

۲. تست ۲. قرین کتاب درسی ریاضی عمومی

۱- حاصل جمع دو عدد برابر ۱۱۰ است آن حاصل ضرب آنها ماکزیمم شود مجموع حاصل ضرب و حاصل جمع آن دو عدد کدام است ؟

۱۱ ۳۱۳۵ ۱۲ ۳۰۵۳ ۱۳ ۳۵۵۳ ۱۴ ۳۳۱۵

جواب: گزینه (۱۱)

ریاضی عمومی
صفحه ۲۱

$$x + y = 110 \rightarrow y = 110 - x$$

$$A = xy = x(110 - x) = -x^2 + 110x$$

$$-\frac{b}{2a} = 55 = x$$

$$\rightarrow y = 55$$

$$xy + x + y = (55)(55) + 55 + 55 = 3135$$

۲- نمودار $y = \cos x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ شامل

۱۱ چهارپاره خط و یک نقطه است

۱۲ چهارپاره خط و سه نقطه است

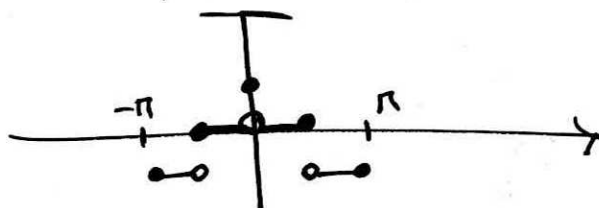
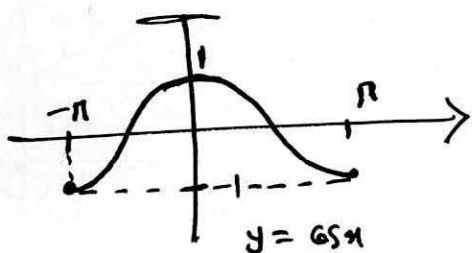
۱۳ سه پاره خط و یک نقطه است

۱۴ سه پاره خط و سه نقطه است

جواب: گزینه (۱۱)

ریاضی عمومی
صفحه ۳۲

نمودار تابع یگانه ی $y = \cos x$



۳- اگر داریون تابع $y = \frac{ax+1}{x-c}$ خودش باشد کدام رابطه همواره برقرار است ؟

۱۱ $ac \neq 1$ ۱۲ $a = -c$ ۱۳ $a = c$ ۱۴ امکان ندارد

جواب: گزینه (۱۳)

ریاضی عمومی
صفحه ۲۹

در تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a+d=0$ باشد شرط $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$ داریون با خود جمع برابر می شود

$$a + (-c) = 0 \rightarrow a = c$$

$$\frac{a}{1} \neq \frac{1}{-c} \rightarrow ac \neq -1$$

$$\text{اگر } a = c \text{ باشد } ac \neq -1$$

برقرار می شود پس کافیست $a = c$ باشد

۴ - $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ و واردين آن $f^{-1}(x) = \log_c \frac{1+x}{1-x}$ $a+b+c$ 12 13 14 11

جواب: گزینه (۱۲)

$$y(2^x) + y = 2^x - 1 \rightarrow y + 1 = 2^x(1 - y)$$

$$\rightarrow 2^x = \frac{y+1}{1-y} \rightarrow x = \log_2 \frac{y+1}{1-y} \rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 \frac{1+x}{1-x}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} a = -1 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{matrix}$$

رضی عسوی
صفحه ۳۹

۵ - محصول تویه لوله های فولادی کارخانه ای در آغاز سال ۱۳۹۰ برابر ۱۵ میلیون تن باشد و رات تویه این لوله ها هر سال نسبت به سال قبل ۱ میلیون تن افزایش یابد مجموع تویه لوله ها در دهه ۹۰ چند رات است؟

۱۱. ۳۷. ۱۲. ۳۳. ۱۳. ۳۴. ۱۴. ۳۰.

جواب: گزینه (۱۱)

$$a_1 = 19 \quad S_n = n/2 (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{1}{2} (2(19) + 9(4)) = 37.$$

رضی عسوی
صفحه ۴۱

۶ - کدامیک از دنباله های زیر دایره ای، کمراندار و غیرمتناهی است؟

۱۱. $\frac{3^n}{n^3}$ ۱۲. $\frac{n^2}{2^n}$ ۱۳. 3^{n+1} ۱۴. $(-1)^{n+1}$

جواب: گزینه (۴)

جواب: گزینه (۱۱)

$$\left\{ 3, \frac{9}{8}, 1, \frac{11}{48}, \dots \right\}$$

غیرمتناهی - دایره ای - کمراندار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n^3} = +\infty$$

(۳) $\{ 9, 27, 81, \dots \}$

متناهی - دایره ای - کمراندار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 3^{n+1} = +\infty$$

جواب: گزینه (۳)

$$\left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{9}{8}, \dots \right\}$$

غیرمتناهی - دایره ای - کمراندار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$$

