

طبیعی‌گرایی در فلسفهٔ ریاضی

مرتضی منیری

دانشگاه شهید بهشتی

اسفند ۹۴

برخی پرسش‌ها در فلسفهٔ ریاضی

آنچه که ریاضیات را از سایر علوم جدا می‌کند، چیست؟
منشأ یقین (اگر بپذیریم که حقایق ریاضی یقینی هستند)، در ریاضیات
چیست؟

آیا موجودات ریاضی از قبیل نقطه و خط و میدان و انحنا، مستقل از ما وجود
دارند؟

کشفیات ریاضی چگونه صورت می‌گیرد؟

هرچند که منشأ این‌گونه پرسش‌ها نوعی کنجکاوی روشنفکرانه است اما تاریخ ریاضیات گواه آن است که بررسی آنها می‌تواند منجر به کشفیات ریاضی جدید شود.

برای مثال، استفاده از روش اصل موضوعی در هندسه، زمینه را برای کشف هندسه‌های ناقلیدسی فراهم کرد.

منطق ریاضی ماحصل تلاش‌های فرگه و راسل در بنیان منطق‌گرایی در فلسفهٔ ریاضی است.

افلاطون‌گرایی

افلاطون‌گرایی، دیدگاهی است در فلسفه ریاضی که معتقد است اشیاء ریاضی، از قبیل نقطه و خط و مجموعه و عدد، در بیرون از زمان و مکان و اندیشه در قلمرویی مجرد، موسوم به عالم مثل به گونه ای ازلی و ابدی، وجود دارند.

قبل از تولد، روح انسان در بهشت به این حقایق آگاهی دارد. پس از تولد، همه‌ی این حقایق فراموش می‌شوند. فرایند کشف و یادگیری، در واقع به خاطر آوردن مجدد این حقایق‌اند. بنابراین حقایق ریاضی پیشینی‌اند (یعنی مبتنی بر تجربه نیستند).

کانت

کانت، گزاره‌ها را به دو شکل مختلف تحلیلی-ترکیبی و پیشینی-پسینی، تقسیم‌بندی کرد. از دیدگاه کانت، حقایق ریاضی، شامل حساب و هندسه، ترکیبی پیشینی‌اند.

برای مثال، این حقیقت که $5+7=12$ را در نظر بگیریم. هنگامی که به مفاهیم ۵ و ۷ می‌اندیشیم، مفهوم ۱۲ را بلافاصله در نمی‌یابیم، به عبارت دیگر مفهوم ۱۲ در مفهوم ۵ و ۷ گنجانده نیست (پس حقیقت ریاضی فوق یک حقیقت تحلیلی نیست). اما با استفاده از شهود زمان و توالی می‌توان این حقیقت را دریافت.

فرگه و براور

فرگه در مورد هندسه با کانت هم عقیده بود ولی اعتقاد داشت که حقایق حسابی، تحلیلی هستند. البته از نظر فرگه، گزاره‌های تحلیلی تنها گزاره‌هایی نیستند که محمول آن‌ها در موضوعشان مستتر است (آن‌گونه که کانت می‌اندیشید)، بلکه حقایق منطقی را نیز تحلیلی می‌دانست.

براور، به عکس، حقایق حسابی را پیشینی می‌دانست ولی رأی کانت را در مورد پیشینی بودن حقایق هندسی، نپذیرفت (ظاهراً تحت‌تأثیر ظهور هندسه‌های ناقلیدسی).

کواین

کواین به **کل گرای** معتقد است. به عبارت دیگر، کواین کل دانش (علوم طبیعی و ریاضی) را به هم پیوسته می‌داند و تنها کناره‌های این کل را با تجربه، مرتبط می‌شمارد. مخالفت با تجربه در این کناره‌ها می‌تواند منجر به تجدیدنظر در هر قسمتی از این کل گردد. حتی ریاضیات و منطق، قابل تجدیدنظر هستند. برای مثال، منطق کوانتومی می‌تواند جانشین منطق کلاسیک گردد، اگر توضیح بهتری برای حقایق تجربی فراهم کند. ضروری بودن ریاضیات تنها در آن است که دانشمندان تنها در صورت اجبار و بعد از بی‌فایده بودن تجدیدنظرهای دیگر، حاضر به تغییر در آن هستند.

