

به نام خالق ستارگان



12th IOAA team

I.R.IRAN

آزمون شبیه‌از مرحله دوم

المپیاد نجوم و اختر فیزیک

- در این آزمون ۳۶ برگ سوال و پاسخنامه (به همراه جلد) به شما تحویل داده شده است که پیش از شروع آزمون از کامل بودن آن اطمینان حاصل کنید.
- توصیه می‌شود در ابتدا جدول ثوابت را مطالعه نمایید.
- این آزمون شامل ۱۰ سوال تشریحی می‌باشد.
- مدت زمان آزمون ۲۷۰ دقیقه است.
- استفاده از ماشین حساب غیر قابل برنامه‌ریزی مجاز است.
- استفاده از هرگونه یادداشت، اطلس‌های نجومی و لوازم الکترونیکی ممنوع است.

جدول ثوابت فیزیکی و نجومی

C	سرعت نور	$3.00 \cdot 10^8$	ms^{-1}
H	ثابت پلانک	$6.63 \cdot 10^{-34}$	J s
K	ثابت بولتزمان	$1.38 \cdot 10^{-23}$	JK^{-1}
G	ثابت گرانش	$6.67 \cdot 10^{-11}$	$\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$
e	بار الکترون	$1.60 \cdot 10^{-19}$	C
σ	ثابت استفان-بولتزمان	$5.67 \cdot 10^{-8}$	$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$
AU	واحد نجومی	$1.50 \cdot 10^{11}$	m
Pc	پارسک	$3.09 \cdot 10^{16}$	m
$M_{\odot}$	جرم خورشید	$1.99 \cdot 10^{30}$	kg
$R_{\odot}$	شعاع خورشید	$6.96 \cdot 10^8$	m
$L_{\odot}$	درخشندگی خورشید	$3.85 \cdot 10^{26}$	W
$m_{\odot}$	قدر ظاهری خورشید	-26.7	-
$M_{\odot}'$	قدر مطلق خورشید	4.72	-
$M_{\oplus}$	جرم زمین	$5.97 \cdot 10^{24}$	kg
$R_{\oplus}$	شعاع زمین	6378	km
ε	میل دایره البروج	23.5	Deg
m_H	جرم اتم هیدروژن	1.007825	Amu
m_{He}	جرم اتم هلیوم	4.002603	Amu
m_e	جرم الکترون	$9.11 \cdot 10^{-31}$	kg

سوال اول (۱۰ نمره)

حلقه ای با چگالی جرم بر واحد طول λ و شعاع R داریم :

الف) ابتدا با استفاده تحلیل ابعادی دوره تناوب نوسان کم دامنه ذره ای در راستای محور حلقه در مرکز حلقه را تا حد یک ثابت بی بعد بیابید.

ب) اگر چگالی جرمی دو برابر و شعاع حلقه نصف شود ، دوره تناوب قسمت الف چه تغییری می کند ؟

پاسخ سوال ۱

سوال دوم (۱۰ نمره)

فرض کنید در چند سال آینده دنباله داری به زمین برخورد خواهد کرد و کره زمین از بین خواهد رفت و هیچ اثری از آن باقی نخواهد ماند. برای همین دانشمندان سر تا سر جهان دور هم جمع شده اند تا جایگزینی به جای کره زمین برای سکونت پیدا کنند. آن ها سیاره ای به اسم Regina phalange را در منظومه ای فراخورشیدی پیدا کرده اند و مشغول بررسی آن هستند.

آن ها طی بررسی های بیشتر فاصله این سیاره را حدود 20 کیلو پار سک و شعاع آن را یک سوم شعاع زمین و آلودگی آن را 0.7 تعیین کرده اند.

ستاره این منظومه خورشیدگون است و همچنین دوره تناوب این سیاره دور ستاره را 90 روز زمینی محاسبه کرده اند. طی مشاهدات صورت گرفته سطح این سیاره را مایعی پوشانده ولی اطلاعی از ماهیت این مایع نداریم.

الف) استدلال کنید این مایع می تواند آب باشد .

ب) اگر حجم آب روی زمین با حجم آب روی این سیاره برابر باشد، ارتفاع آب از سطح سیاره را محاسبه کنید.

