

جواب های میان ترم

سوال ①

$$\begin{aligned}\sim P &\equiv \sim P \wedge \sim P \equiv P \circ P \\ P \vee Q &\equiv \sim(\sim P \wedge \sim Q) \equiv \sim(P \circ Q) \equiv (P \circ Q) \circ (P \circ Q) \\ P \wedge Q &\equiv \sim \sim P \wedge \sim \sim Q \equiv (\sim P \circ \sim Q) \equiv (P \circ P) \circ (Q \circ Q) \\ P \rightarrow Q &\equiv \sim P \vee Q \equiv (P \circ P) \vee Q \equiv ((P \circ P) \circ Q) \circ ((P \circ P) \circ Q)\end{aligned}$$

سوال ② اگر $n=1$ ، داریم
حال فرض کنید حکم به ازای n درست باشد و درستی آنرا به ازای $n+1$ تحقیق می کنیم.

$$(A_1 - C) \cup \dots \cup (A_n - C) \cup (A_{n+1} - C) \xrightarrow[\text{فرض استقراء}]{\text{فرض}} (\underbrace{(A_1 \cup \dots \cup A_n)}_B - C) \cup (A_{n+1} - C)$$

خواص ساده مجموعه ای

$$= (B \cup A_{n+1}) - C = (A_1 \cup \dots \cup A_{n+1}) - C$$

سوال ③

الف، بله، مثلاً $x = -10$ شاهدهی برای سور وجودی است.
ب، خیر، مثلاً $x = 10$ مثال نقضی برای سور عمومی است.
ج، خیر، مثلاً اگر $x = -10$ آنگاه چنین یای وجود نخواهد داشت.
د، بله، اگر $x = -10$ آنگاه این x به ازای هر n کار می کند.

سوال ④

$$\begin{aligned}A_1 \cup A_2 \cup \dots &= \left(\frac{1}{1}, \frac{2}{2}\right] \cup \left(\frac{2}{2}, \frac{3}{3}\right] \cup \dots = \left(\frac{1}{1}, 1\right) \\ A_1 \cap A_2 \cap \dots &= \emptyset\end{aligned}$$

عدد ۱ به اجتماع تعلق ندارد زیرا در هیچ یک از مجموعه های مورد بحث نیست

سوال ⑤

① هر دو درستند

$$x \in P(\cap A_i) \Leftrightarrow x \subseteq \cap A_i \Leftrightarrow$$

$$\forall i \in I \ x \subseteq A_i \Leftrightarrow \forall i \in I \ x \in P(A_i) \Leftrightarrow x \in \cap P(A_i)$$

$$x \in P(\cup A_i) \Leftrightarrow x \subseteq \cup A_i \Leftrightarrow \exists i \in I \ x \subseteq A_i \Leftrightarrow$$

$$\exists i \in I \ x \in P(A_i) \Leftrightarrow x \in \cup P(A_i)$$

② نمی درست و دیگری نادرست

مثال نقض از خودتان

$$x \in \cup (A_i - B_i) \Leftrightarrow \exists i \in I \ x \in A_i - B_i \Leftrightarrow$$

$$\exists i \in I \ x \in A_i \text{ و } x \notin B_i$$

③ نمی درست و دیگری نادرست است

مثال نقض از خودتان

$$\begin{aligned}\Rightarrow x \in \cup A_i &\Leftrightarrow x \in \cup A_i - \cap B_i \\ \Leftarrow &x \notin \cap B_i\end{aligned}$$