طبیعی‌گرایی کواین

کواین مدعی است که هیچ بازسازی یا توجیحی برای علم به وسیله فلسفه لازم یا ممکن نیست. طبیعی‌گرایی از دیدگاه او یک فلسفه خود-اعتبار که قواعدی وضع می‌کند تا علم از آنها پیروی کند، نیست. وظیفه یک فیلسوف، فقط توصیف کاری است که دانشمندان می‌کنند.

برهان ناگزیری کواین

1. می‌بایست التزام هستی شناسانه به همه و فقط به هویتی داشته باشیم که نظریه‌های علمی ناگزیر از آنها هستند.
2. اشیا و هویت ریاضی برای نظریه‌های علمی ناگزیر هستند.
3. پس می‌بایست نسبت به هویت ریاضی، التزام هستی شناسانه داشته باشیم.

انواع طبیعی‌گرایی

گونه‌های متفاوتی از طبیعی‌گرایی در فلسفهٔ ریاضی وجود دارد که به‌طور خلاصه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

1. آنهایی که تنها استانداردهای علوم طبیعی را می‌پذیرند.

2. آنهایی که تنها استانداردهای ریاضیات را می‌پذیرند.

3. آنهایی که به استانداردهای هر دو اعتقاد دارند.

کواپن ظاهراً به دسته‌ی اول تعلق دارد. خانم پنلوپه مدی در مقالاتی که اخیراً نگاشته، به دسته‌ی دوم گرایش نشان می‌دهد.

واقع‌گرایی

طبیعی‌گرایی کواپن در فلسفه ریاضی را می‌توان نوعی واقع‌گرایی علمی دانست.

واقع‌گرایی ریاضی به معنی آن که هویت ریاضی به نوعی مستقل از ما وجود دارند و کار ریاضیدانان کشف خواص آنهاست، در میان ریاضیدانان حرفه‌ای، طرفداران فراوانی دارد.

نقطه‌ی مقابل واقع‌گرایی، نام‌گرایی است که وجود هویت مجرد را نفی می‌کند. برنامه‌ی هیلبرت در مبانی ریاضیات را می‌توان نوعی نام‌گرایی پیشرفته دانست.

کورت گودل

گودل یک واقع‌گراست و صدق را متمایز از داشتن برهان می‌داند. برهان یک گزاره، تنها شاهی بر صدق آن است. برای مثال CH، صادق یا کاذب است. گرچه نتوانیم هیچ‌یک را ثابت کنیم. به اعتقاد گودل، ما شهودها و ادراک‌های ریاضیاتی داریم (مانند شهودهای فیزیکی)، منتها با چشم ذهن. اصول موضوع را می‌بایست برحسب پیامدهای آنها برگزید، به خصوص آنهایی که بر مبنای شهود، قابل‌ارزیابی‌اند.

اصول موضوع

سه دیدگاه در مورد اصول موضوع ریاضی وجود دارد:

1. بدیهی‌اند (دیدگاهی تاریخی که برای مثال، اصول اقلیدس را بدیهی فرض می‌کند).
2. مفروضات دل‌به‌خواه‌اند (سازگاری مهم است، قراردادگرایی و صورت‌گرایی).
3. تلاش‌هایی جایز‌الخطا برای توصیف اشیاء هستند (دیدگاهی واقع‌گرا که به عدم قطعیت اصول معتقد است و آنها را حدسیاتی می‌داند که باید بر اساس نتایج‌شان دآوری شوند، دیدگاه گودل).

آزمایش ذهنی فریلینگ در رد CH

1. دو زوبین را به طور مستقل به بازه حقیقی یکه پرتاب کرده تا دو عدد را به طور تصادفی انتخاب کنید.
2. این بازه را خوش‌ترتیب کنید.
3. با فرض CH، قطعه‌ی آغازین مشخص‌شده با هر عدد، شمارا است.
4. بنابراین، احتمال اصابت هریک از دو زوبین در قطعه‌ی آغازین مشخص‌شده توسط دیگری، صفر است و این ناممکن است.

برخی منابع

1. J. R. Brown, Philosophy of Mathematics, Routledge, 2008
2. P. Maddy, How Applied Mathematics Became Pure, BSL, 2008.
3. P. Maddy, Naturalism in Mathematics, Clarendon Press, 2002
4. L. Horsten, Philosophy of Mathematics, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2007.
5. اورام استرول، فلسفه تحلیلی در قرن بیستم، ترجمه فریدون فاطمی، نشر مرکز، ۱۳۹۰.
6. هیلاری پاتنم، فلسفه منطق، ترجمه مازیار چیت ساز، انتشارات حکمت، ۱۳۹۲.