تاریخ : وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی : تعداد سوالات: ۷۹

سریال ۱۷۶۵۷۹

گروه مشاوره خاکسار

موضوع 1.آمار و مدل سازی

۱. دو نفر دریک آزمایشگاه، در ۵ روز متوالی همزمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است، دقت کاری کدام بیشتر است؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

۱) نفر اول ۲) نفر دوم

۳) یکسان ۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

-سراسری-۱۳۸۷ -سخت

۲. اگر داده‌های آماری ۱۱, ۱۵, ۱۷, ۱۶, ۱۴, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) ۱٫۱ ۲) ۱٫۲ ۳) ۱٫۲۵ ۴) ۱٫۳

-سراسری-۱۳۸۸ -سخت

۳. در جدول فراوانی تجمعی داده‌های آماری زیر اگر میانگین جامعه ۴۱ باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی [۳۹, ۴۳) چند درجه است؟

نماینده دسته	۳۳	۳۷	۴۱	۴۵	۴۹
فراوانی تجمعی	۷	۱۷	۳۲	۴۴	a

۱) ۹۶° ۲) ۹۸°

۳) ۱۰۲° ۴) ۱۰۸°

-سراسری-۱۳۹۱ -سخت

۴. در جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها ۱۸٫۴ باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به بازه [۲۱, ۲۵) چند درجه است؟

حدود دسته	۹ − ۱۳	۱۳ − ۱۷	۱۷ − ۲۱	۲۱ − ۲۵	۲۵ − ۲۹
فراوانی	۳	۴	۷	x	۱

۱) ۹۰ ۲) ۷۵

۳) ۸۰ ۴) ۶۰

-سراسری-۱۳۹۰ -سخت

۵. کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشند این داده‌ها در ۷ دسته، دسته بندی شده‌اند. ۳۷ درصد داده‌ها کمتر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن‌ها بیشتر یا مساوی ۴۳ می‌باشند. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد فراوانی دسته‌ی وسط کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

-سراسری-۱۳۸۵-متوسط

۶. داده‌های آماری با یک رقم اعشار با نمودار ساقه و برگ داده شده‌اند، میانگین آن‌ها کدام است؟

ساقه	برگ							
۸	۰	۰	۱	۲	۲	۵	۶	۷
۹	۰	۱	۲	۳	۳	۴	۵	۵
۱۰	۱	۱	۲	۲				

۱) ۹٫۰۵ ۲) ۹٫۰۶

۳) ۹٫۰۷ ۴) ۹٫۰۸

-سراسری-۱۳۸۶-متوسط

۷. هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو داده‌ی ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده‌ی حاصل کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴٫۵ ۳) ۴٫۸ ۴) ۵

-سراسری-۱۳۸۴ -سخت

۸. دانش‌آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن کشی کرده و عدد صحیح وزن آنان را یادداشت کرده‌ایم. چند درصد آن‌ها کم تر از ۵۰ وزن دارند؟

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

۱) ۷۲
۲) ۷۵
۳) ۷۸
۴) ۸۰

-خارج از کشور-۱۳۸۸-متوسط

۹. باتوجه به جدول آماری دسته‌بندی شده زیر، مقدار ضریب تغییرات داده‌های x کدام است؟

$x-۴۴$	-۳	-۱	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۱) ۰٫۰۵
۲) ۰٫۰۸
۳) ۰٫۱
۴) ۰٫۲

-سراسری-۱۳۹۳-سخت

۱۰. در ۲۵ داده‌ی آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناجور ۱۰ ، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ ، از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟

۱) ۱۴٫۷۲
۲) ۱۴٫۸۱
۳) ۱۵٫۳۳
۴) ۱۶٫۶۶

-سراسری-۱۳۹۳-سخت

۱۱. در جدول فراوانی داده‌های پیوسته و دسته بندی شده، دو نقطه‌ی $(۳۲,۶۳)$ و $(۳۷,۷۱)$ متوالیا از نمودار فراوانی تجمعی است. کدام نقطه در رسم نمودار چند بر فراوانی به کار می‌رود؟

۱) $(۳۲,۷۱)$
۲) $(۳۴٫۵,۸)$
۳) $(۳۴٫۵,۶۳)$
۴) $(۳۷,۸)$

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۱۲. در داده‌های آماری با ساقه و برگ مقابل، میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟

ساقه	برگ			
۲	۱	۲	۴	۷
۳	۳	۳	۵	۶
۴	۰	۱	۲	۹

۱) ۳۱
۲) ۳۲
۳) ۳۳
۴) ۳۴

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۱۳. داده‌های آماری جدول زیر را نصف کرده، سپس ۲ واحد از آن‌ها کم می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ				
۲	۱	۱	۵		
۳	۲	۳	۴	۷	۸
۴	۱	۶			

۱) ۱۵٫۴
۲) ۱۴٫۴
۳) ۱۴٫۲
۴) ۱۵٫۲

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۱۴. در جدول زیر میانگین کدام است؟

دسته	$۱-۴$	$۴-۷$	$۷-۱۰$	$۱۰-۱۳$	$۱۳-۱۶$
فراوانی تجمعی	۴	۸	۱۰	۱۴	۱۶

۱) ۸
۲) ۸٫۵
۳) ۷٫۷۵
۴) ۷٫۵

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۱۵. میانگین طول اضلاع ۱۰ مربع، برابر ۴ و مجموع مساحت‌های آنها برابر ۲۴۰ است. انحراف معیار طول اضلاع این مربع‌ها چقدر است؟

۱) ۸
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) ۴
۴) $\sqrt{۲}$

-گزینه ۲-۱۳۹۴-سخت

۱۶. در ۱۲ داده‌ی آماری، واریانس ۱۵٫۵ است. ۴ داده‌ی جدید مساوی با میانگین به آنها اضافه می‌کنیم. واریانس داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۱۱٫۵ ۲) ۱۱٫۳۷۵ ۳) ۱۱٫۸۷۵ ۴) ۱۱٫۶۲۵

-گزینه ۲-۱۳۹۴-سخت

۱۷. در ۱۰ داده‌ی آماری مثبت، مجموع مجذورات داده‌ها، ۸۰۰ و انحراف معیار ۴ است. مجموع تمام داده‌ها کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۹۶ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۸

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۱۸. در نمودار ساقه و برگ مقابل، واریانس داده‌های بیشتر از میانه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲٫۶ ۳) ۱۴٫۴ ۴) ۱۶٫۸

ساقه	برگ			
۳	۱	۴	۵	۵
۴	۰	۲	۳	۳
۵	۱	۱	۲	

-گزینه ۲-۱۳۹۴-سخت

۱۹. در اندازه‌گیری ضلع یک مربع به طول ۳ سانتی‌متر، خطای اندازه‌گیری از $\frac{۱}{۲}$ سانتی‌متر بیشتر نیست. حداکثر خطا در محاسبه‌ی مساحت آن چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۳}{۲}$

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۲۰. کدام متغیرها به ترتیب کیفی اسمی و کمی پیوسته هستند؟

۱) رنگ اتومبیل، تعداد داوطلبان ۲) میزان تحصیلات، درصد کنکور

۳) رنگ چشم، هزینه‌ی تولید ۴) شدت آلودگی هوا، نوع آلاینده‌ی هوا

-گزینه ۲-۱۳۹۴-آسان

۲۱. در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده‌ی آماری، میانگین دنباله‌های سمت چپ و راست به ترتیب ۱۷ و ۲۶ و میانگین داده‌های دیگر، ۲۰ است. میانگین کل این داده‌ها کدام است؟

۱) ۲۰٫۲۷ ۲) ۲۰٫۴۷ ۳) ۲۰٫۶۸ ۴) ۲۰٫۸۸

-گزینه ۲-۱۳۹۴-سخت

۲۲. اگر $a+b+c+d=۲۴$ و $a^۲+b^۲+c^۲+d^۲=۲۰۰$، واریانس داده‌های a,b,c,d کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

-گزینه ۲-۱۳۹۴-متوسط

۲۳. به ۸ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۱۳، ۳داده‌ی آماری ۱۱، ۱۱ و ۱۴ اضافه می‌شوند. واریانس کل ۱۱ داده چقدر است؟

۱) ۹٫۴۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳٫۷۵ ۴) ۱۴٫۲۵

-گزینه ۲-۱۳۹۴-سخت

۲۴. اگر داده‌های آماری ۹ ,۸ ,۷ ,۶ ,۵ ,۴ ,۳ ,۲ ,۱ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، واریانس داده‌های بین چارک اول و چارک سوم کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) ۲ ۴) ۳

-گزینه ۲-۱۳۹۳-متوسط

۲۵. در نمودار جعبه‌ای ۲۴ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه با هم و با میانگین داده‌های داخل جعبه برابر است. اگر واریانس داده‌های دو طرف جعبه به ترتیب ۲ و ۴ و واریانس کل داده‌ها ۵ باشد. واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

-گزینه ۲-۱۳۹۳-سخت

۲۶. در داده‌های آماری با نمودار ساقه و برگ زیر، میزان پراکندگی داده‌های بیش‌تر از مد و کم‌تر از چارک سوم به ازای یک واحد از میانگین کدام است؟

ساقه	برگ			
۲	۰	۵	۵	۵
۳	۶	۸	۸	
۴	۴	۶	۶	۷

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۱}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۱۳}$

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۲۷. در یک دسته بندی داده‌ها، کران پایین دسته‌ی دوم و مرکز دسته‌ی هشتم به ترتیب برابر ۷ ,۳۳ است اگر داده‌ها را در ۱۲ طبقه دسته بندی کرده باشیم کران بالای دسته‌ی آخر چقدر است؟

۱) ۴۷ ۲) ۵۷ ۳) ۵۱ ۴) ۴۳

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۲۸. اگر سطح زیر نمودار چندبر فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده‌ی زیر، برابر ۳۲ و فراوانی دسته‌ی آخر سه برابر فراوانی دسته‌ی سوم باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

حدود دسته	[۲ , ۴)	[۴ , ۶)	[۶ , ۸)	[۸ , ۱۰)
فراوانی	۳	۵	x	y

۱) $۶\frac{۱}{۸}$ ۲) $۶\frac{۳}{۸}$ ۳) $۵\frac{۷}{۸}$ ۴) $۵\frac{۳}{۸}$

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۲۹. اگر داده‌های یک دسته در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی ۱۰۸° را به خود اختصاص دهد و مجموع کل مساحت‌ها در نمودار مستطیلی برابر ۵۰ باشد، مساحت مستطیل مربوط به این دسته از داده‌ها در نمودار مستطیلی کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۳۰. در اندازه‌گیری شعاع دایره‌ای به مدل $R = ۲ + E$ رسیده‌ایم. حداکثر E چقدر باشد تا خطای مساحت دایره از $\frac{\pi}{۲}$ بیشتر <u>نشود</u>؟

۱) ۰٫۱ ۲) ۰٫۱۲۵ ۳) ۰٫۲۵ ۴) ۰٫۲

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۳۱. ۶۰ داده در تعدادی دسته قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که فراوانی تجمعی دسته‌های اول تا سوم به ترتیب x و $۲x + ۱$ و $۲x - ۳$ بوده و زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی دوم در نمودار دایره‌ای برابر ۶۰° است. زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی سوم در نمودار دایره‌ای کدام است؟

۱) ۳۰° ۲) ۳۶° ۳) ۴۰° ۴) ۴۵°

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۳۲. اگر میانگین داده‌های $x_۱, x_۲, \cdots, x_{۱۰}$ برابر ۴۰ باشد، میانگین داده‌های $x_۱ + ۱, x_۲ + ۲, \cdots, x_{۱۰} + ۱۰$ کدام است؟

۱) ۴۵٫۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۴۱

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۳۳. مساحت زیرنمودار چندبر فراوانی یک جدول فراوانی داده‌ها به طول دسته‌ی ۵، برابر ۱۰۰ می‌باشد اگر داده‌ها در هفت طبقه دسته‌بندی شده و مختصات پنجمین نقطه در نمودار (۲۵, ۸) باشد درصد فراوانی نسبی دسته وسط چقدر است؟

۱) ۳۲ ۲) ۴۰ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۳۴. ۱۰ داده‌ی آماری با انحراف معیار ۱ و میانگین ۵ و ۱۰ داده‌ی دیگر با انحراف معیار ۲ و میانگین ۶ را با یکدیگر ترکیب می‌کنیم. واریانس این ۲۰ داده‌ی جدید کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳٫۲۵ ۳) ۲ ۴) ۲٫۷۵

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۳۵. اگر فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم از داده‌های دسته‌بندی شده در جدول زیر برابر ۳۰ باشد، تعداد کل داده‌ها کدام عدد می‌تواند باشد؟

دسته‌ها	[۱,۲)	[۲,۳)	[۳,۴)	[۴,۵)	[۵,۶)
فراوانی تجمعی نسبی	۰٫۱	۰٫۳	۰٫۷	x	۱

۱) ۱۱۰ ۲) ۹۵ ۳) ۸۵ ۴) ۷۰

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۳۶. در یک جدول توزیع فراوانی شامل ۹ طبقه، حد پایین دسته‌ی چهارم ۱۵ و مرکز دسته‌ی هفتم ۳۹٫۵ می‌باشد. دامنه‌ی تغییرات داده‌های این جدول کدام است؟

۱) ۶۳ ۲) ۵۷ ۳) ۵۴ ۴) ۷۲

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۳۷. باتوجه به جدول توزیع فراوانی زیر، اگر درصد فراوانی نسبی داده‌ی ۴، برابر ۲۰ و فراوانی تجمعی این داده برابر ۱۷ باشد، y کدام است؟

داده‌ها	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی مطلق	۳	y	۵	x	۳

۱) ۳ ۲) ۴
۳) ۵ ۴) ۶

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۳۸. تعدادی از داده‌های آماری در جدول

دسته‌ها	۰ − ۲	۲ − ۴	۴ − ۶	۶ − ۸
فراوانی	۲	$n+3$	۴	$n-1$

تنظیم شده است. اگر میانگین این داده‌ها در دسته‌ی [۴,۶) قرار داشته باشد حداقل عدد طبیعی n کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۳۹. با توجه به جدول آماری دسته بندی شده‌ی زیر، مقدار تقریبی ضریب تغییرات داده‌های x کدام است؟

