

نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

علی شکیبا

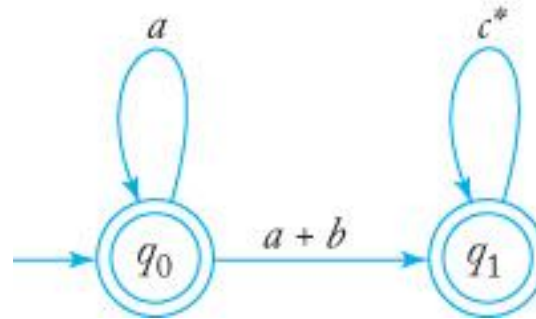
دانشگاه ولی‌عصر (عج) رفسنجان

ali.shakiba@vru.ac.ir

فصل ۳: زبان‌های منظم و گرامرهای منظم

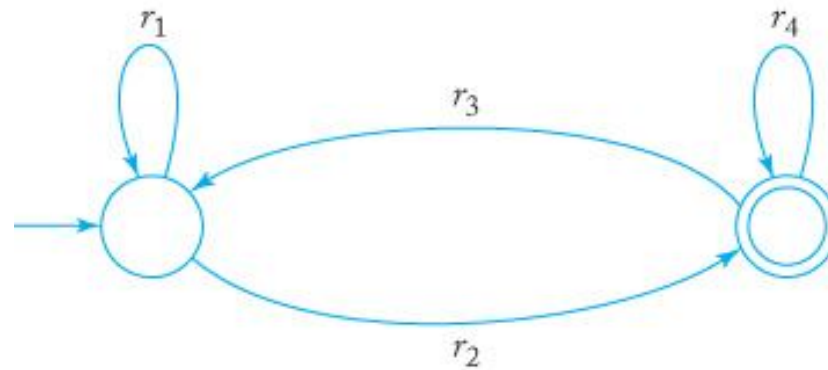
گراف انتقال تعمیم یافته

• گراف انتقالی است که عبارات منظم؛ برچسب یال‌های آن هستند.



گراف انتقال تعمیم یافته (ادامه)

- فرم کانونی گراف انتقال تعمیم یافته با دو حالت



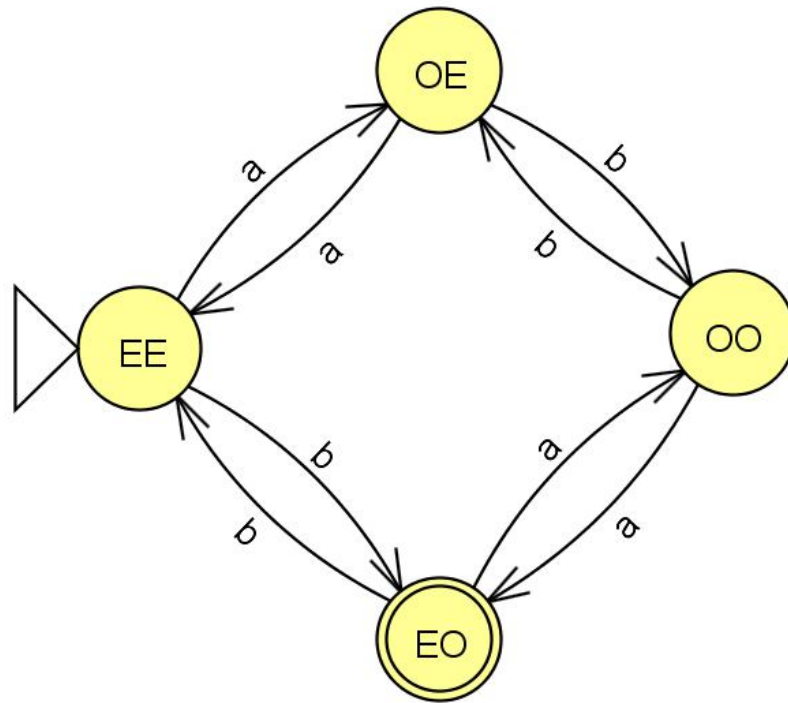
$$r = r_1 * r_2 (r_4 + r_3 r_1 * r_2) *$$

مثال

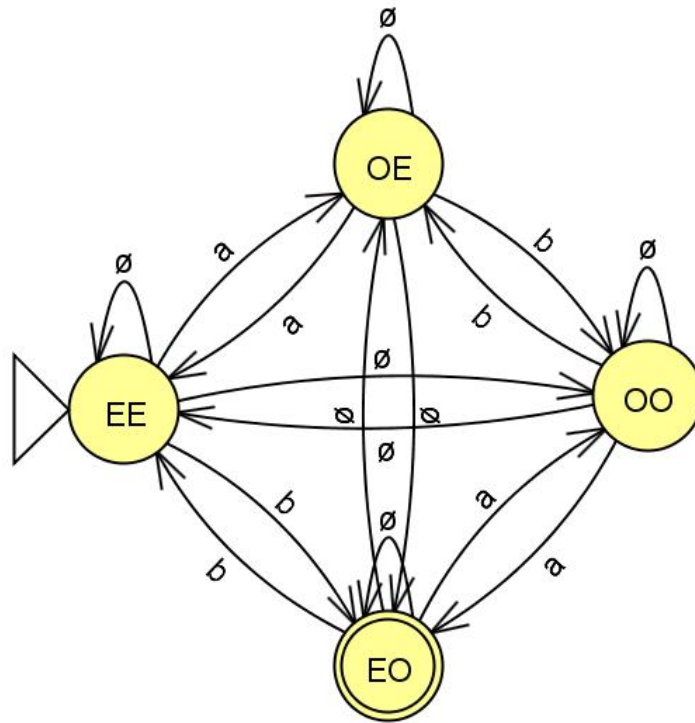
عبارت منظمی برای زبان منظم زیر بیابید:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) \bmod 2 = 0 \text{ and } n_b(w) \bmod 2 = 1\}$$

