

زبان عمومی و تخصصی

- ۱- گزینه «۲» صحیح است.
 ۲- گزینه «۱» صحیح است.
 ۳- گزینه «۳» صحیح است.
 ۴- گزینه «۳» صحیح است.
 ۵- گزینه «۳» صحیح است.
 ۶- گزینه «۱» صحیح است.
 ۷- گزینه «۲» صحیح است.
 ۸- گزینه «۳» صحیح است.
 ۹- گزینه «۳» صحیح است.
 ۱۰- گزینه «۲» صحیح است.
 ۱۱- گزینه «۲» صحیح است.
 ۱۲- گزینه «۲» صحیح است.
 ۱۳- گزینه «۲» صحیح است.
 ۱۴- گزینه «۴» صحیح است.
 ۱۵- گزینه «۳» صحیح است.
 ۱۶- گزینه «۲» صحیح است.

In recent years, adsorption, ion exchange and chromatography have become practical alternatives to distillation or solvent extraction in many special applications

۱۸- گزینه «۱» صحیح است.

Through ion exchange is usually associated with water purification the technique has applications in other industries.

۱۹- گزینه «۳» صحیح است.

Distillation is probably the most widely used separation technique in the chemical process industries

۲۰- گزینه «۲» صحیح است.

۲۱- گزینه «۳» صحیح است.

۲۲- گزینه «۱» صحیح است.

It can be used either to recover a valuable substance from the original solution, or to purify the original solvent by removing an unwanted component

۲۳- گزینه «۴» صحیح است.

The depleted feed solvent leaving the extractor is called the raffinate, and the solute rich extraction solvent, the extract.

۲۴- گزینه «۲» صحیح است.

The solute is normally recovered from the extraction solvent, by distillation, and the extraction solvent recycled.

۲۵- گزینه «۳» صحیح است.

۲۶- گزینه «۴» صحیح است.

۲۷- گزینه «۲» صحیح است.

There is also often a need for clean, filtered, air for process using air as a raw material, and where clean working atmospheres are needed: for instance, in the pharmaceutical and electronics industries.

۲۸- گزینه «۱» صحیح است.

A variety of equipment has been developed for gas cleaning.

۲۹- گزینه «۳» صحیح است.

The particles to be removed may range in size from large molecules, measuring a few hundredths of a micrometre, to the coarse dusts arising from the attrition of catalysts or the fly ash from the combustion of pulverised fuels

۳۰- گزینه «۴» صحیح است.

انتقال حرارت ۱ و ۲

۳۱- گزینه «۲» صحیح است.

اگر از سطح کره شار حرارتی ثابتی به کره وارد کنیم، بر اساس موازنه انرژی رابطه زیر برقرار است:

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \dot{q} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \text{cte}$$

با استفاده از شرط تقارن نیز در مرکز کره:

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$$

۳۲- گزینه «۴» صحیح است.

در حالت ایده‌آل و با صرف نظر از مقاومت تماسی:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1} + \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{1}{h_2}}$$

اما می‌دانیم که در حالت واقعی به دلیل مقاومت تماسی، انتقال حرارت آن کمتر از حالت ایده‌آل است.

۳۳- گزینه «۱» صحیح است.

اگر موازنه انرژی را برای نقطه A بنویسیم، با نقاط سرد جداره بیرون در تماس است یا به عبارتی نقاط همسایه A سردتر هستند.

در مقایسه C, B نیز هنگامی که همسایه‌های B را بررسی کنیم، نقاط همسایه آن سردتر هستند.

۳۴- گزینه «۱» صحیح است.

می‌دانیم که :

$$Nu = \frac{hx}{k} = 0.332 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad Pr^{\frac{1}{3}} = 0.332 \left(\frac{\rho u x}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow h \propto x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \left(\frac{x_B}{x_A} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

۳۵- گزینه «۳» صحیح است.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

چون لایه مرزی هیدودینامیکی به سرعت گسترش یافته است، ویسکوزیته سینماتیک نسبت به نفوذ گرمایی عدد بزرگتری است و در نتیجه

عدد Pr بزرگتر است.

۳۶- گزینه «۴» صحیح است.

با افزایش دما k گازها افزایش می‌یابد ولی k فلزات ممکن است کاهش یا افزایش پیدا کند. در جامدات مثلاً در مس رابطه‌ی k با دما

کاهشی است و در آلومینیوم افزایشی در استیل دما بی‌اثر است.

برای مایعات هم به جز آب و گلسیرین k با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۳۷- گزینه «۲» صحیح است.

$$T_{S_2} > T_{S_1} \text{ بنابراین } T_{\infty 2} > T_{\infty 1} \text{ طبق گفته‌ی تست: } T_s = T_{\infty} + \frac{\dot{q}L}{h}$$

و چون در داخل دیوار چاه گرمایی داریم نمودار توزیع دما مینی‌موم در سمت دمای کمتر دارد.

۳۸- گزینه «۱» صحیح است.

دقت شود ضخامت در حالت شعاع بحرانی را خواسته است نه خود شعاع بحرانی:

$$r_c = \frac{k}{h} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50 \text{ cm}$$

$$\text{ضخامت بحرانی} = r_c - r = 50 - 20 = 30 \text{ cm}$$

۳۹- گزینه «۴» صحیح است.

$$q'' = Cte \rightarrow k \frac{\Delta T_i}{L_i} = Cte$$

$$k_i \alpha \frac{L_i}{\Delta T_i}$$

○ برای ماده B، $\frac{L_i}{\Delta T_i}$ از همه کمتر است.

۴۰- گزینه «۲» صحیح است.

شرط نازک بودن پره استفاده از طول معادل به صورت مقابل می باشد.

$$\frac{ht}{k} \leq \frac{1}{2}$$

۴۱- گزینه «۱» صحیح است.

$$\text{محیط استوانه } P = \varepsilon = \sqrt{\frac{kp}{hA_c}} \rightarrow \text{ضریب تاثیر}$$

$$\varepsilon_r = \sqrt{\frac{k \frac{1}{2} p}{r h}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

۴۲- گزینه «۲» صحیح است.

ضریب انتقال حرارت جابه جایی جریان آرام بعد از گذر از منطقه توسعه یافته ی گرمایی ثابت می شود.

۴۳- گزینه «۴» صحیح است.

در داخل فر مقاومت جابجایی و تشعشعی موازی و بقیه مقاومت ها سری خواهند بود.

۴۴- گزینه «۲» صحیح است.

به علت ایجاد افت فشار بیشتر و در نتیجه افزایش آشفستگی انتقال حرارت در لوله B از دیگر لوله ها بیشتر خواهد بود.

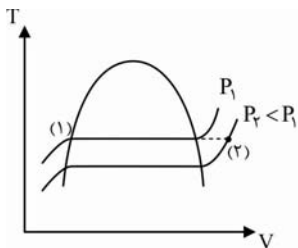
۴۵- گزینه «۳» صحیح است.

پروفایل سهموی بهترین حالت برای پره ها می باشد.

ترمودینامیک

۴۶- گزینه «۳» صحیح است. (ون وایلن)

با برداشتن وزنه فشار کاهش می یابد، اما در نهایت سیستم با انتقال حرارت به دمای اولیه می رسد. بنابراین طبق شکل سیستم از حالت (۱) به حالت (۲) می رسد که بخار سوپر هیت است.



۴۷- گزینه «۳» صحیح است. (ون وایلن)

$$W = \int PdV = \int \frac{cte}{V-b} dV = cte \ln \frac{V_r - b}{V_1 - b} = cte \ln \frac{P_1}{P_r}$$

$$cte = P_1(V_1 - b) \rightarrow W = P_1(V_1 - b) \ln \frac{V_r - b}{V_1 - b} = P_1(V_1 - b) \ln \frac{P_1}{P_r}$$

$$\rightarrow W = P_1(V_1 - b) \ln\left(\frac{V_2}{V_1 - 2b} + 1\right) = P_2(V_2 - b) \ln\left(\frac{V_2}{V_2 - 2b} + 1\right)$$

۴۸- گزینه «۲» صحیح است. (ون وایلن)

طبق رابطه‌ی برنولی افت فشار باعث افزایش سرعت می‌شود.

$$h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2}$$

$$V_e > V_i \rightarrow h_e < h_i$$

۴۹- گزینه «۱» صحیح است. (ون وایلن)

$$W = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n} = \frac{8(600 - 300)}{-0.3} = -8000 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}$$

۵۰- گزینه «۱» صحیح است. (ون وایلن)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 0.8 \rightarrow \frac{T_C}{T_H} = 0.2 \rightarrow \frac{T_H}{T_C} = 5$$

ضریب عملکرد یخچال

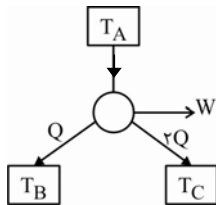
$$B = \frac{Q_L}{W} = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{1}{5 - 1} = 0.25$$

ضریب عملکرد پمپ حرارتی

$$B' = \frac{Q_H}{W} = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

۵۱- گزینه «۴» صحیح است. (ون وایلن)

