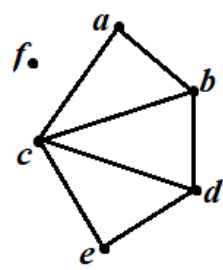


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷			
طراح سوال: فروغ شکوهی			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره	
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، آنگاه عدد $\alpha - \beta$ عددی است. ب) اگر a عددی صحیح مثبت باشد و $a n + 1, a 4n + 3$ ، در این صورت عدد a برابر با است. پ) تعداد یالها در گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶ برابر با و گراف P_6 از اندازه است. ت) در بین تمام مجموعه های احاطه گر یک گراف، مجموعه یا مجموعه هایی را که کمترین تعداد عضو را داشته باشد مجموعه احاطه گر آن گراف و مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش دیگر احاطه گر نباشد، مجموعه احاطه گر می نامیم.	۱/۵	
۲	هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض رد کنید. الف) توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگتر است. ب) حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.	۱	
۳	اگر a عددی حقیقی و $a > 1$ باشد، به روش اثبات بازگشتی نشان دهید:	۱	$\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} < 2\sqrt{a}$
۴	اگر $a \equiv b$ و $b \equiv c$ و $(n, m) = d$ در این صورت ثابت کنید $a \equiv c$.	۱/۵	
۵	جواب های عمومی معادله سیاله خطی $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.	۱	
۶	گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یالهای $E(G) = \{ab, bc, ac, de, cd, ce, bd\}$ مفروض است. الف) شکل گراف را رسم کنید. ب) رئوس فرد و زوج گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه های $N_G(e)$ و $N_G[c]$ را بنویسید.	۱/۵	
۷	با توجه به گراف شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه گراف و ماکزیمم درجه و مینیمم درجه آن را بنویسید. ب) در این گراف یک $a-b$ مسیر به طول ۴ بنویسید. پ) یک دور از گراف را بنویسید که شامل همه رئوس باشد. ت) آیا این گراف همبند است؟ چرا؟ ث) عدد احاطه گری گراف (γ) را تعیین و یک γ -مجموعه بنویسید.	۲/۵	
۸	تعداد یالهای یک گراف کامل غیر تهی ۲ برابر مرتبه آن است. ابتدا مرتبه گراف را تعیین و سپس نمودار آن را رسم کنید.	۱	
۹	ثابت کنید عدد احاطه گری گراف مقابل برابر با ۲ است. ($\gamma = 2$)	۱	
۱۰	چند رمز یا کد ۵ رقمی با اعداد طبیعی یک رقمی می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم فرد متمایز و سه رقم زوج متمایز باشد؟	۱	
۱۱	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$ چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_1 \geq 5, x_2 > 1$ باشد؟	۱/۵	

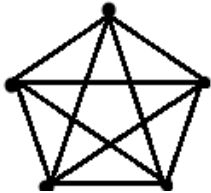
مدت امتحان :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته																																				
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : / / ۱۳۹۸	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :																																				
طراح سوال : فروغ شکوهی		جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷																																					
نمره	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		ردیف																																				
۱	<p>در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.</p> <p style="text-align: center;"> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> </p> <p style="text-align: center;">الف ب</p>		۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۱۲
۱	۲	۳																																					
۳	۱	۲																																					
۲	۳	۱																																					
۳	۱	۲																																					
۲	۳	۱																																					
۱	۲	۳																																					
۳	۲	۱																																					
۱	۳	۲																																					
۲	۱	۳																																					
۲	۱	۳																																					
۱	۳	۲																																					
۳	۲	۱																																					
۲	چه تعداد عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰ وجود دارد که نسبت به ۱۴ اول باشند؟		۱۳																																				
۱/۵	۵ نقطه در صفحه با مختصات صحیح در نظر می گیریم. ثابت کنید حداقل دو نقطه از این ۵ نقطه وجود دارد، طوری که مختصات نقطه وسط این دو نقطه نیز صحیح می باشد.		۱۴																																				
۱	برای اینکه دست کم ۶ دانش آموز یک آموزشگاه در یکی از ماه های سال متولد شده باشند ، این آموزشگاه حداقل باید چند دانش آموز داشته باشد؟		۱۵																																				

