

سپیدان

آزمون اول المپادزنگ (دوره ۷م)

۱۳۹۲، ۹، ۲۸

وقت: ۵۰ دقیقه

✓ مسئله ۱

کمی ذره به جرم M و N ذره به جرم Δm در نظر بگیرید. همه ذره‌ها روی یک خط راست حرکت می‌کنند. M ابتدا ساکن است.

(۱)

الف - ذره‌های به جرم Δm به ترتیب با سرعت v به M می‌خورند، و همه برخوردها کشش‌ناهند.

سرعت نهایی ذره M به جرم M چه قدر است؟ (فرض کنید همه ذره‌های کوچک به جرم M

می‌خورند، و ذره‌های کوچک پس از برخورد با جسم M ، متراجم هم نیستند.)

ب - فرض کنید ذره‌های به جرم Δm به ترتیب به M می‌خورند، و سرعت هر جرم پس از برخورد، نسبت به جرم M برابر v است. سرعت نهایی ذره M چه قدر است؟

ج - بپذیرید $m = N \Delta m$ ، و بخش‌های الف و ب را در حد $N \rightarrow \infty$ ، $\Delta m \rightarrow 0$ به طوری

که m ثابت باشد، حساب کنید. سرعت نهایی جرم M در حالت‌های الف و ب در حد

$N \rightarrow \infty$ ، و به ازای $N=1$ را با هم مقایسه کنید (یعنی به ترتیب بزرگی مرتب کنید). این

مقایسه را برای حالت $\frac{m}{M} \ll 1$ انجام دهید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)^x = e^\alpha \quad \text{راه‌نمایی:}$$

✓ مسئله ۲

کمی جسم به جرم m به نخی بسته شده، و نخ دور یک N ضلعی منتظم پیچیده شده. N ضلعی و

نخ در یک صفحه‌اند. نخ کشیده است. N ضلعی ساکن است، و انتهای نخ به N ضلعی بسته شده.

لطی حرکت جرم، نخ کشیده می‌ماند، فاصه‌ی مرکز N ضلعی تا مرکز از رأس‌های آن R است.

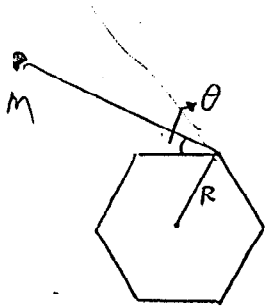
← ادامه دارد

۱

۲

iopm.ir

در حالتی که اولین نقطه تماس نخ با N قطبی رأس نام است،
 سرعت زاویه‌ای جسم نسبت به این نقطه را ω_i ، طول بخش آزاد نخ را
 l_i ، و انرژی جنبشی جسم را E_i بنامید.



الف - $\frac{\omega_{i+1}}{\omega_i}$ را به دست آورید.

ب - $\frac{E_{i+1}}{E_i}$ را به دست آورید.

ج - در حد $N \rightarrow \infty$ (ثابت R) رابطه‌ی ω و E بر حسب φ را به دست آورید. φ کمان از
 خارِه است که نخ دور آن پیچیده. فرض کنید سرعت جسم در $\varphi=0$ برابر v_0 باشد.

سند ۳

سفینه‌ی فضایی ای به شکل استوانه با طول l و شعاع R با سرعت زاویه‌ای ω حول محور خود می
 این سفینه به گونه‌ای طراحی شده است که سطح داخلی آن شرایط لازم برای زندگی انسان را داشته باشد.
 (شتاب برانش ظاهری g^* ، دمای T^* ، و فشار P^* .)

۶۵

الف - در صورتی که انرژی گرایی این مجموعه از طریق یک لامپ استوانه‌ای با شعاع R_0 و دمای T_0
 که در محور استوانه قرار دارد، تأمین شود، دمای هوا را بر حسب فاصله از مرکز به دست آورید.
 (فرض کنید رسانایی گرایی برابر $cT^{1/2}$ است که c فقط تابع جنس گاز است.)

ب - با فرض این که لامپ خاموش است، فشار را بر حسب فاصله از مرکز به دست آورید.
 (از رابطه‌ی $\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} = 0$ استفاده کنید.)

موفق باشید

$\omega_{i+1} - \omega_i = c$

iopm.ir

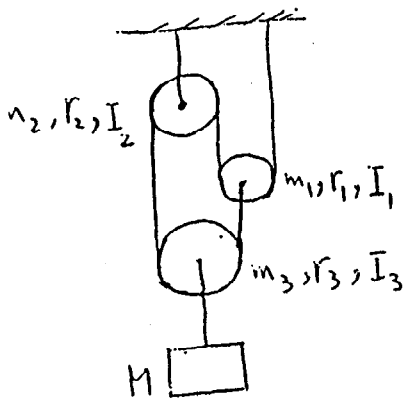
امتحان دوم المپیاد فیزیک (در روز ۷ لغو)

وقت: ۲,۵ ساعت

سئله ۱

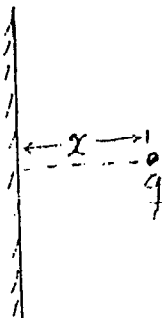
۴

در سیستم متقابل، از جسم A کشیدگی نخ ها به هم پیوسته و فرض کنید نخ ها روی قرقره ها نمی لغزند. صفحات هر قرقره (جسم، شعاع، و حتی عرض) کنار هر قرقره نوشته شده. این سیستم در میان تراش زمین است. کتاب جسم M را به دست آورید.



