rangle$ باشد احتمال آن که در $t>0$ سیستم در حالت $|b_2\rangle$ باشد کدام است؟ (α مقدار ثابت حقیقی است.)

(۱) $\frac{1}{2} \cos^2(\frac{\alpha t}{\hbar})$
 (۲) $\sin^2(\frac{\alpha t}{\hbar})$
 (۳) $\cos^2(\frac{\alpha t}{\hbar})$
 (۴) $\frac{1}{2} \sin^2(\frac{\alpha t}{\hbar})$



۳۴- برای نوسانگر هماهنگ یک بعدی مقدار عبارت $\langle \alpha | e^{ikx} | \alpha \rangle$ که $|\alpha\rangle$ حالت پایه نوسانگر است کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \cos(k \langle \alpha | x | \alpha \rangle) \\ (2) \quad & e^{+\frac{k^2}{2} \langle \alpha | x^2 | \alpha \rangle} \\ (3) \quad & e^{-\frac{k^2}{2} \langle \alpha | x^2 | \alpha \rangle} \\ (4) \quad & \sin(k \langle \alpha | x | \alpha \rangle) \end{aligned}$$

۳۵- اگر $|\alpha\rangle$ بردار حالت یک ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ باشد، در صورتی که ذره به اندازه 360° حول محور x چرخانده شود، پس از دوران بردار حالت ذره کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & -|\alpha\rangle \\ (2) \quad & -\frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle \\ (3) \quad & |\alpha\rangle \\ (4) \quad & \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle \end{aligned}$$

۳۶- اگر بردار حالت ذره اسپین $\frac{1}{2}$ به شکل بردار $\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}$ باشد پس از دوران ذره طول محور y به اندازه 60° در جهت مثبت مثلثاتی بردار حالت ذره کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \sqrt{3}i \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} - i \end{pmatrix} \\ (2) \quad & \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} - i \\ -\frac{1}{2} - \sqrt{3}i \end{pmatrix} \\ (3) \quad & \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \sqrt{3}i \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} + i \end{pmatrix} \\ (4) \quad & \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} + i \\ -\frac{1}{2} + \sqrt{3}i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

۳۷- در نمایش‌های کاهش‌ناپذیر عملگر دوران $D^{(j)}(R)$ مقدار j و بعد نمایش است.

- (۱) فقط مقادیر صحیح و نیمه صحیح - $j(j+1)$
 (۲) فقط مقادیر صحیح یا نیمه صحیح - $(2j+1)$
 (۳) فقط مقادیر صحیح - $j(j+1)$
 (۴) فقط مقادیر صحیح - $(2j+1)$

۳۸- اگر $D^{(j_1)}(R)$ و $D^{(j_2)}(R)$ نمایش‌های کاهش‌ناپذیر گروه دوران باشند در رابطه $D_{m_1 m_1'}^{(j_1)}(R) \otimes D_{m_2 m_2'}^{(j_2)}(R) = \sum_j \sum_m \sum_{m'} \langle j_1 j_2; m_1 m_2 | j_1 j_2; jm \rangle \langle j_1 j_2; m_1' m_2' | j_1 j_2; jm' \rangle D_{mm'}^{(j)}(R)$ جمع روی j در چه بازه‌ای است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, \infty \\ (2) \quad & 0, 1, 2, \dots, (j_1 + j_2) \\ (3) \quad & |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) \\ (4) \quad & |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + \frac{1}{2}, \dots, (j_1 + j_2) \end{aligned}$$



-۳۹

کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) پیش‌گویی‌های مکانیک کوانتومی با نامساوی بل سازگار نیستند.
- (۲) مکانیک کوانتومی معمول همواره با اصل موضعی انیشتین سازگار است.
- (۳) نتایج آزمایش‌های دقیق بدون استثنا نشان داده‌اند که نامساوی بل نقض می‌شود.
- (۴) در همه آزمایش‌ها پیش‌گویی‌های مکانیک کوانتومی در محدوده خطای آزمایش درست از آب درآمده است.

