

به نام خالق مهربانی‌ها

آزمون تئوری پنجم
زمان : ۳ ساعت و ۳۰ دقیقه

میانگین دوتایی

مجموعه‌ی دلخواه $n \geq 2$ عضو A را در نظر بگیرید. یک زیرمجموعه‌ی دو عضوی از A را طلایی می‌نامیم اگر میانگین عضوهای آن بیشتر مساوی میانگین عضوهای A باشد. (الف) ثابت کنید A دست کم $n - 1$ زیرمجموعه‌ی طلایی دارد. (ب) به ازای هر n نشان دهید A ای وجود دارد که حداکثر $n - 1$ زیرمجموعه‌ی طلایی دارد.

گمشده

n عدد صحیح در ورودی داده شده، الگوریتمی ارائه کنید که با حافظه و زمان از $O(n)$ کوچکترین عدد بزرگ‌تر از کمینه را که در بین اعداد نیست بیابد.

رنگی رنگی

یک جدول $2n \times 2n$ داریم. می‌خواهیم تعدادی از خانه‌های آن را رنگ کنیم به طوری که در مجاورت هر خانه‌ی رنگ شده حداکثر دو خانه‌ی رنگ شده‌ی دیگر باشد. (دو خانه مجاورند اگر راس مشترک داشته باشند) برحسب n بگویید حداکثر می‌توانیم چند خانه رنگ کنیم.

من می نه ز بهر تنگدستی نخورم یا از غم رسوایی و مستی نخورم

من می ز برای خوشدلی می خوردم اکنون که تو بر دلم نشست، نخورم

حکیم عمر خیام