$x-44$	−۳	−۱	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۱) ۰٫۰۵ ۲) ۰٫۰۸ ۳) ۰٫۱ ۴) ۰٫۲

-قلم چی-۱۳۹۴-سخت

۴۰. میانگین داده‌های جدول زیر، با روش سریع کدام است؟

حدود دسته	۱۸ − ۲۰	۲۰ − ۲۲	۲۲ − ۲۴	۲۴ − ۲۶	۲۶ − ۲۸
فراوانی	۷	۱۱	۱۵	۱۲	۹

۱) ۲۳٫۱۵ ۲) ۲۳٫۱۸ ۳) ۲۲٫۹۵ ۴) ۲۲٫۹۸

-سنجش-۱۳۹۴-متوسط

۴۱. میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده‌ی آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده‌ی جدید کدام است؟

۱) ۹٫۲۵ ۲) ۹٫۳۶ ۳) ۹٫۵۲ ۴) ۹٫۶۳

-خارج از کشور-۱۳۹۳-متوسط

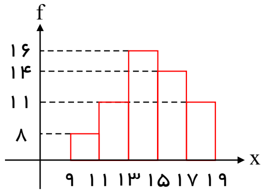
۴۲. جدول زیر فراوانی نسبی داده‌های دسته‌بندی شده است، با تعیین α، مقدار واریانس کدام است؟

مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰
فراوانی دسته	۰٫۱	۰٫۲۵	۰٫۲	α

۱) ۱۶٫۵ ۲) ۱۶٫۸ ۳) ۱۷٫۲ ۴) ۱۷٫۶

-خارج از کشور-۱۳۹۳-سخت

۴۳. با توجه به نمودار مستطیلی روبه رو، میانگین داده های آماری کدام است؟



۱) ۱۴٫۲ ۲) ۱۴٫۳
۳) ۱۴٫۴ ۴) ۱۴٫۵

-خارج از کشور-۱۳۹۴-متوسط

۴۴. جدول زیر، فراوانی تجمعی ۲۰ داده‌ی آماری را نشان می‌دهد. اگر زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته با مرکز ۱۳، در نمودار دایره ای ۹۰ درجه باشد، واریانس داده‌ها کدام است؟

حدود دسته	۸ − ۱۰	۱۰ − ۱۲	۱۲ − ۱۴	۱۴ − ۱۶	۱۶ − ۱۸
فراوانی تجمعی	۴	۷	x	۱۷	۲۰

۱) ۶٫۸ ۲) ۷٫۲ ۳) ۷٫۸ ۴) ۸٫۲

-قلم چی-۱۳۹۶-سخت

۴۵. در داده‌های آماری ۱۴, ۱۴, ۱۳, ۱۲, ۱۲, ۱۱, ۱۱, ۹ ، ضریب تغییرات کدام است؟

۱) ۰٫۰۸ ۲) ۰٫۰۹ ۳) ۰٫۱۳ ۴) ۰٫۱۶

-سراسری-۱۳۸۹-متوسط

۴۶. در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت چپ ۱۲ و سمت راست ۲۱ می‌باشد. اگر میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵ باشد، میانگین کل این داده‌ها، تقریباً کدام است؟

۱) ۱۵٫۴۵ ۲) ۱۵٫۵۴ ۳) ۱۵٫۶۷ ۴) ۱۵٫۷۶

-سراسری-۱۳۹۲-سخت

۴۷. در مدل‌سازی ریاضی برای حجم یک مکعب به ضلع تقریبی ۲ سانتی‌متر، اگر خطای حجم کم‌تر از یک سانتی‌متر مکعب باشد، حداکثر خطای اندازه‌گیری ضلع مکعب، چند میلی‌متر است؟

۱) ۰٫۶ ۲) ۰٫۷ ۳) ۰٫۸ ۴) ۰٫۹

-خارج از کشور-۱۳۸۹-متوسط

۴۸. در نمودار جعبه‌ای ۲۰ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت چپ برابر میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت راست است. انحراف معیار کدام است؟

۱) صفر ۲) ۰٫۰۵ ۳) ۱ ۴) جذر میانه

-خارج از کشور-۱۳۹۲-سخت

۴۹. داده‌های آماری در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. بازه‌ی دسته چهارم به‌صورت $[26, 29)$ می‌باشد. اگر این داده‌ها در ۶ طبقه دسته بندی شوند، مرکز دسته‌ی پنجم کدام است؟

۱) ۳۴ ۲) ۳۴٫۵ ۳) ۳۵ ۴) ۳۵٫۵

-خارج از کشور-۱۳۹۰-سخت

۵۰. در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳ و ۳ داده‌های کم‌تر از چارک اول و ... بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

۱) ۰٫۱۵ ۲) ۰٫۱۷ ۳) ۰٫۲۱ ۴) ۰٫۲۵

-خارج از کشور-۱۳۹۰-سخت

۵۱. نمودار ساقه و برگ داده‌های اماری روبه‌رو را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. میانگین داده‌های داخل وروی جعبه، کدام است؟

ساقه	برگ
۴	۰ ۱ ۲ ۲ ۴ ۵ ۷
۵	۰ ۰ ۱ ۱ ۳ ۴ ۶ ۹
۶	۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ۶ ۷ ۷ ۸

۱) ۵۴٫۲۵ ۲) ۵۴٫۵
۳) ۵۴٫۷۵ ۴) ۵۵٫۲۵

-خارج از کشور-۱۳۹۳-سخت

۵۲. ضریب تغییرات داده‌های آماری ۱٫۳۵ می‌باشد. به ۲ برابر این داده‌های آماری، عدد $\frac{1}{4}$ میانگین آن‌ها افزوده شده است. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

۱) ۰٫۹۶ ۲) ۱٫۰۸ ۳) ۱٫۱۵ ۴) ۱٫۲

-خارج از کشور-۱۳۹۴-سخت

۵۳. اگر میانگین داده‌های $3x_1 - 2$، $3x_2 - 2$، .... و $3x_{20} - 2$ برابر $\frac{13}{4}$ باشد، میانگین داده‌های $4x_1 - 3$، $4x_2 - 3$ .... و $4x_{20} - 3$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{4}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۱

-گزینه ۲-۱۳۹۶-متوسط

۵۴. میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

مرکز دسته‌ها	۱	۴	۷	۱۰
درصد فراوانی نسبی	۲۵	۱۸	a	۴۷

۱) ۵٫۴۳ ۲) ۷٫۱۲ ۳) ۶٫۳۷ ۴) ۶٫۳۲

-قلم چی-۱۳۹۶-متوسط

۵۵. سه داده‌ی آماری با میانگین ۶ مفروض است. اگر داده‌ی ۲ به آن‌ها اضافه شود، ضریب تغییرات ۴ داده‌ی موجود ۱٫۲ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع مربعات ۳ داده‌ی اولیه کدام است؟

۱) ۱۶۸ ۲) ۱۴۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۰۸

-قلم چی-۱۳۹۶-سخت

۵۶. در ۶۰۰ داده‌ی آماری با میانگین ۳۶، به سه برابر هر یک از داده‌ها ۵ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

۱) $\frac{108}{113}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{24}{29}$

-گزینه ۲-۱۳۹۶-متوسط

۵۷. هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این جدول افزوده شود فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

-سراسری-۱۳۹۰-سخت

۵۸. داده‌های آماری ۱۸, ۷, ۲۰, ۱۶, ۱۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۷, ۲۱, ۱۲, ۱۳ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۱) ۴٫۵۹ ۲) ۴٫۹۵ ۳) ۵٫۲۴ ۴) ۵٫۷۱

-خارج از کشور-۱۳۹۰-سخت

۵۹. هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۱ و انحراف معیار $\sqrt{10}$ داریم. اگر یک داده‌ی جدید با مقدار ۲ به آن‌ها اضافه شود واریانس کل ۹ داده‌ی حاصل تقریباً کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲٫۲ ۳) ۱۴٫۷ ۴) ۱۶٫۹

-قلم چی-۱۳۹۶-سخت

۶۰. اگر مرکز دسته‌ی هفتم برابر ۱۳٫۵ و کران بالای دسته‌ی یازدهم برابر ۲۷ باشد، طول دسته کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

-گزینه ۲-۱۳۹۶-سخت

۶۱. اگر مجموع انحرافات داده‌های جدول داده شده از عدد ۵، صفر باشد، ضریب تغییرات این داده‌ها چه‌قدر است؟

حدود دسته	$[1,3)$	$[3,5)$	$[5,7)$	$[7,9]$
فراوانی تجمعی	۴	۷	$a+7$	$a+8$

۱) ۰٫۶ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

-قلم چی-۱۳۹۶-سخت

۶۲. در نمودار ساقه و برگ داده‌های آماری روبه‌رو، واریانس داده‌های بین چارک اول و چارک سوم، کدام است؟

ساقه	برگ					
۳	۲	۳	۴	۴	۶	۹
۴	۰	۱	۳	۵	۵	۷
۵	۱	۲	۴	۷	۸	

۱) ۱۷٫۲۴ ۲) ۱۷٫۸۲ ۳) ۱۸٫۰۲ ۴) ۱۸٫۴۴

-سراسری-۱۳۹۵-سخت

۶۳. با توجه به جدول آماریِ دسته‌بندی شده‌ی مقابل، انحراف معیار داده‌های x کدام است؟

$x-10$	۳۱	۳۳	۳۵	۳۷	۳۹
فراوانی تجمعی	۴	۱۱	۱۶	۱۹	۲۰

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{6}$
۳) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

-گزینه ۲-۱۳۹۶-سخت

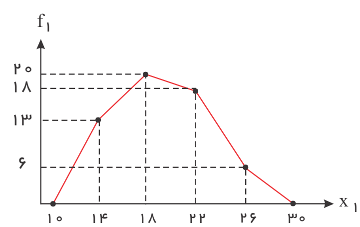
۶۴. ضریب تغییرات، در داده‌های آماری زیر، با فراوانی تجمعی داده شده کدام است؟

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی تجمعی	۷	۱۶	۳۳	۴۴	۵۰

۱) ۰٫۱۶ ۲) ۰٫۱۸
۳) ۰٫۲۴ ۴) ۰٫۲۸

-سراسری-۱۳۹۶-سخت

۶۵. از داده‌های آماری با نمودار چندبر فراوانی مقابل، سه داده‌ی ۱۵ ، ۱۷ و ۱۹ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویه‌ی مرکزی نظیر دسته‌ها چند درجه است؟



۱) 105° ۲) 110°
۳) 115° ۴) 120°

-گزینه ۲-۱۳۹۶-متوسط

۶۶. در جدول مقابل، فراوانی نسبی یک سری داده، دسته‌بندی شده است. واریانس این داده‌ها چقدر است؟

مرکز دسته	۲	۶	۱۰	۱۴
فراوانی نسبی	۰٫۱	۰٫۲۵	۰٫۲	x

۱) ۱۶٫۵ ۲) ۱۶٫۸ ۳) ۱۷٫۲ ۴) ۱۷٫۶

-گزینه ۲-۱۳۹۶-سخت

۶۷. در نمودار دایره‌ای ۹۶ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی $[۱۸,۲۲)$ ، برابر با ۴۵° است. کدام یک از نقاط زیر قطعاً روی نمودار چندبر فراوانی قرار دارد؟

۱) $(۱۸,۱۲)$ ۲) $(۲۰,۱۶)$ ۳) $(۱۸,۱۶)$ ۴) $(۲۰,۱۲)$

-قلم چی-۱۳۹۶-متوسط

۶۸. باتوجه به نمودار ساقه و برگ روبه‌رو، میانگین داده‌های کمتر از ۵۳ و بزرگتر از ۳۵، کدام است؟

ساقه	برگ
۳	۰ ۲ ۲ ۵ ۷ ۹ ۹
۴	۱ ۲ ۳ ۳ ۸ ۸
۵	۲ ۳ ۴ ۶ ۷ ۹

۱) ۴۲٫۳ ۲) ۴۳٫۲ ۳) ۴۳٫۴ ۴) ۴۴٫۲

-گزینه ۲-۱۳۹۶-آسان

۶۹. در جدول روبه‌رو، میانگین داده‌ها برابر ۱۴٫۵ است. a کدام است؟

حدود دسته	۱۰ − ۱۲	۱۲ − ۱۴	۱۴ − ۱۶	۱۶ − ۱۸
فراوانی	۴	۷	a	۹

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱۰

-گزینه ۲-۱۳۹۶-سخت

۷۰. انحراف معیار داده‌های ۲، ۴، ۶، ۸و ۱۰ چقدر است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

-گزینه ۲-۱۳۹۶-متوسط

۷۱. ضریب تغییرات یک سری داده با میانگین $\overline{x}$ ، برابر ۰٫۰۷ است. اگر از هریک از داده‌ها ۴ واحد کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید ۰٫۰۷۵ می‌شود. انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

۱) ۲٫۴ ۲) ۴٫۲ ۳) ۴ ۴) ۲

-گزینه ۲-۱۳۹۶-سخت

۷۲. ده مربع در اختیار داریم که میانگین مساحت آن‌ها برابر ۳۲و مجموع طول تمام اضلاع آن‌ها برابر ۲۰۰است. انحراف معیار محیط مربع‌ها کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۷}$ ۲) ۷ ۳) ۲۸ ۴) $۴\sqrt{۷}$

-گزینه ۲-۱۳۹۶-سخت

۷۳. داده‌های آماری در ۱۵ طبقه با طول یکسان دسته‌بندی شده‌اند. حدود دسته‌ی اول به صورت $[۱۴,۱۸)$ است. اگر این داده‌ها در ۶ دسته با طول یکسان دسته‌بندی شوند، مرکز دسته‌ی سوم در دسته‌بندی جدید کدام است؟ (کران پائین دسته‌ی اول و کران بالای دسته‌ی آخر در دودسته‌بندی یکسان است و به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌ها هستند.)