فرض می‌کنیم W_1 کار تولیدی بین T_B, T_A و W_2 کار تولیدی بین T_C, T_A باشد، چون موتور برگشت پذیر است داریم:



$$\eta_1 = \frac{W_1}{Q + W_1} \rightarrow W_1 = \frac{\eta_1 Q}{1 - \eta_1}$$

$$\eta_2 = \frac{W_2}{2Q + W_2} \rightarrow W_2 = \frac{2\eta_2 Q}{1 - \eta_2}$$

کار کلی: $W = W_1 + W_2$ ، دفع شده $Q_L = Q + 2Q = 3Q$

$$\rightarrow \eta_t = \frac{W}{Q_L + W} = \frac{\frac{\eta_1 Q}{1 - \eta_1} + \frac{2\eta_2 Q}{1 - \eta_2}}{3Q + \frac{\eta_1 Q}{1 - \eta_1} + \frac{2\eta_2 Q}{1 - \eta_2}}$$

$$\rightarrow \eta_t = \frac{\eta_1 + 2\eta_2 - 3\eta_1\eta_2}{3(1 - \eta_2 - \eta_1 + \eta_1\eta_2) + \eta_1 + 2\eta_2 - 3\eta_1\eta_2} = \frac{\eta_1 + 2\eta_2 - 3\eta_1\eta_2}{3 - 2\eta_1 - \eta_2}$$

۵۲- گزینه «۴» صحیح است. (ون وایلن)

$$W_{\text{ideal}} = Q\Delta P = \frac{18}{3600} (6/5 - 0/5) \times 1000 = 30 \text{ kW} \rightarrow \eta = \frac{W_{\text{ideal}}}{W_{\text{read}}} \rightarrow W_{\text{read}} = \frac{30}{0.6} = 50 \text{ kW}$$

۵۳- گزینه «۲» صحیح است. (ون وایلن)

$$dh = Tds + vdP, ds = 0$$

$$\rightarrow v = \frac{dh}{dP} = \frac{\Delta h}{\Delta P} = \frac{(v-3) \times 10^{-3}}{4000-2000} = 2 \frac{m^3}{kg} \rightarrow \rho = \frac{1}{2} = 0.5 \frac{kg}{m^3}$$

۵۴- گزینه «۱» صحیح است. (ون وایلن)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\text{مساحت داخل سیکل}}{\text{مساحت زیر نمودار}}$$

$$\text{مساحت نیم دایره} = \frac{\pi r^2}{2}, r = s = \frac{T_1}{2} \rightarrow \text{مساحت نیم دایره} = \frac{3sT_1}{4}$$

$$\rightarrow \eta = \frac{(T_1 + 2T_1)(\frac{3s}{2}) + T_1 \times s + \frac{3sT_1}{4}}{(2T_1 + 2T_1)(\frac{3s}{2}) + 2T_1 \times s + \frac{3sT_1}{4} + \frac{2}{2} T_1 \times s} = \frac{3+1+\frac{3}{4}}{5+2+\frac{3}{4}+\frac{2}{2}} \rightarrow \eta = \frac{19}{4} = \frac{38}{8}$$

۵۵- گزینه «۳» صحیح است. (اسمیت)

$$\left(\frac{\partial(\Delta H')}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial H'}{\partial P}\right)_T - \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial H'}{\partial P}\right)_T = 0, \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \rightarrow \Delta H' = \int_0^P [T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V] dP$$

$$V = \frac{ZRT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} [Z + T\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_P]$$

$$\rightarrow \Delta H' = RT \int_0^P \left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_P \frac{dP}{P}$$

۵۶- گزینه «۲» صحیح است. (اسمیت)

$$dU = TdS - PdV \rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \rightarrow C_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \frac{\partial}{\partial V} \left(\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V\right)_T = T \frac{\partial}{\partial T} \left(\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T\right)_V$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \rightarrow \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V$$

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{T^2 V(V+b)} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b} + \frac{1}{T^2} \frac{a}{V(V+b)}$$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V = -\frac{2}{T^3} \frac{a}{V(V+b)} \rightarrow \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = -\frac{2}{T^2} \frac{a}{V(V+b)}$$

۵۷- گزینه «۲» صحیح است. (اسمیت)

$$dh = C_p dT + (V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P) dP$$

$$dh = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = \mu_j = \frac{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V}{C_p}$$

$$\frac{PV}{RT} = Z = 1 + \frac{BP}{RT} \rightarrow v = \frac{RT}{P} + B, B = a - \frac{b}{T}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} + \frac{b}{T^2} \rightarrow \mu_j = \frac{\frac{RT}{P} + \frac{b}{T} - \frac{RT}{P} - a + \frac{b}{T}}{C_p} \rightarrow \mu_j = \frac{\frac{2b}{T} - a}{C_p}$$

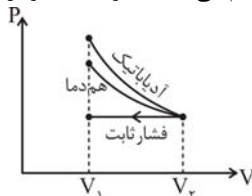
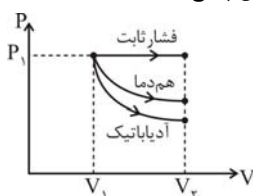
۵۸- گزینه «۱» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس، ترمودینامیک ون وایلن)
بر اساس معادله کلایوس داریم:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg}}{T(V_g - V_f)}$$

$$P = 0.005T^2 + T \Rightarrow \frac{dP}{dT} = 0.01T + 1 \Rightarrow \frac{dP}{dT} \Big|_{T=300} = 3 + 1 = 4 \Rightarrow 4 = \frac{h_{fg}}{300 \cdot (V_g - V_f)} \Rightarrow h_{fg} = 1200 \frac{kJ}{kg}$$

۵۹- گزینه «۴» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس)

می‌دانیم که مساحت زیر نمودار PV برابر با کار سیستم می‌باشد. با توجه به نمودارهای زیر می‌توان به این سؤال پاسخ داد.



۶۰- گزینه «۳» صحیح است. (ترمودینامیک اسمیت- ون نس- ترمودینامیک ون وایلن)

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_{C1}}{T_H} \Rightarrow \frac{T_{C1}}{T_H} = 1 - \eta_1$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_{C2}}{T_{C1}} \Rightarrow \frac{T_{C2}}{T_{C1}} = 1 - \eta_2$$

$$\eta_3 = 1 - \frac{T_{C3}}{T_{C2}} \Rightarrow \frac{T_{C3}}{T_{C2}} = 1 - \eta_3$$

$$\eta = 1 - \frac{T_{C3}}{T_H} = 1 - \frac{T_{C3}}{T_{C2}} \times \frac{T_{C2}}{T_{C1}} \times \frac{T_{C1}}{T_H} = 1 - (1 - \eta_1)(1 - \eta_2)(1 - \eta_3)$$

$$\Rightarrow \eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 - \eta_1\eta_2 - \eta_1\eta_3 - \eta_2\eta_3 + \eta_1\eta_2\eta_3$$

۶۱- گزینه «۲» صحیح است.

در حالت پایا، با موازنه آنتروپی برای سیستم باز داریم:

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق مسئله}} \dot{S}_{gen} = \frac{\epsilon \text{ kN}}{K} \quad , \quad Q_k = 3600 \text{ kW} \quad , \quad T_k = 300 \text{ K} \quad \text{محیط}$$

$$\rightarrow \epsilon = [(\delta + m_p) \times \epsilon] - [(2 \times 1) + (3 \times 0.9) + m_p s_p] - \frac{3600}{300}$$

$$\rightarrow \epsilon = (30 + \epsilon m_p) - [2 + 1/8 + m_p s_p] - 12 \rightarrow 18 - 30 = \epsilon m_p - 3/8 - m_p s_p$$

$$\rightarrow 18 - 30 + 3/8 = \epsilon m_p - m_p s_p$$

$$\epsilon m_p - m_p s_p = -8/2 \rightarrow m_p (\epsilon - s_p) = -8/2 \rightarrow m_p = \frac{8/2}{s_p - \epsilon}$$

۶۲- گزینه «۴» صحیح است. (اسمیت)

$$\text{می‌دانیم} \rightarrow \begin{cases} C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \Rightarrow C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \\ dU = TdS - PdV \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P \Rightarrow C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \\ dH = TdS + VdP \end{cases} \rightarrow \frac{C_P}{C_V} = \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V} = \gamma$$

$(\frac{\partial T}{\partial S})_V = 1/\gamma (\frac{\partial T}{\partial S})_P \rightarrow$ معکوس $(\frac{\partial S}{\partial T})_V = \frac{1}{1/\gamma} (\frac{\partial S}{\partial T})_P$ → طبق گفته مسئله

$$\rightarrow \frac{(\frac{\partial S}{\partial T})_P}{(\frac{\partial S}{\partial T})_V} = 1/\gamma = \gamma$$

گاز کل ← $C_P - C_V = R$ و $\gamma = \frac{C_P}{C_V} \rightarrow$ می‌دانیم

$$\rightarrow C_P - \frac{C_P}{\gamma} = R \rightarrow \frac{C_P \gamma - C_P}{\gamma} = R \rightarrow C_P (\frac{\gamma - 1}{\gamma}) = R \rightarrow C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \rightarrow C_P = \frac{1/\gamma R}{0/\gamma} = 4/3 R$$

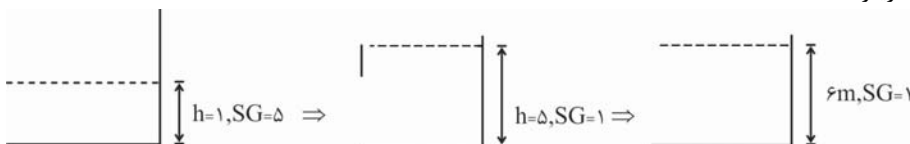
۶۳- گزینه «۳» صحیح است.