-۴۰

کدام عبارت در مورد عملگرهای تانسوری گروه نادرست است؟

- (۱) عملگر تانسوری گروه مرتبه k دارای $2k + 1$ عضو است.
- (۲) عملگر تانسوری گروه در قضیه ویگنر - اکارت صدق می‌کنند.
- (۳) مجموعه اعضای یک تانسور گروه مرتبه k یک نمایش کاهش‌ناپذیر $D^{(k)}(R)$ از گروه دوران در سه بعد را تشکیل می‌دهند.
- (۴) حاصل ضرب دو عملگر تانسوری گروه همواره یک عملگر تانسوری گروه است که مرتبه آن برابر با جمع مرتبه هر یک از دو عملگر تانسوری گروه اولیه است.

مکانیک آماری پیشرفته (۱)

-۴۱

اگر ماکرو حالت یک سیستم با مجموعه کمیت‌های (N, V, E) که N تعداد ذرات، V حجم و E انرژی سیستم است داده شود و $S(N, V, E)$ آنترופی و $\Omega(N, V, E)$ تعداد حالت‌های میکروسکوپی در دسترس سیستم به ازای یک حالت ماکروسکوپی (N, V, E) باشد، کدام رابطه نادرست است؟ (μ انرژی شیمیایی سیستم است.)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{N,E} = P \quad (۲) \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{N,V} = \frac{1}{T} \quad (۱)$$

$$S(N, V, E) = k_B \ln \Omega(N, V, E) \quad (۴) \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{V,E} = -\frac{\mu}{T} \quad (۳)$$

-۴۲

گاز ایده‌آل اول با تعداد ذرات N_1 و حجم V_1 با گاز ایده‌آل دومی با تعداد ذرات N_2 و حجم V_2 مخلوط می‌شوند، در ابتدا دمای هر دو گاز یکسان است. اگر S_1 آنترופی گاز اول و S_2 آنترופی گاز دوم قبل از مخلوط شدن، S_T آنترופی مخلوط دو گاز و $\Delta S = S_T - (S_1 + S_2)$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

(۱) در همه شرایط $\Delta S = 0$ است.

(۲) در همه شرایط $\Delta S > 0$ است.

$$\frac{N_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2} \quad (۳) \quad \Delta S \leq 0 \text{ و حالت تساوی در صورتی رخ می‌دهد که}$$

$$\frac{N_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2} \quad (۴) \quad \Delta S \geq 0 \text{ و حالت تساوی در صورتی رخ می‌دهد که}$$

-۴۳

سیستمی شامل N ذره مستقل است که هر کدام فقط می‌تواند دو تراز انرژی ϵ_0 و ϵ_1 را اختیار کند. تابع $\Omega_M(N)$ که بیانگر تعداد حالت‌های این سیستم با انرژی کل، $E = M\epsilon_0$ است ($M = -N, \dots, N$) کدام است؟

$$\frac{N!}{M!(N-M)!} \quad (۱) \qquad \frac{N!}{\left[\frac{1}{2}(N-M)\right]! \left[\frac{1}{2}(N+M)\right]!} \quad (۲)$$

$$\frac{(N+M)!}{N!M!} \quad (۳) \qquad \frac{\left[\frac{1}{2}(N+M)\right]!}{\left[\frac{1}{2}(N-M)\right]! N!} \quad (۴)$$



- ۴۴- اگر $\langle f \rangle$ متوسط آنسامبلی کمیت فیزیکی f و سیستم فیزیکی ارگودیک (یا شبه ارگودیک) باشد، در آن صورت
 (۱) متوسط f در فضای ممنوم خطی برای هر عضو دلخواه آنسامبل برابر $\langle f \rangle$ است.
 (۲) متوسط زمانی کمیت f در یک بازه زمانی طولانی برای برخی از اعضای آنسامبل بزرگتر از $\langle f \rangle$ است.
 (۳) متوسط زمانی کمیت f در یک بازه زمانی طولانی برای هر عضو دلخواه آنسامبل برابر $\langle f \rangle$ است.
 (۴) مقداری که در اندازه گیری f روی سیستم داده شده به دست می آید بزرگتر از $\langle f \rangle$ است.