مثال (ادامه)



مثال (ادامه)

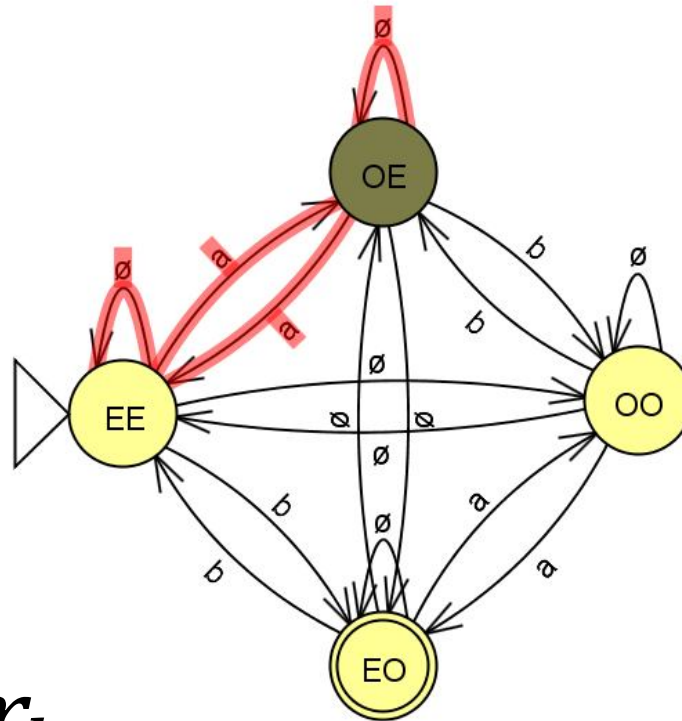


مثال (ادامه)

$$i = EE, j = EO, k = OE$$

$$p = EE, q = EE$$

aa

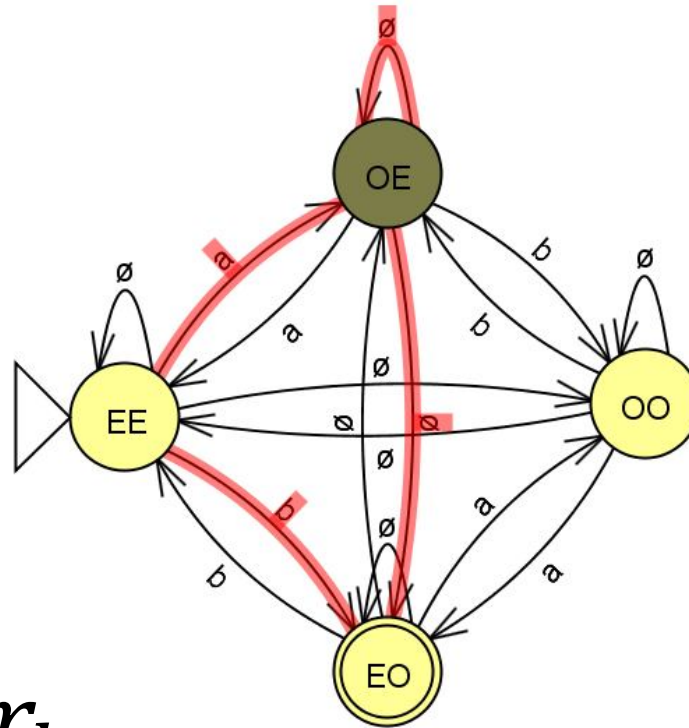


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = EE, q = EO$

b



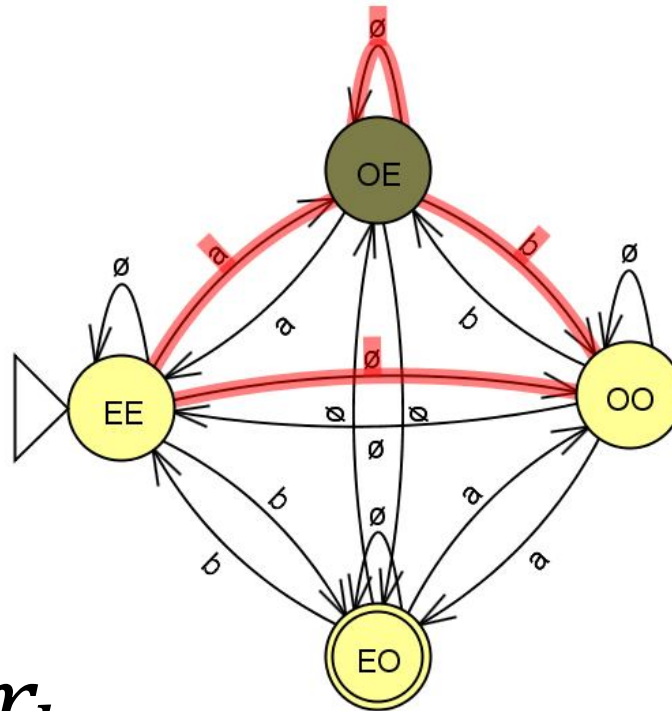
$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$$i = EE, j = EO, k = OE$$