سئله ۲

بار q متقابل صفحه‌ی رسانای بسیار نازک که به زمین وصل است، قرار دارد. الف - با فرض این که بتوان سئله را الکترواستاتیک در نظر گرفت، نیروی وارد به بار q و زمان رسیدن آن به صفحه‌ی رسانا را حساب کنید.



۴

ب - با نزدیک شدن بار به صفحه، چگالی بار روی صفحه عوض می شود. چگالی جریان سطحی را بر حسب سرعت بار q بیابید.

ج - مقاومت دژروی سطحی رسانا را ρ بگیریم، در نتیجه توان آلفا در واحد سطح رسانا برابر است با ρq^2 . توان آلفا در کل را بر حسب مکان و سرعت بار q حساب کنید.

د - با استفاده از قضیه‌ی کار-انرژی معادله‌ی حرکت بار q را بنویسید (لازم نیست حل کنید).

ادامه دارد

مسئله ۳

گاز ایده آل دو بُعدی، گازی است که مولکولهای آن تنها در سه جهتی حرکت می کنند و با هم برهم کنش ندارند.

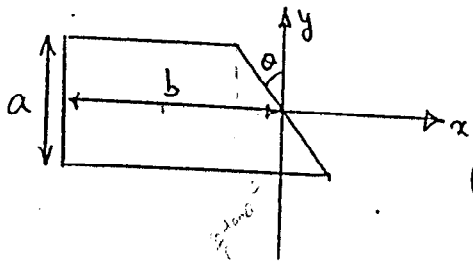
(۶)

الف - $p(v)dv$ (احتمال این که اندازه سرعت یک مولکول بین v و $v+dv$ باشد) را حساب کنید.

ب - با تعریف پارامترهای مناسب، معادله حالت این گاز را به دست آورید.

سئله ۱

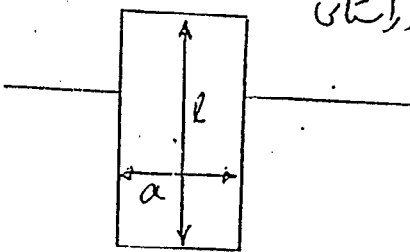
الف- یک ذوزنقهی قائم الزاویه در نظر بگیرید که ارتفاع آن a و فاصله بین مرکز دایره آن b است. زاویه ی
ساق های ذوزنقه با هم θ است. چگالی ذوزنقه را یک نواخت بگیرید و مرکز جرم آن را به دست آورید.



محورهای x و y را مطابق شکل بگیرید.
 $(\frac{a^2}{12b} \tan \theta, -\frac{b}{2})$
 (۶)

ب- یک مربع مستطیل یک نواخت به چگالی ρ در یک منبع به چگالی ρ_0 شناور است. رابطه ای بین a ،

l ، و چگالی ها به دست آورید که حالت تعادل شکل، نسبت به چرخش در راستای عمود بر صفحه پایدار باشد.



سئله ۲

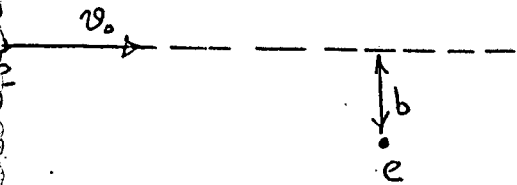
در خلاء، همواره احتمال به وجود آمدن زوج الکترون و پاد الکترون وجود دارد. این احتمال متناسب با چگالی انرژی موجود در فضا است. به این ترتیب اگر در یک نقطه از خلاء میدان \vec{E} داشته باشیم چگالی در قطب های در آن جا به وجود می آید که برابر است با $\vec{P} = \alpha E^2 \vec{E}$ که α یک کمیت ثابت و بسیار کوچک است

الف- فرض کنید در $\vec{A} = 0$ ، یک ذره با بار q قرار داده ایم. میدان الکتریکی و چگالی در قطب های الکتریکی را تا مرتبه دوم از α ، به عنوان تابعی از r حساب کنید. (حلی نزدیک بار نشود!) (۵)

ب- با توجه به اینکه در ابعاد اتمی، نیروی کولنی با تقویب بسیار خوبی درست است، حدی برای α به دست آورید. (۵)

مسئله ۳ ✓

الکترونی از بی نهایت با سرعت v_0 به طرف الکترون ساکنی با پارامتر برخورد b شکست می خورد.
 بردار سرعت نهایی دو الکترون را به دست آورید (تا اولین مرتبه بی ترتیب - b را بزرگ فرض کنید).