۶۴- گزینه «۲» صحیح است.

۶۵- گزینه «۲» صحیح است.

مکانیک سیالات

۶۶- گزینه «۲» صحیح است. (استریتز)



برای محاسبه نیرو می‌توانیم ارتفاع را معادل سازی کنیم:
عرض را واحد می‌گیریم.

$$\Rightarrow F = \frac{1}{\gamma} (\rho g h) \times w \times h \Rightarrow F = \frac{1}{\gamma} \times 1000 \times 10 \times 6 \times 6 \times 1 = 18 \times 10^4 \text{ N}$$

۶۷- گزینه «۱» صحیح است. (استریتز)

$$h \text{ حداکثر سطح مایع } \Rightarrow \text{tg} \theta = \frac{h}{h} = \frac{a}{g} = \frac{\text{شتاب افقی}}{\text{شتاب عمودی}} \Rightarrow \frac{a}{g} = 1 \Rightarrow a = g$$

۶۸- گزینه «۳» صحیح است. (مکانیک سیالات استریتز - پدیده‌های انتقال برد و)

$$\text{شکل برداری معادله اندازه حرکت } \rho \frac{DV}{Dt} = \rho g - \nabla P + \mu \nabla^2 V \text{ است.}$$

اگر جریان غیر لزج باشد ($\mu = 0$) این معادله به شکل $\rho \frac{DV}{Dt} = \rho g - \nabla P$ در می‌آید. حال اگر این معادله را برای جریان پایا در امتداد یک خط

$$\text{جریان بنویسیم، به } \frac{dP}{\rho} + VdV + gdZ = 0 \text{ می‌رسیم که با انتگرال گیری از آن به معادله اولر یعنی } \int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gZ = \text{cte} \text{ می‌رسیم.}$$

با فرض جریان سیال تراکم‌ناپذیر ($\rho = \text{cte}$) معادله برنولی حاصل می‌گردد:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gZ = \text{cte}$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

۶۹- گزینه «۱» صحیح است. (مکانیک سیالات استریتز)

$$\text{جریان آرام است. } \Rightarrow \text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{2 \times 22 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 640$$

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{640} = 0.1$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.1 \frac{2 \times 10^2}{22 \times 10^{-3}} \times \frac{2^2}{2 \times 10} = 125 \text{ m}$$

۷۰- گزینه «۱» صحیح است.

می‌دانیم که تنش در سیال درون لوله اگر به سمت مرکز پیش برویم کمتر می‌شود و در جایی که تنش کمتر از میزانی شود که برای حرکت سیال بینگه‌ام لازم است، حرکت سیال صلب گونه خواهد بود.

۷۱- گزینه «۲» صحیح است. (استریتتر)

هرچه سرعت (Re) بیشتر شود و جریان کاملاً متلاطم شود در رابطه $\Delta P \sim v^{1/5-2}$ توان v به سمت ۲ پیش می‌رود.

۷۲- گزینه «۳» صحیح است. (استریتتر)

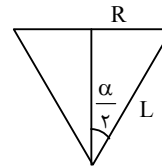
برای سیال نیوتنی داریم $\tau = \mu \frac{du}{dy}$. همان طور که می‌دانیم $\left(\frac{du}{dy}\right)$ معرف نرخ تغییر شکل زاویه‌ای می‌باشد و این رابطه بیان می‌کند که

بین تنش برشی و سرعت تغییر زاویه‌ای با توجه به این که ویسکوزیته ثابت است رابطه‌ای خطی وجود دارد.

۷۳- گزینه «۱» صحیح است. (استریتتر)

$$dT = dF.r \quad , \quad dF = \tau.dA \quad , \quad \tau = \mu \frac{du}{dy} \approx \mu \frac{v}{t} = \mu \frac{r\omega}{t}$$

$$dA = 2\pi r dL \quad , \quad L = \frac{r}{\sin \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow dL = \frac{dr}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$



$$dF = \mu \frac{r\omega}{t} \cdot 2\pi r \frac{dr}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{2\pi\mu\omega}{t \sin \frac{\alpha}{2}} r^2 dr$$

$$dT = dF.r = \frac{2\pi\mu\omega}{t \sin \frac{\alpha}{2}} r^3 dr \Rightarrow T = \int_0^R dT = \frac{2\pi\mu\omega}{t \sin \frac{\alpha}{2}} \int_0^R r^3 dr = \frac{2\pi\mu\omega}{t \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{R^4}{4}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2Tt \sin \frac{\alpha}{2}}{\pi\mu R^4}$$

۷۴- گزینه «۲» صحیح است. (استریتتر)

$$F_x = \gamma \times (4+2) \times \pi \times (2)^2 = 24\gamma\pi$$

$$F_y = \gamma v = \gamma \times \frac{4}{3} \pi r^3 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \gamma \pi \times 8 = \frac{16}{3} \gamma \pi$$

۷۵- گزینه «۱» صحیح است. (استریتتر)

$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{\Delta p}{L}, \quad \frac{\Delta P}{L} = \frac{2\mu}{R^2}$$

$$\Rightarrow \tau_w = \frac{R}{2} \times \frac{2\mu}{R^2} = \frac{\mu}{R} \quad \tau_w = \mu \frac{du}{dr} \Big|_{r=R} \Rightarrow \frac{\mu}{R} = \mu \frac{du}{dr} \Big|_{r=R} \Rightarrow \frac{du}{dr} \Big|_{r=R} = \frac{1}{R}$$

۷۶- گزینه «۱» صحیح است.

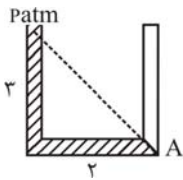
$$\tau_w = \frac{1}{\lambda} f \rho v^2 \Rightarrow f = \frac{\lambda \tau_w}{\rho v^2}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\tau_{w2}}{\tau_{w1}} \times \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = \frac{\tau_{w2}}{\tau_{w1}} \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

۷۷- گزینه «۲» صحیح است. (استریتتر)

در تخلیه جریان از یک مجرا به داخل یک مخزن، انرژی جنبشی واحد جرم به صورت کامل تلف می‌شود و تابع شکل دهانه خروجی لوله نیست.

۷۸- گزینه «۳» صحیح است.



$$\tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{a_x}{a_y + g} \Rightarrow \frac{r}{r} = \frac{a_x}{g} \Rightarrow a_x = \frac{r}{r}g$$

۷۹- گزینه «۱» صحیح است.

$$\frac{dU_x}{dx} + \frac{dU_y}{dy} + \frac{dU_z}{dz} = 0$$

$$-raxy + 0 + \frac{dU_z}{dz} = 0 \Rightarrow \frac{dU_z}{dz} = raxy \Rightarrow U_z = raxyz + f(x, y)$$

۸۰- گزینه «۴» صحیح است.

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \eta\omega_p = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_1 \approx 0, P_1 = P_2$$

طبق رابطه پیوستگی سرعت خروجی از لوله برابر $\frac{m}{s}$ است.

$$\eta\omega_p = 1.0 + \frac{4^2}{2 \times 1.0} = 1.0/8$$

$$\omega_p = \frac{1.0/8}{. / 4} = 27J$$

کنترل فرآیندها

۸۱- گزینه «۲» صحیح است. (کاگنور)

$$X(s) = \frac{1/1}{rs} - \frac{e^{-rs}}{rs} \rightarrow x(t) = \cdot / \Delta \Delta u(t) - \cdot / \Delta u(t - r)$$

$$1/1 < t < 1/9 \rightarrow \begin{cases} u(t-r) = 0 \\ u(t) = 1 \end{cases} \rightarrow x(t) = \cdot / \Delta \Delta$$

۸۲- گزینه «۱» صحیح است. (کاگنور)

$$x(t) = u(t) - u(t-1)$$

$$\rightarrow X(s) = \frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s} \rightarrow Y(s) = \frac{1}{s(rs+1)} - \frac{1}{s(rs+1)} e^{-s}$$

$$\rightarrow y(t) = (1 - e^{-t}) - (1 - e^{-t-1}) \rightarrow y(t)|_{t=r} = e^{-r} - e^{-1}$$

