

بسم ا... الرحمن الرحيم



دانشکده فنی و مهندسی

گروه عمران

آزمایشگاه مقاومت مصالح

آزمایش شماره 6

**عنوان:** قوس دو مفصلی با رسم خط تاثیر

**هدف :**

خط تاثیر نیرو و خمش برای قوس دو مفصلی با بهره گیری از قانون کاستیگیلیانو

**استاد :** دکتر عزیزی

اعضای گروه :

محسن مروتی

علی پارسی

میلاذ روان

محمد ورمزیاری

محمد رحیمی نژاد

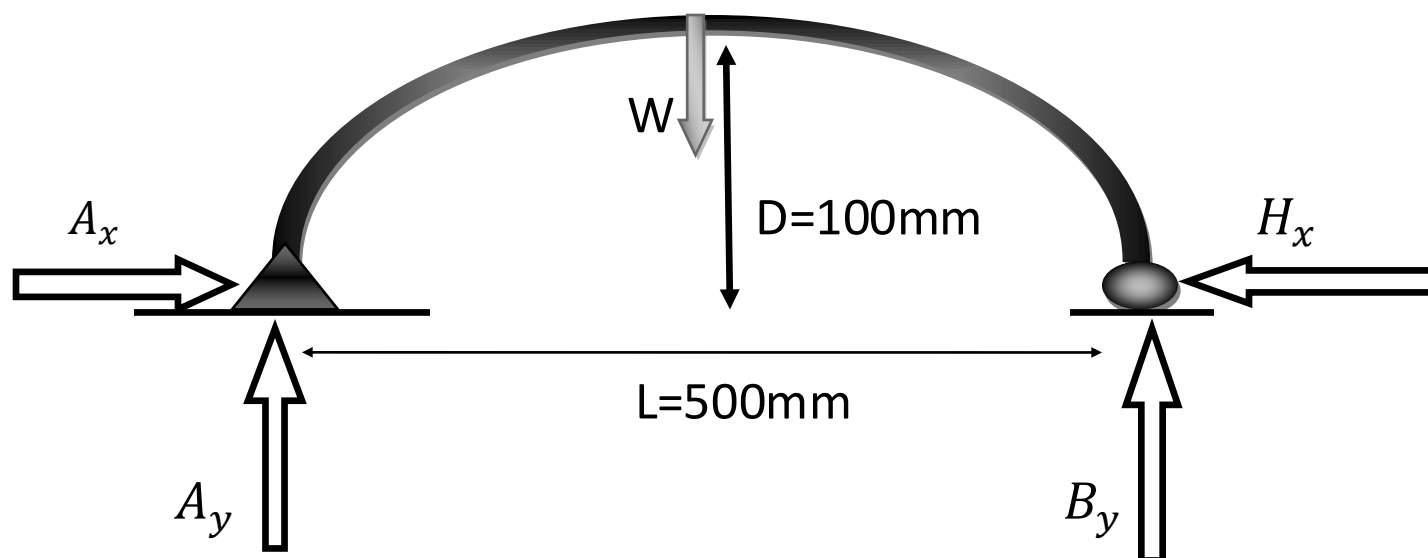
جواد زارعی

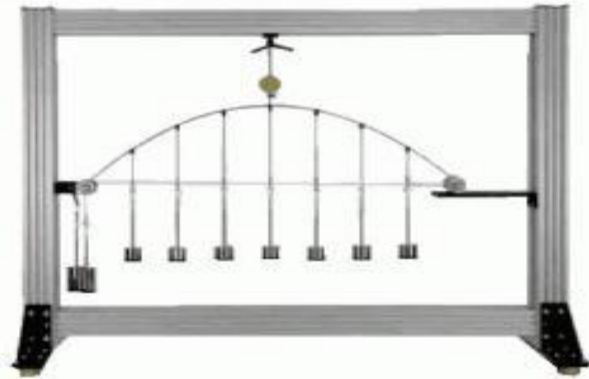
**تاریخ انجام آزمایش: 1393/2/6 و ساعت: 13:30**

