

۱۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n^2 = 4n + 957 \rightarrow n^2 - 4n - 957 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(-957) = 16 + 3828 = 3844$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{3844}}{2(1)} = \frac{4 \pm 62}{2} \rightarrow \begin{cases} n = 33 \\ n = -29 \end{cases}$$

با در نظر گرفتن عدد ۳۳، باقیمانده آن بر عدد ۸ برابر عدد ۱ است.

۱۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه  $111 \dots 111 \times 3367 = A \times 3367 = 1111 \dots 111$  عدد  $A$  حتما باید یک عدد مانند ۳، ۱۳، ۲۳، ۳۳، ... باشد؛ به راحتی می توان دریافت که با این اعداد هرگز به عدد ۱۱۱۱۱ نخواهیم رسید، پس عدد بعدی که ۱۱۱۱۱۱ می باشد را بر ۳۳۶۷ تقسیم نموده و با انجام محاسبات زیر عدد مورد نظر برابر ۳۳ خواهد بود و از عدد مربع کامل ۳۶، سه واحد کمتر است.

$$111111 \div 3367 = 33$$

۱۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2 \quad \text{برای مجموع } n \text{ عدد متوالی فرد داریم،}$$

$$n^2 = 25n \rightarrow n^2 - 25n = 0 \rightarrow n(n - 25) = 0 \rightarrow n = 25 \quad \text{و}$$

پس، با توجه به رابطه  $49 - 1 = 2(25)$ ، عدد مورد نظر برابر ۴۹ خواهد بود.

۱۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر سن پدر را  $x$ ، سن فرزند اول را  $y$  و سن فرزند دوم را  $z$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت،

$$z = 6, x = 2(y + z) + 3 \rightarrow x = 2(y + 6) + 3 \quad \text{رابطه I}$$

$$z = 0, x - 6 = 5(y - 6) \quad \text{رابطه II}$$

این دو رابطه تشکیل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول به شکل زیر می دهند،

$$\begin{cases} x - 2y = 15 \\ x - 5y = -24 \end{cases}$$

با حل این دستگاه مقدار  $x$  (یعنی سن کنونی پدر) برابر ۴۱ سال به دست خواهد آمد.

۱۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left(1 - \frac{1}{50} - \frac{5}{14} - \frac{1}{7}\right) \times 100 = \left(\frac{700 - 14 - 250 - 100}{700}\right) \times 100 = \frac{336}{700} \times 100 = 48\%$$

۱۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$9 \times 1 + (99 - 10 + 1) \times 2 + (x - 100 + 1) \times 3 = 852$$

$$9 + 180 + 3x - 297 = 852 \rightarrow x = 320$$

۱۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$25 \times 6 - \left(2 + \frac{5}{12}\right) \times 30 = 150 - \frac{29}{12} \times 30 = 150 - 72/5 = 77/5$$

۱۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\overline{ab} = 10a + b$$

می‌دانیم ،

$$10a + b = 8(a + b) \rightarrow 10a + b = 8a + 8b \rightarrow 2a = 7b \rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 2 \end{cases} \rightarrow a - b = 5$$

۱۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x_1 = (1 + \sqrt{3})^2 = 1 + 3 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = 4 - 2\sqrt{3}$$

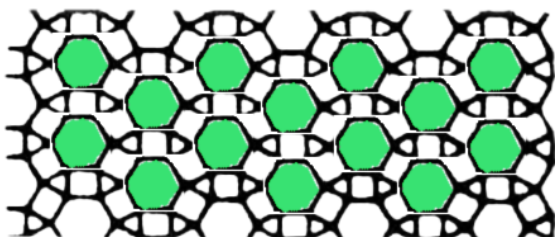
$$x_3 = \sqrt{(-2)^4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\bar{x} = \frac{4 + 2\sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3} + 4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

۱۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \times 2 + 2 \times 5 + 4 = 18$$

۱۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



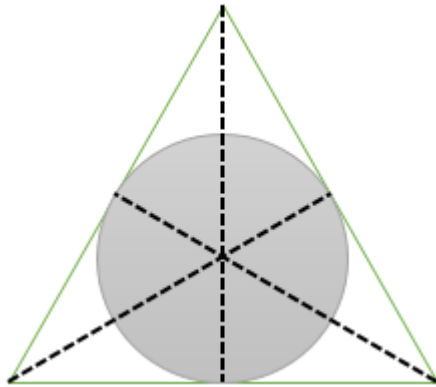
با توجه به شکل نشان داده شده، تعداد شش ضلعی‌های منتظم کامل، برابر ۱۴ است.

۱۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$9 \times 4 - \frac{1}{2}(2 \times 3 + 1 \times 7 + 2 \times 2 + (7 + 3) \times 2) = 36 - 18/5 = 17/5$$

۱۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در این سؤال، می توان اثبات نمود که فاصله خواسته شده، همان شعاع دایره محاطی می باشد.