۸۳- گزینه «۲» صحیح است. (کاگنور)

$$Q_i - Q_o = A \frac{dH}{dt}$$

$$\rightarrow Q_i - (ch_s \frac{1}{r} - ch_s \frac{1}{r}) = A \frac{dH}{dt}$$

$$h_s \frac{1}{r} = h_s \frac{1}{r} + \frac{1}{r} h_s \frac{-r}{r} (h - h_s) \rightarrow Q_i - \frac{1}{r} ch_s \frac{-r}{r} \cdot H(s) = A \frac{dH(s)}{dt} = AsH(s)$$

$$\rightarrow \frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{r h_s \frac{r}{r} / c}{r h_s \frac{r}{r} As + 1}$$

۸۴- گزینه «۴» صحیح است.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\frac{1}{3}s + 2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}s + 1}, \omega = 2$$

$$A_{in} = 4 \rightarrow A_{out} = \frac{4 \times \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{36} \times 4 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{10}{9}}} = \frac{6}{\sqrt{10}}$$

$$\phi = \tan^{-1}(-2 \times \frac{1}{6}) = \tan^{-1}(-\frac{1}{3}) = -\tan^{-1}(\frac{1}{3}) \rightarrow y(t) = \frac{6}{\sqrt{10}} \sin(\omega t - \tan^{-1}(\frac{1}{3}))$$

۸۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$\frac{Q_1}{Q_i} = \frac{1}{RAs + 1} \rightarrow Q_1 = Q_r = \frac{1}{RAs + 1} Q_i$$

$$\frac{Q_r}{Q_1 + Q_r} = \frac{Q_r}{2Q_1} = \frac{1}{R_r A_r s + 1} \rightarrow \frac{Q_r}{Q_i} = \frac{2}{(RAs + 1)(R_r A_r s + 1)}$$

۸۶- گزینه «۳» صحیح است. (کاگنور)

$$\frac{dy}{dt} = 2[1 - e^{-\tau t} + \tau(\tau + t)e^{-\tau t}] = 2[1 + e^{-\tau t}(\Delta + \tau t)]$$

$$\rightarrow \text{پاسخ به ورودی ضربان به بزرگی پنج} = \Delta \frac{dy}{dt} = 10[1 + e^{-\tau t}(\Delta + \tau t)]$$

۸۷- گزینه «۴» صحیح است.

$$G(s) = \frac{\frac{10}{4}}{\frac{1}{4}s^2 + \frac{1/6}{4}s + 1} \rightarrow \tau = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$2\zeta\tau = \frac{1/6}{4} \rightarrow \zeta = 0/4$$

$$w = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\tau}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$T_n = 2\pi\tau$$

$$\rightarrow \frac{T}{T_n} = \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0/16}} = \sqrt{\frac{100}{84}} = \frac{5}{\sqrt{21}}$$

۸۸- گزینه «۱» صحیح است. (کاگنور)

$$[(R + C(s + \tau))\frac{\tau}{s} + C](\tau s)(\frac{1}{s + \tau}) = C$$

$$\rightarrow R(\frac{6}{s + \tau}) = C[1 - \frac{\tau s}{s + \tau} - \tau] = C(\frac{-\tau s - 10}{s + \tau})$$

$$\rightarrow \tau R = C(-\tau s - \Delta) \rightarrow \frac{C}{R} = \frac{\tau}{-\tau s - \Delta}$$

۸۹- گزینه «۲» صحیح است. (کاگنور)

$$\text{محدوده کلی تغییرات} = 15 - 10 = 5m$$

$$\text{خطا} = 13/25 - 12/5 = 0/75m$$

$$\rightarrow \text{درصد پهنای تناسبی} = \frac{0.75}{5} \times 100 = 15\%$$

$$k_c \text{ شیر نیوماتیک} = \frac{12}{0.75} = 16$$

$$k_c \text{ شیر کنترل برقی} = \frac{16}{0.75} = \frac{64}{3}$$

۹۰- گزینه «۴» صحیح است.

اگر ریشه‌های مخرج تابع را به دست آوریم، داریم:

$$s_1 = -3 \quad s_2, s_3 = -1 \pm i\sqrt{2}, \quad s_4, s_5 = \pm i$$

با توجه به اینکه s_1, s_2, s_3 دارای قسمت حقیقی منفی می‌باشند، لذا بخشی از جواب که مربوط به این ۳ ریشه است با گذر زمان Damp (میرا) می‌شود، ولی به واسطه وجود دو ریشه روی محور موهومی، تابع بعد از گذر زمان مشخص به صورت دائمی با دامنه ثابت نوسان می‌کند.

۹۱- گزینه «۴» صحیح است.

با توجه به اینکه تأخیری در جواب مشاهده نمی‌شود، لذا گزینه‌های ۱ و ۲ صحیح نیستند.

از طرفی می‌دانیم که فرم کلی پاسخ یک سیستم درجه اول به ورودی ضربان ایده‌آل به صورت $y = \frac{Ak}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ است که در نتیجه

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = \left. -\frac{Ak}{\tau^2} e^{-\frac{t}{\tau}} \right|_{t=0} \quad \text{و بنابراین معادله خط مماس در } t=0:$$

$$y(t) = \frac{Ak}{\tau} \left[1 - \frac{t}{\tau} \right]$$

از این معادله مشخص است که اگر $t = \tau$ شود، $y(t) = 0$ می‌شود. یعنی اگر خطی با شیبی برابر شیب اولیه روی نمودار پاسخ در لحظه صفر کشیده شود، محل تقاطع آن با محور t همان ثابت زمانی (τ) است. پس با توجه به شکل $\tau = 2$ است و همچنین مقدار پاسخ در لحظه $t = 0$ برابر $\frac{AK}{\tau}$ است. پس:

$$\text{شکل} \Rightarrow \frac{AK}{\tau} = 4 \Rightarrow \frac{2K}{2} = 4 \Rightarrow K = 4$$

۹۲- گزینه «۱» صحیح است. (کنترل فرآیند نیک آذر- کنترل اوگاتا)

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}, \quad X(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y(s) = \frac{k}{s(\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1)} = \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{s+s_1} + \frac{c_3}{s+s_2}$$

$$y(t) = 1 + e^{-0.5t} + e^{-0.125t} \Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+\frac{1}{2}} + \frac{1}{s+\frac{1}{8}}$$

جمله اول مربوط به ورودی و دو جمله بعد مربوط به خود سیستم هستند. پس مخرج تابع انتقال به فرم زیر است:

$$(s + \frac{1}{2})(s + \frac{1}{8}) = s^2 + \frac{5}{8}s + \frac{1}{16} \Rightarrow \tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1 = 16s^2 + 10s + 1 \Rightarrow \tau = 4, \quad \zeta = 1/25$$

۹۳- گزینه «۴» صحیح است.

f_1 تأثیری در معادله ندارد.

$$f_p - f_r = A \frac{dh}{dt} \quad f_r = \frac{h}{R}$$

$$f_p - \frac{h}{R} = A \frac{dh}{dt} \rightarrow (f_p - f_{rs}) - \frac{(h - h_s)}{R} = A \frac{d(h - h_s)}{dt}$$

$$\rightarrow f_p' - \frac{h'}{R} = A \frac{dh'}{dt} \rightarrow F_p'(s) = \frac{H'}{R} + As H'(s) \rightarrow \frac{H'(s)}{F_p'(s)} = \frac{1}{As + \frac{1}{R}} = \frac{R}{ARs + 1} = \frac{2}{16s + 1}$$

۹۴- گزینه «۴» صحیح است.

از $C(s)$ و $R(s)$ دو مسیر وجود دارد. یک مسیر شامل تابع G_f است که حلقه باز است و یک مسیر شامل $G_1 G_2 G_3$ است که حلقه بسته است. توابع انتقال در این دو مسیر را نوشته و با هم جمع می‌نماییم.

$$\text{مسیر حلقه باز} \rightarrow \frac{G(s)}{R(s)} = G_f$$

$$\text{مسیر حلقه بسته} \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\text{حاصلضرب توابع در مسیر}}{1 + (\text{حلقه‌های مثبت}) - (\text{حلقه‌های با فیدبک منفی})}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_f + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 - G_1 G_2 H_1} = G_f + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 (G_3 H_2 + H_1 - G_1 H_1)}$$

۹۵- گزینه «۲» صحیح است.