- ۴۵- برای یک سیستم آماری که انرژی پتانسیل میان زوج ذرات آن $u(\vec{r})$ تابع همگن درجه n از مختصات ذره باشد کمیت ویريال
 $\langle \sum_i q_i \dot{p}_i \rangle = \nu$ کدام است؟ (P فشار، V حجم و U متوسط انرژی پتانسیل کل سیستم است).
 (۱) $\nu = 2PV - nU$
 (۲) $\nu = 2PV$
 (۳) $\nu = 2PV - \frac{1}{n}U$
 (۴) $\nu = 2PV + nE$

- ۴۶- تابع پارتیشن سیستم متشکل از N نوسانگر یک بعدی کوانتومی در دمای T کدام است؟ $\beta = \frac{1}{k_B T}$
 (۱) $[\nu \sinh(\frac{1}{\nu} \beta \hbar \omega)]^{-N}$
 (۲) $[\nu \cosh(\frac{1}{\nu} \beta \hbar \omega)]^{-N}$
 (۳) $(\beta \hbar \omega)^{-N}$
 (۴) $[\tanh(\frac{1}{\nu} \beta \hbar \omega)]^{-N}$

- ۴۷- سیستمی متشکل از N دو قطبی با $J = \frac{1}{\nu}$ را در نظر بگیرید. هر دو قطبی در میدان مغناطیسی ثابت H فقط دو راستای یکی با انرژی $\epsilon = \mu H$ و دیگری با انرژی $\epsilon = -\mu H$ را اختیار می کند. انرژی آزاد هلمهولتز این سیستم کدام است؟
 (۱) $Nk_B T \ln[\sinh(\frac{\epsilon}{k_B T})]$
 (۲) $-Nk_B T \ln[\nu \cosh(\frac{\epsilon}{k_B T})]$
 (۳) $-Nk_B T \ln[\nu \sinh(\frac{\epsilon}{k_B T})]$
 (۴) $Nk_B T \ln[\tanh(\frac{\epsilon}{k_B T})]$

- ۴۸- اگر $\rho(q, p; t)$ تابع چگالی یک آنسامبل از سیستم های کلاسیکی در لحظه t در فضای فاز باشد، کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) در حالت پایا یعنی وقتی که $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ سیستم در حالت تعادل ترمودینامیکی است.
 (۲) برای آنسامبل میکروکانونیک در حال تعادل ثابت $\rho(q, p; t)$ است.
 (۳) چگالی موضعی نقاط فضای فاز از دید ناظری که با نقطه مورد نظر حرکت می کند در طول زمان همواره افزایش می یابد.
 (۴) $\rho(q, p; t)$ نشانگر آن است که اعضای یک آنسامبل در زمان معین t در میان میکرو حالت های مختلف ممکن چگونه توزیع شده اند.



۴۹- سیستمی از دو بخش I و II تشکیل شده و هر دو بخش در دمای یکسان T هستند اگر $Z_I(T)$ تابع پارش کانونیک بخش I، $Z_{II}(T)$ تابع پارش کانونیک بخش II و $Z_{I+II}(T)$ تابع پارش سیستم مرکب از دو بخش باشد، در آن صورت کدام رابطه درست است؟

$$Z_{I+II}(T) = Z_I(T) + Z_{II}(T) \quad (۲) \qquad Z_{I+II}(T) > Z_I(T) + Z_{II}(T) \quad (۱)$$

$$Z_{I+II}(T) = Z_I(T)Z_{II}(T) \quad (۴) \qquad Z_{I+II}(T) = \frac{Z_I(T)Z_{II}(T)}{Z_I(T) + Z_{II}(T)} \quad (۳)$$