برای شعاع دایره محاطی، داخل یک مثلث متساوی الاضلاع

$$r = \frac{1}{3}h$$

داریم،

همچنین، رابطه ارتفاع و طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع به

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

صورت مقابل است،

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

که با حذف  $h$  از این دو رابطه داریم،

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تعداد مربع های قابل تشخیص برای یک مربع  $n \times n$  از رابطه زیر به دست می آید،

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$

پس،

۱۴۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در ابتدا ثابت می کنیم که  $OH = \frac{1}{4}AB$ .

$$\left. \begin{aligned} \widehat{MOB} = 2\widehat{MOA} \rightarrow \widehat{MOB} = 2\widehat{MOA} \\ \widehat{MOB} = 2\widehat{MAO} \rightarrow \widehat{MOB} = 2\widehat{MAO} \end{aligned} \right\} \rightarrow \widehat{MOA} = \widehat{MAO}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{MOA} = \widehat{MAO} \\ \widehat{MHO} = \widehat{MHA} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{OMH}$$

و حال داریم،

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AMH} = \widehat{OMH} \\ AH = AH \\ \widehat{MHO} = \widehat{MHA} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle AHM \cong \triangle OHM \rightarrow AH = OH$$

$$AB = 2OA = 2(2OH) = 4OH \rightarrow OH = \frac{1}{4}AB$$

$$\frac{S_{MHO}}{S_{MAB}} = \frac{OH}{AB} \times \frac{MH}{MH} = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

و در نهایت،

۱۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تعداد مثلث‌های مورد نظر سؤال می‌تواند به صورت ... ۱، ۴، ۹، ۱۶، ... باشد، که همگی مربع کامل می‌باشند. پس، بزرگترین عدد مربع کامل کوچکتر از ۴۵ عدد ۳۶ می‌باشد.

۱۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

جملات این دنباله به صورت زیر است،

$$1, 1, 1 + 5, 1 + 5, 1 + 5 + 9, 1 + 5 + 9, 1 + 5 + 9 + 13, 1 + 5 + 9 + 13, \dots$$

پس، جمله هشتم برابر ۲۸ می‌باشد.

۱۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در مثلث مقابل داریم،

$$AH^2 = BH \times CH$$

پس،

$$AH^2 = 3 \times 6 \rightarrow AH = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

و

$$S = \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{2} = 27 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

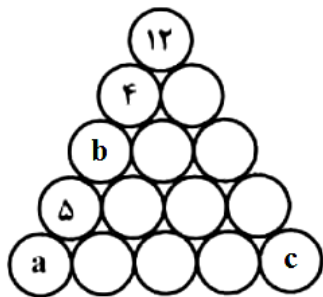
$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_A}{h_A + h_B} = \frac{3}{3 + 5} \rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{3}{5} \\ \frac{b_A}{b_A + b_B} = \frac{3}{3 + 5} \rightarrow \frac{b_A}{b_B} = \frac{3}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25} \times 100 = 36\%$$

۱۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر ضلع هر مربع را برابر  $2a$  در نظر بگیریم، داریم،

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{2} \times 2a \times a + \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{a}{2}}{(2a)^2} = \frac{a^2 + \frac{a^2}{2}}{4a^2} = \frac{\frac{3}{2}a^2}{4a^2} = \frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$$

۱۵۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



می‌دانیم برای مجموع اعداد از ۱ تا  $n$  داریم،

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

پس برای مجموع اعداد از ۱ تا ۱۵ خواهیم داشت،

$$1 + 2 + \dots + 15 = \frac{15(15+1)}{2} = 120$$

با توجه به رابطه فوق و شکل مقابل و اینکه مجموع اعداد روی هر ضلع  $34$  می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت

$$12 + a + c + 120 = 4 \times 34 \quad \text{که،}$$

$$a + c = 4 \quad \text{و در نتیجه،}$$

حالا حالت‌های مختلف موجود برای  $a$  و  $c$  به شکل زیر می‌باشد،

با در نظر گرفتن  $a = 6$ ، مقدار  $c$  برابر  $2$  خواهد بود که غیر قابل قبول است.

با در نظر گرفتن  $a = 2$ ، مقدار  $c$  برابر  $2$  خواهد بود که غیر قابل قبول است.

با در نظر گرفتن  $a = 1$ ، مقدار  $b$  برابر  $12$  خواهد بود که غیر قابل قبول است.

۱۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۵۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V = 1 \times 5 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \times 10 = 50 + 50 = 100$$

۱۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

کمترین فاصله دو نقطه مورد نظر سؤال برابر طول قطر مکعب که مقدار آن  $\sqrt{3}$  است؛ اما چون در سؤال ذکر

شده است کمترین فاصله‌ای که متحرک بر سطح مکعب حرکت می‌کند این فاصله برابر مجموع طول یال برابر

$$1 \text{ و طول قطر یک وجه } \sqrt{2} \text{ است که این فاصله برابر است با } 1 + \sqrt{2}.$$

۱۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 = (2)^2 + (\sqrt{1^2 + 2^2})^2 \rightarrow x^2 = 4 + 5 = 9 \rightarrow x = 3 \quad \text{طبق قضیه فیثاغورس داریم،}$$