$$p = EE, q = OO$$

ab

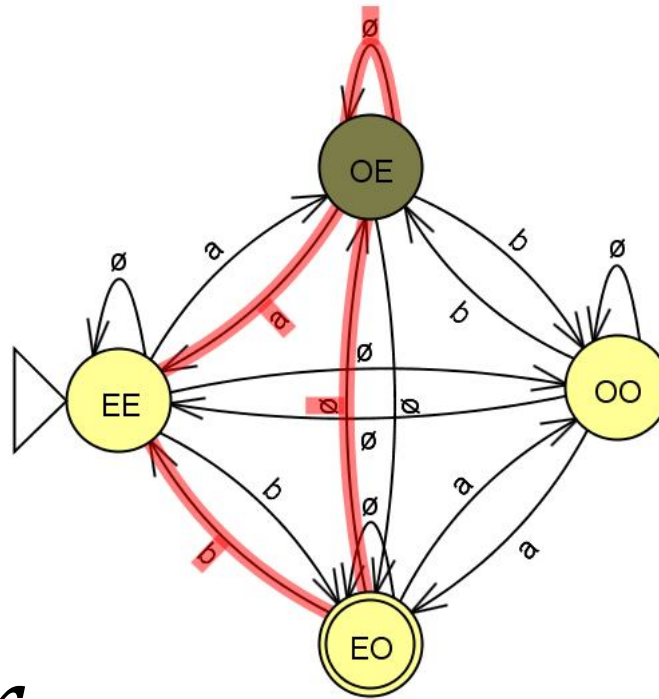


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = EO, q = EE$

b

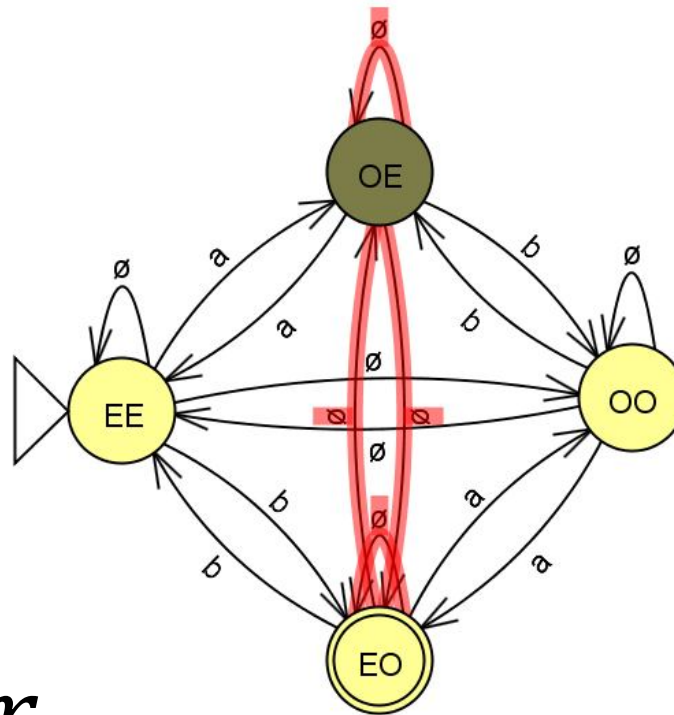


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = EO, q = EO$

\emptyset

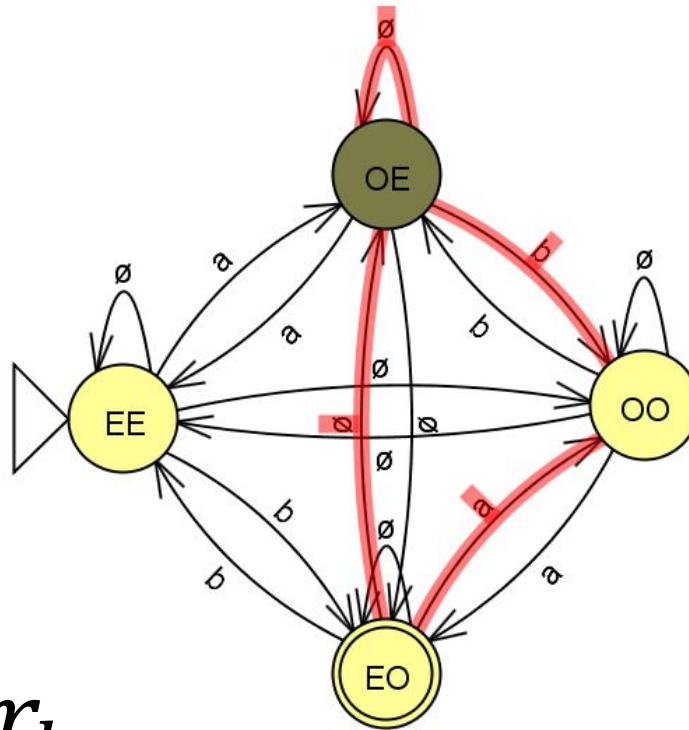


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = EO, q = OO$

