

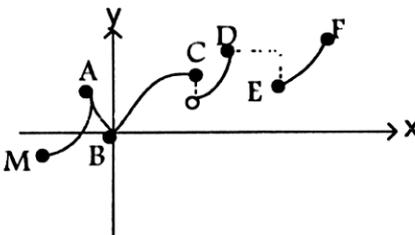
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه تابع روبرو را تعیین کنید. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$	۰/۷۵
۲	اولاً: نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را به کمک نقطه یابی رسم کنید. ثانیاً: به کمک انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.	۱
۳	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = x + 1$ و $g(x) = x\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید، اولاً دامنه تابع $g \circ f$ را محاسبه کنید. ثانیاً: در صورت وجود ضابطه $g \circ f$ را بنویسید.	۱
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند مقدار عددی $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3$ را حساب کنید.	۱
۵	ثابت کنید تابع $f(x) = (1-2x)^3$ یک به یک است. سپس ضابطه تابع معکوس را بنویسید.	۱/۲۵
۶	حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 3}{(x-1)^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) \cos \frac{1}{x-2}$	۳
۷	معادلات مجانبهای قائم و افقی $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ را بدست آورید.	۱
۸	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x-1] + 2a & x < 3 \\ x + b - 1 & x = 3 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 1} & x > 3 \end{cases}$ در $x_0 = 3$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است)	۱
۹	اولاً: مشتق بگیرید: (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \frac{x^2 - 1}{(3x + 5)^2}$ ب) $y = \sin^3 x \cdot \cot 2x$ ثانیاً: اگر $f(x) = x^2 - 5x$ ، مشتق تابع $y = f(\cos x)$ را حساب کنید. (y'_x) ادامه سؤالات در صفحهی دوم	۱/۷۵

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

۱	<p>اگر معادله حرکت یک متحرک بصورت $S(t) = t^2 + 3t + 1$ باشد.</p> <p>الف: سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_1 = 2$ و $t_2 = 4$ محاسبه کنید.</p> <p>ب: سرعت لحظه ای متحرک را در لحظه $t_0 = 3$ پیدا کنید.</p>	۱۰
۱/۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x+1}{2x-1}$ را رسم کنید.	۱۱
۰/۷۵	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = (x+1)[x]$ را در نقطه $x_0 = -1$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است)	۱۲
۱/۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin 2x - 1$ را در فاصله $[0, \pi]$ رسم کنید.	۱۳
۰/۷۵	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = \text{Arcsin} \frac{x-1}{x+1}$ را در نقطه $(1, 0)$ بنویسید.	۱۴
۰/۷۵	<p>کدامیک از نقاط مشخص شده زیر بحرانی واکسترمم مطلق است؟</p> 	۱۵
۰/۷۵	دو عدد حقیقی چنان بیابید که تفاضلشان ۱۰ بوده و حاصلضربشان مینیمم گردد.	۱۶
۱/۲۵	<p>ابتدا نمودار تابع $y = x - 3$ را رسم کنید، سپس $\int_{-1}^3 (x - 3) dx$ را محاسبه کنید.</p> <p>« موفق باشید »</p>	۱۷
۲۰	جمع نمرات	

باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲

راهنمای تصحیح	ردیف						
$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \neq 1, -1 \end{array} \right\} \rightarrow D_f = [0, +\infty) - \{1\} \quad (0/25)$ <p>(0/25)</p>	۱						
<table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$\begin{array}{c cccc} x & 0 & 1 & 4 & 9 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">(0/25)</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">(شکل اولی) (0/25)</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">(شکل ثانیاً) (0/25)</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">$D = [-1, +\infty)$ $R = [0, +\infty)$ (0/25)</p>	$\begin{array}{c cccc} x & 0 & 1 & 4 & 9 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$			(0/25)	(شکل اولی) (0/25)	(شکل ثانیاً) (0/25)	۲
$\begin{array}{c cccc} x & 0 & 1 & 4 & 9 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$							
(0/25)	(شکل اولی) (0/25)	(شکل ثانیاً) (0/25)					
$D_f = R \quad D_g = [0, +\infty) \quad (0/25)$ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid x + 1 \in [0, +\infty)\} = R \quad (0/25)$ $(g \circ f)(x) = (x + 1)\sqrt{ x + 1} \quad (0/25)$	۳						
$\alpha + \beta = 5 \quad (0/25), \quad \alpha\beta = 1 \quad (0/25)$ $\rightarrow \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha\beta((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) \quad (0/25) = 1(5^2 - 2) = 23 \quad (0/25)$	۴						
$\left. \begin{array}{l} y = (1 - 2x_1)^3 \\ y = (1 - 2x_2)^3 \end{array} \right\} \Rightarrow (1 - 2x_1)^3 \quad (0/25) = (1 - 2x_2)^3 \rightarrow 1 - 2x_1 = 1 - 2x_2 \rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow (0/25)$ <p style="text-align: right; margin-right: 50px;">f (0/25) یک به یک است. معکوس پذیر است (0/25)</p> $y = (1 - 2x)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y} = 1 - 2x \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{1 - \sqrt[3]{y}}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{2} \quad (0/25)$	۵						