چون درجه صورت کمتر از درجه مخرج نیست، بایستی تقسیم چند جمله‌ای‌ها را انجام دهیم.

$$\frac{s^2 + 2s - 1}{2s} \Big| \frac{s^2 - 1}{1} \quad F(s) = 1 + \frac{2s}{s^2 - 1} = 1 + \frac{2s}{(s+1)(s-1)}$$

$$F(s) = 1 + \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s-1} \rightarrow F(t) = L^{-1}(F(s)) = \delta(t) + e^{-t} + e^t$$

انتقال جرم و عملیات واحد ۱ و ۲

۹۶- گزینه «۲» صحیح است. (تریبال)

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \frac{P_1}{P_2}, \quad \begin{cases} T_2 = T_1 + 0.2T_1 = 1.2T_1 \\ P_2 = P_1 - 0.5P_1 = 0.5P_1 \end{cases}$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{1.2T_1}{T_1}\right)^2 \left(\frac{P_1}{0.5P_1}\right)$$

$$\rightarrow \frac{D_2}{D_1} = 1.44 \times 2 = 2.88 \rightarrow D_2 = 2.88 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

۹۷- گزینه «۲» صحیح است. (تریبال)

همان طور که می‌دانیم، در تئوری فیلمی عدد شروود برابر ۱ است، یعنی:

$$Sh = 1 \rightarrow \frac{kz_f}{D_{AB}} = 1 \rightarrow k = \frac{D_{AB}}{z_f}$$

$$Sh = \frac{kd}{D_{AB}} = \frac{D_{AB}d}{z_f D_{AB}} = \frac{d}{z_f}$$

$$\frac{d}{z_f} = 20 \rightarrow Sh = 20$$

۹۸- گزینه «۱» صحیح است. (تریبال)

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{mk_y}$$

$$\text{درصد مقاومت فاز مایع} = \frac{1}{\frac{1}{k_x} + \frac{1}{mk_y}} \times 100 = \frac{1}{1 + \frac{k_x}{mk_y}} \times 100 = 60 \rightarrow \frac{1}{1 + \frac{k_x}{\frac{3}{2}k_y}} = \frac{6}{10} \rightarrow k_x = k_y$$

۹۹- گزینه «۴» صحیح است. (تریبال)

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}$$

$$\text{درصد مقاومت فاز گاز} = \frac{\frac{1}{k_y}}{\frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}} = \frac{1}{1 + \frac{k_y m}{k_x}} = \frac{4}{10}, m = 5$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 + 5 \frac{k_y}{k_x}} = \frac{4}{10} \rightarrow 4 + 20 \cdot \frac{k_y}{k_x} = 10 \rightarrow \frac{k_y}{k_x} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$\frac{k_x}{k_y} = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{AL} - x_{Ai}} \rightarrow \frac{-10}{3} = \frac{0.2 - y_{Ai}}{0.2 - x_{Ai}}$$

$$\rightarrow -0.2 + 10x_{Ai} = 0.6 - 3y_{Ai}$$

$$\rightarrow 10x_{Ai} + 3y_{Ai} = 0.8$$

۱۰۰- گزینه «۲» صحیح است. (تریبال)

حداکثر اختلاف در دو انتهای سینی برای توزیع مناسب مایع روی سینی‌های برج تقطیر ۶ میلیمتر است.

۱۰۱- گزینه «۲» صحیح است. (تریبال)

با توجه به اینکه نیروی محرکه در طول برج ثابت است، داریم:

$$\text{ضریب جذب} = A = 1 = \frac{Ls/Gs}{m} \rightarrow \frac{Ls}{Gs} = m$$

$$\rightarrow \frac{Ls}{Gs} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{Ls}{Gs} \rightarrow \frac{Y_2 - 0.1}{0 - 0.15} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow Y_2 - 0.1 = -0.075 \rightarrow Y_2 = 0.025$$

۱۰۲- گزینه «۴» صحیح است. (مک کیب)

$$\frac{y_D - z_f}{x_W - z_f} = \frac{-w}{D} \rightarrow \frac{0.6 - 0.4}{0.1 - 0.4} = -\frac{W}{D} = -\frac{2}{3}$$

$$\rightarrow W = \frac{2}{3}D, D = \frac{3}{2}W$$

$$W + D = F = \text{کل خروجی} = F'$$

$$\rightarrow W + \frac{3}{2}W = F' \rightarrow \frac{5}{2}W = F' \rightarrow W = \frac{2}{5}F' \rightarrow W = 40\%F'$$

۱۰۳- گزینه «۳» صحیح است. (مک کیب)

می‌دانیم در تقطیر دیفرانسیلی همواره مایع با بخار در تماس با آن در تعادل است. پس رابطه‌ی زیر برقرار است:

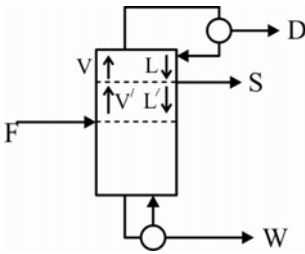
$$\frac{\alpha x_w}{1 + (\alpha - 1)x_w} < y_{D,av} < \frac{\alpha x_f}{1 + (\alpha - 1)x_f}$$

$$\text{ترکیب آخرین قطره} = \frac{\alpha x_w}{1 + (\alpha - 1)x_w} = \frac{2 \times 0.3}{1 + 0.3} = \frac{0.6}{1.3} = 0.46$$

$$\text{ترکیب اولین قطره} = \frac{\alpha x_f}{1 + (\alpha - 1)x_f} = \frac{2 \times 0.6}{1 + 0.6} = \frac{1.2}{1.6} = 0.75$$

$$\rightarrow y_1 - y_2 = 0.75 - 0.46 = 0.29$$

۱۰۴- گزینه «۲» صحیح است. (مک کیب)



می‌دانیم که شیب خط عملیاتی هر مکان در برج برابر با نسبت دبی مایع به دبی بخار در آن مقطع از برج است. پس داریم:

$$\text{شیب خط عملیاتی بین خوراک و محصول جانبی} = \frac{L'}{V'} = \frac{L-S}{V} = \frac{1}{2}$$

$$L = RD = 2D \quad \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2D-3}{3D} \rightarrow 3D = 4D - 6 \rightarrow D = 6 \frac{\text{kmol}}{\text{s}} \rightarrow W = F - D = 4 \frac{\text{kmol}}{\text{s}}$$

۱۰۵- گزینه «۲» صحیح است. (مک کیب)

در مورد کندانسور کامل داریم:

$$Q_c = D(R+1)\lambda_D \rightarrow 90000 = 10 \left(\frac{5}{2}\right) \lambda_D \rightarrow \frac{18000}{5} = \lambda_D = 3600 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}$$

۱۰۶- گزینه «۲» صحیح است. (مک کیب)

$$\begin{cases} F = 200 \frac{\text{lbmol}}{\text{hr}} \\ x_f = 0.6 \\ y_D = 0.8 \\ x_w = 0.2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F = D + W \\ Fx_f = Dy_D + Wx_w \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 200 = D + W \\ 120 = 0.8D + 0.2W \end{cases}$$

$$\rightarrow D = 133 \frac{\text{lbmol}}{\text{hr}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V = (R+1)D \\ \bar{V} = V - (1-q)F = (R+1)D - 120 \end{cases}$$

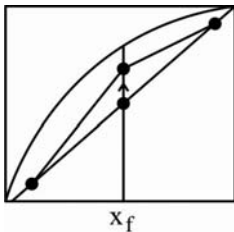
$$\rightarrow \begin{cases} \bar{V}_{\min} = (R_{\min} + 1)D - 120 \\ V_{\min} = 150 \frac{\text{lbmol}}{\text{hr}} \end{cases} \rightarrow 270 = (R_{\min} + 1)133 / 24$$

$$2 = R_{\min} + 1 \rightarrow R_{\min} \approx 1$$

۱۰۷- گزینه «۳» صحیح است. (مک کیب)

ابتدا محل برخورد خطوط بالا و پایین برج را به دست می‌آوریم:

$$\rightarrow \begin{cases} y_1 = 1/5x - 0.1 \\ y_2 = 0.3x + 0.5 \end{cases} \rightarrow 1/5x - 0.1 = 0.3x + 0.5 \rightarrow 1/2x = 0.6 \rightarrow x = 0.5$$



$$\text{شیب خط خوراک} = \frac{q}{q-1} = \infty \rightarrow q = 1$$

با توجه به اینکه شیب خط خوراک بی‌نهایت است، پس خوراک به صورت مایع اشباع وارد شده است.

۱۰۸- گزینه «۳» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)
ضریب نفوذ نادسن برای منافذ استوانه‌ای به فرم زیر است:

$$D_{A,K} = \sqrt[3]{\frac{T}{M_A}}$$

پس با تناسب‌گیری برای دو حالت ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{\frac{1}{3}}$$

حالت ۱ ← گاز A و دما ۳۰۰K
حالت ۲ ← گاز B و دما T

$$\rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{300}{T}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{0.5 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-4}} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \sqrt[3]{\frac{300}{T}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{2}} \rightarrow \frac{300}{T} = \frac{3}{8} \rightarrow \boxed{T = 80 \cdot K}$$