(۴) $\{ 1, -1, 1, -1, \dots \}$

رضی عسوی
صفحه ۴۷

$\frac{a+\sqrt{b}}{c} = \text{مقدار } x \text{ معادله}$

$$\begin{cases} \ln(3x+1) + \ln(3y-1) = \ln 3x + \ln(y+3) \\ \ln(x+1) - \ln(y+1) = -\ln 3 \end{cases} \quad -v$$

مقدار $a+c$ را بیابید

۲۴ (۱۴)

۲۰ (۱۳)

۲۵ (۱۲)

۲۰ (۱۱)

$$(3x+1)(3y-1) = 3x(y+3)$$

$$\rightarrow 3xy - 3x + 3y - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{1}{3} \rightarrow y = 3x-1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow 3x(3x-1) - 3x + 3(3x-1) - 1 = 0$$

$$9x^2 - 7x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{229}}{18} \xrightarrow{x>0} x = \frac{7 + \sqrt{229}}{18}$$

$$a=7, c=18$$

$2 \sin^2 2x = 1 + \sin 2x$
 $\Rightarrow [0, \pi] \Rightarrow$ کدام است؟

$\frac{7\pi}{8}$ (۱۴)

$\frac{3\pi}{12}$ (۱۳)

$\frac{3\pi}{4}$ (۱۲)

2π (۱۱)

$$2 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$$

جواب را بنویسید (۱۵)

$$\sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

$$\left\{ \frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{7\pi}{12} \right\}$$

۹- آمار از دستم $A|g$ واقع بر منحنی $y = x^2$ خط مماس بر منحنی را چنان رسم کن که این خط از نقطه $(2, 3)$ بگذرد حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۱۴ (۱۴)

۱۷,۵ (۱۳)

۱۹,۵ (۱۲)

۹ (۱۱)

$$y' = 2x$$

$$m = 2a \rightarrow M = \frac{1}{2a}$$

$$y - a^2 = \frac{1}{2a} (x - a) \rightarrow 22 - a^2 = \frac{1}{2a} (25 - a)$$

$$\rightarrow 2a^3 - 5a - 25 = 0$$

جواب را بنویسید (۱۳)

مقدار a را بیابید

۱۲- اگر $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$ دارای n نقطه بحرانی و $g(x) = x^{\frac{5}{4}} - \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}} + 5$ دارای m نقطه بحرانی باشد $m+n$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$f'(x) = \frac{1}{3} (3x^2 - 4x) (x^3 - 3x^2 + 4)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \frac{3x^2 - 4x}{\sqrt[3]{(x^3 - 3x^2 + 4)^2}}$$

$3x^2 - 4x \rightarrow 3x(x-2)$
 \downarrow
 $(x+1)(x-2)^2$

راهنمای عمومی
صفحه ۱۴

جواب: گزینه (۱)

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{(x+1)^2(x-2)}}$$

$\{0, -1, 2\}$
نقاط بحرانی

$\rightarrow n=3$

$$g'(x) = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}} - \frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}(x^{\frac{1}{4}} - 2) = \frac{5(\sqrt[4]{x}-2)}{4\sqrt[4]{x}}$$

$$D_g: [-5, +\infty) \rightarrow x=4 \text{ نقطه بحرانی} \rightarrow m=1$$

۱۳- مجموع بیشترین و کمترین مقادیر $y = 1 - (x-3)^{\frac{2}{3}}$ در $[-5, 4]$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۱۲ (۲)

۴ (۱)

$$y' = 0 - \frac{2}{3}(x-3)^{-\frac{1}{3}} = \frac{-2}{3\sqrt[3]{x-3}} \rightarrow x=3 \text{ نقطه بحرانی}$$

راهنمای عمومی
صفحه ۱۷

جواب: گزینه (۳)

x	-5	3	4
y	-3	1	0
	Min	Max	

۱۴- در تابع $y = x^3 - x^2 - x$ بیشترین سرعت نزول در A رخ می دهد و شدت آن برابر K است. حاصل dBK چقدر است؟

-۴۴ (۴)

۴۴ (۳)

۱۴ (۲)

-۱۴ (۱)

$$y' = 3x^2 - 2x - 1$$

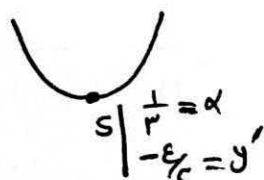
$$A \mid \frac{1}{3} = \alpha$$

$$f(\alpha) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-11}{27} = B$$

$$K = \left| -\frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3}$$

جواب: گزینه (۴)

راهنمای عمومی
صفحه ۲۳



۱۵- کس حاصل

$$(a) \int_1^a \frac{x}{x^2+1} dx = \ln \sqrt{13}$$

۱۰ (۴) ۴ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

جواب: گزینه (۲)

$$\left. \frac{1}{r} \ln(x^2+1) \right|_1^a = \frac{1}{r} \ln(a^2+1) - \frac{1}{r} \ln 2 = \frac{1}{r} \ln 13$$

→ $\frac{a^2+1}{r} = 13 \xrightarrow{a=2} a=5$

رایز عسوسی
صنعت ۱۷۳

۱۶- اگر

$$y = (G(x))^r \quad \text{حاصل مشتق} \quad G(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt$$