۵۰- گاز ایده آل کلاسیکی شامل N ذره مستقل هر یک به جرم m در یک استوانه بسیار طویل با سطح مقطع A تحت تاثیر گرانش و در دمای تعادل T محبوس است. تابع پارش سیستم کدام است؟

$$\frac{1}{N!} \left(\frac{Ak_B T}{mg} \right)^N \left(\frac{\sqrt{2\pi m k_B T}}{h} \right)^{\frac{3}{2}N} \quad (۲) \qquad \frac{1}{N!} \left(\frac{Ak_B T}{mg} \right)^N \left(\frac{\sqrt{2\pi m k_B T}}{h} \right)^{\frac{3}{2}N} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{N!} \left(\frac{Ak_B T}{mg} \right)^{\frac{N}{2}} \left(\frac{\sqrt{2\pi m k_B T}}{h} \right)^{\frac{3}{2}N} \quad (۴) \qquad \frac{1}{N!} \left(\frac{Ak_B T}{mg} \right)^{-N} \left(\frac{mk_B T}{2\pi h^2} \right)^{\frac{3}{2}N} \quad (۳)$$

۵۱- اگر $Z = \sum_{r,s} \exp(-\alpha N_r - \beta E_s)$ تابع پارش یک آنسامبل کانونی بزرگ (Grand Canonical Ensemble) باشد

که در آن $\alpha = -\frac{\mu}{k_B T}$ و $\beta = \frac{1}{k_B T}$ رابطه اساسی میان آمار آنسامبل کانونی بزرگ و کمیت‌های ترمودینامیکی سیستم داده شده کدام است؟ (P فشار، V حجم و T دمای سیستم است.)

$$PV = k_B T Z \quad (۲) \qquad PV = \frac{k_B T}{\ln Z} \quad (۱)$$

$$PV = \frac{k_B T}{Z} \quad (۴) \qquad PV = k_B T \ln Z \quad (۳)$$



۵۲- سیستمی متشکل از ذرات جایگزیده مستقل در نظر بگیرید، تابع پارش آنسامبل کانونی بزرگ از این سیستمها Z و تعداد متوسط ذرات سیستم N کدام است؟ $\phi(T)$ تابعی از دما است که شکل آن به جزئیات سیستم بستگی دارد و μ انرژی شیمیایی سیستم است.

$$N = \phi(T) [1 + e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}] \quad , \quad Z = 1 - e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)} \quad (۱)$$

$$N = \phi(T) [1 - e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}] \quad , \quad Z = 1 - e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)} \quad (۲)$$

$$N = \frac{e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}}{1 - e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}} \quad , \quad Z = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}} \quad (۳)$$

$$N = \frac{e^{\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}}{1 - e^{\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}} \quad , \quad Z = \frac{1}{1 - e^{\frac{\mu}{k_B T} \phi(T)}} \quad (۴)$$

۵۳- در آنسامبل کانونی بزرگ افت و خیزهای میانگین مربعی نسبی در چگالی ذرات $\frac{(\Delta n)^2}{(\bar{n})^2}$ کدام است؟

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{N,T}$$

ضریب فشردگی تک دما، V حجم، P فشار و T دمای سیستم است.

$$\frac{k_B T}{V} \chi_T \quad (۲) \qquad -\frac{k_B T}{V} \chi_T \quad (۱)$$

$$-\frac{V}{k_B T} \chi_T \quad (۴) \qquad \frac{V}{k_B T} \chi_T \quad (۳)$$

۵۴- ماتریس چگالی آنسامبل کانونی یک الکترون با اسپین $\frac{1}{2}$ که در میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ (در راستای محور Z) قرار دارد، کدام است؟ $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ، $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$