باسمه تعالی

مدت امتحان :	ساعت شروع ۸: صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : / / ۱۳۹۸	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال : فروغ شکوهی		جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷	
نمره	پاسخنامه		ردیف
۱/۵	(ب) ۱ (۰/۲۵) ت) می نیمم (۰/۲۵) - مینیمال (۰/۲۵)	الف) گنگ (۰/۲۵) پ) ۹ (۰/۲۵) - ۵ (۰/۲۵)	۱
۱	۲k(۲k + ۲) = ۴k(k + ۱) = ۸q (۰/۲۵) (۰/۲۵)	الف) مثال نقض ۱ = ۱² (۰/۲۵) ب) اثبات k(k + ۱) = ۲q (۰/۲۵)	۲
۱	$\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} < 2\sqrt{a} \Leftrightarrow (\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1})^2 < 4a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow$ $2a + 2\sqrt{a^2-1} < 4a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow \sqrt{a^2-1} < a \Leftrightarrow a^2-1 < a^2 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow -1 < 0$ همیشه درست (۰/۲۵)		۳
۱/۵	$\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m a-b, d m \quad (۰/۲۵) \Rightarrow d a-b \quad (۰/۲۵) \\ b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow m b-c, d m \quad (۰/۲۵) \Rightarrow d b-c \quad (۰/۲۵) \Rightarrow d a-c \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a \equiv c \pmod{d} \quad (۰/۲۵) \\ d = (m, n) \end{cases}$		۴
۱	$7x \equiv 11 \pmod{11} \Rightarrow 2x \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 3 \quad (۰/۲۵)$ $10(3k+1) + 3y = 16 \pmod{11} \Rightarrow y = 2 - 2k \quad (۰/۲۵)$		۵
۱/۵		الف) شکل (۰/۲۵) ب) رئوس فرد d و b (۰/۲۵) رئوس زوج a, c, e, f (۰/۲۵) پ) $N_G[c] = \{c, e, d, b, a\}$ (۰/۵) و $N_G(e) = \{c, d\}$ (۰/۲۵)	۶

۲/۵	الف) $p=7$ ($+/25$) $q=10$ ($+/25$) $agdc b$ ($+/5$)	۷
	پ) $afedcbga$ ($+/5$) ت) $\gamma = 2$ ($+/25$) و $\{a, d\}$ مجموعه = ۲- ($+/25$) ت) بله - چون بین هر دو راس دلخواه مسیر وجود دارد. ($+/5$)	

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: فروغ شکوهی			

ردیف	پاسخنامه	نمره									
۸	 $\frac{p(p-1)}{2} = 2p \quad (+/25) \Rightarrow p^2 = 5p \quad (+/25) \Rightarrow p = 5 \quad (+/25)$ <p>شکل ($+/25$)</p>	۱									
۹	$n = p = 5, \Delta = 3 \Rightarrow \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor \leq \gamma \Rightarrow \left\lfloor \frac{5}{4} \right\rfloor \leq \gamma \Rightarrow 2 \leq \gamma \quad (+/5)$ <p>$\{a, d\}$ مجموعه احاطه گر دو عضوی است. پس $\gamma = 2$. ($+/5$)</p>	۱									
۱۰	$\binom{5}{2} \times \binom{4}{3} \times 5! = 4800$ <p>($+/25$) ($+/25$) ($+/25$) ($+/25$)</p>	۱									
۱۱	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, x_1 \geq 5, x_2 > 1 \Rightarrow x_1 \geq 5, x_2 \geq 2 \quad (+/25) \Rightarrow$ $n = 10 - 7 = 3 \quad (+/25), k = 4 \quad (+/25) \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{6}{3} = 20 \quad (+/25)$	۱/۵									
۱۲	<p>در مورد در مورد (الف) داریم:</p> <table border="1" data-bbox="217 1534 454 1729"> <tr><td>۳۲</td><td>۲۱</td><td>۱۳</td></tr> <tr><td>۱۱</td><td>۳۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۱۲</td><td>۳۱</td></tr> </table> <p>کاملاً واضح است که اعداد دو رقمی نوشته شده همه با هم متمایزند. پس متعامدند. ($+/5$) اما در مورد (ب) جواب خیر است. یعنی دو مربع لاتین متعامد نیستند. می توان به یکسان بودن درایه های قطر هر دو مربع اشاره نمود. ($+/5$)</p>	۳۲	۲۱	۱۳	۱۱	۳۳	۲۲	۲۳	۱۲	۳۱	۱
۳۲	۲۱	۱۳									
۱۱	۳۳	۲۲									
۲۳	۱۲	۳۱									
۱۳	$ A = \left\lfloor \frac{99}{2} \right\rfloor = 49 \quad (+/5), B = \left\lfloor \frac{99}{7} \right\rfloor = 14 \quad (+/5)$ <p>بر ۲ بخشپذیر ۴۹ ($+/5$), بر ۵ بخشپذیر ۱۴ ($+/5$)</p> $\Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{99}{14} \right\rfloor = 7 \quad (+/25), S = 99 \quad (+/25)$ $ A \cup B = A + B - A \cap B = 56 \quad (+/25) \Rightarrow$ $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = 99 - 56 = 43 \quad (+/25)$	۲									

۱/۵	<p>(فرد، فرد)، (زوج، فرد)، (فرد، زوج)، (زوج، زوج) (+/۵) کل حالاتی است که برای مختصات هر نقطه در صفحه می تواند رخ دهد . اما برای صحیح بودن مختصات وسط دو نقطه باید دو نقطه از لحاظ فرد یا زوج بودن مولفه ها دقیقاً مانند هم باشند (+/۲۵) . n تعداد لانه ها برابر با ۴ و m تعداد کبوتر ها برابر با ۵ (+/۵) پس واضح است طبق اصل لانه کبوتری لااقل دو نقطه وجود دارند که مانند هم هستند. (+/۲۵)</p>	۱۴
۱	<p>n تعداد لانه ها برابر با ۱۲ (+/۲۵) است . در هر لانه ۵ کبوتر قرار دارد و یک کبوتر دیگر اضافه کنیم . پس تعداد کبوتر ها $m=12 \times 5 + 1=61$ (+/۷۵)</p>	۱۵