۱) ۲۴ ۲) ۳۴ ۳) ۳۹ ۴) ۴۴

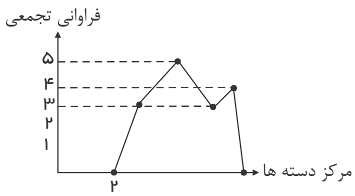
-قلم چی-۱۳۹۶-متوسط

۷۴. اگر فراوانی نسبی دسته‌های اول و دوم یک جدول فراوانی به ترتیب ۰٫۳۵ و ۰٫۴ و فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر ۲۰ باشد، فراوانی تجمعی دسته‌ی دوم چه‌قدر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

-قلم چی-۱۳۹۶-متوسط

۷۵. اگر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی زیر، ۴۵ باشد، حدود دسته‌ای که فراوانی آن ۴ است، کدام است؟ (طول دسته‌ها برابر است.)



۱) $[۱۲٫۵, ۱۵٫۵)$
۲) $[۱۲, ۱۵)$
۳) $[۱۱, ۱۴)$
۴) $[۱۱٫۵, ۱۴٫۵)$

–قلم چی–۱۳۹۶–سخت

۷۶. «نوع گوشی همراه اعضای خانواده» و «رکورد پرتاب نیزه یک نفر در المپیک» به ترتیب کدام نوع متغیر هستند؟

۱) متغیر کیفی ترتیبی – متغیر کیفی اسمی
۲) متغیر کیفی ترتیبی – متغیر کمی گسسته
۳) متغیر کیفی اسمی – متغیر کمی پیوسته
۴) متغیر کیفی اسمی – متغیر کمی گسسته

–قلم چی–۱۳۹۶–آسان

۷۷. اگر میانگین و واریانس ۶ داده‌ی آماری به ترتیب ۱۲ و ۳ باشد و داده های (۸، ۱۰ و ۱۸) را به داده‌های قبلی اضافه کنیم، واریانس ۹ داده‌ی نهایی کدام است؟

۱) $\frac{۷۴}{۹}$
۲) صفر
۳) $\frac{۸۰}{۹}$
۴) $\frac{۲۵}{۳}$

–قلم چی–۱۳۹۶–سخت

۷۸. برای ۱۰ داده‌ی آماری مثبت، انحراف معیار ۰٫۵ و مجموع مجذورات داده‌ها ۶۵ است. میانگین آن‌ها کدام است؟

۱) ۲
۲) ۲٫۵
۳) ۰٫۲۵
۴) ۰٫۵

–قلم چی–۱۳۹۶–متوسط

۷۹. یک جامعه با اندازه‌ی ۱۲ و واریانس ۱۲٫۶، با جامعه‌ی دیگری به اندازه‌ی ۲۴ و واریانس ۷٫۲، تشکیل جامعه‌ی جدیدی داده اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعه‌ی جدید، کدام است؟

۱) ۲٫۹
۲) ۳
۳) ۳٫۱
۴) ۳٫۲

–سراسری–۱۳۹۶–سخت

تاریخ :	وقت : دقیقه	
نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۷۹	
موضوع 1.آمار و مدل سازی		گروه مشاوره خاکسار

۱.**گزینه ۱** در ابتدا میانگین امتیازات دو نفر را بدست می‌آوریم.

$$\bar{x}_۱=\frac{۷+۹+۸+۹+۷}{۵}=۸\ ,\ \bar{x}_۲=\frac{۱۰+۸+۶+۷+۹}{۵}=۸$$

حال که میانگین‌ها برابر است دقت کاری نفری بیشتر است که ضریب تغییراتش کمتر باشد.

$$\sigma_۱^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲=\frac{(۷-۸)^۲+(۹-۸)^۲+(۸-۸)^۲+(۹-۸)^۲+(۷-۸)^۲}{۵}=\frac{۴}{۵}$$

$$\sigma_۲^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲=\frac{(۱۰-۸)^۲+(۸-۸)^۲+(۶-۸)^۲+(۷-۸)^۲+(۹-۸)^۲}{۵}=\frac{۱۰}{۵}$$

چون میانگین‌ها برابر هستند بنابراین ضریب تغییرات نسبت مستقیم با واریانس دارد پس دقت نفر اول بیشتر است.

$$\sigma_۱^۲<\sigma_۲^۲\Rightarrow CV_۱<CV_۲$$

۲.**گزینه ۱** داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$\underbrace{۹,۱۱,۱۱,۱۲,۱۴}, \underbrace{۱۴}_{\text{میانه}}, \underbrace{۱۵,۱۵,۱۶,۱۷,۱۸}\rightarrow$$ ۱۶=چارک سوم و ۱۱= چارک اول

داده‌های داخل جعبه عبارتند از: ۱۵, ۱۵, ۱۴, ۱۴, ۱۲ ، می‌توانیم برای راحتی کار از همه داده‌ها ۱۱ واحد کم کنیم (انحراف معیار تغییر نمی‌کند) و داده‌های جدید عبارتند از: ۴, ۴, ۳, ۳, ۱.

$$\bar{x}=\frac{۱+۳+۳+۴+۴}{۵}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲=\frac{۱}{۵}\left((۱-۳)^۲+(۳-۳)^۲+(۳-۳)^۲+(۴-۳)^۲+(۴-۳)^۲\right)$$

$$=\frac{۶}{۵}=۱٫۲\Rightarrow\sigma=\sqrt{۱٫۲}\approx ۱٫۱$$

۳.**گزینه ۴** ابتدا جدول داده‌شده را با فراوانی مطلق می‌نویسیم:

مرکز دسته	۳۳	۳۷	۴۱	۴۵	۴۹
فراوانی مطلق	۷	۱۰	۱۵	۱۲	$a-۴۴$

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۴۰ واحد کم می‌کنیم بنابراین از میانگین هم ۴۰ واحد کم می‌شود.

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_ix_i\rightarrow ۱=\frac{۱}{a}((۷\times(-۷))+(۱۰\times(-۳))+(۱۵\times ۱)+(۱۲\times ۵)+((a-۴۴)\times ۹))$$

$$\rightarrow a=-۴۹-۳۰+۱۵+۶۰+۹a-۳۹۶\rightarrow ۸a=۴۰۰\rightarrow a=۵۰$$

دسته‌ی $[۳۹,۴۳)$ دسته‌ای است که مرکزش ۴۱ است.

$$d_i=\frac{۳۶۰}{N}\times F_i=\frac{۳۶۰}{۵۰}\times ۱۵=۱۰۸^\circ$$

۴.**گزینه ۱** مراکز دسته‌ها به‌ترتیب ۲۷, ۲۳, ۱۹, ۱۵, ۱۱ می‌باشد.

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۹ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x}-۱۹=\frac{۱}{۱۵+x}((۳\times(-۸))+(۴\times(-۴))+(۷\times ۰)+(x\times ۴)+(۱\times ۸))$$

$$\rightarrow -۰/۶=\frac{۱}{۱۵+x}(-۲۴-۱۶+۴x+۸)\rightarrow -۰/۶=\frac{۴x-۳۲}{x+۱۵}$$

$$\rightarrow -۰/۶x-۹=۴x-۳۲\rightarrow ۴/۶x=۲۳\rightarrow x=۵$$

$$d_i=\frac{۳۶۰}{N}\times F_i=\frac{۳۶۰}{۱۵+۵}\times ۵=۹۰^{\circ}$$

۵.گزینه ۲

$$C=\frac{R}{n}\Rightarrow C=\frac{۵۲-۳۱}{۷}=\frac{۲۱}{۷}=۳$$

طول دسته‌ها ۳ می‌باشد بنابراین می‌توان کران پایین دسته‌ی وسط یعنی دسته‌ی چهارم را پیدا کرد .

کران پایین دسته‌ی چهارم $=Min+۳C=۳۱+۹=۴۰$

پس دسته‌ی وسط $[۴۰,۴۳)$ است می‌دانیم مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است بنابراین می‌توان درصد داده‌هایی که در این بازه قرار می‌گیرند را بدست آورد.

$$۳۷+x+۴۸=۱۰۰\Rightarrow x=۱۵$$

بنابراین ۱۵ درصد کل داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرند یعنی: $\frac{۱۵}{۱۰۰}\times ۸۰=۱۲$.

۶.گزینه ۲

داده‌ها با یک رقم اعشار نشان داده شده‌اند یعنی $\boxed{۹\ \ ۴}$ عدد ۹/۴ است. برای راحتی در محاسبات به این صورت عمل می‌کنیم:
در سطر اول ۸ داده داریم که قسمت صحیح آن‌ها ۸ است پس مجموعشان ۶۴ می‌شود و مجموع قسمت‌های اعشاری در سطر اول برابر ۲/۳ می‌باشد.
در سطر دوم ۸ داده داریم که قسمت صحیح آن‌ها ۹ است پس مجموعشان ۷۲ می‌شود و مجموع قسمت‌های اعشاری در سطر دوم برابر ۲/۳ می‌باشد.
در سطر سوم ۴ داده داریم که قسمت صحیح آن‌ها ۱۰ است پس مجموعشان ۴۰ می‌شود و مجموع قسمت‌های اعشاری در سطر سوم برابر ۰/۶ می‌باشد.

$$\bar{x}=\frac{(۸\times ۸)+۲/۳+(۸\times ۹)+۲/۳+(۴\times ۱۰)+۰/۶}{۲۰}=\frac{۱۸۱/۲}{۲۰}=۹/۰۶$$

۷.گزینه ۴

$$\bar{x}=۱۵\ \Rightarrow\ \frac{x_۱+x_۲+\cdots+x_۸}{۸}=۱۵\ \Rightarrow\ x_۱+x_۲+\cdots+x_۸=۱۲۰$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲=۴\ \Rightarrow\ \frac{۱}{۸}\left((x_۱-۱۵)^۲+(x_۲-۱۵)^۲+\cdots+(x_۸-۱۵)^۲\right)=۴$$
$$\Rightarrow (x_۱-۱۵)^۲+(x_۲-۱۵)^۲+\cdots+(x_۸-۱۵)^۲=۳۲$$

چون میانگین دو عدد ۱۲ و ۱۸ برابر ۱۵ است پس در ده داده‌ی حاصل میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^۲_{\text{جدید}}=\frac{۱}{۱۰}(\underbrace{(x_۱-۱۵)^۲+(x_۲-۱۵)^۲+\cdots+(x_۸-۱۵)^۲}_{۳۲}+(۱۲-۱۵)^۲+(۱۸-۱۵)^۲)$$
$$=\frac{۱}{۱۰}(۳۲+۹+۹)=\frac{۵۰}{۱۰}=۵$$

۸.گزینه ۴ تعداد کل دانش‌آموزان که وزن کشی شده‌اند برابر است با:

مجموع فراوانی ها $=۸+۹+۱۲+۱۵+۶+۵=۵۵$

با توجه به این که نسبت تعداد دانش‌آموزان با وزن کم‌تر از ۵۰ مورد نظر است. بنابراین داریم:

$$\text{فراوانی وزن کم‌تر از ۵۰} = ۸+۹+۱۲+۱۵ = ۴۴$$

در نتیجه درصد این دانش‌آموزان برابر است با:

$$\text{درصد فراوانی نسبی وزن کم‌تر از ۵۰} = \frac{\text{فراوانی وزن کم‌تر از ۵۰}}{\text{مجموع فراوانی‌ها}} \times ۱۰۰ = \frac{۴۴}{۵۵} \times ۱۰۰ = ۸۰$$

۹. **گزینه ۱** وقتی از داده‌ها ۴۴ واحد کم می‌کنیم از میانگین نیز ۴۴ واحد کم می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{n} F_i x_i \to \bar{x} - ۴۴ = \frac{۱}{۲۰}((۴\times(-۳)) + (۷\times(-۱)) + (۵\times ۱) + (۳\times ۳) + (۱\times ۵))$$

$$\to \bar{x} - ۴۴ = ۰ \to \bar{x} = ۴۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{n} F_i (x_i - \bar{x})^۲ \to \sigma^۲ = \frac{۱}{۲۰}(۴(-۳)^۲ + ۷(-۱)^۲ + ۵(۱)^۲ + ۳(۳)^۲ + ۱(۵)^۲)$$

$$= \frac{۱}{۲۰}(۳۶+۷+۵+۲۷+۲۵) = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵ \to \sigma = \sqrt{۵}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۵}}{۴۴} \sim \frac{۲/۲}{۴۴} = ۰/۰۵$$

۱۰. **گزینه ۴**

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_{۲۱} + ۱۰ + ۱۵ + ۴۵ + ۵۰}{۲۵} = ۳۰$$

$$\Rightarrow x_۱ + x_۲ + \cdots + x_{۲۱} + ۱۲۰ = ۷۵۰ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \cdots + x_{۲۱} = ۶۳۰$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_{۲۱}}{۲۱} = \frac{۶۳۰}{۲۱} = ۳۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{۲۵}(x_i - \bar{x})^۲ \Rightarrow ۶۴ = \frac{۱}{۲۵}\sum_{i=۱}^{۲۵}(x_i - \bar{x})^۲ \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۲۵}(x_i - \bar{x})^۲ = ۱۶۰۰$$

اما مجموع مربعات انحراف از میانگین ۴ داده‌ی ناجور برابر است با:

$$(۱۰-۳۰)^۲ + (۱۵-۳۰)^۲ + (۴۵-۳۰)^۲ + (۵۰-۳۰)^۲ = ۱۲۵۰$$

$$\text{بنابراین}: ۱۲۵۰ + \sum_{i=۱}^{۲۱}(x_i - \bar{x})^{۲۱} = ۱۶۰۰ \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۲۱}(x_i - \bar{x})^۲ = ۳۵۰$$

حال به راحتی می‌توانیم واریانس ۲۱ داده‌ی باقی‌مانده را حساب کنیم.

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{۲۱}(x_i - \bar{x})^۲}{N} = \frac{۳۵۰}{۲۱} = ۱۶/۶۶$$

۱۱. **گزینه ۲**

در رسم نمودار چند بر فراوانی، مرکز دسته به عنوان مولفه‌ی اول و فراوانی مطلق دسته به عنوان مولفه‌ی دوم در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{مرکز دسته} = \frac{۳۲+۳۷}{۲} = ۳۴/۵ \quad \text{و} \quad \text{فراوانی مطلق} = ۷۱ - ۶۳ = ۸$$

پس نقطه‌ی $(۳۴/۵, ۸)$ در رسم نمودار چند بر فراوانی به کار می‌رود.