۱۰۹- گزینه «۳» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

$$Pe_D = Re \cdot Sc = \frac{\rho v}{\mu} \times \frac{v}{D_{AB}} = \frac{\rho v^2}{\mu D_{AB}} = \frac{\rho v}{\mu} \times \frac{v}{D_{AB}} = \frac{\rho v^2}{\mu D_{AB}}$$

$$\left\{ \begin{aligned} St_D &= \frac{Sh}{Re \cdot Sc} = \frac{Sh}{Pe_D} = \frac{Fl}{\frac{\rho v^2}{\mu D_{AB}}} = \frac{Fl D_{AB}}{\rho v^2} = \frac{F}{\rho v^2 D_{AB}} = \frac{F}{\rho v^2 D_{AB}} = \frac{F}{\rho v^2 D_{AB}} \\ Sh &= \frac{Fl}{CD_{AB}} \end{aligned} \right.$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۱۰- گزینه «۳» صحیح است. (انتقال جرم تریبال)

$$\boxed{m = \frac{3}{2}} \leftarrow y = \frac{3}{2}x \text{ به صورت } y = \frac{3}{2}x$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x} \quad \begin{aligned} \text{مقاومت فاز گاز} &= \frac{1}{k_y} \\ \text{مقاومت فاز مایع} &= \frac{m}{k_x} \end{aligned} \rightarrow \boxed{\frac{\text{مقاومت فاز گاز}}{\text{مقاومت فاز مایع}} = \frac{k_x}{mk_y}} \quad (1)$$

$$(1) \rightarrow \frac{k_x}{\frac{3}{2}k_y} = 2 \rightarrow k_x = 3k_y \rightarrow \boxed{\frac{k_x}{k_y} = 3} \quad (2)$$

$$\text{می دانیم} \rightarrow \frac{k_x}{k_y} = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{Ai} - x_{AL}} = 3 \rightarrow \frac{0.2 - 0.1}{0.05 - x_{AL}} = 3 \rightarrow 0.15 - 3x_{AL} = 0.1 \rightarrow \boxed{x_{AL} = 0.0167}$$

۱۱۱- گزینه «۲» صحیح است.

$$\text{جرم جامد خشک} = \frac{L_s}{G_s} = \text{شیب خط عملیاتی} \rightarrow \text{می دانیم که}$$

$$\rightarrow \frac{L_s}{G_s} = 0.4 = \frac{L_s}{20} \rightarrow L_s = 8 \text{ kg} \rightarrow \text{جرم جامد خشک} = 8 \text{ kg} \rightarrow \text{جرم جامد مرطوب} = \text{جرم جامد خشک} \times (1 - \text{درصد وزنی آب})$$

$$\text{جرم کل جامد مرطوب} \rightarrow m \times 0.8 = 8 \rightarrow m = 10 \text{ kg} \rightarrow 8 = m \times (1 - 0.2)$$

۱۱۲- گزینه «۲» صحیح است. (عملیات واحد تریبال)

در تقطیر دیفرانسیلی داریم:

$$\ln \frac{F}{W} = \int_{x_w}^{x_f} \frac{dx}{y-x}$$

مساحت زیر نمودار $\frac{1}{y-x}$ بر حسب x است $\rightarrow \ln \frac{F}{W}$

با توجه نمودار $\frac{1}{y-x}$ بر حسب x در مسئله \leftarrow

$$(x_w - x_f) = \text{مساحت زیر نمودار در محدوده } = (0/3 \times 4) + \left(\frac{(4+5) \times 0/4}{2} \right) = 3$$

$$\rightarrow \ln \frac{F}{W} = 3 \rightarrow \frac{F}{W} = \exp(3) \rightarrow W = \frac{F}{\exp(3)}$$

۱۱۳- گزینه «۳» صحیح است.

در انتقال جرم از روی یک کره $sh = sh_o + f(Re, Sc)$ که sh_o برای انتقال جرم در حالت جابه جایی آزاد است و به صورت $sh_o = 2 + g(Gr, Sc)$ نوشته می‌شود.

۱۱۴- گزینه «۱» صحیح است.

زمان ماند در برج‌های پر شده کمتر است. بنابراین بهتر است در این مورد از برج‌های پر شده استفاده کرد.

۱۱۵- گزینه «۲» صحیح است.

سینتیک و طرح راکتورهای شیمیایی

۱۱۶- گزینه «۴» صحیح است. (لون اشپیل)

با توجه به اینکه در ابتدای واکنش مقدار غلظت A زیاد است، در مخرج کسر سرعت واکنش خواهیم داشت :

$$1 + k_2[A] \approx k_2[A]$$

پس معادله‌ی سرعت واکنش به صورت زیر ساده می‌شود:

$$-r_A = \frac{k_1}{k_2} [A]^2$$

که دارای درجه‌ی ۲ و انرژی فعالیت ۴۵۰۰۰ می‌باشد.

$$E = 75000 - 30000 = 45000$$

۱۱۷- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل)

در یک سیستم حجم ثابت، در یک واکنش گازی که تعداد مول‌های اجزاء موجود در آن در طی واکنش تغییر می‌کند، داریم:

$$P_A = P_{A_o} - \frac{q}{\Delta n} (\pi - \pi_o)$$

$$\begin{cases} \pi_o = S_o \\ P_A = \frac{S_o}{3} \rightarrow \frac{S_o}{3} = S_o - (\pi - S_o) \rightarrow \pi = 2S_o - \frac{S_o}{3} = \frac{5}{3} S_o \\ P_{A_o} = \pi_o = S_o \text{ (خالص A)}, \Delta n = 1, q = 1 \end{cases}$$

۱۱۸- گزینه «۳» صحیح است. (لون اشپیل)

در واکنش‌های اتوکاتالیستی به فرم $A + B \rightarrow B + B$ داریم :

$$C_A + C_B = C_{A_o} + C_{B_o} = C_o \rightarrow C_B = C_{A_o} + C_{B_o} - C_A = 2 + 0/5 - C_A = 2/5 - C_A$$

$$\rightarrow -r_A = k C_A (2/5 - C_A) = 2/5 C_A k - k C_A^2$$

$$\text{برای اینکه سرعت ماکزیمم باشد} \rightarrow \frac{d(-r_A)}{dC_A} = 0 \rightarrow 2/5 k - 2k C_A = 0$$

$$\rightarrow C_A = \frac{2/5}{2} = 1/25 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

$$\rightarrow C_B = 2/5 - C_A = 1/25 \frac{\text{mol}}{\text{lit}} \rightarrow (-r_A)_{\text{max}} = 1/25 \times 1/25 k = (1/25)^2 k$$

۱۱۹- گزینه «۴» صحیح است. (لون اشپیل)

$$(-r_A) = k_1 C_A + k_2 C_A C_C \rightarrow (-r_A) = C_A (k_1 + k_2 C_C)$$

$$\rightarrow \frac{(-r_A)_2}{(-r_A)_1} = \frac{k_1 + k_2 C_{C2}}{k_1 + k_2 C_{C1}}$$

$$(-r_A)_2 = (-r_A)_1 + 0/2 (-r_{A1}) = 1/2 (-r_{A1})$$

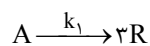
$$\rightarrow 1/2 = \frac{k_1 + k_2 C_{C2}}{k_1 + k_2 C_{C1}}, k_2 = 2k_1$$

$$\rightarrow 1/2 = \frac{k_1 + 2k_1 C_{C2}}{k_1 + 2k_1 C_{C1}} = \frac{1 + 2C_{C2}}{1 + 2C_{C1}}$$

$$\rightarrow 1 + 2C_{C2} = 1/2 + 2/4 C_{C1} \rightarrow 2C_{C2} - 2/4 C_{C1} = 0/2$$

$$\rightarrow C_{C2} - 1/2 C_{C1} = 0/1 \rightarrow C_{C2} = 1/2 C_{C1} + 0/1$$

۱۲۰- گزینه «۴» صحیح است. (لون اشپیل)



$$\varepsilon_A = y_{A_0} \frac{\Delta n}{\alpha}$$

$$\rightarrow \varepsilon_A = 2y_{A_0} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v = v_0(1 + \varepsilon_A x_A) & (2) \\ k\tau = C_{A_0} x_A \rightarrow k \frac{V}{v_0} = C_{A_0} x_A \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{2}{60} \times \frac{150}{50} = \frac{1}{10} x_A \rightarrow x_A = 1$$

$$(2) \rightarrow 150 = 50(1 + \varepsilon_A)$$

$$\rightarrow 2 = 1 + \varepsilon_A \rightarrow \varepsilon_A = 1$$

$$(1) \rightarrow \varepsilon_A = 2y_{A_0} \rightarrow y_{A_0} = 1$$

خوراک شامل ماده‌ی خالص A است و گاز بی‌اثر ندارد.

۱۲۱- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل)

$$(-r_A) = k C_A C_B, \quad k = 2$$

$$\text{سرعت در مدخل راکتور} \rightarrow (-r_{A_0}) = k C_{A_0} C_{B_0} = 16$$

$$\rightarrow \begin{cases} C_{A_0} C_{B_0} = 8 \\ C_{A_0} = 2C_{B_0} \end{cases} \rightarrow 2C_{B_0}^2 = 8 \rightarrow C_{B_0}^2 = 4 \rightarrow C_{B_0} = 2 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

$$C_{A_0} = 2C_{B_0} \rightarrow C_{A_0} = 4 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

۱۲۲- گزینه «۳» صحیح است. (لون اشپیل)

میزان جریان برگشتی در راکتورهای مخلوط شونده‌ی دارای جریان برگشتی بر روی میزان تبدیل اثری ندارد.