(۲) $\frac{r \sin x}{1+x^2} \int_1^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt$ (۱) $\frac{r \sin x}{1+x^2} \int_1^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt$

(۴) $\frac{r \sin x}{1+x^2} \int_1^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt$ (۳) $\frac{r \sin x}{1+x^2} \int_1^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt$

جواب: گزینه (۴)

$$G'(x) = \frac{\sin x}{1+x^2}$$

$$y' = r G(x) (r G'(x)) = r \int_1^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt \times r \left(\frac{\sin x}{1+x^2} \right)$$

رایز عسوسی
صنعت ۱۷۱

۱۷- دایره ای که از نقاط (۱،۰) و (۰،۱) گذشته و بر خط $y=1$ مماس باشد دارای چه شعاعی

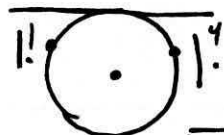
$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$



$R = 1 - B$

$R = \sqrt{\left(\frac{x}{r} - 1\right)^2 + (B - 0)^2}$

→ $1 - B = \sqrt{\frac{1}{2} + B^2} \rightarrow 1 + B^2 - 2B = \frac{1}{2} + B^2 \rightarrow B = \frac{1}{2} \rightarrow R = \frac{1}{2}$

رایز عسوسی
صنعت ۱۷۴

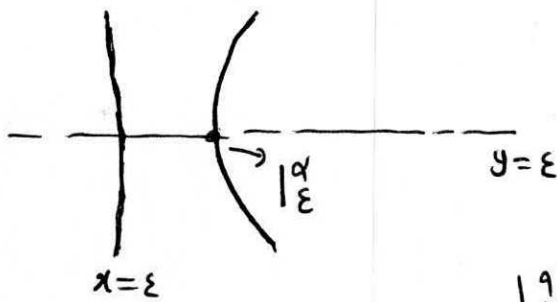
۱۸ - محور اکسین $x=4$ خطی دارد، $y=4$ محور تقارن آن بوده و از نقطه $A(9,7)$ بگذرد
 و از این لحاظ فاصله کانونی است؟

$$\frac{9}{p} = \frac{1}{p} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{p} = \frac{1}{p} \quad (۳)$$

$$\frac{11}{p} = \frac{5}{p} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{4} = \frac{1}{4} \quad (۱)$$



جواب: از این (۴)

بانی علوم
صفحه ۱۳۳

$$(y-4)^2 = 4p(x-4)$$

$$(y-4)^2 = 4p(x-4)$$

$$9 \rightarrow (7-4)^2 = 4p(9-4)$$

$$9 = 20p - 4p\alpha \quad (۱)$$

$$\alpha - p = 4 \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \rightarrow 9 = 20p - 4p(p+4) \rightarrow 4p^2 - 20p + 9 = 0$$

$$\rightarrow p = \frac{9}{4} \rightarrow \alpha = \frac{17}{4}$$

$$p = \frac{1}{4} \rightarrow \alpha = \frac{9}{4}$$

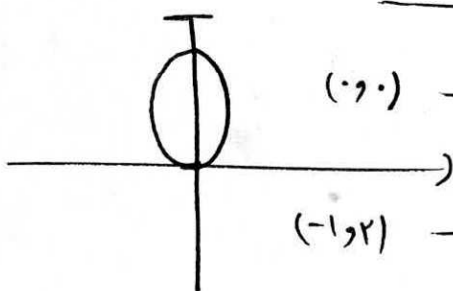
۱۹ - آن بی $\epsilon x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در مبدأ مختصات محور x ها ساکن باشد و از نقطه $(-1, 2)$ بگذرد $a+b+c$ را بیابیم؟

$$-4 \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$\epsilon \quad (۲)$$

$$-\epsilon \quad (۱)$$



$$(0,0) \rightarrow c = 0$$

جواب: از این (۱)
 بهر حال است

بانی علوم
صفحه ۱۳۹

$$(-1,2) \rightarrow \epsilon + \epsilon - a + 2b + c = 0 \rightarrow a - 2b = 1$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x = -\frac{a}{\epsilon} = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$f'(y) = 0 \rightarrow y = -\frac{b}{\epsilon}$$

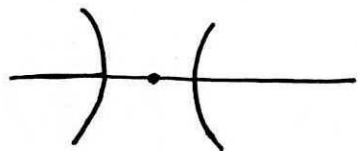
۲. هذلولی که مرکزش مبدأ مختصات و محور کانونی آن منطبق بر محور x ها و خروج از مرکزش $\frac{\sqrt{5}}{2}$ و وتر کانونی آن به طول ۴ باشد محور طولها را بدستش بآید m طول قطع می کند ؟ (۱۰)

۱ ۱۴

۴ ۱۳

۱۴ ۱۲

۲ ۱۱



$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

جواب: از مرکز (۴)

رامش عموی
پنجم ۱۴۴

$$\frac{r b^2}{a} = 4 \rightarrow \frac{r (\frac{1}{4} a^2)}{a} = 4 \rightarrow a = 8 \rightarrow b = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow \frac{5}{4} a^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b^2 = \frac{1}{4} a^2$$

$$\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{12} = 1 \quad y=0 \rightarrow x=8$$