۱۲.گزینه ۴

ابتدا داده‌ها را مرتب شده می‌نویسیم.

$$۲۱, ۲۲, ۲۴, ۲۷, ۳۳, ۳۳, ۳۵, ۳۶, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۹$$

$$Q_۱ = \frac{۲۴ + ۲۷}{۲} = ۲۵/۵ \quad , \quad Q_۳ = \frac{۴۰ + ۴۱}{۲} = ۴۰/۵$$

حال، میانگین داده‌های بین ۲۵/۵ و ۴۰/۵ را بدست می‌آوریم.

$$\bar{x} = \frac{۲۷ + ۳۳ + ۳۳ + ۳۵ + ۳۶ + ۴۰}{۶} = \frac{۲۰۴}{۶} = ۳۴$$

۱۳.گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{۲۱ + ۲۱ + ۲۵ + ۳۲ + ۳۳ + ۳۴ + ۳۷ + ۳۸ + ۴۱ + ۴۶}{۱۰} = \frac{۳۲۸}{۱۰} = ۳۲/۸$$

حال، کافی است که میانگین را نصف کرده و سپس دو واحد از آن کم کنیم.

$$\frac{۳۲/۸}{۲} - ۲ = ۱۶/۴ - ۲ = ۱۴/۴$$

۱۴.گزینه ۳ ابتدا مرکز دسته و فراوانی مطلق هر دسته را به دست می‌آوریم و می‌دانیم اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iام و $(i+۱)$ام، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+۱)$ام را می‌دهد.

مرکز دسته	۲/۵	۵/۵	۸/۵	۱۱/۵	۱۴/۵
فراوانی	۴	۴	۲	۴	۲

$$\bar{x} = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N} F_i x_i \rightarrow \bar{x} = \frac{۱}{۱۶}((۴ \times ۲/۵) + (۴ \times ۵/۵) + (۲ \times ۸/۵) + (۴ \times ۱۱/۵) + (۲ \times ۱۴/۵))$$

$$= \frac{۱۰ + ۲۲ + ۱۷ + ۴۶ + ۲۹}{۱۶} = \frac{۱۲۴}{۱۶} = ۷/۷۵$$

۱۵.گزینه ۲ اگر x_i طول ضلع مربع باشد در این صورت $\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲ = ۲۴۰$ و $\bar{x} = ۴$ است.

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ = \left(\frac{۲۴۰}{۱۰}\right) - (۴)^۲ = ۲۴ - ۱۶ = ۸ \Rightarrow \sigma = ۲\sqrt{۲}$$

۱۶.گزینه ۴

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow ۱۵/۵ = \frac{۱}{۱۲}\sum_{i=۱}^{۱۲}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۱۲}(x_i - \bar{x})^۲ = ۱۸۶$$

اگر ۴ داده‌ی جدید مساوی با میانگین به داده‌ها اضافه کنیم، $\sum_{i=۱}^{۱۶}(x_i - \bar{x})^۲$ همان ۱۸۶ است و تغییر نمی‌کند چون تفاضل داده‌های جدید از میانگین برابر صفر است.

واریانس ۱۶ داده‌ی جدید عبارت است از:

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱}{۱۶}\sum_{i=۱}^{۱۶}(x_i - \bar{x})^۲ = \frac{۱}{۱۶}(۱۸۶) = ۱۱/۶۲۵$$

۱۷.گزینه ۳

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ \rightarrow ۱۶ = \frac{۸۰۰}{۱۰} - (\bar{x})^۲ \rightarrow \bar{x}^۲ = ۶۴ \rightarrow \bar{x} = ۸$$

$$\Rightarrow \frac{x_۱ + \cdots + x_{۱۰}}{۱۰} = ۸ \Rightarrow x_۱ + \cdots + x_{۱۰} = ۸۰$$

۱۸.گزینه ۴ در یازده داده‌ی نمودار ساقه و برگ، داده‌ی ششم یعنی ۴۲، میانه است و داده‌های بیشتر از میانه عبارتند از:

$$۴۳, ۴۳, ۵۱, ۵۱, ۵۲$$

$$\bar{x} = \frac{۴۳ + ۴۳ + ۵۱ + ۵۱ + ۵۲}{۵} = \frac{۲۴۰}{۵} = ۴۸$$

$$\sigma^{۲} = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \overline{x})^{۲}$$

$$\sigma^{۲} = \frac{۱}{۵}((۴۳-۴۸)^{۲} + (۴۳-۴۸)^{۲} + (۵۱-۴۸)^{۲} + (۵۱-۴۸)^{۲} + (۵۲-۴۸)^{۲})$$

$$= \frac{۱}{۵}(۵۰+۱۸+۱۶) = \frac{۸۴}{۵} = ۱۶/۸$$

۱۹.گزینه ۳

$a=۳+E \Rightarrow S=a^{۲}=(۳+E)^{۲}=۹+۶E+\cancel{E^{۲}} \Rightarrow \text{خطای مساحت}=۶E \xrightarrow{E\leq \frac{۱}{۲}} \text{خطای مساحت} \leq ۳$

۲۰.گزینه ۳ رنگ چشم، متغیر کیفی اسمی و هزینه‌ی تولید، متغیر کمی پیوسته هستند.

۲۱.گزینه ۳ در ۳۱ داده، داده‌ی شانزدهم میانه است. سپس در ۱۵ داده‌ی اول داده‌ی هشتم چارک اول بوده و در ۱۵ داده‌ی دوم نیز داده‌ی هشتمی چارک سوم است، پس در هر دنباله ۷ داده داریم و رو و درون جعبه هم ۱۷ داده هست.

$\text{میانگین ۷ داده}=۱۷ \rightarrow \text{مجموع ۷ داده}=۷\times۱۷=۱۱۹$

$\text{میانگین ۷ داده}=۲۶ \rightarrow \text{مجموع ۷ داده}=۷\times۲۶=۱۸۲$

$\text{میانگین ۱۷ داده}=۲۰ \rightarrow \text{مجموع ۱۷ داده}=۱۷\times۲۰=۳۴۰$

$\text{میانگین کل داده‌ها}=\dfrac{۱۱۹+۱۸۲+۳۴۰}{۳۱}=\dfrac{۶۴۱}{۳۱}=۲۰/۶۸$

۲۲.گزینه ۲

$$\bar{x}=\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}=\frac{۲۴}{۴}=۶$$

$$\sigma^{۲}=\frac{\sum_{i=۱}^{N}x_i^{۲}}{N}-(\bar{x})^{۲}=\frac{۲۰۰}{۴}-(۶)^{۲}=۵۰-۳۶=۱۴$$

۲۳.گزینه ۲

$$\sigma^{۲}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(xi-\bar{x})^{۲} \rightarrow \sigma_۱^{۲}=\frac{۱}{۸}\sum_{i=۱}^{۸}(xi-۱۲)^{۲}=۱۳ \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۸}(xi-۱۲)^{۲}=۱۳\times۸=۱۰۴$$

با اضافه کردن داده‌های ۱۱، ۱۱ و ۱۴ میانگین تغییری نمی‌کند زیرا $۱۲=\dfrac{۱۱+۱۱+۱۴}{۳}=\bar{x}$ است.

بنابراین واریانس جدید برابر است با:

$$\sigma_۲^{۲}=\frac{۱}{۱۱}\sum_{i=۱}^{۱۱}(xi-۱۲)^{۲}=\frac{۱}{۱۱}\left(\sum_{i=۱}^{۸}(xi-۱۲)^{۲}+(۱۱-۱۲)^{۲}+(۱۱-۱۲)^{۲}+(۱۴-۱۲)^{۲}\right)=\frac{۱۰۴+۲+۴}{۱۱}=۱۰$$

۲۴.گزینه ۳

$$۱۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹ \rightarrow Q_۱=\frac{۲+۳}{۲}=۲/۵ \quad , \quad Q_۳=\frac{۷+۸}{۲}=۷/۵$$

بنابراین باید واریانس داده های ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ را بدست آوریم.

$$\bar{x}=\frac{۳+۴+۵+۶+۷}{۵}=\frac{۲۵}{۵}=۵$$

$$\sigma^{۲}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(xi-\overline{x})^{۲}=\frac{۱}{۵}((۳-۵)^{۲}+(۴-۵)^{۲}+(۵-۵)^{۲}+(۶-۵)^{۲}+(۷-۵)^{۲})$$

$$=\frac{۱}{۵}(۴+۱+۰+۱+۴)=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

۲۵.گزینه ۳ چارک اول، میانگین داده‌های ششم و هفتم و چارک سوم، میانگین داده‌های هجدهم و نوزدهم است بنابراین در هر طرف جعبه ۶ داده و ۱۲ داده در داخل جعبه قرار دارند.

اگر میانگین داده‌های دو طرف جعبه و داخل جعبه، α باشد در این صورت میانگین کل داده‌ها نیز α خواهد بود.

$$\sigma^{۲}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^{۲}\rightarrow\begin{cases}\sigma_{۱}^{۲}=\frac{۱}{۶}\sum\limits_{i=۱}^{۶}(x_i-\alpha)^{۲}=۲\rightarrow\sum\limits_{i=۱}^{۶}(x_i-\alpha)^{۲}=۱۲\\ \sigma_{۲}^{۲}=\frac{۱}{۱۲}\sum\limits_{i=۷}^{۱۸}(x_i-\alpha)^{۲}=a\rightarrow\sum\limits_{i=۷}^{۱۸}(x_i-\alpha)^{۲}=۱۲a\\ \sigma_{۳}^{۲}=\frac{۱}{۶}\sum\limits_{i=۱۹}^{۲۴}(x_i-\alpha)^{۲}=۴\rightarrow\sum\limits_{i=۱۹}^{۲۴}(x_i-\alpha)^{۲}=۲۴\end{cases}$$

$$\sigma_{\text{کل}}^{۲}=\frac{۱}{۲۴}(۱۲+۱۲a+۲۴)=\frac{۳۶+۱۲a}{۲۴}=۵\Rightarrow\frac{۱۲(۳+a)}{۲۴}=۵\rightarrow\frac{۳+a}{۲}=۵\rightarrow۳+a=۱۰\rightarrow a=۷$$

۲۶.گزینه ۴ در یازده داده‌ی نمودار، داده‌ی نهم یعنی ۴۶ چارک سوم است و ۲۵ چون بیشترین فراوانی را دارد مد می‌باشد. پس داده های بیش‌تر از مد و کم‌تر از چارک سوم عبارتند از: $۳۶,۳۸,۳۸,۴۴$

$$\bar{x}=\frac{۳۶+۳۸+۳۸+۴۴}{۴}=\frac{۱۵۶}{۴}=۳۹$$

میزان پراکندگی به ازای یک واحد از میانگین یعنی همان ضریب تغییرات داده‌ها، بنابراین ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^{۲}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^{۲}=\frac{۱}{۴}((۳۶-۳۹)^{۲}+(۳۸-۳۹)^{۲}+(۳۸-۳۹)^{۲}+(۴۴-۳۹)^{۲})$$

$$=\frac{۹+۱+۱+۲۵}{۴}=\frac{۳۶}{۴}=۹\Rightarrow\sigma=۳\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{x}=\frac{۳}{۳۹}=\frac{۱}{۱۳}$$

۲۷.گزینه ۳ اگر کران پایین، کران بالا و مرکز دسته‌ی iام را به ترتیب با a_i , b_i , x_i و طول دسته را با C نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$\begin{cases}x_{۸}=a_{۸}+\frac{C}{۲}=۳۳\\ a_{۸}=a_{۲}+۶C\end{cases}\xrightarrow{a_{۲}=۷}۷+\frac{۱۳C}{۲}=۳۳\rightarrow\frac{۱۳C}{۲}=۲۶\rightarrow C=۴$$

$$\begin{cases}b_{۱۲}=a_{۱۲}+C\\ a_{۱۲}=a_{۲}+۱۰C\end{cases}\rightarrow b_{۱۲}=a_{۲}+۱۱C=۷+(۱۱\times۴)=۵۱$$

۲۸.گزینه ۲ می‌دانیم سطح زیر نمودار چندبر فراوانی برابر است با:

$S=$ طول دسته × مجموع فراوانی‌ها

$S=(۳+۵+x+y)(۲)=۳۲\;\Rightarrow\;x+y=۸$ (*)

(دقت کنید که تفاضل هر دو مرکز دسته‌ی متوالی برابر طول دسته است.) از طرفی فراوانی دسته‌ی آخر، ۳ برابر فراوانی دسته‌ی سوم است، بنابراین:

$$y=۳x \xrightarrow{(*)} ۴x=۸ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow y=۳\times ۲=۶$$

حدود دسته	$[۲,۴)$	$[۴,۶)$	$[۶,۸)$	$[۸,۱۰]$
مرکز دسته	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۳	۵	۲	۶

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i x_i$$

$$\bar{x}=\frac{۱}{۱۶}((۳\times ۳)+(۵\times ۵)+(۲\times ۷)+(۶\times ۹))=\frac{۱۰۲}{۱۶}=\frac{۵۱}{۸}=۶\frac{۳}{۸}$$

۲۹.گزینه ۴

$$d_i=\frac{۳۶۰}{N}\times F_i \Rightarrow ۱۰۸=\frac{۳۶۰}{N}\times F_i \Rightarrow \frac{F_i}{N}=\frac{۱۰۸}{۳۶۰} \rightarrow \text{فراوانی نسبی دسته‌ی iام}=۰/۳$$

$$\frac{\text{مساحت مستطیل مربوط به دسته‌ی iاُم}}{\text{مساحت کل مستطیل‌ها}}=\frac{x}{۵۰}=۰/۳ \rightarrow x=۱۵$$

۳۰.گزینه ۲

$$S=\pi R^۲=\pi(۲+E)^۲=\pi(۴+۴E+E^۲)\approx ۴\pi+۴\pi E$$

$$۴\pi E\leq \frac{\pi}{۲} \Rightarrow E\leq \frac{۱}{۸} \Rightarrow E_{Max}=۰/۱۲۵$$

۳۱.گزینه ۲ اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iام و $(i+۱)$ام، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+۱)$ام را می‌دهد بنابراین فراوانی مطلق دسته‌های دوم و سوم به ترتیب برابر $x+۱$ و $x-۳$ است.

$$d_i=\frac{۳۶۰}{N}F_i \rightarrow ۶۰=\frac{۳۶۰}{۶۰}\times F_۲ \rightarrow F_۲=۱۰$$

پس $x+۱=۱۰$ و در نتیجه $x=۹$ است. بنابراین فراوانی مطلق دسته‌ی سوم برابر است با $x-۳=۶$ و زاویه‌ی متناظر با آن در نمودار دایره‌ای برابر است با:

$$d_i=\frac{۳۶۰}{N}Fi \rightarrow d_۳=\frac{۳۶۰}{۶۰}\times ۶=۳۶^\circ$$

۳۲.گزینه ۱

$$\overline{x}=۴۰=\frac{x_۱+\cdots+x_{۱۰}}{۱۰} \Rightarrow x_۱+\cdots+x_{۱۰}=۴۰۰$$

$$\bar{x}'=\frac{(x_۱+۱)+\cdots+(x_{۱۰}+۱۰)}{۱۰}=\frac{۴۰۰+(۱+۲+\cdots+۱۰)}{۱۰}=\frac{۴۰۰+\frac{۱۰(۱۱)}{۲}}{۱۰}=\frac{۴۰۰+۵۵}{۱۰}=\frac{۴۵۵}{۱۰}=۴۵/۵$$

توجه کنید که $\frac{n(n+۱)}{۲}=۱+۲+۳+\cdots+n$ می‌باشد.