a

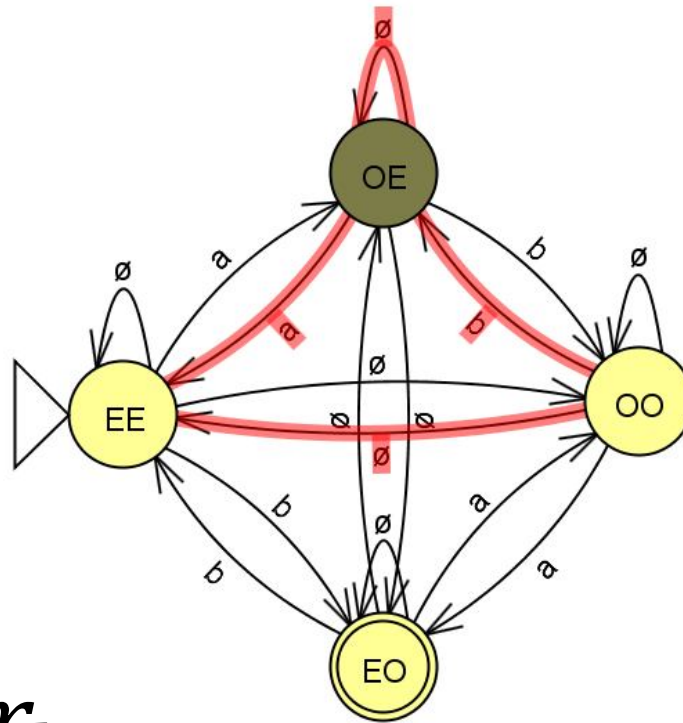


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = OO, q = EE$

ba

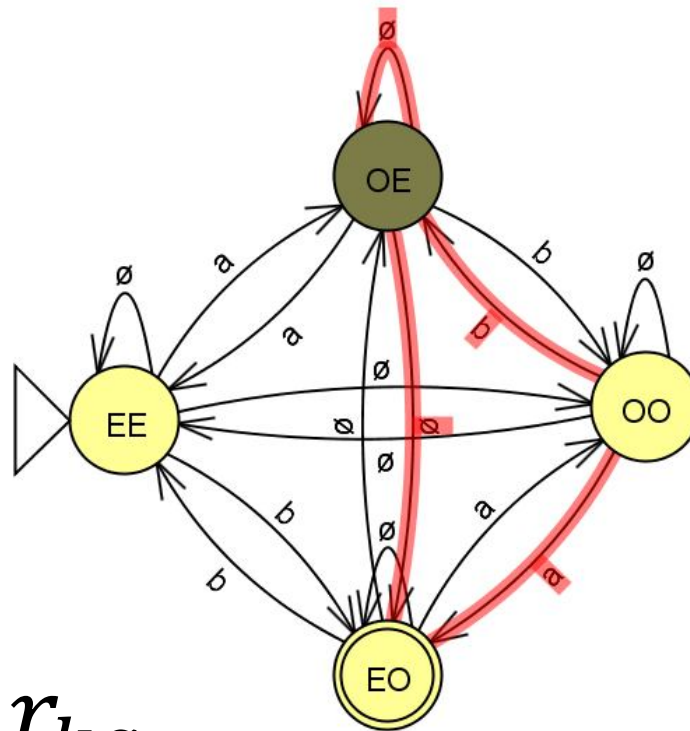


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = OO, q = EO$

a

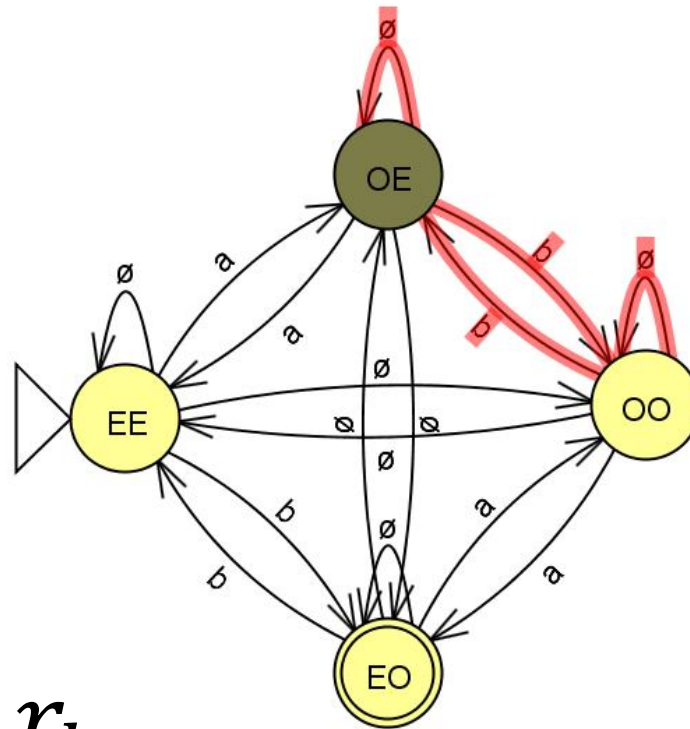


$$r_{pq} + r_{pk} r_{kk}^* r_{kq}$$

مثال (ادامه)