پاسخ سوال ۲

سوال سوم (۲۵ نمره)

پویان قصد داشت از تهران ($35.7^{\circ}N$, $51.4^{\circ}E$) به شهر ونکوور ($49.2^{\circ}N$, $123^{\circ}W$) برای دیدن دوستش برود که ناگهان در میانه های سفر هواپیما دچار نقص فنی شد و در مکانی ناشناخته سقوط کرد. (فرض کنید هواپیما از مسیر اصلی منحرف نشده و در محلی میان مسیر سقوط کرده است و فرض کنید هنگام سقوط، خورشید در این مکان ناشناخته غروب کرده است.)

در میان مسافرانی که از این حادثه نجات یافته اند، تنها پویان دانش و مهارت نجومی دارد. او ستاره قطبی را در آسمان پیدا کرده و بنابراین جهت شمال را تشخیص می دهد. همچنین او ستاره وگا را که در صورت فلکی شلیاق قرار دارد در لبه افق پیدا کرده و با زاویه سنجی، میل آن را حدود 38 درجه تخمین می زند. همچنین او زاویه راستای شمال با این ستاره را حدود 34 درجه محاسبه میکند.

الف) عرض جغرافیایی مکانی که آن ها در آن سقوط کرده اند بیابید.

ب) طول جغرافیایی مکانی که آن ها در آن سقوط کرده اند بیابید.

سپس پویان در هنگام طلوع خورشید در این منطقه زاویه جهت شمال با خورشید را 63 درجه محاسبه می کند.

پ) این حادثه در چه تاریخ هایی ممکن است رخ داده باشد ؟

پاسخ سوال ۳

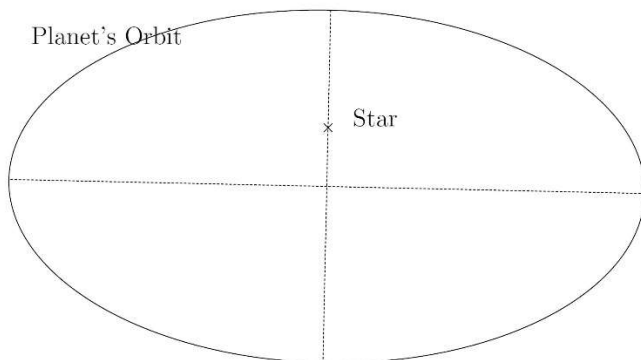
سوال چهارم (۳۰ نمره)

ناظری در آسمان سیاره ای را مشاهده می کند که دور ستاره ای در مدار بیضوی می چرخد. ستاره از دید ناظر روی نیم محور کوچک قرار دارد. با استفاده از تمام اطلاعات هندسی که میتوانید از بیضی مشاهده شده بدست آورید، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مشخصات بیضی واقعی را بدست آورید.

ب) زاویه ی بین صفحه ی بیضی و صفحه ی آسمان را بدست آورید.

ج) نسبت اختلاف سرعت شعاعی سیاره در دو نقطه محور بزرگ بیضی مشاهده شده به مجموع اندازه سرعت مماسی در دو نقطه محور کوچک را بدست آورید.



پاسخ سوال ۴

سوال پنجم (۴۰ نمره)

همان‌طور که میدانید در دنیای امروز استفاده از انرژی‌های نو اهمیت ویژه‌ای دارد. دانشمندان و مهندسان با استفاده از روش‌های متفاوت و بعضاً زیرکانه به ساخت نیروگاه‌های انرژی‌های نو می‌پردازند. یکی از مهم‌ترین منابع انرژی‌های پاک، خورشید است. تا کنون مهندسان انواع بسیار زیادی از نیروگاه‌های خورشیدی را طراحی کرده‌اند که یکی از جالب‌توجه‌ترین آنها به شرح زیر است:

یک کوره‌ی گرم‌کننده‌ی آب و نمک در بالای برجی به ارتفاع **35** متر قرار دارد. این کوره هیچ منبع گرمایی‌ای از خود ندارد و با تابش خورشید گرم می‌شود. اما مسلماً فقط تابش مستقیم خورشید به کوره برای گرم کردن آن کافی نیست. به همین سبب؛ روی زمین و در اطراف این برج، صدها پایه‌ی موتور دار وجود دارد که روی هر کدام یک آینه‌ی تخت دایره‌ای شکل به شعاع **2** متر قرار دارد. شیوه‌ی کار نیروگاه به این صورت است که هر روز صبح از طلوع تا غروب خورشید، موتورهایی که روی پایه‌های آینه‌ها قرار دارند، وضعیت قرارگیری آینه‌ها را به گونه‌ای تغییر می‌دهند که همواره بازتاب تابش خورشید از آینه‌ها، دقیقاً به سمت بالای برج هدایت شده و روی کوره بیفتد.