## تئوری آزمایش :

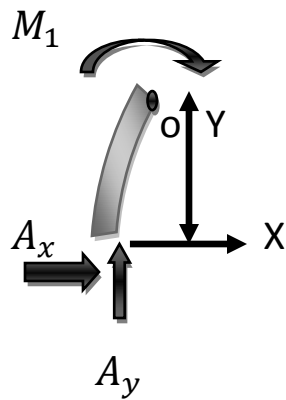
پل های قوسی ساختارهای محبوبی در مهندسی می باشند که می توانند به عنوان پل و تیر خمیده مورد استفاده قرار گیرند. معمولا این پل ها ، نامعین استاتیکی هستند. در پل های قوسی غالبا نیروهای عمودی ، ممان های خمشی و نیروهای برشی وجود ندارند. این پل دارای توزیع بار غیریکنواخت می باشد که دو انتهای آن بر روی تکیه گاههایی قرار دارند که یکی از این تکیه گاهها غلتکی و دیگری ثابت است. ساعتی اندازه گیری ، خیز عمودی و افقی پل قوسی را تحت بارگذاری نشان می دهد. تا هنگامیکه در یک انتهای تیر ، تکیه گاه غلتکی وجود دارد ، پل معین استاتیکی است و هنگامی که تکیه گاه غلتکی تبدیل به تکیه گاه ثابت شود ، پل نامعین استاتیکی می شود.

یکی از مباحث مقاومت مصالح، رسم دیاگرام های برشی و خمشی برای یک سازه مهندسی است. در رسم دیاگرام برشی و خمشی دو حالت می تواند پیش بیاید، اول اینکه بار وارد شده به سازه در طول کل تیر در یک موقعیت ثابت و مشخص باشد. حالت دوم زمانی است که موقعیت بار وارد شده در طول تیر تغییر کند ، در این دو حالت می توان برای سازه مورد نظر، دیاگرام های برشی و خمشی را رسم کرد، که در حالت دوم این دیاگرام ها را خط تاثیر می نامند.





تئوری قوس دو مفصلی توسط قضیه ی کاستیگیلیانو قابل اثبات است:



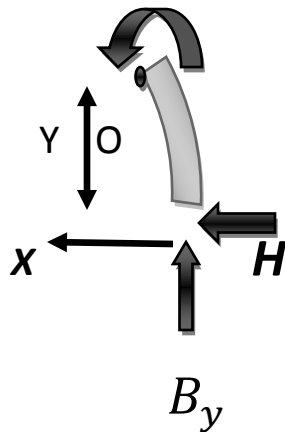
$$\sum M_O = 0 \quad A_x = H$$

$$M_1 = A_x \cdot Y - A_y \cdot X$$

$$Y = \frac{4D}{L^2} X(L - X)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial H} = Y$$

$M_2$



حال برش دوم را اعمال میکنیم:

$$\sum M_O = 0$$

$$M_2 = H \cdot Y - B_y \cdot X$$

$$Y = \frac{4D}{L^2} X(L - X)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial H} = Y$$

حال در ادامه استفاده از قضیه ی کاستیگیلیانو

$$\frac{\partial u}{\partial H} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial H} = \int_0^S \frac{M_1}{EI} \frac{\partial M_1}{\partial H} ds + \int_0^S \frac{M_2}{EI} \frac{\partial M_2}{\partial H} ds = 0$$

$$Ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

و در آخر با انجام محاسبات و معادله ی دیفرانسیلی بالا و مساوی قرار دادن با  $\frac{\partial u}{\partial H} = 0$

به نتیجه ی زیر می رسیم:

$$\mathbf{H = \frac{5x}{8D} \left( 1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right) w}$$

---

شرح آزمایش :

در انجام این آزمایش وسایل زیر استفاده شده است:

1- دستگاه قوس دومفصلی

2- ساعت اندازه گیری

3- قلاب های آویز بار

4- وزنه های مختلف

ساعت اندازه گیری را روی صفر تنظیم کنید، سپس وزنه ثابت  $W$  را از یک طرف دستگاه شروع کرده و تغییر مکان افقی تکیه گاه  $H$  یادداشت نمایید. به همین ترتیب با تغییر مکان وزنه

