



# آزمون های آزمایشی همساز



رشته آزمون : ریاضی (پیشرفته)

نام و نام خانوادگی :

مدت آزمون : ۳۰۰ دقیقه

تاریخ آزمون : ۱۳۹۶/۹/۲۴

❖ حتما مشخصات مورد نیاز را در پاسخنامه پر کنید.

❖ بلافاصله پس از آغاز آزمون تعداد سؤالات داخل دفترچه و وجود همه برگه

های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هر گونه نقصی در

دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.

❖ پاسخنامه های خود را تا مهلت تعیین شده از ارسال نمایید.

تمامی حقوق این آزمون متعلق به گروه آموزشی همساز می باشد .

@hamsaz\_group

hamsaaz.ir

۱. سه چندجمله ای  $P(x), Q(x), R(x)$  با ضرایب مثبت داریم که درجه هریک برابر با دو و هر کدام دارای ریشه حقیقی هستند. می دانیم به ازای ریشه های چندجمله ای  $R(x)$  عبارت  $P(x) + Q(x)$  همواره ثابت است. برای چندجمله ای های  $P(x), Q(x)$  نیز شرط مشابهی در اختیار داریم. ثابت کنید مجموع ریشه های  $P(x)$  و  $Q(x)$  و  $R(x)$  باهم برابر است.

۲. مجموعه  $S_n = \{1, 2, \dots, n\}$  مفروض است. زیرمجموعه  $T \subset S_n$  را همساز می نامیم هرگاه میانگین اعضای آن، برابر با عضو میانه آن باشد. ثابت کنید تعداد زیرمجموعه های همساز  $S_n$  فرد است. ( برای یک مجموعه فرد عضوی، عضو میانه عبارت است از عضو وسط آن پس از مرتب کردن اعضای آن و برای یک مجموعه زوج عضوی عبارت است از میانگین دو عضو میانی، مثلاً میانه اعداد  $4, 2, 4, 5$  برابر با  $4$  و میانه اعداد  $1, 3, 4, 8$  عبارت است از  $3, 5$ )

۳. محمد و سپهر در حال انجام یک بازی هستند. نفر اول یک عدد طبیعی با مجموع ارقام  $2017$  مثل  $a$  انتخاب می کند. نفر دوم در هر مرحله عددی مثل  $x$  را انتخاب کرده و نفر اول مجموع ارقام  $|a - x|$  را به او می گوید. نفر دوم در حداقل چند مرحله می تواند  $a$  را بیابد؟

۴. مثلث  $ABC$  مفروض است. مرکز ارتفاعی آن را  $H$  و وسط ضلع  $BC$  را  $M$  می نامیم. نقطه  $K$  جوری روی دایره محیطی مثلث  $BHC$  انتخاب شده است که  $\angle BHK = \angle MHC$ . همچنین محل برخورد امتداد پاره خط  $MH$  از طرف  $H$  با دایره محیطی مثلث  $ABC$  را  $P$  و قرینه  $K$  نسبت به  $BH$  را  $Q$  بگیرید. ثابت کنید  $A, P, Q$  بر یک خط قرار دارند.

## گروه آموزشی همساز