۱۲۳- گزینه «۴» صحیح است. (لون اشپیل)

در واکنش درجه صفر داریم:

$$k\tau = C_{A_0} \cdot X_{Af} \rightarrow \frac{kV}{F_{A_0}} = x_{Af} \rightarrow \frac{1 \times 200}{F_{A_0}} = 0/9$$

$$0/9 F_{A_0} = 200 \rightarrow F_{A_0} = 222/9 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

۱۲۴- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل)

$$\frac{r_R}{r_S} = \frac{dC_R}{dC_S} = \frac{k_1 C_A C_B^{\checkmark}}{k_r C_A^{\checkmark} C_B^{\checkmark}} = \frac{\checkmark}{C_A C_B} \rightarrow \varphi\left(\frac{R}{S}\right) \alpha \frac{1}{C_B}$$

پس اگر غلظت B نصف شود، $\varphi\left(\frac{R}{S}\right)$ افزایش می‌یابد.

۱۲۵- گزینه «۱» صحیح است.

در حالت تعادل داریم:

$$k_1 C_{Ae} = k_r C_{Re}^{\checkmark} \rightarrow k_1 C_{A_0} (1 - x_{Ae}) = k_r (\checkmark C_{A_0} x_{Ae})^{\checkmark}$$

$$\checkmark \times 1 \times (1 - x_{Ae}) = 1 \times (\checkmark \times 1 \times x_{Ae})^{\checkmark} \Rightarrow \checkmark - \checkmark x_{Ae} = \checkmark x_{Ae}^{\checkmark} \Rightarrow \checkmark x_{Ae}^{\checkmark} + \checkmark x_{Ae} - \checkmark = 0$$

$$\checkmark x_{Ae}^{\checkmark} + x_{Ae} - 1 = 0$$

$$x_{Ae} = \frac{-1 \pm \checkmark}{\checkmark} \Rightarrow x_{Ae} \begin{cases} 0.5 \checkmark \\ -1 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

$$x_{Af} = 0.8 \times 0.5 = 0.4 \Rightarrow \tau_m = \frac{C_{A_0} (x_{Af} - x_{A_0})}{(-r_A)_f} = \frac{C_{A_0} (x_{Af} - 0)}{k_1 C_{A_0} (1 - x_{Af}) - k_r (\checkmark C_{A_0} x_{Af})^{\checkmark}}$$

$$\tau_m = \frac{1 \times 0.4}{\checkmark \times 0.6 - \checkmark \times 0.4 \times 0.4} = \frac{0.4}{1/2 - 0.64} = \frac{0.4}{0.56} = 0.71$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، جواب کسر کمتر از یک خواهد شد که فقط گزینه ۱ این‌گونه است.

۱۲۶- گزینه «۴» صحیح است.

$$\varphi\left(\frac{R}{A}\right) = \frac{dC_R}{-dC_A} = \frac{r_R}{-r_A}$$

$$-r_A = k_1 C_A + k_r, r_R = k_1 C_A \Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{A}\right) = \frac{k_1 C_A}{k_1 C_A + k_r} = \frac{C_A}{C_A + \frac{k_r}{k_1}} = \frac{C_A}{C_A + \checkmark}$$

$$C_R = \varphi\left(\frac{R}{A}\right) (C_{A_0} - C_A) = \frac{C_A}{C_A + \checkmark} (C_{A_0} - C_A) = \frac{C_A (1 - C_A)}{C_A + \checkmark}$$

$$\frac{dC_R}{dC_A} = \frac{(1 - \checkmark C_A)(C_A + \checkmark) - C_A (1 - C_A)}{(C_A + \checkmark)^{\checkmark}} = \frac{\checkmark - \checkmark C_A - C_A^{\checkmark}}{(C_A + \checkmark)^{\checkmark}}$$

$$\frac{dC_R}{dC_A} = 0 \Rightarrow C_A^{\checkmark} + \checkmark C_A - \checkmark = 0 \Rightarrow C_A = 0.45$$

$$x_A = 1 - \frac{C_A}{C_{A_0}} = 1 - \frac{0.45}{1} = 0.55$$

۱۲۷- گزینه «۲» صحیح است. (لون اشپیل)

هرگاه در راکتورهای مخلوط شونده پشت سر هم $N \rightarrow \infty$ میل کند، رفتاری شبیه به رفتار راکتور plug از خود نشان می‌دهند.

$$k\tau = -\ln(1 - x_A) \Rightarrow \tau = \frac{-1}{k} \ln(1 - x_A)$$

۱۲۸- گزینه «۴» صحیح است. (لون اشپیل- طراحی راکتورهای شیمیایی- فصل ۳)

$$P_{B_0} = 15 \times \frac{9}{10} \times \frac{\checkmark}{\checkmark} = 9 \text{ atm}$$

$$P_B = P_{B_0} - \frac{b}{\Delta n} (P_T - P_0)$$

$$P_B = 9 \text{ atm} - \frac{\checkmark}{-1} (12 - 15) = 3 \text{ atm}$$

$$\frac{P_{B_0} - P_B}{P_{B_0}} \times 100 = \frac{9 - 3}{9} \times 100 = \frac{6}{9} \times 100 \approx 66\%$$

۱۲۹- گزینه «۱» صحیح است.

$$k\tau_{m_1} = \frac{X_A}{1-X_A} \Rightarrow k\tau_{m_1} = \frac{0.5}{1-0.5} = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\tau_{m_1}}$$

$$\tau_{m_2} = 0.5\tau_{m_1} = \frac{X_{A_2}}{k(1-X_{A_2})} \Rightarrow 0.5\tau_{m_1} = \frac{X_{A_2}}{1-X_{A_2}} \cdot \tau_{m_1}$$

$$0.5 = \frac{X_{A_2}}{1-X_{A_2}} \Rightarrow 0.5(1-X_{A_2}) = X_{A_2} \Rightarrow 0.5 - 0.5X_{A_2} = X_{A_2} \Rightarrow 0.5 = 1.5X_{A_2} \Rightarrow X_{A_2} = 0.33$$

۱۳۰- گزینه «۳» صحیح است. (لون اشپیل)

$$\phi\left(\frac{S}{A}\right) = \frac{r_S}{r_A} = \frac{rC_A}{rC_A + 0.1rC_A} = \frac{r}{r+0.1C_A}$$

$$C_S = \phi\left(\frac{S}{A}\right)(C_{A_0} - C_A) = \frac{r}{r+0.1C_A}(\lambda_0 - C_A)$$

$$C_A = (C_{A_0} - C_S) = \lambda_0(1 - 0.1) = \lambda$$

$$C_S = \frac{r}{r+0.1\lambda}(\lambda_0 - \lambda) = 51/42 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

ریاضیات (کاربردی - عددی)

۱۳۱- گزینه «۳» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

شرط کامل بودن را بررسی می‌کنیم:

$$M = x^{-1} + y^{-1} \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = -y^{-2}$$

$$N = raxy^{-2} \Rightarrow \frac{\partial N}{\partial x} = ray^{-2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow ray^{-2} = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{r}$$

۱۳۲- گزینه «۱» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

ابتدا معادله مشخصه را برای معادله همگن تشکیل می‌دهیم:

$$y''' - 3y'' + 3y' = 0$$

$$r^3 - 3r^2 + 3r = 0 \Rightarrow r(r^2 - 3r + 3) = 0, r = 0, r^2 - 3r + 3 = 0$$

طرف دوم معادله $f(x) = x$ متناظر $r = 0$ است که چون $r = 0$ ریشه تکراری نیست، یک بار در معادله مشخصه ظاهر می‌شود. پس

$$y_p = x(ax + b) = ax^2 + bx$$

برای محاسبه a, b باید y_p را در معادله جایگذاری کنیم:

$$y_p' = 2ax + b, y_p'' = 2a, y_p''' = 0 \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} 0 - 6a + 3(2ax + b) = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a = 1 \\ -6a + 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y_p = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x$$

۱۳۳- گزینه «۴» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

$$y'' + x^2 y = 0$$

جواب معادله را به صورت $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ در نظر می‌گیریم: با توجه به گزینه‌ها $a_0 = y(0) = 1$ و $a_1 = y'(0) = 0$ با جایگذاری در

جواب معادله داریم:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+2} = 0 \Rightarrow \sum_{n=-4}^{\infty} (n+5)(n+6)a_{n+6} x^{n+4} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+4} = 0$$

$$\Rightarrow a_{n+\epsilon} = -\frac{a_n}{(n+\delta)(n+\epsilon)}$$

با جایگذاری $n = -4, -3, -2, -1$ در این رابطه $a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = 0$ به دست می‌آید و:

$$n = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{a_0}{3 \cdot 3}, n = 1 \Rightarrow a_{12} = \frac{-a_0}{11 \times 12} = \frac{1}{396} \Rightarrow y = 1 - \frac{x^6}{30} + \frac{x^{12}}{396} + \dots$$

۱۳۴- گزینه «۳» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

$$F(s) = \frac{1}{s^2(s^2-1)} = \frac{1}{s^2-1} - \frac{1}{s^2} \Rightarrow$$

$$F(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \sinh t - t$$

۱۳۵- گزینه «۳» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

در مختصات کروی $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial C}{\partial r})$ داریم که این عبارت در گزینه‌های ۳ و ۴ وجود دارد و اما گزینه ۴ ترم واکنش را ندارد. بنابراین گزینه

۳ صحیح می‌باشد.