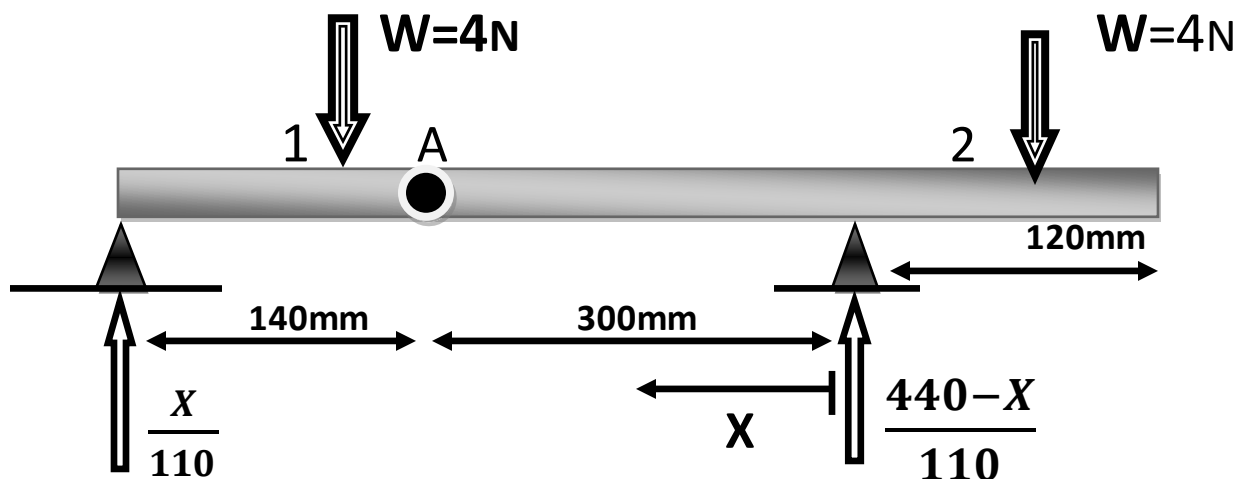
ثابت  $W$  مقدار  $H$  را نوشته و آن را با مقدار تئوری آنکه طبق فرمول

$$H = \frac{5x}{8D} \left( 1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right) W$$

بدست می آید مقایسه می کنیم .

اماد مرحله دوم آزمایش، تیری با مفصل خمشی را تحت بار گذاری ثابت  $W=4N$  در موقعیت

های مختلف از سنسور قرار داده و نیروی برشی در نقطه  $A$  را که توسط دستگاه دیجیتالی اندازه گیری می شود یادداشت کرده و با مقدار تئوری مقایسه کرده.



ثبت داده هاومحاسبات :

حال از طریق دادهای بدست آمده به محاسبه تئوری  $H$  می پردازیم:

$$D=100\text{mm}$$

$$L=500\text{mm}$$

$$W=4\text{N}$$

$$H = \frac{5x}{8D} \left( 1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right) W$$