$$\frac{1}{2 \sinh(\beta \mu_B B_0)} \begin{pmatrix} e^{\beta \mu_B B_0} & 0 \\ 0 & e^{-\beta \mu_B B_0} \end{pmatrix} \quad (۲) \qquad \frac{1}{2 \cosh(\beta \mu_B B_0)} \begin{pmatrix} e^{\beta \mu_B B_0} & 0 \\ 0 & e^{-\beta \mu_B B_0} \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\tanh(\beta \mu_B B_0)} \begin{pmatrix} \cos(\beta \mu_B B_0) & 0 \\ 0 & -\cos(\beta \mu_B B_0) \end{pmatrix} \quad (۴) \qquad \tanh(\beta \mu_B B_0) \begin{pmatrix} \sin(\beta \mu_B B_0) & 0 \\ 0 & -\sin(\beta \mu_B B_0) \end{pmatrix} \quad (۳)$$



۵۵- تابع پارش آنسامبل کانونی و متوسط انرژی یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی کوانتومی با بسامد زاویه‌ای ω و در دمای T کدام

است؟ $Z = \text{Tr}(e^{-\beta H})$ و $\beta = \frac{1}{k_B T}$

(۱) $\langle H \rangle = \frac{1}{2} \hbar \omega \tanh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)$ ، $Z = \frac{1}{2 \cosh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)}$

(۲) $\langle H \rangle = \frac{1}{2} \hbar \omega \coth\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)$ ، $Z = \frac{1}{2 \sinh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)}$

(۳) $\langle H \rangle = \hbar \omega \tanh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)$ ، $Z = \frac{1}{2 \tanh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)}$

(۴) $\langle H \rangle = \hbar \omega \coth\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)$ ، $Z = 2 \cosh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)$

۵۶- اگر عناصر قطری ماتریس چگالی نوسانگر هماهنگ یک بعدی در پایه مختصات به شکل

$\langle q | \hat{\rho} | q \rangle = \left[\frac{m\omega \tan\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)}{\pi \hbar} \right]^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m\omega q^2}{\hbar} \tanh\left(\frac{\beta \hbar \omega}{2}\right) \right]$ باشد در حد $\beta \hbar \omega \ll 1$ مقدار

$\langle q | \hat{\rho} | q \rangle$ کدام است؟ $\beta = \frac{1}{k_B T}$

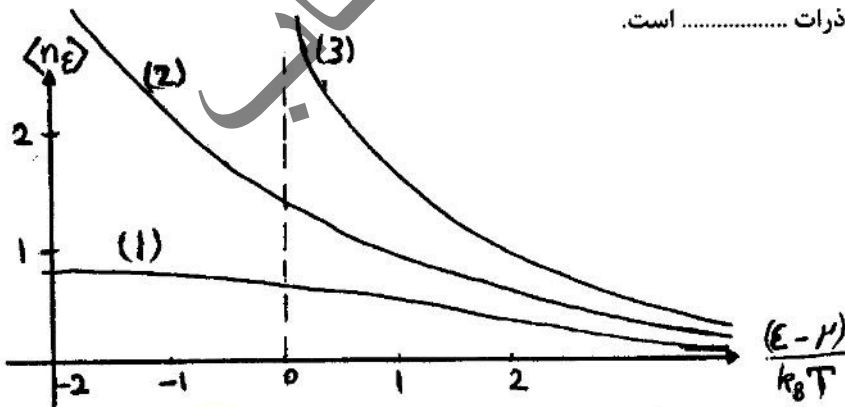
(۱) $\left(\frac{m\omega}{2\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m\omega q^2}{\hbar}\right]$ ، $\left(\frac{m\omega}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m\omega q^2}{k_B T}\right]$

(۲) $\left(\frac{m\omega}{2\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m\omega q^2}{2\hbar}\right]$ ، $\left(\frac{m\omega}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m\omega q^2}{k_B T}\right]$

۵۷- در نمودار زیر که متوسط عدد اشغال $\langle n_\epsilon \rangle$ برای حالت انرژی تک ذره ϵ در سیستم ذرات غیر برهمکنشی (ذرات مستقل

از هم) بر حسب $\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}$ رسم شده است. نمودار شماره (۱) مربوط به ذرات نمودار شماره (۲) مربوط به ذرات

..... و نمودار شماره (۳) مربوط به ذرات است.