۳۳.گزینه ۲ مساحت زیرنمودار چندبر فراوانی با مساحت زیرنمودار مستطیلی برابر است و در نمودار مستطیلی باتوجه به این که طول دسته ۵ می‌باشد. پس:

$$\text{مساحت مستطیل‌ها}=N\cdot C \rightarrow ۵N=۱۰۰ \rightarrow N=۲۰$$

پس تعداد کل داده‌ها ۲۰ می‌باشد. از طرفی در نمودار چندبر فراوانی دو نقطه با فراوانی صفر قبل از مرکز دسته‌ی اول و بعد از دسته‌ی آخر در نظر می‌گیریم یعنی پنجمین نقطه همان مختصات دسته‌ی وسط را مطرح کرده و منظور از $(۲۵,۸)$ آن است که فراوانی دسته‌ی وسط برابر ۸ است. داریم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته‌ی وسط}=\frac{\overset{\text{فراوانی مطلق}}{\overset{\uparrow}{۸}}}{\underset{\text{تعداد کل داده ها}}{\underset{\downarrow}{۲۰}}}\times ۱۰۰=۴۰$$

۳۴.گزینه ۴ باتوجه به رابطه‌ی $\sigma^{۲} = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^{۲}}{N} - (\bar{x})^{۲}$ در هر گروه از داده‌ها، مجموع مربعات داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۱^{۲} = \frac{\sum_{i=۱}^{i=۱۰} (a_i)^{۲}}{۱۰} - ۵^{۲} \Rightarrow \sum_{i=۱}^{i=۱۰} (a_i)^{۲} = ۲۶۰ \\ ۲^{۲} = \frac{\sum_{i=۱}^{i=۱۰} (b_i)^{۲}}{۱۰} - ۶^{۲} \Rightarrow \sum_{i=۱}^{i=۱۰} (b_i)^{۲} = ۴۰۰ \end{cases}$$

حال مجموع مربعات ۲۰ داده و میانگین آن‌ها را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sum_{i=۱}^{۲۰} (x_i)^{۲} = ۲۶۰ + ۴۰۰ = ۶۶۰ \\ \bar{x} = \frac{۱۰ \times ۵ + ۱۰ \times ۶}{۲۰} = \frac{۵+۶}{۲} = \frac{۱۱}{۲} \end{cases}$$

پس داریم:

$$\sigma^{۲} = \frac{۶۶۰}{۲۰} - (\frac{۱۱}{۲})^{۲} = ۳۳ - ۳۰/۲۵ = ۲/۷۵$$

۳۵.گزینه ۱ باتوجه به این که فراوانی تجمعی نسبی، صعودی است پس $۰/۷ \leq x \leq ۱$. همچنین فراوانی نسبی هر دسته از تفاضل فراوانی تجمعی نسبی آن دسته و فراوانی تجمعی نسبی دسته‌ی قبل به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \text{فراوانی نسبی دسته‌ی چهارم} = x - ۰/۷ \Rightarrow ۰ \leq x - ۰/۷ \leq ۰/۳ \\ \text{فراوانی نسبی دسته‌ی چهارم} = \frac{\text{فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \Rightarrow x - ۰/۷ = \frac{۳۰}{N} \rightarrow ۰ \leq \frac{۳۰}{N} \leq ۰/۳ \\ \rightarrow \frac{۳۰}{N} \leq \frac{۳}{۱۰} \rightarrow \frac{۳۰}{N} \leq \frac{۳۰}{۱۰۰} \rightarrow N \geq ۱۰۰ \end{cases}$$

تعداد کل داده‌ها بزرگتر یا مساوی ۱۰۰ است.

۳۶.گزینه ۱ اگر C طول دسته‌ها باشد، آنگاه:

$$\text{مرکز دسته‌ی هفتم} = \text{حد پایین دسته‌ی چهارم} + ۳/۵C \rightarrow ۳۹/۵ = ۱۵ + ۳/۵C \rightarrow ۳/۵C = ۲۴/۵ \rightarrow C = \frac{۲۴/۵}{۳/۵} = ۷$$

باتوجه به تعداد دسته‌ها، داریم:

$$C = \frac{R}{n} \rightarrow R = nC = ۹ \times ۷ = ۶۳$$

۳۷.گزینه ۳ فراوانی کل داده‌ها برابر است با $۲۰ = ۳ + ۱۷$ (فراوانی تجمعی داده‌ی ۴ به اضافه‌ی فراوانی مطلق داده‌ی ۵)

بنابراین داریم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده ها}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد فراوانی نسبی داده‌ی ۴} = \frac{x}{۲۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۵x = ۲۰ \Rightarrow x = ۴$$

باتوجه به آن که فراوانی کل داده‌ها برابر $۱۱ + x + y$ می‌باشد، داریم:

$$۱۱ + ۴ + y = ۲۰ \Rightarrow y = ۵$$

۳۸.گزینه ۲

مراکز دسته‌ها به ترتیب برابر ۱ و ۳ و ۵ و ۷ می‌باشد.

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i x_i=\frac{(۱\times ۲)+۳(n+۳)+(۵\times ۴)+۷(n-۱)}{۲+(n+۳)+۴+(n-۱)}\Rightarrow \bar{x}=\frac{۱۰n+۲۴}{۲n+۸}=\frac{۵n+۱۲}{n+۴}$$

$$۴\leq \bar{x}<۶\Rightarrow ۴\leq \frac{۵n+۱۲}{n+۴}<۶\xrightarrow{\times(n+۴)}۴n+۱۶\leq ۵n+۱۲<۶n+۲۴$$

$$\begin{cases}۴n+۱۶\leq ۵n+۱۲\rightarrow n\geq ۴\\ ۵n+۱۲<۶n+۲۴\rightarrow n>-۱۲\quad :\text{همواره برقرار است}\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}n\geq ۴$$

بنابراین حداقل مقدار طبیعی n برابر ۴ می‌باشد.

۳۹.گزینه ۱ از داده‌ها ۴۴ واحد کم شده است بنابراین میانگین این داده‌ها را حساب کرده و سپس ۴۴ واحد به آن اضافه می‌کنیم.

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i x_i\rightarrow \bar{x}=\frac{۱}{۲۰}((۴\times(-۳))+(۷\times(-۱))+(۵\times ۱)+(۳\times ۳)+(۱\times ۵))$$

$$\rightarrow \bar{x}=\frac{۱}{۲۰}(-۱۲-۷+۵+۹+۵)=۰\rightarrow \bar{x}_{\text{اولیه}}=۴۴$$

وقتی از داده‌ها ۴۴ واحد کم شود واریانس و انحراف معیار تغییری نمی‌کنند بنابراین واریانس را با همان میانگین صفر حساب می‌کنیم.

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i(x_i-\bar{x})^۲=\frac{۱}{۲۰}(۴(-۳-۰)^۲+۷(-۱-۰)^۲+۵(۱-۰)^۲+۳(۳-۰)^۲+۱(۵-۰)^۲)$$

$$=\frac{۱}{۲۰}(۳۶+۷+۵+۲۷+۲۵)=\frac{۱}{۲۰}(۱۰۰)=۵\rightarrow \sigma=\sqrt{۵}\rightarrow \sigma_{\text{اولیه}}=\sqrt{۵}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{۵}}{۴۴}\simeq\frac{۲/۲}{۴۴}=۰/۰۵$$

۴۰.گزینه ۲

ابتدا مرکز دسته‌ها را پیدا می‌کنیم.

مرکز دسته‌ها	۱۹	۲۱	۲۳	۲۵	۲۷
فراوانی مطلق	۷	۱۱	۱۵	۱۲	۹

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۲۳ واحد کم می‌کنیم:

$$\bar{x}-۲۳=\frac{۱}{۵۴}((-۴\times ۷)+(-۲\times ۱۱)+(۰\times ۱۵)+(۲\times ۱۲)+(۴\times ۹))\rightarrow \bar{x}-۲۳=\frac{۱}{۵۴}(-۲۸-۲۲+۲۴+۳۶)$$

$$\rightarrow \bar{x}-۲۳=\frac{۱۰}{۵۴}=\frac{۵}{۲۷}\rightarrow \bar{x}=۲۳+\frac{۵}{۲۷}=\frac{۶۲۶}{۲۷}=۲۳/۱۸$$

۴۱.گزینه ۳ چون انحراف معیار برابر ۳ است پس واریانس ۹ می‌باشد.

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲\rightarrow ۹=\frac{۱}{۱۸}\sum_{i=۱}^{۱۸}(x_i-۲۵)^۲\rightarrow \sum_{i=۱}^{۱۸}(x_i-۲۵)^۲=۹\times ۱۸=۱۶۲$$

میانگین ۳ داده‌ی جدید اضافه شده ۲۵ است $(۲۵=\frac{۷۵}{۳}=\frac{۲۸+۲۷+۲۰}{۳})$ یعنی در ۲۱ داده‌ی جدید میانگین همان ۲۵ است و تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{۲۱}(x_i-\bar{x})^۲$$

$$\rightarrow \sigma^۲=\frac{۱}{۲۱}\left(\sum_{i=۱}^{۱۸}(x_i-۲۵)^۲+(۲۰-۲۵)^۲+(۲۷-۲۵)^۲+(۲۸-۲۵)^۲\right)$$

$$\rightarrow \sigma^۲=\frac{۱}{۲۱}(۱۶۲+۲۵+۴+۹)=\frac{۲۰۰}{۲۱}=۹/۵۲$$

۴۲.گزینه ۴ مجموع فراوانی‌های نسبی N داده‌ی آماری برابر یک می‌باشد.

$$۰٫۱+۰٫۲۵+۰٫۲+\alpha=۱\rightarrow\alpha=۰٫۴۵$$

میانگین داده ها را می توان از مجموع حاصلضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز آن دسته بدست آورد.

$$\bar{x}=(۰٫۱\times ۸)+(۰٫۲۵\times ۱۲)+(۰٫۲\times ۱۶)+(۰٫۴۵\times ۲۰)=۱۶$$

$$\sigma^۲=\sum_{i=۱}^{N}f_i(x_i-\bar{x})^۲=۰٫۱(۸-۱۶)^۲+۰٫۲۵(۱۲-۱۶)^۲+۰٫۲(۱۶-۱۶)^۲+۰٫۴۵(۲۰-۱۶)^۲$$

$$=۶٫۴+۴+۰+۷٫۲=۱۷٫۶$$

توجه کنید که واریانس را برحسب فراوانی نسبی بدین گونه بدست می‌آورند.

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i(x_i-\bar{x})^۲=\frac{F_۱}{N}(x_۱-\bar{x})^۲+\frac{F_۲}{N}(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots=f_۱(x_۱-\bar{x})^۲+f_۲(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots$$

۴۳.گزینه ۲ از روی نمودار مستطیلی، جدول فراوانی به این صورت می‌باشد:

حدود دسته ها	$[۹,۱۱)$	$[۱۱,۱۳)$	$[۱۳,۱۵)$	$[۱۵,۱۷)$	$[۱۷,۱۹)$
مرکز دسته ها	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
فراوانی مطلق	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۴ واحد کم می‌کنیم:

$$\bar{x}-۱۴=\frac{۱}{۶۰}((۸\times(-۴))+(۱۱\times(-۲))+(۱۶\times ۰)+(۱۴\times ۲)+(۱۱\times ۴))$$

$$\rightarrow\bar{x}-۱۴=\frac{۱}{۶۰}(-۳۲-۲۲+۲۸+۴۴)\rightarrow\bar{x}-۱۴$$

$$=\frac{۱۸}{۶۰}\rightarrow\bar{x}-۱۴=۰٫۳\rightarrow\bar{x}=۱۴٫۳$$

۴۴.گزینه ۲

$$d_i=\frac{۳۶۰}{N}\times F_i\rightarrow ۹۰=\frac{۳۶۰}{۲۰}(x-۷)\rightarrow ۵=x-۷\rightarrow x=۱۲$$

باتوجه به اطلاعات داده شده می‌توانیم جدول را باتوجه به مرکز دسته و فراوانی مطلق بنویسیم.

مرکز دسته	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷
فراوانی مطلق	۴	۳	۵	۵	۳

برای راحتی در محاسبات می‌توانیم از تمام داده‌ها ۱۳ واحد کم کنیم که تأثیری روی واریانس ندارد.

$$\text{میانگین}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_ix_i=\frac{۱}{۲۰}((۴\times(-۴))+(۳\times(-۲))+(۵\times ۰)+(۵\times ۲)+(۳\times ۴))=۰$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i(x_i-\bar{x})^۲=\frac{۱}{۲۰}\left(۴(-۴-۰)^۲+۳(-۲-۰)^۲+۵(۰-۰)^۲+۵(۲-۰)^۲+۳(۴-۰)^۲\right)$$

$$=\frac{۱}{۲۰}(۶۴+۱۲+۰+۲۰+۴۸)=\frac{۱۴۴}{۲۰}=\frac{۷۲}{۱۰}=۷٫۲$$

توجه کنید که اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iام و $(i+۱)$ ام، فراوانی مطلق دسته ی$(i+۱)$ ام را می‌دهد.