مسئله ۴

کلیف مستطیلی با جرم M و سطح مقطع A و سرعت V در هوا حرکت می کند. اگر جرم مولکولهای هوا m

آنها در واحد حجم n_0 و دما T باشد:

(۵)

الف - نیروی وارد بر کلیف مستطیل را حساب کنید. (مسئله را یک بعدی فرض کنید).

ب - این نیرو را در حدود $\frac{V}{v_{rms}}$ خیلی بزرگ و خیلی کوچک محاسبه کنید:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad \text{تعریف!}$$

مسئله ۵

الف - سکه ی هلبی روی دایره ای به شعاع R بدون لغزش حرکت می کند. زاویه ی صفحه ی سکه با سطح نیز مستطیل θ است. همچنین حرکت به گونه ای است که همواره یک روی سکه به سمت مرکز مسیر است. شعاع سکه a رابطه بین θ ، a ، R و سرعت دوران سکه حول مرکزش را پیدا کنید.



(۶)

ب - حداقل سرعت زاویه ای سکه حول محور خودش برای اینکه حرکت پایدار باشد را به دست آورید.

مسئله 1

زدهای تحت تأثیر پتانسیل $U(x)$ قرار دارد. انرژی این ذره را E بپذیرید. دوره تناوب این

نوسان را برابر است با:

$$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} \quad , \quad U(x_1) = U(x_2) = E$$

الف - نشان دهید در صورتی که پتانسیل $U(x)$ به اندازه $\delta U(x)$ تغییر کند، تغییر دوره تناوب

δT ، تا مرتبه اول δU از رابطه زیر بدست می آید:

$$\delta T = -\sqrt{\frac{m}{2}} \frac{\partial}{\partial E} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\delta U(x) dx}{\sqrt{E - U(x)}} \quad (1)$$

که در واقع همان

$$\delta T = -\frac{\partial}{\partial E} (T \bar{\delta U})$$

است: $\bar{\delta U}$ متوسط زمانی δU است یعنی:

$$\bar{\delta U} = \frac{1}{T} \int_0^T \delta U(x(t)) dt.$$

ب - فرض کنید $U = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ و $\delta U = \beta x^4$ است. δT را بدست آورید.

نوسان هارمونیک

iopm.ir

منجم‌ها می‌توانند نوری را که از کهکشان‌ها می‌آید مطالعه کنند، و از جمله می‌توانند طیف عنصرها را در آن تشخیص دهند. برای کهکشان‌ها می‌توانند تقریباً همیشه این طیف‌ها به سمت طول‌موج‌ها می‌بلندتر (یعنی سرخ‌تر) منتقل شده‌اند، به طوری که نوری که در دست‌گاه سکون کهکشان با طول‌موج λ_0 گسیل شده، وقت‌ی به ما می‌رسد طول‌موجش λ_D است، و داریم

$$\frac{\lambda_D}{\lambda_0} = Z > 1. \quad (1)$$

این انتقال به سرخ‌ها را می‌توان انتقال‌ها می‌دوپلری پنداشت، به این معنی که می‌توان آن‌ها را به دور شدن کهکشان‌ها می‌دور دست از ما نسبت داد.

(الف) اگر انتقال به سرخ کهکشان‌ها Z باشد، و این انتقال به سرخ فقط ناشی از دور شدن آن کهکشان از ما باشد، سرعت دور شدن آن کهکشان از ما چه قدر است؟

بیش‌تر فیزیک‌پیشه‌ها، این انتقال به سرخ‌ها را به بزرگ شدن جهان نسبت می‌دهند. بنا بر این نظریه، که نظریه می‌تعارف کههان‌شناسی نام دارد و شاهد‌ها می‌تجربی می‌خوب می‌هم دارد، جهان در حال بزرگ شدن است؛ به این معنی که کهکشان‌ها می‌دور دست از ما دور می‌شوند، و سرعت دور شدن آن‌ها متناسب است با فاصله می‌آن‌ها از ما، یعنی

$$v = H d. \quad (2)$$

در این فرمول، H ثابت می‌است موسوم به ثابت هابل. نتیجه می‌رصد‌ها می‌کنونی حاکی از آن است که ثابت هابل تقریباً برابر است با

$$H \cong 75 \text{ kms}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}. \quad (3)$$

در این فرمول پارسیک، با علامت pc یک واحد فاصله است و برابر است با 3.24 ly (سال نوری = ly).