$$X=50\text{mm}$$



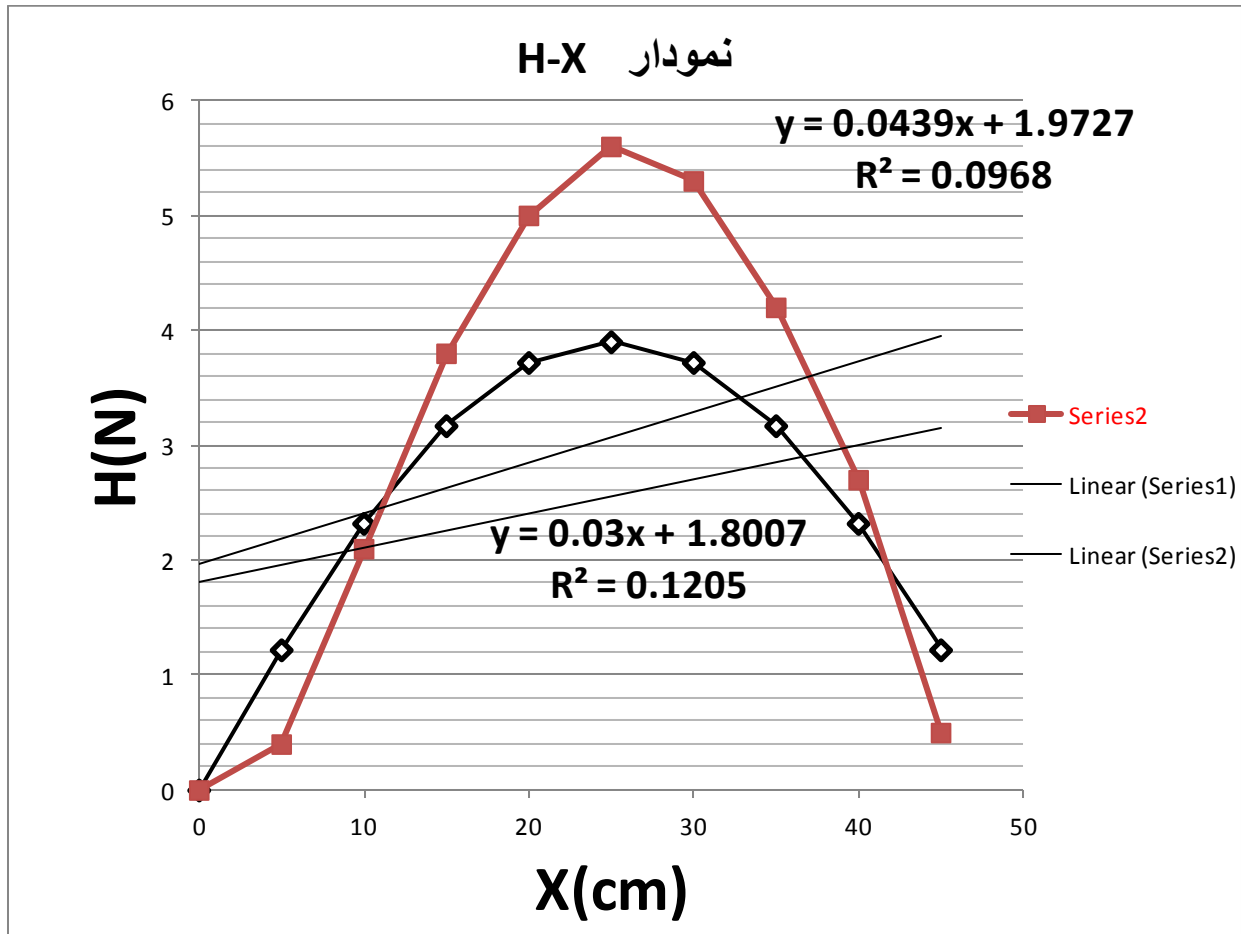
$$H = \frac{5 \times 50}{8 \times 100} \left( 1 - \frac{2 \times (50)^2}{(50)^2} + \frac{(50)^3}{(50)^3} \right) \times 4 = \rightarrow$$

$$H = 1.22(\text{N})$$

تئوری

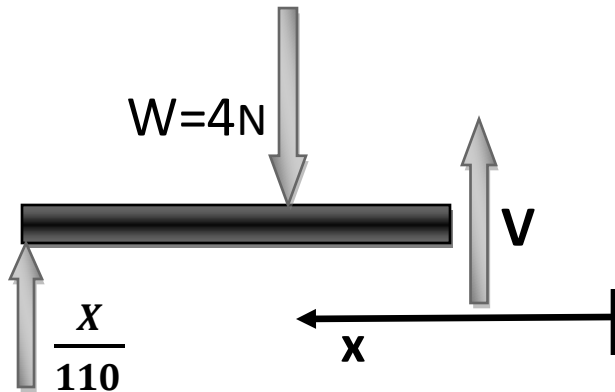
ودر ادامه جدول ونموداری که از طریق محاسبات تئوری وداده های عملی بدست می آید بصورت زیر است:

| X(mm) | H(N) تجربی | H(N) حقیقی |
|-------|------------|------------|
| 0.00  | 0.00       | 0.00       |
| 50    | 0.40       | 1.22       |
| 100   | 2.10       | 2.32       |
| 150   | 3.80       | 3.17       |
| 200   | 5.00       | 3.72       |
| 250   | 5.60       | 3.90       |
| 300   | 5.30       | 3.72       |
| 350   | 4.20       | 3.17       |
| 400   | 2.70       | 2.32       |
| 450   | 0.50       | 1.22       |