این کار باعث می‌شود که انرژی رسیده به کوره چندین و چند برابر شود. این نیروگاه در محلی با مختصات $\{31^{\circ} N, 50^{\circ} E\}$ واقع شده است. در روز برگزاری آزمون مرحله دوم امسال (هفتم اردیبهشت ماه) مهندسان متوجه می‌شوند که موتور تنظیم‌کننده‌ی یکی از آینه‌ها خراب شده و از کار افتاده است. آنها تصمیم می‌گیرند که سه بار در روز، این آینه را دستی تنظیم کنند. اکنون شما بگویید که درست در ساعت **11** صبح به وقت محلی نیروگاه :

الف) خورشید در چه سمت و ارتفاعی قرار دارد؟

آینه‌ی خراب در قسمت جنوب غربی نیروگاه واقع شده است و فاصله‌اش تا پای برج **75** متر است. خط واصل آینه تا پای برج با راستای جنوب زاویه‌ی **20** درجه می‌سازد.

ب) در همان ساعت، مهندسان باید خط عمود بر صفحه‌ی آینه را در راستای چه سمت و ارتفاعی بگیرند تا بازتاب نور خورشید به روی کوره تابیده شود؟

ج) مورد خواسته شده در قسمت قبلی را برای لحظه‌ی اذان ظهر به وقت محلی نیروگاه محاسبه کنید.

پاسخ سوال ۵

سوال ششم (۲۵ نمره)

در کیهانی با پارامتر کند شونددگی ثابت و مثبت، ضریب مقیاس بر حسب زمان را محاسبه کنید.

پاسخ سوال ۶

سوال هفتم (۶۰ نمره)

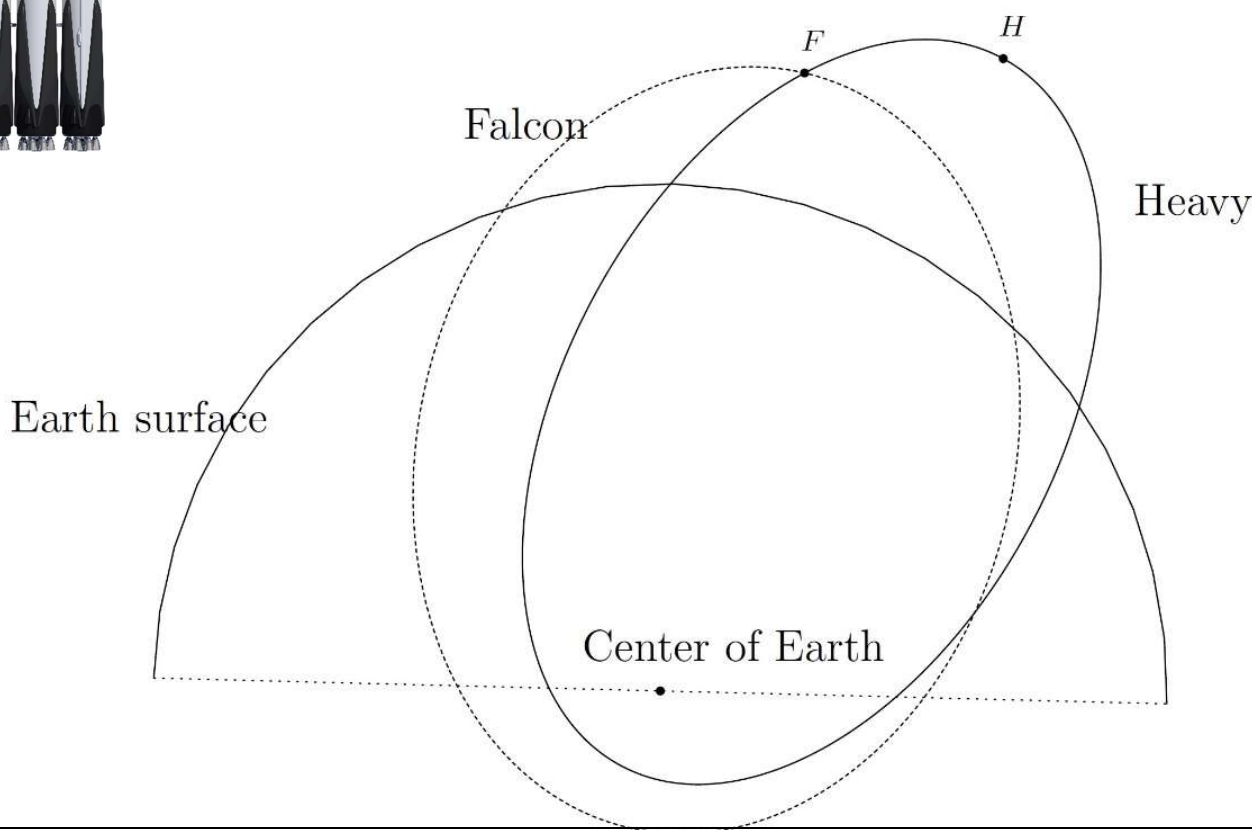
شرکت SpaceX در آخرین آزمایش خود، موشک Falcon Heavy را با موفقیت پرتاب کرد. مأموریت این موشک ارسال ماشین تسلا به مدار مریخ بود. این موشک دو مرحله ای به گونه ای طراحی شده بود که بعد از جدا سازی محموله مورد نظر، به زمین بازگردد و در سطح زمین فرود آید. ما برای راحتی از این پس به مرحله اول موشک Falcon و به مرحله دوم آن Heavy