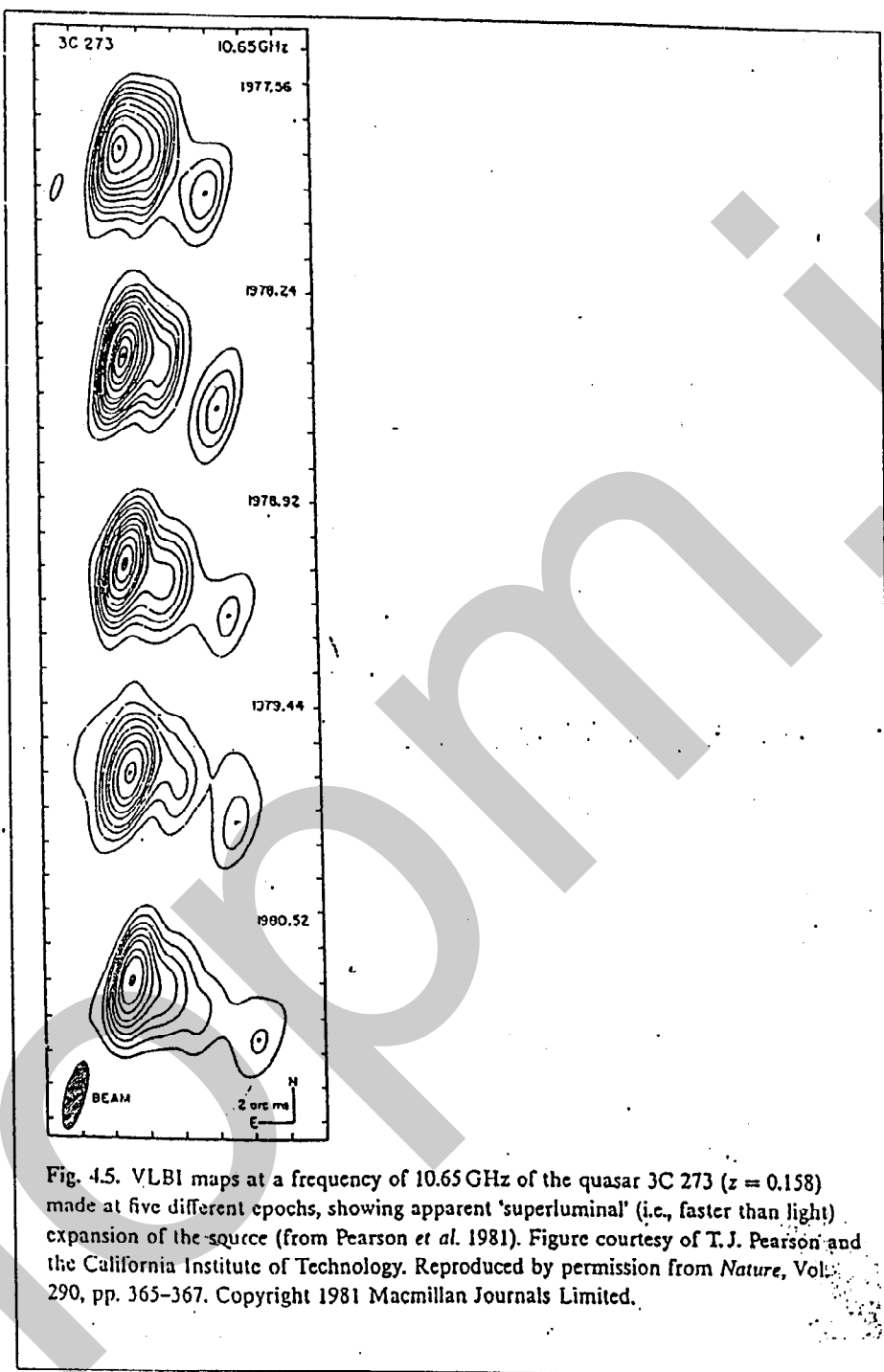
اختروش 3C273، جسم می‌است در آسمان که تابش رادیویی می‌بسیار قوی می‌دارد. طول‌موج پرتوهای می‌که از این کهکشان به ما می‌رسد: با یک ضریب $Z = 1.158$ بزرگ‌تر شده است.

(ب) با فرض درست بودن مدل متعارف کیهان‌شناسی، یعنی بزرگ شدن هابلی‌ی جهان، فاصله‌ی این اختروش از ما چه قدر است؟

شکل (1) تصویرها بی از اختروش 3C273 است که در فاصله‌ی زمانی‌ی 1977.56 تا 1980.52، توسط رادیوتله‌سکپ VLBI گرفته شده است. از این نمودارها چنین بر می‌آید که چیزی در آن جا دو پاره شده؛ یک پاره به سمت شمال شرقی (بالا - چپ در تصویر)، و یک پاره به سمت جنوب غربی (پایین - راست در تصویر) حرکت می‌کند.