۴۵.گزینه ۳

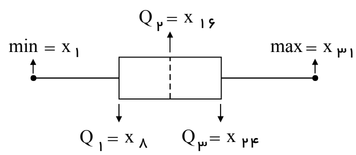
$$\text{میانگین}=\bar{x}=\frac{۹+۲(۱۱)+۲(۱۲)+۱۳+۲(۱۴)}{۸}=\frac{۹+۲۲+۲۴+۱۳+۲۸}{۸}=\frac{۹۶}{۸}=۱۲$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i(x_i-\bar{x})^۲=\frac{۱}{۸}((۹-۱۲)^۲+۲(۱۱-۱۲)^۲+۲(۱۲-۱۲)^۲+(۱۳-۱۲)^۲+۲(۱۴-۱۲)^۲)$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{۹+۲+۰+۱+۸}{۸}=\frac{۲۰}{۸}=\frac{۵}{۲}=۲٫۵\rightarrow\sigma=\sqrt{۲٫۵}\sim ۱٫۶$$

$$CV=\frac{۱٫۶}{۱۲}=\frac{۱۶}{۱۲۰}\sim ۰٫۱۳$$

۴۶.گزینه ۳



اگر **۳۱** داده‌ی آماری مرتب شده را با $x_{۱}, x_{۲}, \cdots, x_{۳۱}$ نمایش دهیم، آن‌گاه میانه‌ی داده‌ها برابر با داده‌ی شانزدهم $(x_{۱۶})$ و چارک اول برابر با میانه‌ی **۱۵** داده‌ی اول، یعنی $x_{۸}$ و چارک سوم برابر با میانه‌ی **۱۵** داده‌ی آخر، یعنی $x_{۲۴}$ می‌باشد:

بنابراین باتوجه به رابطه‌ی $\sum\limits_{i=۱}^{N} x_i = N\bar{x}$ در هر یک از سه گروه داده، داریم:

دنباله‌ی چپ : $x_{۱}, \cdots, x_{۷} \xrightarrow{N_{۱}=۷\ ,\ \bar{x}_{۱}=۱۲} x_{۱} + \cdots + x_{۷} = ۷ \times ۱۲ = ۸۴$

داخل و روی جعبه : $x_{۸}, \cdots, x_{۲۴} \xrightarrow{N_{۲}=۱۷\ ,\ \bar{x}_{۲}=۱۵} x_{۸} + \cdots + x_{۲۴} = ۱۷ \times ۱۵ = ۲۵۵$

دنباله‌ی راست : $x_{۲۵}, \cdots, x_{۳۱} \xrightarrow{N_{۳}=۷\ ,\ \bar{x}_{۳}=۲۱} x_{۲۵} + \cdots + x_{۳۱} = ۷ \times ۲۱ = ۱۴۷$

$$\bar{x} = \frac{(x_{۱} + \cdots + x_{۷}) + (x_{۸} + \cdots + x_{۲۲}) + (x_{۲۵} + \cdots + x_{۳۱})}{۳۱} = \frac{۸۴ + ۲۵۵ + ۱۴۷}{۳۱} = \frac{۴۸۶}{۳۱} \simeq ۱۵/۶۷$$

۴۷.گزینه ۳ می‌دانیم: $\boxed{(a+b)^{۳} = a^{۳} + ۳a^{۲}b + ۳ab^{۲} + b^{۳}}$

طول ضلع را $۲ + E$ در نظر می‌گیریم. (E خطای اندازه‌گیری ضلع است.)

$$\text{حجم مکعب} = (\text{طول ضلع})^{۳} \Rightarrow V = (۲ + E)^{۳}$$

$$\Rightarrow (۲+E)^{۳} = (۲)^{۳} + ۳(۲)^{۲}(E) + ۳(۲)(E)^{۲} + (E)^{۳} = ۸ + ۱۲E + ۶E^{۲} + E^{۳}$$

از جملات شامل توان دوم یا بیش‌تر E، به‌علت کوچکی صرف‌نظر می‌کنیم. بنابراین خطای حجم $۱۲E$ است.
از طرفی خطای حجم کم‌تر از یک سانتی‌متر مکعب است. پس:

$$۱۲E < ۱ \Rightarrow E < \frac{۱}{۱۲} \xrightarrow{\frac{۱}{۱۲} \simeq ۰/۰۸} E < ۰/۰۸$$

خطای ضلع کم‌تر از $۰/۰۸$ سانتی‌متر است. از طرفی می‌دانیم: ۱۰ میلی‌متر = ۱ سانتی‌متر، بنابراین حداکثر خطای ضلع $۰/۰۸ \times ۱۰ = ۰/۸$ میلی‌متر است.

۴۸.گزینه ۱

در **۲۰** داده‌ی آماری، میانه برابر با میانگین داده‌های دهم و یازدهم است:

$$\text{میانه} = \frac{x_{۱۰} + x_{۱۱}}{۲}$$

چارک اول، میانه‌ی **۱۰** داده‌ی اول است، یعنی برابر با میانگین داده‌های پنجم و ششم:

$$Q_{۱} = \frac{x_{۵} + x_{۶}}{۲}$$

و چارک سوم، میانه‌ی **۱۰** داده‌ی آخر است، یعنی برابر با میانگین داده‌های پانزدهم و شانزدهم:

$$Q_{۳} = \frac{x_{۱۵} + x_{۱۶}}{۲}$$

$$\overbrace{x_۱,\cdots x_۵}^{\text{دنباله‌ی چپ}}\underset{\downarrow\, Q_۱}{,}\; x_۶,\cdots x_{۱۰}\underset{\downarrow\, Q_۲}{,}\; x_{۱۱},\cdots x_{۱۵}\underset{\downarrow\, Q_۳}{,}\; \overbrace{x_{۱۶},\cdots x_{۲۰}}^{\text{دنباله‌ی راست}}$$

بنا به فرض،میانگین دنباله‌ی سمت چپ و دنباله‌ی سمت راست با هم برابر است،پس:

$$\frac{x_۱+\cdots x_۵}{۵}=\frac{x_{۱۶}+\cdots x_{۲۰}}{۵}\Rightarrow x_۱+\cdots x_۵=x_{۱۶}+\cdots x_{۲۰}$$

اما می‌دانیم داده‌های دنباله‌ی چپ همواره کوچک‌تر یا مساوی داده‌های دنباله‌ی راست‌اند. پس:

$$x_۱+\cdots+x_۵\leq x_{۱۶}+\cdots+x_{۲۰}$$

پس حالت تساوی تنها زمانی رخ می‌دهد که همه‌ی داده‌ها با هم برابر باشند، یعنی: $x_۱=x_۲=\cdots=x_{۱۰}=x_{۱۱}=\cdots=x_{۲۰}$

بنابراین در این داده‌ها، شاخص‌های پراکندگی از جمله انحراف معیار، برابر صفر است.

۴۹.گزینه ۳

$$\text{طول دسته}=C=۲۹-۲۶=۳\quad,\quad C\,\frac{R}{n}\rightarrow ۳=\frac{R}{n}\rightarrow R=۲۴$$

اگر داده‌ها در ۶ طبقه دسته‌بندی شوند آن‌گاه طول دسته‌ها تغییر خواهد کرد ولی اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده‌ها یعنی دامنه، تغییر نمی‌کند.

$$C_{\text{جدید}}=\frac{R}{n'}=\frac{۲۴}{۶}=۴$$

در حالت اولیه کران پایین دسته‌ی اول ۱۷ بوده است زیرا:

$$\text{کران پایین دسته‌ی چهارم}=\text{کران پایین دسته‌ی اول}+۳C$$

$$\rightarrow ۲۶=x+۳(۳)\Rightarrow ۲۶=x+۹\;\Rightarrow\; x=۲۶-۹=۱۷=\text{کران پایین دسته‌ی اول}$$

پس دسته‌بندی جدید (با طول دسته‌ی $C=۴$) به صورت زیر خواهد بود:

$$[۱۷-۲۱)\,,\,[۲۱-۲۵)\,,\,[۲۵-۲۹)\,,\,[۲۹-۳۳)\,,\,[۳۳-۳۷)\,,\,\cdots$$

مرکز دسته‌ی پنجم برابر است با:

$$\text{مرکز دسته‌ی پنجم}=\frac{۳۳+۳۷}{۲}=\frac{۷۰}{۲}=۳۵$$

۵۰.گزینه ۳

داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب‌شده داده شده‌اند.

$$\underbrace{۳,۳,۴,۶,۶,۸}_{\text{نیمه‌ی اول داده ها}},\underbrace{۸,۹,۱۱,۱۲,۱۲,۱۳}_{\text{نیمه‌ی دوم داده‌ها}}$$

و تعداد آن‌ها ۱۲ تاست. در هر سری شش داده داریم که میانه‌ی شش داده برابر با نصف مجموع دو داده‌ی وسط، یعنی داده‌ی سوم و چهارم است:

$$\text{میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها}=\text{چارک اول}=Q_۱=\frac{۴+۶}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵$$

$$\text{میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها}=\text{چارک سوم}=Q_۳=\frac{۱۱+۱۲}{۲}=\frac{۲۳}{۲}=۱۱/۵$$

طبق گفته‌ی مسأله از بین داده‌ها، اعداد کم‌تر از ۵ و بیش‌تر از ۱۱/۵ را حذف می‌کنیم که اعداد باقی‌مانده عبارتند از:

$$۶,۶,۸,۸,۹,۱۱$$

حالا ضریب تغییرات آن‌ها را می‌خواهیم. ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۲(۶)+۲(۸)+۹+۱۱}{۶}=\frac{۴۸}{۶}=۸$$

حال، واریانس و سپس انحراف معیار را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^۲=\frac{۲(۶-۸)^۲-۲(۸-۸)^۲+(۹-۸)^۲+(۱۱-۸)^۲}{۶}=\frac{۸+۰+۱+۹}{۶}=\frac{۱۸}{۶}=۳$$

$$\Rightarrow\;\text{انحراف معیار}=\sigma=\sqrt{۳}$$

$$Cv=\frac{\sigma}{x}=\frac{\sqrt{۳}}{۸}\cong\frac{۱/۷}{۸}\cong ۰/۲۱$$

۵۱.گزینه ۳ **در نمودار ساقه و برگ، تعداد کل داده‌ها برابر تعداد برگ‌هاست که در این‌جا برابر ۲۴ است.**

$x_۱, x_۲, \cdots, x_{۱۲}, x_{۱۳}, \cdots, x_{۲۴}$

نیمه‌ی اول داده‌ها شامل ۱۲ داده‌ی ابتدایی و نیمه‌ی دوم داده‌ها هم از داده‌ی ۱۳اُم تا ۲۴اُم است. میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها (چارک اول) برابر $\frac{\text{داده‌ی هفتم} + \text{داده‌ی ششم}}{۲}$ است که در این‌جا برابر $۴۶ = \frac{۴۵+۴۷}{۲}$ می‌باشد. میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها (چارک سوم) نیز برابر $\frac{\text{داده‌ی نوزدهم} + \text{داده‌ی هجدهم}}{۲}$ است که برابر $۶۳/۵ = \frac{۶۳+۶۴}{۲}$ می‌باشد. پس داده‌های ورودی جعبه یا داخل جعبه داده هایی هستند که از ۴۶ بزرگ‌تر و از ۶۳/۵ کوچک‌تر باشند:

$۴۷, ۵۰, ۵۰, ۵۱, ۵۱, ۵۳, ۵۴, ۵۶, ۵۹, ۶۱, ۶۲, ۶۳$

$$\bar{x} = \frac{۴۷ + ۲(۵۰) + ۲(۵۱) + ۵۳ + ۵۴ + ۵۶ + ۵۹ + ۶۱ + ۶۲ + ۶۳}{۱۲} \Rightarrow \bar{x} = \frac{۶۵۷}{۱۲} = ۵۴/۷۵$$

۵۲.گزینه ۴ طبق صورت سوال $CV_{\text{قدیم}} = \frac{۳}{\bar{x}} = ۱/۳۵$

داده‌های قدیم: $x_۱ \ , \ x_۲ \ , \ x_۳ \ , \ \cdots$

داده‌های جدید: $۲x_۱ + \frac{\bar{x}}{۴} \ , \ ۲x_۲ + \frac{\bar{x}}{۴} \ , \ ۲x_۳ + \frac{\bar{x}}{۴} \ , \ \cdots$

داده ها دو برابر شده‌اند بنابراین انحراف از معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و چون به داده‌ها $\frac{\bar{x}}{۴}$ اضافه شده است به میانگین نیز $\frac{\bar{x}}{۴}$ اضافه می شود ولی انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{۲۳}{۲\bar{x} + \frac{\bar{x}}{۴}} = \frac{۲۳}{\frac{۹}{۴}\bar{x}} = \frac{۸}{۹}\left(\frac{۳}{\bar{x}}\right) = \frac{۸}{۹}(۱/۳۵) = \frac{۱۰/۸}{۹} = ۱/۲$$

۵۳.گزینه ۲ اگر میانگین داده‌های $x_۱, x_۲, \cdots, x_{۲۰}$ را $\bar{x}$ فرض کنیم میانگین داده‌های $۳x_۱ - ۲, ۳x_۲ - ۲, \cdots, ۳x_{۲۰} - ۲$ برابر $۳\bar{x} - ۲$ می‌شود که طبق صورت سوال برابر $\frac{۱۳}{۴}$ است. یعنی:

$$۳\bar{x} - ۲ = \frac{۱۳}{۴} \rightarrow ۳\bar{x} = \frac{۲۱}{۴} \rightarrow \bar{x} = \frac{۷}{۴}$$

بنابراین میانگین داده‌های $۴x_۱ - ۳, ۴x_۲ - ۳, \cdots, ۴x_{۲۰} - ۳$ برابر $۴ = ۳ - (\frac{۷}{۴})۴$ است.