می گوییم. زمانی که مرحله اول موشک به اتمام میرسد (انتهای کار Falcon) ارتفاع موشک از سطح زمین 60 km و سرعت آن $6900\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ است. و در لحظه ای که مرحله دوم به پایان می رسد ارتفاع موشک از سطح زمین 100 km و سرعت آن $9500\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ است. برای سادگی فرض میکنیم زمانی که مرحله اول به اتمام می رسد (نقطه F)، موشک در نقطه اوج مدار اولیه است و در لحظه اتمام مرحله دوم (نقطه H) موشک در نقطه اوج مدار جدید است. به این معنا که Heavy بعد از اتمام مرحله اول با روشن کردن موتورهای خود وارد مداری جدید می شود و Falcon در همان مدار قبلی به زمین باز می گردد و بعد از آن که Heavy به اوج مداری خود می رسد، محموله را رها میکند و در همان مدار به زمین باز می گردد (متأسفانه در عملیات فقط دو موشک Falcon توانستند فرود موفقی داشته باشند و Heavy در آب سقوط کرد). حال با توجه به اطلاعات داده شده، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) سرعت فرود Heavy را محاسبه کنید.

ب) فاصله بین محل فرود Falcon و Heavy را به دست آورید.

ج) تغییرات سرعت مورد نیاز Heavy در انتهای مرحله اول برای قرار گرفتن در مدار جدید چه قدر است؟



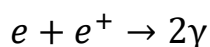
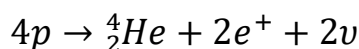
سوال هشتم (۶۰ نمره)

ذرات موجود در جهان به دو دسته فرمیون ها و بوزون ها تقسیم می شوند که فرمیون ها از آمار فرمی-دیراک و بوزون ها از آمار بوز-اینشتین پیروی می کنند؛ فوتون ها در دسته بوزون ها و نوترینو ها در دسته فرمیون ها قرار می گیرند. چگالی انرژی گاز نسبیتی در دو حالت فرمیونی و بوزونی به ترتیب از دو رابطه زیر بدست می آید:

$$\rho_f c^2 = \frac{7}{8} \times \frac{\pi^2}{30} g \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3}$$

$$\rho_b c^2 = \frac{\pi^2}{30} g \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3}$$