۱۳۶- گزینه «۱» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

در حالت یک بعدی و پایا برای مختصات کارتزین داریم:

$$0 = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} - k C_A \Rightarrow \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} - \frac{k}{D} C_A = 0, \quad B.C \begin{cases} z=0 & C = C_A^* \\ z \rightarrow \infty & C \rightarrow 0 \end{cases}$$

حال این معادله دیفرانسیل را با شرایط مرزی داده شده حل می‌کنیم:

$$C_A = c_1 e^{\left(\sqrt{\frac{k}{D}}\right)z} + c_2 e^{-\left(\sqrt{\frac{k}{D}}\right)z}$$

$$z=0, C = C_A^* \Rightarrow C_A^* = c_1 + c_2$$

$$z \rightarrow \infty, c = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \Rightarrow c_2 = C_A^*$$

$$C_A = C_A^* e^{-\sqrt{\frac{k}{D}}z}$$

$$\Rightarrow \frac{C_A}{C_A^*} = \exp\left(-\sqrt{\frac{k}{D}}z\right)$$

۱۳۷- گزینه «۲» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

در حلت کلی برای مختصات کارتزین داریم:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \right) + R_A$$

در جهت x انتقال جا به جایی خیلی بیشتر از نفوذ است $\frac{\partial C_A}{\partial x} \gg \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2}$

در جهت y مکانیسم غالب انتقال جرم نفوذ می‌باشد $\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \gg \frac{\partial C_A}{\partial y}$

واکنش شیمیایی هم نداریم: $R_A = 0$

حالت پایا مورد نظر است: $\frac{\partial C_A}{\partial t} = 0$

$$u \frac{\partial C_A}{\partial x} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}$$

۱۳۸- گزینه «۱» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

$$(x^2 - 1)y'' + 2xy' - 2y = 0$$

این معادله دیفرانسیل از نوع لژاندار مرتبه $n=4$ می‌باشد و چون $f(1)=1$ است، پس $f(x)=P_4(x)$ می‌باشد که یک تابع زوج است:

$$\int_{-1}^1 (f(x)+x)^2 dx = \int_{-1}^1 (f^2(x) + \underbrace{2xf(x)}_{\text{فرد}} + x^2) dx = \int_{-1}^1 P_4^2(x) dx + 0 + \int_{-1}^1 x^2 dx$$

$$\int_{-1}^1 P_4^2(x) dx = \frac{2}{2 \times 4 + 1} = \frac{2}{9}, \quad \int_{-1}^1 P_n^2(x) dx = \frac{2}{2n+1}$$

$$\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$$

$$\text{حاصل نهایی} = \frac{2}{9} + \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$$

۱۳۹- گزینه «۲» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

در این معادله u متغیر وابسته و y, x متغیرهای مستقل می‌باشند. چون در طرف راست معادله متغیر مستقل y ظاهر شده، پس غیر

همگن می‌باشد و چون ترم $u \frac{\partial u}{\partial y}$ وجود دارد، پس غیر خطی است.

۱۴۰- گزینه «۳» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

$$u = 2x + y, v = ax + by$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = 2 \frac{\partial f}{\partial u} + a \frac{\partial f}{\partial v}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} = 1 \frac{\partial f}{\partial u} + b \frac{\partial f}{\partial v}$$

$$2 \frac{\partial f}{\partial x} - 5 \frac{\partial f}{\partial y} = 2(2 \frac{\partial f}{\partial u} + a \frac{\partial f}{\partial v}) - 5(\frac{\partial f}{\partial u} + b \frac{\partial f}{\partial v})$$

$$= \frac{\partial f}{\partial u} + (2a - 5b) \frac{\partial f}{\partial v}$$

برای آنکه معادله به صورت $\frac{\partial f}{\partial u} = 0$ تبدیل شود بایستی $2a - 5b = 0$ باشد:

$$2a = 5b \Rightarrow a = \frac{5}{2} b$$

۱۴۱- گزینه «۱» صحیح است. (کاربرد ریاضیات دکتر نیک آذر)

با توجه به این که در جهت x هر دو شرط مرزی همگن نوع اول می‌باشند، پس جواب بایستی شامل تابع $\sin(\frac{n\pi}{L})x$ باشد.

۱۴۲- گزینه «۳» صحیح است.

با توجه به این که در جهت r شرط ناهمگن داریم، باید در این جهت جواب‌های متعامد داشته باشیم:

$$y(r, z) = T - T_\infty \Rightarrow y(r, z) = R(r)Z(z)$$

$$\frac{1}{rR} \frac{d}{dr} (r \frac{dR}{dr}) = \frac{-1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\lambda^2$$

$$r^2 R'' + rR' + \lambda^2 r^2 R = 0 \Rightarrow R(r) = c_1 J_0(\lambda r) + c_2 Y_0(\lambda r)$$

$$z'' - \lambda^2 z = 0 \Rightarrow Z(z) = c_3 \sinh \lambda z + c_4 \cosh \lambda z$$

چون Y در $r=0$ محدود است، پس $c_2 = 0$ بنابراین جواب در جهت r شامل $J_0(\lambda r)$ خواهد بود. بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۱۴۳- گزینه «۲» صحیح است.

$$(1+y^2) dx = (\sqrt{1+y^2} \sin y - xy) dy \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{\sin y}{\sqrt{1+y^2}} - \frac{xy}{1+y^2} \Rightarrow \frac{dx}{dy} + \frac{y}{1+y^2} x = \frac{\sin y}{\sqrt{1+y^2}}$$

در واقع این معادله دیفرانسیل از نوع خطی مرتبه اول می‌باشد به شرط آنکه x را متغیر وابسته و y را مستقل در نظر بگیریم: $x = f(y)$

$$\Rightarrow x \exp\left(\int \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} dy\right) = \int \left[\frac{\sin y}{\sqrt{1+y^2}} \exp\left(\int \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} dy\right)\right] dy + c$$

$$\Rightarrow x(\sqrt{1+y^2}) = \int \sin y dy + c \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} (-\cos y + c)$$

۱۴۴- گزینه «۲» صحیح است.

$$y' = y \Rightarrow y' - y = 0$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \Rightarrow y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}$$

$$y' - y = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} x^n - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} [(n+1) a_{n+1} - a_n] x^n = 0 \Rightarrow (n+1) a_{n+1} - a_n = 0 \Rightarrow a_{n+1} = \frac{a_n}{n+1}$$

۱۴۵- گزینه «۱» صحیح است.

موازنه‌ی جرم را برای جزء A می‌نویسیم:

مصرف A - تولید A + خروجی جزء A - ورودی جزء A = تجمع جزء A

$$\frac{\partial(\rho V C_A)}{\partial t} = \rho F_o C_{A_o} - \rho F C_A - \rho V K C_A$$

با فرض ثابت بودن ρ ، از موازنه کلی داریم: $F_o = F$

$$\Rightarrow V \frac{\partial C_A}{\partial t} = F_o C_{A_o} - F C_A - V K C_A \Rightarrow \frac{dC_A}{dt} = \frac{F}{V} C_{A_o} - \frac{F_o + V_k}{V} C_A$$

۱۴۶- گزینه «۲» صحیح است.

$$y'' + \lambda y = 0 \Rightarrow m^2 + \lambda = 0 \Rightarrow m_1, m_2 = \pm \sqrt{\lambda} i$$

جواب عمومی: $y = A \cos \sqrt{\lambda} x + B \sin \sqrt{\lambda} x$

$$\Rightarrow y' = -A \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} x + B \sqrt{\lambda} \cos \sqrt{\lambda} x$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow B = 0 \Rightarrow y = A \cos \sqrt{\lambda} x$$

$$y\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow 0 = A \cos \sqrt{\lambda} \times \frac{\pi}{\lambda} \xrightarrow{A \neq 0} \cos \sqrt{\lambda} \frac{\pi}{\lambda} = 0 \Rightarrow \sqrt{\lambda} = (\lambda \pm 1) \Rightarrow \lambda = (\lambda \pm 1)^2$$

۱۴۷- گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به محدود بودن جواب در $\Gamma = 0$ گزینه‌های ۲ و ۴ اشتباه می‌باشند.

تفاوت گزینه ۱ و ۳ در مقادیر ویژه می‌باشد که این مقادیر را می‌توان با حل از روش جداسازی به دست آورد.

۱۴۸- گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به این که در T ، دارای مقداری محدود است و $x=0 \rightarrow K_o(0) \rightarrow \infty$ میل می‌کند، بنابراین جمله‌ی شامل K_o نباید در معادله

توزیع دما باشد و این شرط تنها در گزینه ۲ صدق می‌کند.

۱۴۹- گزینه «۳» صحیح است.

$$A = 1 \quad B = 0 \quad C = -\frac{1}{\alpha^2} \quad \Delta = B^2 - 4AC = \frac{4}{\alpha^2} > 0$$

هذلولی است.

۱۵۰- گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به این که در $\Gamma = 0$ ، u مقداری محدود دارد، توان Γ باید مثبت باشد و چون مقدار تابع در دو مرز θ است، تابع $\sin 2n\theta$ می‌شود.