توجه کنید اگر تمام داده‌های آماری را در مقدار ثابتی مانند k ضرب کنیم میانگین نیز در k ضرب می‌شود و اگر از تمام داده‌های آماری مقداری ثابت را کم کنیم از میانگین نیز همان مقدار ثابت کم می‌شود.

۵۴.گزینه ۳ در هر جامعه‌ی آماری، مجموع درصدهای فراوانی نسبی برابر ۱۰۰ است. پس:

$۲۵ + ۱۸ + a + ۴۷ = ۱۰۰ \rightarrow a = ۱۰$

حال، جدول داده شده را برحسب فراوانی نسبی می‌نویسیم:

مرکز دسته‌ها	۱	۴	۷	۱۰
فراوانی نسبی	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۱	۰/۴۷

میانگین برابر است با مجموع حاصل‌ضرب مراکز دسته‌ها در فراوانی نسبی آن دسته‌ها.

$$\bar{x} = (۰/۲۵ \times ۱) + (۰/۱۸ \times ۴) + (۰/۱ \times ۷) + (۰/۴۷ \times ۱۰) = ۰/۲۵ + ۰/۷۲ + ۰/۷ + ۴/۷ = ۶/۳۷$$

۵۵.گزینه ۲

$$x_۱, x_۲, x_۳ \rightarrow \frac{x_۱ + x_۲ + x_۳}{۳} = ۶ \rightarrow x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۱۸$$

اگر داده‌ی ۲ به این ۳ داده اضافه شود میانگین این ۴ داده برابر $۵ = \frac{۲۰}{۴}$ می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = ۱/۲ CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{۵} = ۱/۲ \frac{\sigma_{\text{قدیم}}}{۶} \rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \sigma_{\text{قدیم}} \rightarrow \sigma^۲_{\text{جدید}} \rightarrow \sigma^۲_{\text{قدیم}}$$

$$\frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ + ۴}{۴} - ۲۵ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲}{۳} - ۳۶$$

با فرض $x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ = A$ داریم:

$$\frac{A + ۴}{۴} - ۲۵ = \frac{A}{۳} - ۳۶ \rightarrow \frac{A}{۳} - \frac{A + ۴}{۴} = ۱۱ \xrightarrow{\times ۱۲} ۴A - ۳A - ۱۲ = ۱۳۲$$

$$\rightarrow A = ۱۴۴ \rightarrow x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ = ۱۴۴$$

توجه کنید که واریانس از رابطه‌ی $\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - \bar{x}^۲$ نیز محاسبه می‌شود.

۵۶.گزینه ۱ می‌دانیم $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ است و توجه کنید که اگر تمام داده‌ها ۳ برابر شوند انحراف معیار و میانگین نیز ۳ برابر می‌شوند و اگر به داده‌ها ۵ واحد اضافه کنیم انحراف معیار تغییری نمی‌کند ولی به میانگین ۵ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \ , \quad CV_{\text{جدید}} = \frac{۳\sigma}{۳\bar{x}+۵}$$

پس: $\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{۳\sigma}{۳\bar{x}+۵}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{۳\bar{x}}{۳\bar{x}+۵} = \frac{۱۰۸}{۱۱۳}$

۵۷.گزینه ۳

$x =$ فراوانی مطلق دسته‌ی وسط قبل از تغییر
$N = ۸۰ =$ تعداد کل داده‌های جامعه قبل از تغییر
$a =$ تعداد داده‌های افزایش یافته در دسته‌ی وسط
$N + ۲۰ = ۱۰۰ =$ تعداد کل داده‌های جامعه بعد از تغییر

$$\xrightarrow{\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}}$$

$\frac{x}{۸۰} =$ فراوانی نسبی دسته‌ی وسط قبل از تغییر
$\frac{x+a}{۱۰۰} =$ فراوانی نسبی دسته‌ی وسط بعد از تغییر

در سوال گفته شده است که فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نکرده است و باید $\frac{a}{x}$ را پیدا کنیم

$$\frac{x}{۸۰} = \frac{x+a}{۱۰۰} \rightarrow ۱۰۰x = ۸۰x + ۸۰a \rightarrow ۲۰x = ۸۰a \rightarrow \frac{a}{x} = \frac{۲۰}{۸۰} = \frac{۱}{۴}$$

۵۸.گزینه ۴ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, \underbrace{۱۳}_{\text{میانه}}, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۲۰, ۲۱$$

چارک اول برابر $\frac{۱۰+۱۱}{۲} = ۱۰/۵$ و چارک سوم برابر $\frac{۱۷+۱۸}{۲} = ۱۷/۵$ است. بنابراین داده‌های بین ۱۰/۵ و ۱۷/۵ داخل جعبه قرار می‌گیرند. یعنی:

$$۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷, ۱۷$$

$$\bar{x} = \frac{۱۱+۱۲+۱۲+۱۳+۱۶+۱۷+۱۷}{۷} = \frac{۹۸}{۷} = ۱۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲$$

$$= \frac{۱}{۷}\left((۱۱-۱۴)^۲ + (۱۲-۱۴)^۲ + (۱۲-۱۴)^۲ + (۱۳-۱۴)^۲ + (۱۶-۱۴)^۲ + (۱۷-۱۴)^۲ + (۱۷-۱۴)^۲\right)$$

$$= \frac{۱}{۷}(۹+۴+۴+۱+۹+۹) = \frac{۴۰}{۷} \simeq ۵/۷۱$$

۵۹.گزینه ۴

$$\bar{x}=۱۱\rightarrow\frac{x_۱+x_۲+\cdots+x_۸}{۸}=۱۱\rightarrow x_۱+x_۲+\cdots+x_۸=۸۸\rightarrow\sum_{i=۱}^{۸}x_i=۸۸$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum\limits_{i=۱}^{N}x_i^۲}{N}-(\bar{x})^۲\rightarrow ۱۰=\frac{\sum\limits_{i=۱}^{۸}x_i^۲}{۸}-۱۲۱\rightarrow\frac{\sum\limits_{i=۱}^{۸}x_i^۲}{۸}=۱۳۱\rightarrow\sum_{i=۱}^{۸}x_i^۲=۱۰۴۸$$

با اضافه کردن داده‌ی جدید $x=۲$ داریم:

$$\text{مجموع داده‌ها در حالت جدید}=۸۸+۲=۹۰\rightarrow\sum_{i=۱}^{۹}x_i=۹۰$$

$$\text{مجموع مربعات داده‌ها در حالت جدید}=۱۰۴۸+۲^۲=۱۰۵۲\rightarrow\sum_{i=۱}^{۹}x_i^۲=۱۰۵۲$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum\limits_{i=۱}^{N}x_i^۲}{N}-(\bar{x})^۲\rightarrow\sigma^۲=\frac{۱۰۵۲}{۹}-(\frac{۹۰}{۹})^۲=\frac{۱۰۵۲}{۹}-۱۰۰=\frac{۱۵۲}{۹}\sim ۱۶٫۹$$

۶۰.گزینه ۳ **طول دسته را برابر C می‌گیریم.**

همان‌طور که از جدول روبرو معلوم است، کران بالای دسته‌ی یازدهم به اندازه‌ی $۴C+\frac{C}{۲}$ از مرکز دسته‌ی هفتم بیشتر است.

بنابراین:

$$\begin{array}{r|l} \text{دسته‌ی هفتم} & a_۷ \quad \overbrace{۱۳٫۵ \qquad\qquad b_۷}^{\frac{C}{۲}}\ \}\,C \\ \text{دسته‌ی هشتم} & a_۸ \qquad\qquad\qquad\quad b_۸\ \}\,C \\ \text{دسته‌ی نهم} & a_۹ \qquad\qquad\qquad\quad b_۹\ \}\,C \\ \text{دسته‌ی دهم} & a_{۱۰} \qquad\qquad\qquad\quad b_{۱۰}\ \}\,C \\ \text{دسته‌ی یازدهم} & a_{۱۱} \qquad\qquad\qquad\quad b_{۱۱}\ \}\,C \end{array}$$

$$۱۳٫۵+۴C+\frac{C}{۲}=۲۷\Rightarrow\frac{۹C}{۲}=۱۳٫۵\Rightarrow ۹C=۲۷\Rightarrow C=۳$$

۶۱.گزینه ۴ **ابتدا جدول داده شده را برحسب مرکز دسته‌ها و فراوانی مطلق می‌نویسیم. (اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iام و ($i+۱$)ام، فراوانی مطلق دسته‌ی ($i+۱$)ام را می‌دهد.)**

مرکز دسته‌ها	۲	۴	۶	۸
فراوانی مطلق	۴	۳	a	۱

طبق فرض سؤال، میانگین برابر ۵ است.

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i x_i \to ۵=\frac{۱}{a+۸}(۸+۱۲+۶a+۸)\to ۵a+۴۰=۲۸+۶a\to a=۱۲$$

اکنون جدول را بر اساس $x_i-\bar{x}$ می‌نویسیم.

$x_i-\bar{x}$	-۳	-۱	۱	۳
فراوانی مطلق	۴	۳	۱۲	۱

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i\left(x_i-\bar{x}\right)^۲ \to \sigma^۲=\frac{۱}{۲۰}\left(۴(-۳)^۲+۳(-۱)^۲+۱۲(۱)^۲+۱(۳)^۲\right)=\frac{۱}{۲۰}(۳۶+۳+۱۲+۹)$$

$$=\frac{۶۰}{۲۰}=۳\to\sigma=\sqrt{۳}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}\to CV=\frac{\sqrt{۳}}{۵}$$

۶۲.گزینه ۴ ۱۷ داده داریم بنابراین داده‌ی نهم یعنی ۴۳ میانه است.

$$\text{چارک اول} = \text{میانه‌ی ۸ داده‌ی اول} = \frac{\text{داده‌ی چهارم} + \text{داده‌ی پنجم}}{۲}=\frac{۳۶+۳۴}{۲}=۳۵$$

$$\text{چارک سوم} = \text{میانه‌ی ۸ داده‌ی دوم} = \frac{\text{داده‌ی سیزدهم} + \text{داده‌ی چهاردهم}}{۲}=\frac{۵۲+۵۱}{۲}=۵۱/۵$$

داده‌های بین چارک اول و سوم را می‌نویسیم: $۳۶,۳۹,۴۰,۴۱,۴۳,۴۵,۴۵,۴۷,۵۱$

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۴۰ واحد کم می‌کنیم. می‌دانیم اگر مقداری ثابت از تمام داده‌ها کم کنیم واریانس تغییر نمی کند.

$$-۴,-۱,۰,۱,۳,۵,۵,۷,۱۱$$

$$\bar{x}=\frac{-۴-۱+۰+۱+۳+۵+۵+۷+۱۱}{۹}=\frac{۲۷}{۹}=۳$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}\left(x_i-\bar{x}\right)^۲$$

$$=\frac{۱}{۹}\left((-۴-۳)^۲+(-۱-۳)^۲+(۰-۳)^۲+(۱-۳)^۲+(۳-۳)^۲+(۵-۳)^۲+(۵-۳)^۲+(۷-۳)^۲+(۱۱-۳)^۲\right)$$

$$=\frac{۱}{۹}(۴۹+۱۶+۹+۴+۰+۴+۱۶+۶۴)=\frac{۱۶۶}{۹}\sim ۱۸/۴۴$$

۶۳.گزینه ۱ جدول آماری را براساس فراوانی مطلق می‌نویسیم و برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۳۵ واحد کم می‌کنیم توجه کنید اگر از تمام داده‌های آماری تعدادی مقداری کم کنیم انحراف معیار تغییری نمی‌کند و در ضمن اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iاُم و $(i+۱)$اُم، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+۱)$اُم را می‌دهد.

$x-۴۵$	-۴	-۲	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۴	۷	۵	۳	۱

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i x_i=\frac{۱}{۲۰}\left(۴\times(-۴)+۷(-۲)+(۵\times ۰)+(۳\times ۲)+(۱\times ۴)\right)=-\frac{۲۰}{۲۰}=-۱$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i\left(x_i-\bar{x}\right)^۲=\frac{۱}{۲۰}\left(۴(-۴+۱)^۲+۷(-۲+۱)^۲+۵(۰+۱)^۲+۳(۲+۱)^۲+۱(۴+۱)^۲\right)$$

$$=\frac{۱}{۲۰}(۳۶+۷+۵+۲۷+۲۵)=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵\to\sigma=\sqrt{۵}$$

۶۴.گزینه ۳ ابتدا جدول داده شده را براساس فراوانی مطلق می‌نویسیم (اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iاُم و $(i+۱)$اُم، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+۱)$اُم را می‌دهد).

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی	۷	۹	۱۷	۱۱	۶

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۰ واحد کم می‌کنیم و می‌دانیم اگر از تمام داده‌ها مقداری ثابت کم کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x}-۱۰=\frac{۱}{۵۰}((۷\times(-۴))+(۹\times(-۲))+(۱۷\times ۰)+(۱۱\times ۲)+(۶\times ۴))$$

$$\to \bar{x}-۱۰=\frac{۱}{۵۰}(-۲۸-۱۸+۲۲+۲۴)\to \bar{x}-۱۰=۰\to \bar{x}=۱۰$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}Fi(xi-\bar{x})^۲=\frac{۱}{۵۰}\left(۷(۶-۱۰)^۲+۹(۸-۱۰)^۲+۱۷(۱۰-۱۰)^۲+۱۱(۱۲-۱۰)^۲+۶(۱۴-۱۰)^۲\right)$$

$$=\frac{۱}{۵۰}(۱۱۲+۳۶+۰+۴۴+۹۶)=\frac{۲۸۸}{۵۰}=۵{,}۷۶\to\sigma=۲{,}۴$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲{,}۴}{۱۰}=۰{,}۲۴$$

۶۵.گزینه ۴ پس از حذف سه داده‌ی ۱۵ و ۱۷ و ۱۹ جدول فراوانی داده‌های جدید به این صورت در می‌آید.