که g درجه آزادی است و مقدار آن برای فوتون ها ۲ و برای نوترینو ها ۱ است. امروزه آشکار سازی نوترینو یکی از چالش های مهم در فیزیک ذرات بنیادی محسوب می شود از این رو آشکار ساز هایی برای اینکار ساخته شده اند که این آشکار ساز ها نوترینو هایی با سطح مقطعی از مرتبه 10^{-43} cm^2 را آشکار سازی می کنند. سطح مقطع برخورد نوترینو ها متناسب انرژی آنهاست به همین علت آشکار سازی نوترینو هایی با انرژی کمتر دشوار است. **الف)** با توجه به اینکه در مرکز خورشید فرآیند $p - p$ غالب است انرژی نوترینو های تولید شده در خورشید و دمای فوتون های مرکز خورشید را تعیین کنید. فرآیند $p - p$:



همانطور که بدست آوردید دما فوتون های تولید شده از این فرآیند بسیار بیشتر از دمای مرکز خورشید می باشد. این پدیده به این علت است که فوتون های تولید شده پس برخورد های بسیار زیاد با سایر ذرات با آن ها به تعادل گرمایی می رسند. به عنوان یک فرض ساده کننده در نظر می گیریم که دمای مرکز یک ستاره یک ضریب ثابت از دما فوتون های تولید شده از واکنش های هسته ای در مرکز ستاره هستند.

ب) با توجه به اینکه سطح مقطع برخورد نوترینو های خورشید برابر 10^{-45} cm^2 است ، انرژی نوترینو هایی را که ما در زمین آشکار سازی می کنیم بیاید؟ این نوترینو ها در مرکز ستاره ای با چه دمای مرکزی ای تولید شده اند؟ **ج)** تخمین بزنید جرم این ستاره ها چقدر است؟ (راهنمایی: رشته اصلی را تقریباً یک خط شعاع ثابت در نظر بگیرید)

سوال نهم (۲۵ نمره)

کیهانی تخت با ثابت هابل $H_0 = 38 \frac{1}{hour}$ از ذراتی تشکیل شده است که رابطه‌ی چگالی آن‌ها با فاکتور مقیاس به صورت $\rho = \rho_0 a^{-2}$ می‌باشد.

الف) رابطه‌ی $a(t)$ را بدست آورده و نمودار آن را به صورت کیفی رسم کنید.

ب) چگالی کیهان را در زمان حال محاسبه کنید.

ذرات این کیهان از انواع بیشماری تشکیل شده است که جرم ذره‌ی نوع n ، 2 برابر جرم ذره‌ی نوع $n-1$ و چگالی تعداد ذره‌ی نوع n ، $\frac{1}{3}$ چگالی تعداد ذره‌ی نوع $n-1$ می‌باشد.

ج) چگالی جرمی ذره‌ی نوع 1 را در زمان حال بدست آورید.

پاسخ سوال ۹

سوال دهم (۳۰ نمره)

B-V ستاره 16 NAIKASH را 0.16 و B-V ستاره 01 IQAH-BO را 0.07 اندازه گرفتیم. باند B به مرکزیت 440 nm و پهنای 98 nm و باند V به مرکزیت 550 nm و 89 nm هستند و هر دو ستاره رشته اصلی هستند و اختلاف منظر این منظومه 0.04 ثانیه قوس است.

الف) اگر قدر ظاهری بولومتریک ستاره ی 16 NAIKASH، برابر 4.43 و قدر ظاهری بولومتریک ستاره ی IQAH-BO 01، برابر 2.29 باشد، نسبت شعاع ستاره 16 NAIKASH به شعاع ستاره ی IQAH-BO 01 را محاسبه کنید.

ب) با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه فشار مرکز و جرم و شعاع ستاره به دست آورید.

ج) آهنگ تولید انرژی واحد جرم هر دو ستاره یکسان است و تابعیت آن برای هر دو ستاره به صورت زیر است :

$$\epsilon = \epsilon_0 \rho T$$

با فرض هم دما و همگن بودن مرکز هر دو ستاره و اینکه فشار مرکز هر دو ستاره از رابطه فشار گاز کامل پیروی میکند، نسبت جرم هسته دو ستاره را به دست آورید.

پاسخ سوال ۱۰

