



پاسخ مسأله ۳-۲: نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k n = \mu_k mg \cos \theta$ می‌باشد که در آن $\theta = 53.1^\circ$ است. بسته قبل از رسیدن به فنر طول $L = 4 \text{ m}$ را می‌پیماید و مقدار بیشینه فشردگی فنر برابر d فرض می‌شود. فرض می‌کنیم نقطه ۱ موقعیت اولیه بسته و نقطه ۲ حالتی باشد که در آن بسته به فنر می‌رسد. نقطه ۳ بیشینه فشردگی فنر فرض می‌گردد و نقطه ۴ موقعیت نهایی بسته بعد از بازگشت آن می‌باشد.

(الف) داریم:

$$K_1 = 0, U_2 = 0, \Delta E_{th} = f_k L = \mu_k L \cos \theta, U_1 = mgL \sin \theta, K_2 = \frac{1}{2} m v^2$$

در رابطه فوق v سرعت بسته درست قبل از برخورد به فنر است. داریم $K_2 = U_1 - \Delta E_{th}$ با جایگزینی و حل برای v داریم:

$$v = \sqrt{2gL(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)} = \sqrt{2(9.8)(4.0)(\sin 53.1^\circ - (0.2) \cos 53.1^\circ)} = 7.3 \text{ m/s}$$

(ب) با فرض $y_3 = 0$ (مبدأ پتانسیل گرانشی در نقطه ۳) داریم: $K_1 = K_3 = 0$ و $U_1 = mg(L + d) \sin \theta, U_2 = \frac{1}{2} k d^2$

$\Delta E_{th} = f_k(L + d)$ با استفاده از پایستگی انرژی خواهیم داشت: $mg(L + d) \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta (L + d) = \frac{1}{2} k d^2$

بنابراین داریم: $d^2 \frac{k}{2mg(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)} - d - L = 0$ با جایگذاری مقادیر عددی و حل معادله درجه دوم خواهیم داشت

$$d = 1.06 \text{ m}$$

(ج) فرض می‌کنیم بسته پس از بازگشت و رسیدن به نقطه نهایی ۴ به میزان y در راستای سطح شیبدار پایین‌تر از موقعیت اولیه

خود (نقطه ۱) قرار گیرد. در این هنگام انرژی پتانسیل کشسانی (فنر) مجموعه برابر صفر است. بنابراین بسته به میزان $L + d$

روی سطح شیبدار پایین آمده و به میزان $L + d - y$ از آن بالا می‌رود. تغییر انرژی حرارتی مجموعه عبارتست از

$\mu_k(2L + 2d - y)mg \cos \theta$. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی بین دو موقعیت برابر $-mgy \sin \theta$ می‌باشد که برابر با قرینه

تغییر انرژی حرارتی مجموعه می‌باشد. با برابر قرار دادن این دو مقدار و حل برای y مقدار آن به صورت زیر خواهد بود:

$$y = (L + d) \frac{2\mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta} = (L + d) \frac{2\mu_k}{\tan \theta + \mu_k}$$

با قرار دادن مقادیر عددی و استفاده از نتیجه قسمت (ب) داریم:

$$y = 1.32 \text{ m}$$