(ج) به کمک خط‌کش فاصله‌ی بین تصویر این دو تکه را بر حسب میلی‌متر بسنجید. برای این کار باید نقطه‌ها بی را در مرکز داخلی‌ترین دایره‌ها بی دو شکل، به عنوان جا بی هر کدام از توده‌ها انتخاب کنید. اینک با استفاده از مقیاس زاویه، که بر حسب میلی‌ثانیه بی قوس، در پایین شکل مشخص شده، زاویه بی بین توده‌ها را به میلی‌ثانیه تبدیل کنید (واضح است که رأس این زاویه زمین است). اینک با توجه به زمان ثبت این تصویرها، که بر حسب سال در سمت راست نمودارها نوشته شده، جدول زیر را کامل کنید.

در این جدول $\Delta t := t_i - t_{i-1}$ ، S فاصله بی مرکزها بی دو توده بی بزرگ و کوچک شکل است (بر حسب میلی‌متر)، φ فاصله بی زاویه‌ای بی بین این دو توده است (بر حسب میلی‌ثانیه بی قوس، $m \text{ sec}$ ، و بر حسب نانورادیان، $n \text{ Rad}$)، d فاصله بی بین دو توده است (بر حسب سال نوری)، $\Delta d := d_i - d_{i-1}$ ، و $\beta = \Delta d / (c \Delta t)$ سرعت دور شدن این دو توده است (بر حسب سرعت نور).



شکل 1 -

۲

۱۲

V

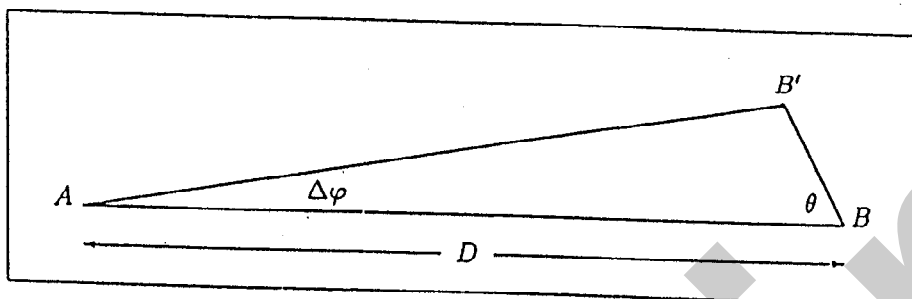
i	t_i / y	t_i / y	$\Delta t / y$	S_i / mm	$\varphi_i / msec$	$\varphi_i / nRad$	d / ly	$\Delta d / ly$	β
0	1977.56	0.00	_____					_____	_____
1	1978.24								
2	1978.92								
3	1979.44								
4	1980.52								

چنین به نظر می‌رسد که دو توده ای که از هم جدا شده اند، با سرعت ی بسیار بیش از سرعت نور از هم دور می‌شوند. این معضلی است که باید حل شود. یکی از فرضیه‌هایی که برای رفع این معضل ارائه شده این است که فرض کنیم انتقال به سرخ - 3C273، ناشی از انبساط هابلی ی جهان نیست، به این معنی که این اختروش در فاصله ی خیل ی کمتری از ما است (کمتر از آن چه فرمول هابل می‌گوید).

(د) فاصله ی 3C273 از ما چه قدر باشد که معضل بالا رفع شود؟

(ه) اگر 3C273 در این فاصله باشد، انحراف سرعتش از سرعت هابلی - یعنی سرعتش نسبت به کهکشان‌ها بی که در این فاصله از ما هستند، ولی از فرمول هابل تبعیت می‌کنند - چه قدر است؟

در سال 1977، سه منجم به نام‌ها ی McKee، Blandford، و Rees مدل ی پیش‌نهاد کردند که می‌تواند چنین سرعت‌ها ی فرانوری ای را در چارچوب نسبت خاص توضیح دهد. اینک به مطالعه ی این مدل می‌پردازیم. با توجه به شکل (2)، دو جسم در نظر بگیرید که در نقطه ی B باشند. ناظر در نقطه ی A است، و فاصله ی A تا B برابر D است.



شکل 2 -

فرض کنید B نسبت به A ساکن باشد. در لحظه t_1 بخش A از جسم B در امتداد θ با سرعت v پرت می شود. پس از گذشت زمان Δt این جسم به اندازه $v \Delta t$ از B دور شده و در B' است. ناظری که در A ایستاده، بودن دو جسم کنار هم در B را در زمان t_1 می بیند که نور فاصله D را پیموده و به A رسیده. پس از گذشت زمان Δt ناظر یک A از دو جسم را در همان جا می بیند و جسم جدا شده را در زاویه $\Delta \varphi$ می بیند. از نظر این ناظر، که در A ایستاده، سرعت ظاهری u شدن توده B دوم از توده A اول برابر است با

$$u = \frac{D \Delta \varphi}{\Delta t} \quad (4)$$

(و) با محاسبه u سرعت ظاهری $u = \frac{v}{c} \beta$ را به عنوان تابعی از v و θ به دست آورید. (دقت کنید v سرعت جدا شدن توده B دوم از توده A اول است و بنا بر فرض نقطه B نسبت به A ساکن است. یعنی این سرعت هیچ ربطی به سرعت هابلی H_0 که کشان B در A است ندارد.)