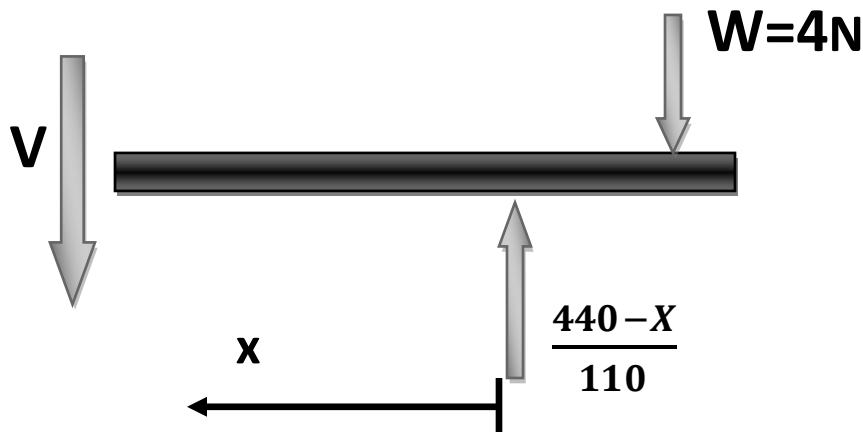
حال محاسبه آزمایش دوم:

اگر  $W$  در حالت (1) قرار گیرد:



$$X=320\text{mm} \implies \sum f_y = 0 \implies V = 4 - \frac{X}{110} = 4 - \frac{320}{110} = 0.7\text{N}$$

اگر  $W$  در حالت (2) قرار گیرد:



$$X=-20\text{mm} \implies \sum f_y = 0 \implies V = \frac{440-X}{110} - 4 =$$

$$\frac{440 - (-20)}{110} - 4 = 0.30 \text{ (N)}$$

و در ادامه با توجه به محاسبات انجام شده و داده های تجربی، جدول زیر بدست می آید:



| <b>X(mm)</b> | <b>V(N)</b> | <b>تجربی</b> | <b>V(N)</b> | <b>تنوری</b> |
|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| <b>320</b>   | <b>0.7</b>  |              | <b>1.09</b> |              |
| <b>340</b>   | <b>0.6</b>  |              | <b>0.90</b> |              |
| <b>360</b>   | <b>0.5</b>  |              | <b>0.72</b> |              |
| <b>- 20</b>  | <b>0.3</b>  |              | <b>0.18</b> |              |
| <b>- 40</b>  | <b>0.5</b>  |              | <b>0.36</b> |              |
| <b>- 60</b>  | <b>0.7</b>  |              | <b>0.54</b> |              |
| <b>- 80</b>  | <b>0.9</b>  |              | <b>0.72</b> |              |
| <b>- 100</b> | <b>1.1</b>  |              | <b>0.90</b> |              |
| <b>- 120</b> | <b>1.3</b>  |              | <b>1.09</b> |              |

### **نتیجه گیری :**

روش محاسبه تغییر شکل بامساوی قرار دادن مستقیم کارهای خارجی و داخلی که قبلا مورد بحث قرار گرفته، در مواردی قابل استفاده است که فقط تغییر شکل ناشی از یک نیرو، مورد نظر باشد. قضیه ی کاستیگیلیانو که با استفاده از مفاهیم انرژی اثبات می شود، این نقص را مرتفع می سازد. صورت قضیه ی کاستیگیلیانو به صورت زیر بیان می شود:

در هر جسم الاستیک خطی، در صورتی که درجه حرارت ثابت و تکیه گاه هابدون نشست باشند، مشتق جزئی اول انرژی داخلی نسبت به هر نیروی که به سیستم موثر است، برابر تغییر مکان الاستیک نقطه اثر نیرو، در امتداد نیرو می باشد.

در بیان فوق، کلمات نیرو و تغییر مکان دارای مفهوم کلی بوده و شامل کوپل و دوران زاویه ای نیز می باشد.