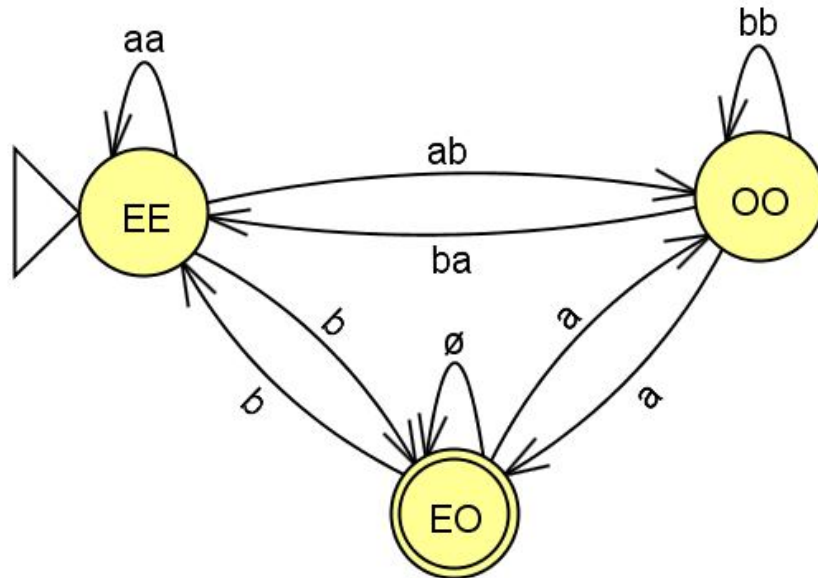
$i = EE, j = EO, k = OE$
 $p = OO, q = OO$

bb



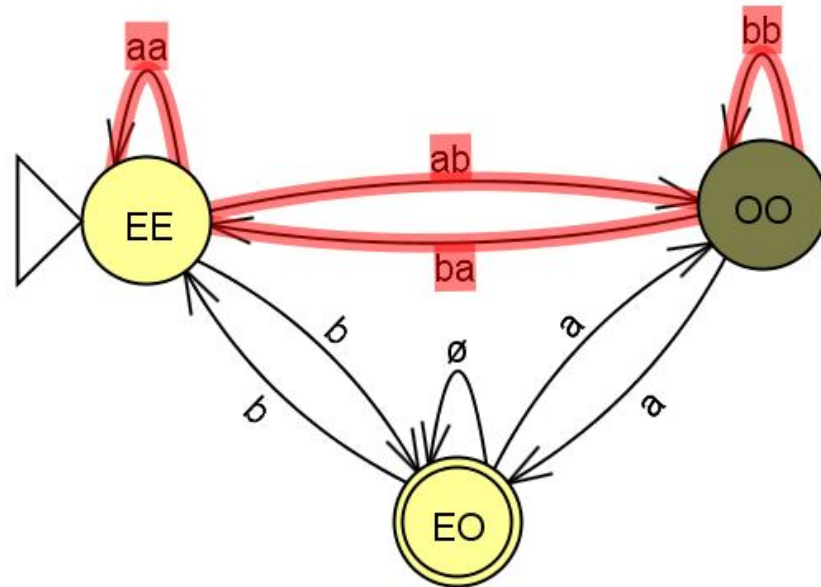
$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

مثال (ادامه)



مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OO$
 $p = EE, q = EE$

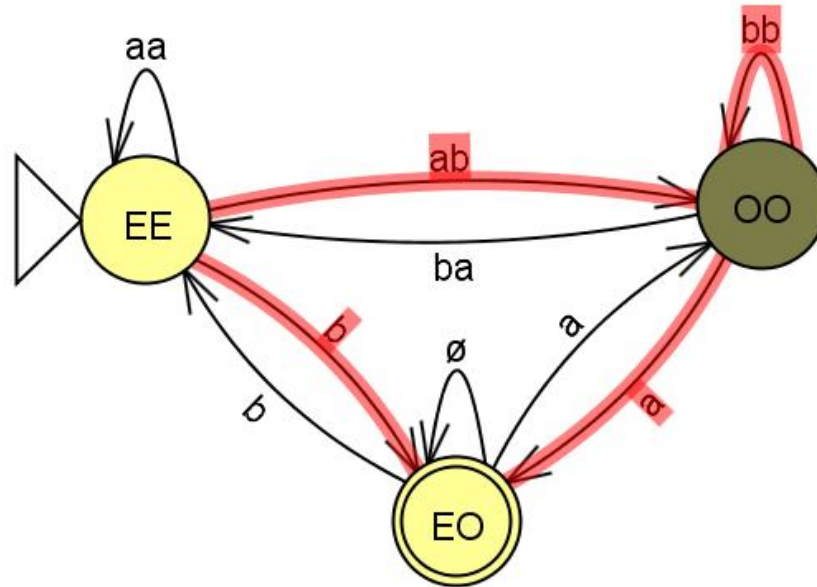


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

$$aa + ab(bb)^*ba$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OO$
 $p = EE, q = EO$