(ز) بیشینه β برای چه θ ای است، و مقدار این بیشینه چه قدر است؟

(ح) فرض کنید سرعت جدا شدن توده B' تقریباً $0.995c$ باشد. زاویه θ چه قدر باشد تا بتوان مشکل سرعت فرانوری $3C273$ را حل کرد؟

سؤا

يك لايه ي شاره را در نظر بگيريد كه چگالي ي آن فقط تابع z است. اين شاره ساكن است. و شكل $z = 0$ تقارن دارد. با استفاده از $\rho(z)$ (چگالي ي شاره) $m(z)$ را چنين تعريف مي كنيم.

$$m(z) := \int_0^z \rho(z') dz'$$

(a) معادله ها ي ديفرانسيل P و شدت g ميدان g گرانشي بر حسب z را بنويسيد. (فرض كنيد اين دو كميت فقط تابع z اند، g در راستاي z است، و ميدان g گرانشي هم ناشي از خود z شاره است.)

(b) با استفاده از تعريف m (و معادله ها ي بالا) معادله ي ديفرانسيل ي براي P بر حسب m بنويسيد.

(c) P را بر حسب m حساب كنيد. فرض كنيد شاره بين $z = -a$ و $z = a$ است، $m(a) = M$ و بيرون $z = a$ شاره فشار صفر مي شود.

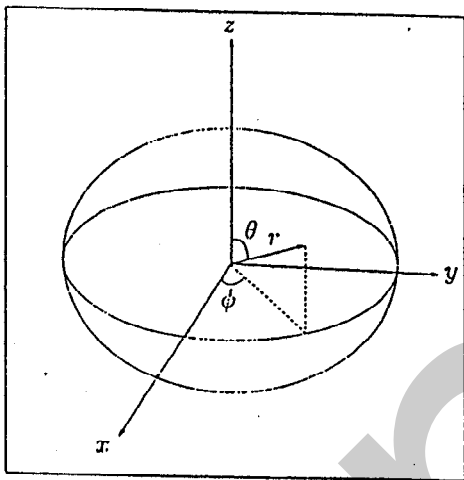
(d) معادله ي حالت $P = f(m)$ را بگيريد. معادله ي ديفرانسيل ي براي z بر حسب m بيايد.

(e) معادله ي حالت را $\rho = \alpha P^\beta$ بگيريد، كه α و β ثابت ها ي مثبت اند. به ازاي چه مقدارها ي β مقدار a بي نهايت مي شود؟ به ازاي مقدارها ي ديگر β (كه a محدود مي ماند) a با چه توان ي از M متناسب است؟ مقدار a بر حسب M ، به ازاي چه مقدارها ي β صعودي است و به ازاي چه مقدارها ي نزولي؟ (براي اين بحث ها، لازم نيست انتگرال ي را حساب كنيد.)



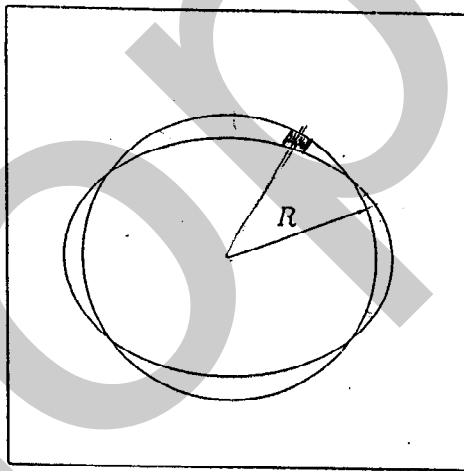
مسئله ۳ - در این مسئله می خواهیم اثر پختی زمین را در پتانسیل گرانش آن وارد کنیم. فرض کنید که زمین تقریباً بیضی گون است. بیضی گون زمین، بیضی ای است که حول قطر کوچک ترش دوران یافته است. شعاع استوایی زمین a و فاصله مرکز زمین تا قطب $(1 - \eta)a$ است. $\eta \approx 0.0034$ بنا بر این اثر پختی زمین را تا رتبه اول η بررسی می کنیم. چگالی زمین ثابت و برابر با ρ است.

الف - نقطه ای روی سطح زمین با مختصات r, θ, ϕ در نظر بگیرید. r را بر حسب θ و ϕ تا رتبه اول η به دست آورید.



۴

ب - اگر زمین کره ای با همان جرم و چگالی بود شعاع آن R می شد. R را تا رتبه اول η به دست آورید. حجم بیضی گونی با نیم قطرهای a, b, c و $V = (4\pi/3)abc$ است.