(۱) ماکسول - بولتزمنی، فرمیونی، بوزونی

(۲) فرمیونی، بوزونی، ماکسول - بولتزمنی

(۳) فرمیونی، ماکسول - بولتزمنی، بوزونی

(۴) بوزونی، ماکسول - بولتزمنی، فرمیونی



۵۸- آنتروپی یک گاز ایده آل فرمیونی در تعادل ترمودینامیکی کدام است؟ (n_ϵ تعداد ذرات در حالت تک ذره با انرژی ϵ است.)

$$k_B \sum_{\epsilon} [\langle n_{\epsilon} + 1 \rangle \ln \langle 1 + n_{\epsilon} \rangle - \langle 1 - n_{\epsilon} \rangle \ln \langle 1 - n_{\epsilon} \rangle] \quad (۱)$$

$$k_B \sum_{\epsilon} [\langle n_{\epsilon} + 1 \rangle \ln \langle 1 + n_{\epsilon} \rangle - \langle n_{\epsilon} \rangle \ln \langle n_{\epsilon} \rangle] \quad (۲)$$

$$k_B \sum_{\epsilon} [\langle 1 - n_{\epsilon} \rangle \ln \langle 1 - n_{\epsilon} \rangle - \langle n_{\epsilon} \rangle \ln \langle n_{\epsilon} \rangle] \quad (۳)$$

$$k_B \sum_{\epsilon} [-\langle 1 - n_{\epsilon} \rangle \ln \langle 1 - n_{\epsilon} \rangle - \langle n_{\epsilon} \rangle \ln \langle n_{\epsilon} \rangle] \quad (۴)$$

۵۹- ظرفی حاوی گاز ایده آل بوزونی در دمای T با سرعت یکنواخت \bar{v} نسبت به یک ناظر ساکن در آزمایشگاه در حرکت است. $\langle n(\vec{p}) \rangle$ متوسط عدد اشتغال یک حالت تک ذره با انرژی $\epsilon(\vec{p})$ کدام است؟

$$\langle n(\vec{p}) \rangle = \left[\exp\left(\frac{\epsilon - \bar{v} \cdot \vec{p} + \mu}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1} \quad (۲) \quad \langle n(\vec{p}) \rangle = \frac{\exp\left[-\frac{\bar{v} \cdot \vec{p}}{k_B T}\right]}{\left[\exp\left(\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}\right) - 1 \right]} \quad (۱)$$

$$\langle n(\vec{p}) \rangle = \left[\exp\left(\frac{\epsilon - \bar{v} \cdot \vec{p} - \mu}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (۴) \quad \langle n(\vec{p}) \rangle = \left[\exp\left(\frac{\epsilon + \bar{v} \cdot \vec{p} - \mu}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (۳)$$

۶۰- درون ظرفی به حجم V گاز ایده آل کلاسیکی در دمای T وجود دارد. بر روی یکی از وجه‌های این ظرف سوراخی به مساحت A وجود دارد. اگر راستای بردار عمود بر این وجه منطبق بر راستای محور Z باشد، تابع توزیع سرعت ذراتی که از این سوراخ خارج می‌شوند کدام است؟

$$g(u_x) = \left(\frac{m}{\sqrt{2\pi} k_B T}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{m u_x^2}{k_B T}\right) \quad (۱)$$

$$u_x u_y g(u_x) g(u_y) g(u_z) \quad (۲)$$

$$u_x u_y u_z g(u_x) g(u_y) g(u_z) \quad (۴) \quad u_z g(u_x) g(u_y) g(u_z) \quad (۳)$$