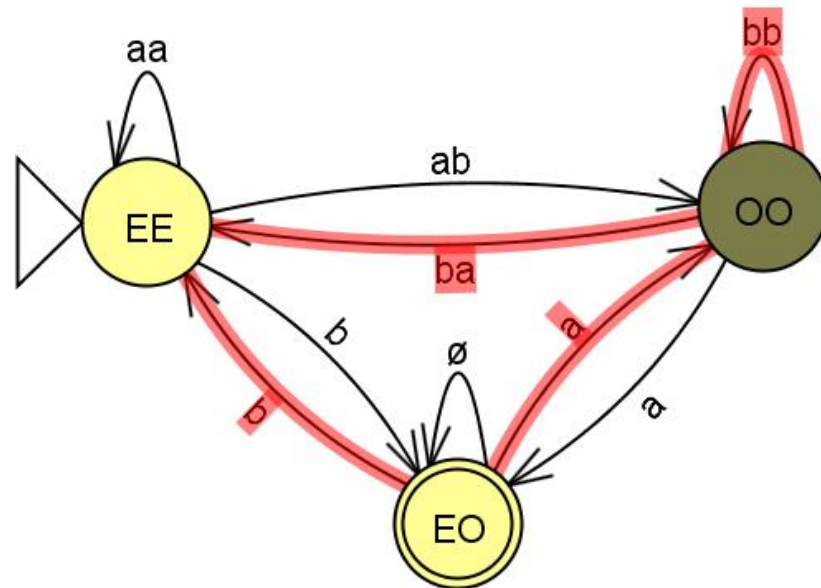


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

$$b + ab(bb)^*a$$

مثال (ادامه)

$i = EE, j = EO, k = OO$
 $p = EO, q = EE$

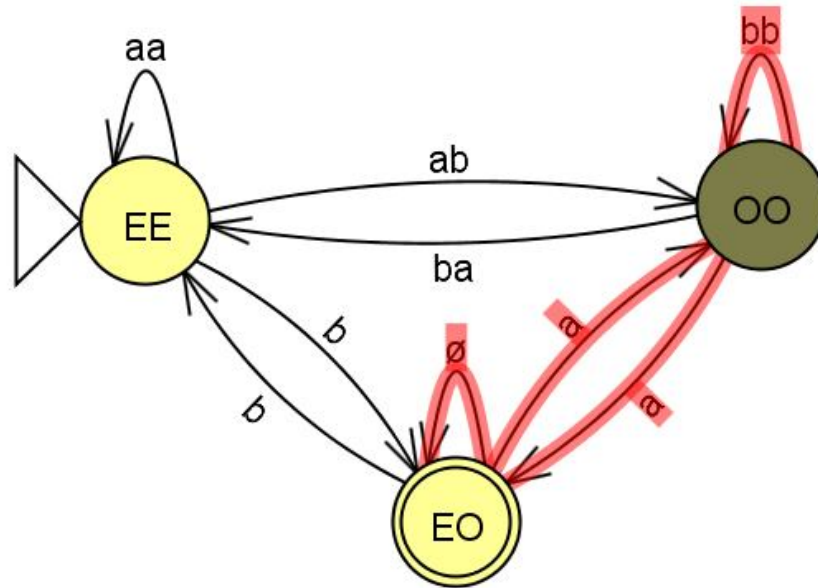


$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

$$b + a(bb)^*ba$$

مثال (ادامه)

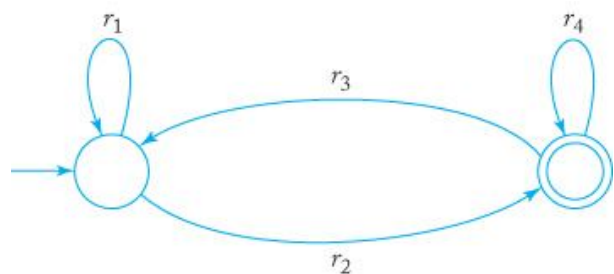
$i = EE, j = EO, k = OO$
 $p = EO, q = EO$