ج - به جای آن که زمین را بیضی گون بگیریم، می توانیم آن را کره ای به شعاع R بگیریم که روی آن یک توزیع جرم سطحی $\sigma(\theta, \phi)$ قرار دارد. σ را تا رتبه اول η به دست

۷

۹

آوريد.
د-- پتانسيل ناشی از σ را تا رتبه ي اولي σ و در فواصل دور، $R \gg r$ به دست آوريد. اين جمله ي اضافه در پتانسيل، به علت پخي زمين است.

*

۱۴

بسم تعالی

امتحان نهایی الیاد فیزیک (بخش اول)

وقت: ۳۵ دقیقه

✓ مسئله ۱ - ذره ای به جرم m تحت اثر نیروی گرانش روی سیکلوئید بدون اصطکاکی به پایین می لغزد. معادلات پارامتری سیکلوئید

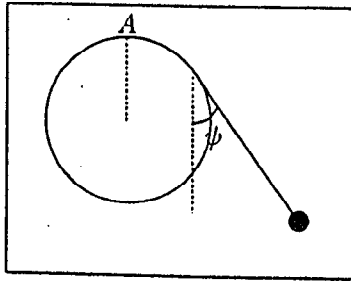
$$\begin{aligned} x &= A(\phi + \sin \phi) & -\pi < \phi < \pi \\ y &= A(1 - \cos \phi) \end{aligned}$$

است.

- الف - طول کمانی در امتداد سیکلوئید است که از پایین منحنی اندازه گیری می شود. انرژی ذره را بر حسب s و ϕ به دست آورید.
- ب - مقدار دوره تناوب را به دست آورید.

۶

✓ مسئله ۲ - جرم m به وسیله طنابی به طول l مطابق شکل به نقطه A روی استوانه‌ای بسته شده است. محور استوانه افقی و شعاع آن R است. $R < 2l/\pi$ است. استوانه را ثابت و حرکت را منحصر به صفحه‌ی قائمی بگیرید که از نقطه‌ی A می‌گذرد و بر محور استوانه عمود است. فرض کنید جرم m در زمان $t = 0$ در ψ_0 باشد.



الف- انرژی این جسم را بر حسب ψ_0 ، ψ و ψ دست آورید.
 ب- فرکانس نوسان‌های کوچک حول تعادل پایدار را به دست آورید.

✓ سند ۳

در ناحیه ای نزدیک به محور z ، یک میدان مغناطیسی \mathbf{B} مستقل از زمان هست. در این ناحیه جریان الکتریکی صفر است، بنابراین میدان مغناطیسی را می‌شود مشتق پتانسیل گرفت:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r})$$

فرض کنید این میدان نسبت به محور z متقارن است. در این صورت پتانسیل ϕ تابع z و ρ می‌شود. که ρ فاصله از محور z است. $\phi(z, \rho = 0)$ را با $f(z)$ نشان می‌دهیم.

- با استفاده از قانون گاوس، $\phi(z, \rho)$ را برای ρ های کوچک حساب کنید. این کمیت را بر حسب f به دست آورید و فقط اولین تصحیح غیر صفر نسبت به $\rho = 0$ را نگه دارید.

جسمی به جرم M با دوقطبی مغناطیسی μ را در نظر بگیرید. انرژی پتانسیل این جسم ناشی از میدان مغناطیسی $|\mathbf{B}| = B$ است، که μ تصویر دوقطبی مغناطیسی در جهت \mathbf{B} است. میدان گرانشی هم یک نواخت در جهت $-z$ است.

- انرژی پتانسیل این جسم را برای ρ های کوچک به دست آورید. (μ را ثابت بگیرید.)

- شرطی برای تعادل جسم در نقطه ای روی محور z به دست آورید.
- شرطی به دست آورید که این تعادل پایدار باشد. برای این که تعادل پایدار باشد μ باید مثبت باشد یا منفی؟

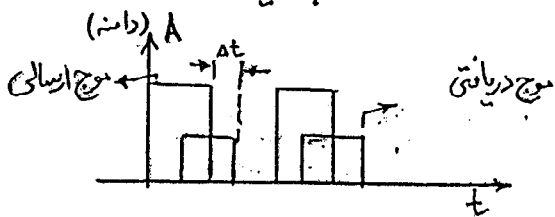
سند ۴

یک پلاسما شامل n الکترون بر واحد حجم، و مقداری یون مثبت است، چنان که توزیع بار یون‌ها ی مثبت تقریباً یک‌نواخت، و بار کل پلاسما صفر است. بارهای مثبت را ساکن فرض کنید. هیچ میدان الکترومغناطیسی خارجی بی در پلاسما نیست. افت و خیزی در پلاسما را در نظر بگیرید. این افت و خیز را با δv ، δE ، و δp مشخص می‌کنیم، که این کمیت‌ها به ترتیب تغییر چگالی ی بار نسبت به حالت تعادل، تغییر سرعت الکترون‌ها نسبت به حالت تعادل، میدان الکتریکی ناشی از جابه‌جایی الکترون‌ها، و تغییر فشار نسبت به حالت تعادل اند. در حالت تعادل، سرعت، چگالی، و فشار مستقل از مکان و زمان اند و سرعت v شاره است.