مزکز دسته	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶
فراوانی مطلق	۱۲	۱۸	۱۸	۶

بزرگترین زاویه در نمودار دایره‌ای مربوط به دسته‌ای است که فراوانی آن از همه بیشتر است.

$$di=\frac{۳۶۰}{N}\times Fi\to di=\frac{۳۶۰}{۱۲+۱۸+۱۸+۶}\times ۱۸=\frac{۳۶۰}{۵۴}\times ۱۸=۱۲۰^{\circ}$$

۶۶.گزینه ۴ مجموع فراوانی‌های نسبی N داده‌ی آماری برابر یک می‌باشد پس داریم:

$$۰{,}۱+۰{,}۲۵+۰{,}۲+x=۱\to x=۰{,}۴۵$$

میانگین را می‌توان از مجموع حاصل‌ضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز دسته‌اش بدست آورد.

$$\bar{x}=(۰{,}۱\times ۲)+(۰{,}۲۵\times ۶)+(۰{,}۲\times ۱۰)+(۰{,}۴۵\times ۱۴)=۰{,}۲+۱{,}۵+۲+۶{,}۳=۱۰$$

واریانس را می‌توان از مجموع حاصل‌ضرب فراوانی نسبی هر دسته در مربع تفاضل مرکز دسته از میانگین دسته‌اش بدست آورد.

$$\sigma^۲=۰{,}۱(۲-۱۰)^۲+۰{,}۲۵(۶-۱۰)^۲+۰{,}۲(۱۰-۱۰)^۲+۰{,}۴۵(۱۴-۱۰)^۲$$

$$=۰{,}۱(۶۴)+۰{,}۲۵(۱۶)+۰+۰{,}۴۵(۱۶)=۶{,}۴+۴+۷{,}۲=۱۷{,}۶$$

۶۷.گزینه ۴ نقاطی که روی نمودار چندبر فراوانی هستند طولشان نشان‌دهنده‌ی مرکز دسته و عرضشان نشان‌دهنده‌ی فراوانی مطلق آن دسته است. مرکز دسته‌ی $[۱۸,۲۲)$ برابر $۲۰=\frac{۱۸+۲۲}{۲}$ است. اکنون کافی است فراوانی مطلق دسته‌ی $[۱۸,۲۲)$ را حساب کنیم.

$$di=\frac{۳۶۰}{N}Fi\to ۴۵=\frac{۳۶۰}{۹۶}Fi\to Fi=\frac{۹۶\times ۴۵}{۳۶۰}=۱۲$$

بنابراین نقطه‌ی $(۲۰,۱۲)$ روی نمودار چندبر فراوانی است.

۶۸.گزینه ۲ اعداد کمتر از ۵۳ و بزرگتر از ۳۵، عبارتند از:

$$۳۷,۳۹,۳۹,۴۱,۴۲,۴۳,۴۳,۴۸,۴۸,۵۲$$

بنابراین میانگین آن‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۳۷+۳۹+۳۹+۴۱+۴۲+۴۳+۴۳+۴۸+۴۸+۵۲}{۱۰}=\frac{۴۳۲}{۱۰}=۴۳{,}۲$$

۶۹.گزینه ۲   نکته: اگر در یک جدول فراوانی، مرکز و فراوانی دسته‌ی iام را به ترتیب با x_i و F_i نمایش دهیم، آنگاه میانگین برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{F_۱x_۱+F_۲x_۲+\cdots}{F_۱+F_۲+\cdots}$$

مراکز دسته ها به ترتیب برابر ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ است.

$$\bar{x}=\frac{(۱۱\times ۴)+(۱۳\times ۷)+(۱۵\times a)+(۱۷\times ۹)}{۴+۷+a+۹}=\frac{۴۴+۹۱+۱۵a+۱۵۳}{۲۰+a}$$

$$\Rightarrow ۱۴/۵=\frac{۲۸۸+۱۵a}{۲۰+a}\Rightarrow ۲۹۰+۱۴/۵a=۲۸۸+۱۵a\Rightarrow ۲=۰/۵a\Rightarrow a=\frac{۲}{۰/۵}=\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=۴$$

۷۰.گزینه ۲   میانگین داده‌های $x_۱,x_۲,\ldots,x_n$، برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{x_۱+x_۲+\cdots+x_N}{N}$$

واریانس داده‌های $x_۱,x_۲,\ldots,x_n$، با میانگین $\bar{x}$، برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\ldots+(x_N-\bar{x})^۲}{N}$$

و توجه کنید که انحراف معیار، جذر واریانس است.
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\bar{x}=\frac{۲+۴+۶+۸+۱۰}{۵}=\frac{۳۰}{۵}=۶$$

$$\sigma^۲=\frac{(۲-۶)^۲+(۴-۶)^۲+(۶-۶)^۲+(۸-۶)^۲+(۱۰-۶)^۲}{۵}=\frac{۱۶+۴+۰+۴+۱۶}{۵}$$

$$=\frac{۴۰}{۵}=۸\Rightarrow \text{انحراف معیار}:\sigma=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$

۷۱.گزینه ۲

اگر از تمام داده‌ها مقداری ثابت کم کنیم از میانگین نیز همان مقدار ثابت کم می‌شود ولی انحراف معیار تغیر نمی‌کند.

$$CV_{\text{قدیم}}=\frac{\sigma}{\bar{x}}\to ۰/۰۷=\frac{\sigma}{\bar{x}}\to\sigma=۰/۰۷\bar{x}$$

$$CV_{\text{جدید}}=\frac{\sigma}{\bar{x}-۴}\to\frac{۷۵}{۱۰۰۰}=\frac{۰/۰۷\bar{x}}{\bar{x}-۴}\to ۷۵\bar{x}-۳۰۰=۷۰\bar{x}\to ۵\bar{x}=۳۰۰\to\bar{x}=۶۰$$

$$\text{از طرفی}:\ \sigma=۰/۰۷\bar{x}=۰/۰۷(۶۰)=۴/۲$$

۷۲.گزینه ۴   نکته: واریانس داده‌های $x_۱,x_۲,\ldots$ و x_N ، برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{x_۱^۲+x_۲^۲+\ldots+x_N^۲}{N}-\left(\frac{x_۱+x_۲+\ldots+x_N}{n}\right)^۲\ \text{ یا }\ \sigma^۲=\frac{\sum_{i=۱}^{N}x_i^۲}{N}-(\bar{x})^۲$$

طول ضلع مربع‌ها را به‌صورت $x_۱,x_۲,\ldots$ و $x_{۱۰}$ در نظر می‌گیریم. در این صورت مساحت مربع‌ها به صورت $x_۱^۲,x_۲^۲,\ldots$ و $x_{۱۰}^۲$ خواهد بود. طبق فرض میانگین مساحت‌ها برابر ۳۲ است، پس:

$$\frac{x_۱^۲+x_۲^۲+\ldots+x_{۱۰}^۲}{۱۰}=۳۲(*)$$

همچنین طبق فرض، مجموع طول همه‌ی اضلاع برابر ۲۰۰است، پس:

$$۴x_۱+۴x_۲+\ldots+۴x_{۱۰}=۲۰۰\Rightarrow x_۱+x_۲+\ldots+x_{۱۰}=۵۰\Rightarrow\frac{x_۱+x_۲+\ldots+x_{۱۰}}{۱۰}=۵(**)$$

با جایگذاری (*) و (**) در فرمول گفته شده، داریم:

$\sigma^۲ = ۳۲ - ۵^۲ = ۷ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۷}$

بنابراین انحراف معیار طول اضلاع این مربع‌ها (xi) برابر $\sqrt{۷}$ است. باتوجه به اینکه محیط، ۴ برابر طول ضلع است ، انحراف معیار محیط‌ها برابر $۴\sqrt{۷}$ می‌شود.

۷۳.گزینه ۳

طول هر دسته $= ۱۸ - ۱۴ = ۴$ و دامنه‌ی تغییرات $= n \cdot C = ۱۵ \times ۴ = ۶۰$

اگر این داده ها در ۶ دسته به طول یکسان دسته بندی شوند دامنه ی تغییرات تغییری نمی کند پس:

$$C_{\text{جدید}} = \frac{R}{n_{\text{جدید}}} = \frac{۶۰}{۶} = ۱۰$$

بنابراین دسته‌ی اول به صورت $[۱۴, ۲۴)$ و دسته دوم به صورت $[۲۴, ۳۴)$ و دسته ی سوم به صورت $[۳۴, ۴۴)$ می‌شود که مرکز دسته‌ی ۳۹ است.

۷۴.گزینه ۳

تعداد کل داده‌ها = فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر $\Rightarrow N = ۲۰$

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده ها}} \to f_i = \frac{F_i}{N} \Rightarrow \begin{cases} ۰/۳۵ = \frac{F_۱}{۲۰} \Rightarrow F_۱ = ۷ \\ ۰/۴ = \frac{F_۲}{۲۰} \Rightarrow F_۲ = ۸ \end{cases}$$

فراوانی تجمعی دسته‌ی دوم $= F_۱ + F_۲ = ۷ + ۸ = ۱۵$

۷۵.گزینه ۱

مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی با مساحت زیر نمودار مستطیلی برابر است و اختلاف دو مرکز دسته‌ی متوالی در نمودار چندبر فراوانی با طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی برابر است. در نتیجه:

$$S = \underbrace{C}_{\text{طول رسته}} \cdot \overbrace{N}^{\text{تعداد کل داده‌ها}} \to S = \text{طول دسته} \times (۳+۵+۳+۴) = \text{طول دسته‌ها} \times ۱۵ = ۴۵ \Rightarrow \text{طول دسته‌ها} = \frac{۴۵}{۱۵} = ۳$$

با اضافه کردن نصف طول دسته ها به مرکز دسته‌ی قبل از دسته‌ی اول، کران پایین دسته‌ی اول به دست می‌آید.

حدود دسته‌ها	$[۳/۵, ۶/۵)$	$[۶/۵, ۹/۵)$	$[۹/۵, ۱۲/۵)$	$[۱۲/۵, ۱۵/۵)$
فراوانی مطلق	۳	۵	۳	۴

۷۶.گزینه ۳ نوع گوشی همراه قابل اندازه‌گیری نیست، پس کیفی بوده و چون ترتیب خاصی نیز ندارد، پس متغیر کیفی اسمی است. رکورد پرتاب نیزه قابل اندازه‌گیری بوده و متغیر کمی پیوسته است.

۷۷.گزینه ۱

$$\frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_۶}{۶} = ۱۲ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \cdots + x_۶ = ۷۲ \Rightarrow \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_۶ + ۸ + ۱۰ + ۱۸}{۹} = \frac{۷۲ + ۳۶}{۹} = ۱۲$$

میانگین داده‌های جدید برابر ۱۲ است.

باتوجه به این که میانگین تغییری نکرده، از فرمول زیر برای محاسبه‌ی واریانس بهره می‌بریم:

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \to \frac{(x_۱ - ۱۲)^۲ + \cdots + (x_۶ - ۱۲)^۲}{۶} = ۳$$

$$\Rightarrow (x_۱ - ۱۲)^۲ + \cdots + (x_۶ - ۱۲)^۲ = ۱۸$$

$$\text{واریانس ۹ داده} = \frac{(x_۱ - ۱۲)^۲ + \cdots + (x_۶ - ۱۲)^۲ + (۱۸ - ۱۲)^۲ + (۱۰ - ۱۲)^۲ + (۸ - ۱۲)^۲}{۹}$$

$$= \frac{۱۸ + ۳۶ + ۴ + ۱۶}{۹} = \frac{۷۴}{۹}$$

۷۸.گزینه ۲

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2}{10} - \bar{x}^2} \Rightarrow 0/5 = \sqrt{\frac{65}{10} - \bar{x}^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0/25 = 6/5 - \bar{x}^2 \Rightarrow \bar{x}^2 = 6/25 \xrightarrow{\bar{x}>0} \bar{x} = 2/5$$

۷۹.گزینه ۲ اگر یک جامعه با اندازه‌ی n_1 و واریانس σ_1^2 و جامعه‌ی دیگری با اندازه‌ی n_2 و واریانس σ_2^2 وجود داشته باشد و میانگین دو جامعه با هم برابر باشند، واریانس جامعه‌ی حاصل از اجتماع این دو جامعه، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\sigma^2 = (\frac{n_1}{n_1 + n_2})\sigma_1^2 + (\frac{n_2}{n_1 + n_2})\sigma_2^2 = (\frac{12}{36})(12/6) + (\frac{24}{36})(7/2) = \frac{1}{3}(12/6) + \frac{2}{3}(7/2) = 9 \to \sigma = 3$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۱۷۶۵۷۹

۱- ۱	۲- ۱	۳- ۴	۴- ۱	۵- ۲
۶- ۲	۷- ۴	۸- ۴	۹- ۱	۱۰- ۴
۱۱- ۲	۱۲- ۴	۱۳- ۲	۱۴- ۳	۱۵- ۲
۱۶- ۴	۱۷- ۳	۱۸- ۴	۱۹- ۳	۲۰- ۳
۲۱- ۳	۲۲- ۲	۲۳- ۲	۲۴- ۳	۲۵- ۳
۲۶- ۴	۲۷- ۳	۲۸- ۲	۲۹- ۴	۳۰- ۲
۳۱- ۲	۳۲- ۱	۳۳- ۲	۳۴- ۴	۳۵- ۱
۳۶- ۱	۳۷- ۳	۳۸- ۲	۳۹- ۱	۴۰- ۲
۴۱- ۳	۴۲- ۴	۴۳- ۲	۴۴- ۲	۴۵- ۳
۴۶- ۳	۴۷- ۳	۴۸- ۱	۴۹- ۳	۵۰- ۳
۵۱- ۳	۵۲- ۴	۵۳- ۲	۵۴- ۳	۵۵- ۲
۵۶- ۱	۵۷- ۳	۵۸- ۴	۵۹- ۴	۶۰- ۳
۶۱- ۴	۶۲- ۴	۶۳- ۱	۶۴- ۳	۶۵- ۴
۶۶- ۴	۶۷- ۴	۶۸- ۲	۶۹- ۲	۷۰- ۲
۷۱- ۲	۷۲- ۴	۷۳- ۳	۷۴- ۳	۷۵- ۱
۷۶- ۳	۷۷- ۱	۷۸- ۲	۷۹- ۲	