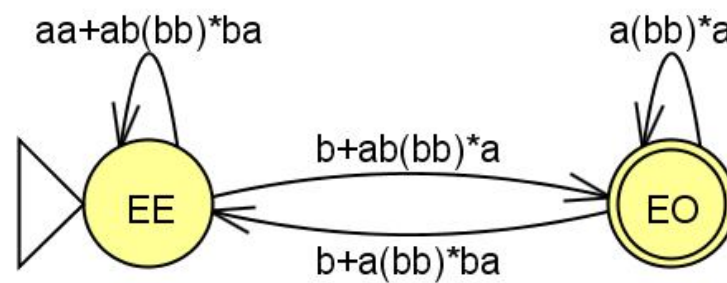
$$r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$$

$$a(bb)^*a$$

مثال (ادامه)



$$r = r_1 * r_2 (r_4 + r_3 r_1 * r_2) *$$



زبان‌های عبارتهای منظم \subseteq زبان‌های منظم

1. NFA را به یک NFA معادل که صرفاً دارای یک حالت نهایی است؛ تبدیل کنید.
2. NFA را به GTG **کامل** تبدیل کنید.
3. در صورتی که GTG سه حالت دارد:
 - حالت شروع q_i ، حالت نهایی q_j و سومین حالت را q_k در نظر بگیرید.
 - برای $p = i, j$ و $q = i, j$ ؛ یال‌های جدیدی با برچسب $r_{pq} + r_{pk}r_{kk}^*r_{kq}$ اضافه کنید.
4. در صورتی که GTG بیش از سه حالت دارد؛ حالت‌های اضافی را یکی یکی به صورت زیر حذف کنید:
 - فرض کنید قصد داریم حالت q_k را حذف کنیم.
 - برای همه‌ی زوج حالت‌های (q_i, q_j) که $k \neq i$ و $k \neq j$ ؛ قانون بند ۳ (بند قبل) را اعمال کنید (از قواعد ساده‌سازی $r\emptyset = \emptyset$ ، $r + \emptyset = r$ و $\emptyset^* = \lambda$ استفاده کنید).
5. در صورتی که GTG دو حالت دارد؛ آنگاه برای حالت شروع q_i و حالت نهایی q_j ؛ عبارت منظم به صورت $r_{ii}^*r_{ij}(r_{jj} + r_{ji}r_{ii}^*r_{ij})^*$ است.

قضیه ۲-۳: برای زبان منظم L ؛ عبارت منظمی مثل r وجود دارد به طوری که $L = L(r)$.

گرامرهای منظم

$$S \rightarrow abS \mid a$$

• گرامر $G = (V, T, S, P)$

• **خطی از راست** است اگر تمام قوانین آن به صورت $A \rightarrow xB$ یا $A \rightarrow x$ باشند.

• **خطی از چپ** است اگر تمام قوانین آن به صورت $A \rightarrow Bx$ یا $A \rightarrow x$ باشند.

$$S \rightarrow S_1ab$$

که $A, B \in V$ و $x \in T^*$ است.

$$S_1 \rightarrow S_1ab \mid S_2$$

$$S_2 \rightarrow a$$

• **گرامر منظم**؛ گرامری است که یا خطی از راست است یا خطی از چپ.

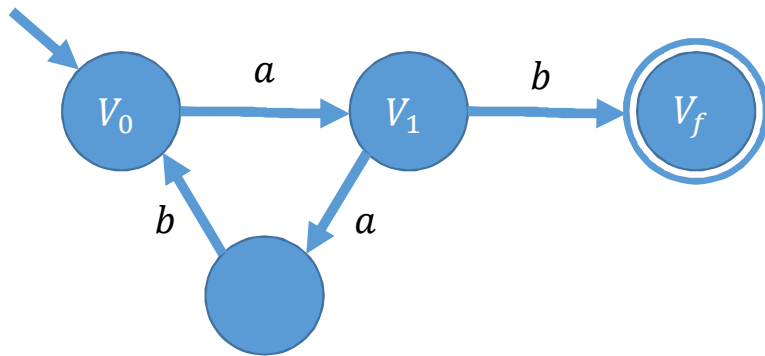
قضیه ۳-۳: گرامر خطی از راست $G = (V, T, S, P)$ مفروض است. آنگاه؛ $L(G)$ یک زبان منظم است.

ایده‌ی اثبات: بر مبنای قواعد اشتقاق؛ یک اتوماتای متناهی پذیرنده‌ی زبان گرامر G می‌سازیم.