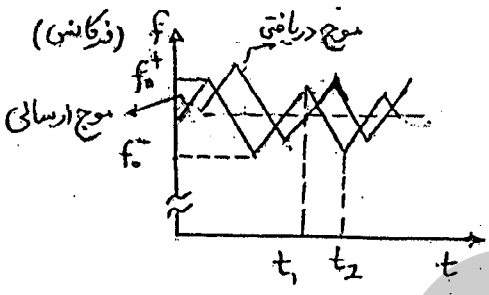
معادله‌های گاوس (برای میدان الکتریکی)، پیوسته‌گی، و نیوتن (برای حرکت الکترون‌ها) را بنویسید. فقط شکل خطی شده ی این معادله‌ها لازم است. فشار، میدان الکتریکی، و سرعت را حذف کنید و معادله ای برای δp به دست آورید. برای این کار فرض کنید $\delta p = Y \delta \rho_m / \rho_m$ و Y را ثابت بگیرید. ρ_m چگالی ی جرمی ی الکترون‌ها است. بار هر الکترون $(-e)$ ، و جرم هر الکترون m است. یک موج تخت برای معادله ی بالا در نظر بگیرید، و رابطه ی پاشنده‌گی (رابطه ی بین بس آمد، موج بردار، موج) را بنویسید.

مسئله ۵

الف - در گذشته ارسال کار را دارا این بوده که یعنی یک موج مربعی با پریود T به سمت هدف ارسال کرده و از روی مدت زمان اختلاف بین موج ارسالی و موج دریافتی به فاصله هدف از منبع پی می برد. حداکثر برد این را چقدر است؟ (بدون توجه به دامنه موج بازگشتی)



ب - در رادارهای پیشرفته تر با استفاده از اثر دوپلر می توان سرعت هدف می یابند. ارسال کار بر این است که منبع موجی ارسال می کند که فرکانس آن متغیر با زمان است (مطابق شکل).



این رادار با اندازه گیری فرکانس موج بازگشتی در دو لحظه t_1 و t_2 (زمانی که فرکانس موج ارسالی متغیر می شود) می تواند بازنمایی و تشخیص دهد که چقدر از اجسام می گذرد. این به سرعت و مکان جسم می برد. $[(f_0^+ - f_0^-) \ll (f_0^+ + f_0^-)]^2$

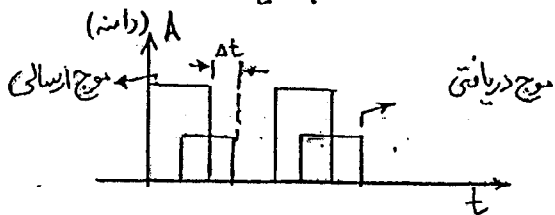
فرض کنید مسئله یک معنی می باشد و هدف مورد نظر یک هواپیمای مسافری می باشد.

سرعت و مکان جسم را بر حسب فرکانس ها در زمان t_1 و t_2 به دست آورید.

iopm.ir

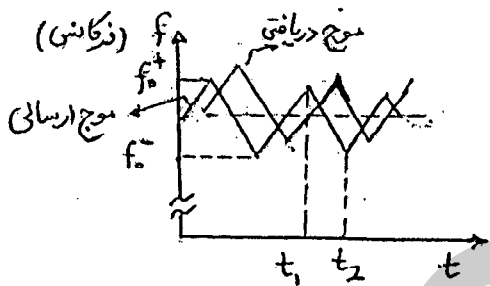
مسئله ۵

الف - در گذشته ایسایس کار رادارها این بوده که منبعی یک موج مربعی با پریود T به سمت هدف ارسال کرده و از روی مدت زمان اختلاف بین موج ارسالی و موج دریافتی به فاصله هدف از منبع پی می برد. حداکثر برد این رادار چقدر است؟
(بدون توجه به دامنه موج بازگشتی)



ب - در رادارهای پیشرفته تر با استفاده از اثر دوپلر پی به سرعت هدف می برند.

ایسایس کار بر این است که منبع موجی ارسال می کند که فرکانس آن متغیر با زمان



است (مطابق شکل).

این رادار با اندازه گیری فرکانس موج بازگشتی

در دو لحظه t_1 و t_2 (زمانی که فرکانس موج

ارسالی متادیر ماکزیمم و مینیمم خود را اختیار

می کند) پی به سرعت و مکان جسم

$$\text{می برد. } [(f_0^+ - f_0^-) \ll (f_0^+ + f_0^-)]^2$$

فرض کنید مسئله یک بعدی می باشد و هدف مورد نظر یک هواپیمای مسافری می باشد.

سرعت و مکان جسم را بر حسب فرکانس ها در زمان t_1 و t_2 به دست آورید.

iopm.ir