مثال

$$V_0 \rightarrow aV_1$$

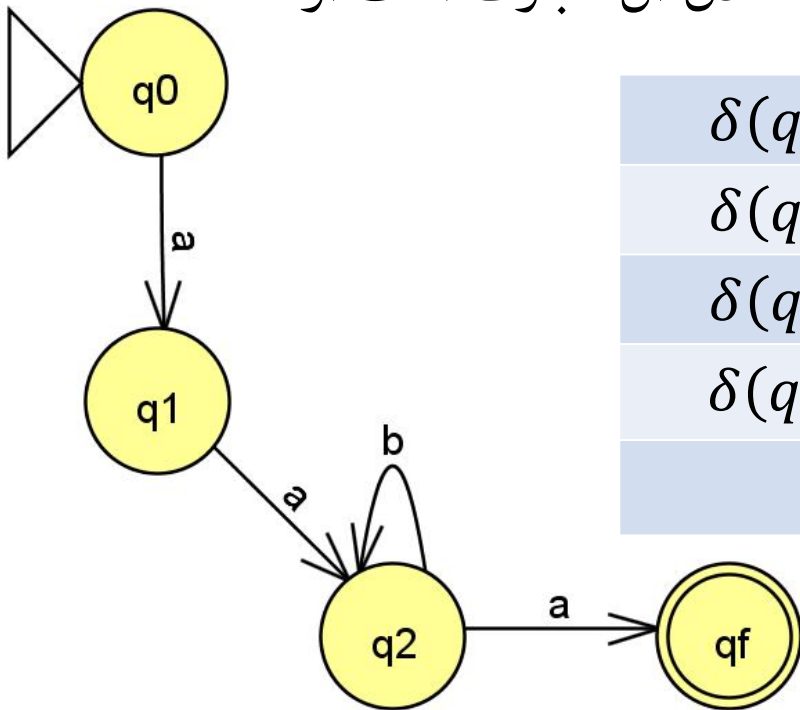
$$V_1 \rightarrow abV_0 \mid b$$



قضیه ۳-۴: اگر L یک زبان منظم روی الفبای Σ باشد؛ آنگاه گرامر خطی از راست G $(V, T, S, P) =$ وجود دارد به طوری که $L = L(G)$ باشد.
ایده‌ی اثبات: ساختن گرامر با استفاده از یک پذیرنده‌ی متناهی

مثال

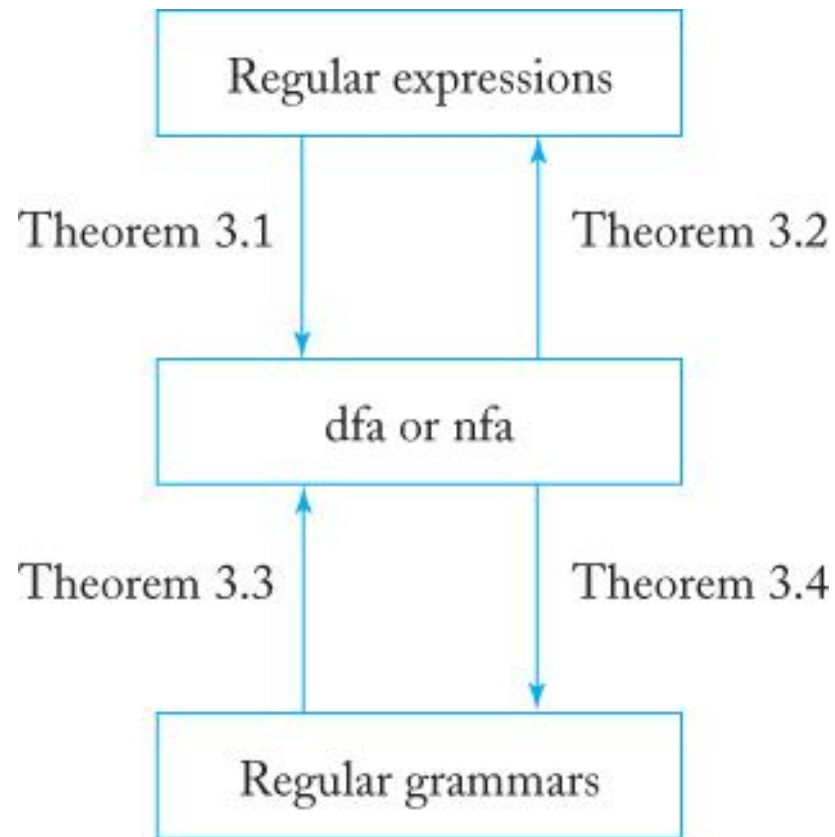
با فرض $L = L(aab^*a)$ ؛ گرامر خطی از راست معادل آن عبارت است از



$\delta(q_0, a) = \{q_1\}$	$q_0 \rightarrow aq_1$
$\delta(q_1, a) = \{q_2\}$	$q_1 \rightarrow aq_2$
$\delta(q_2, b) = \{q_2\}$	$q_2 \rightarrow bq_2$
$\delta(q_2, a) = \{q_f\}$	$q_2 \rightarrow aq_f$
$q_f \in F$	$q_f \rightarrow \lambda$

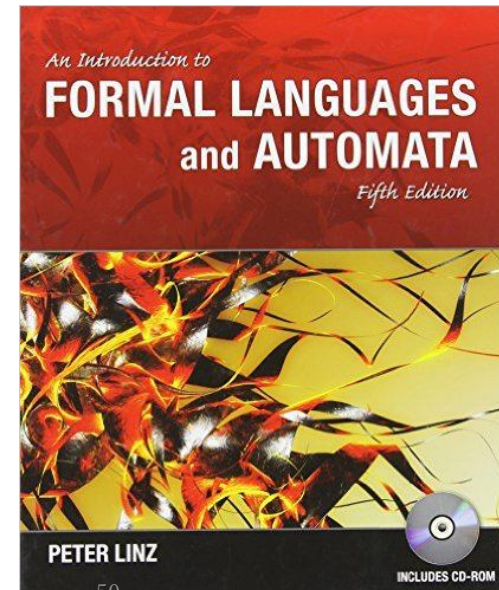
قضیه ۳-۵: زبان L منظم است اگر و تنها اگر گرامر خطی از چپ G وجود داشته باشد به طوری که $L = L(G)$.

قضیه ۳-۶: زبان L منظم است اگر و تنها اگر گرامر منظم G وجود داشته باشد به طوری که $L = L(G)$.



در این جلسه آموختیم ...

• فصل ۳



در جلسه‌ی آینده خواهیم آموخت ...

• فصل ۴