ادامه در صفحه ی دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{4} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x-3)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{0} = +\infty \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2-2x-x})(\sqrt{x^2-2x+x})}{\sqrt{x^2-2x+x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-\frac{2}{x}+1})} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x} \cdot ax}{\frac{\sin x}{x} \cdot bx} = \frac{a}{b} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-2) \cos \frac{1}{x-2} = 0 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>۰ ≤ $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-2) \cos \frac{1}{x-2} \leq 0$ و $-1 \leq \cos \frac{1}{x-2} \leq 1$ زیرا (ه): $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-2) \cos \frac{1}{x-2} = 0$ دلیل (ه): $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-2) \cos \frac{1}{x-2} = 0$ زیرا $-1 \leq \cos \frac{1}{x-2} \leq 1$ و $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-2) = 0$ (۰/۲۵)</p>	۶
<p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{ x } = \pm 1 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow y = \pm 1$ مجانب افقی (۰/۲۵)</p> <p>$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ (۰/۵)}$ مجانب قائم</p>	۷
<p>$f(3) = 3 + b - 1 = 2 + b$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1 + 2a \text{ (۰/۲۵)}$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>شرط پیوستگی $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \text{ (۰/۲۵)}$ $2 + b = 1 + 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ و $b = 0 \text{ (۰/۲۵)}$</p>	۸
<p>ادامه در صفحه ی سوم</p>	

باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲

<p>اولاً: ۹</p> <p>الف) $y = \frac{2x(3x+5)^2 - 2(3x+5)^3 \times (x^2-1)}{(3x+5)^4}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $y' = 2\sin^2 x \cos x \cdot \cot 2x + (-2)(1 + \cot^2 2x) \sin^2 x$ (۰/۲۵)</p> <p>ثانیاً:</p> <p>$y' = (-\sin x) f'(\cos x)$ (۰/۲۵) $f'(x) = 2x - 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow y' = -\sin x (2\cos x - 5)$ (۰/۲۵)</p>	<p>۹</p>
<p>الف) $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_2) - S(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{29 - 11}{4 - 2} = 9$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $S'(t) = 2t + 3 \Rightarrow S'(3) = 9$ (۰/۲۵)</p>	<p>۱۰</p>
<p>$D = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$</p> <p>$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ $y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x = \frac{1}{2}$</p> <p>مجاذبه‌های افقی و قائم $\rightarrow \omega$ تقارن مرکز</p> <p>$y' = \frac{-3}{(2x-1)^2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} x=0 \rightarrow y=-1 \\ y=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{array}{c cccc} x & -\infty & -1 & \frac{1}{2} & +\infty \\ \hline y' & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline y & \frac{1}{2} & \downarrow & -1 & \downarrow & \frac{1}{2} \\ & & & -\infty & & \end{array}$ (۰/۵)</p> (۰/۲۵)	<p>۱۱</p>
<p>$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)[x]}{x+1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)[x]}{x+1} = -1 & (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x+1)[x]}{x+1} = -2 & (۰/۲۵) \end{cases}$</p> <p>$f'(-1) \neq f'_+(-1) \rightarrow$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)</p>	<p>۱۲</p>

ادامه در صفحه ی چهارم

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲

$x = 0 \rightarrow y = -1$ $x = \pi \rightarrow y = -2$ $y' = 2 \cos 2x = 0 \rightarrow \cos 2x = 0$ $2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۰/۵) $x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ $y = 0, y = -2$	$x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = -1$		۱۳
--	--	--	----

$y' = \frac{2}{\sqrt{1 - (\frac{x-1}{x+1})^2}}$ $m = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$ $y - 0 = \frac{1}{1}(x - 1)$ $y = \frac{1}{1}x - \frac{1}{1}$ (۰/۲۵)	$x = 1 \rightarrow y = 0$		۱۴
---	---------------------------	--	----

F: مطلق Max و M: مطلق Min (۰/۲۵)	M, A, B, C, D, E, F بحرانی (۰/۵)	۱۵
----------------------------------	----------------------------------	----

$x - y = 10 \rightarrow y = x - 10$ $xy = x(x - 10) = x^2 - 10x = f(x)$ (۰/۲۵) $f'(x) = 2x - 10 = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 5 - 10 = -5 \rightarrow y = -5$ (۰/۲۵)	۱۶
--	----

$\int_{-1}^3 (x - 2) dx = - \left(S_{\text{مثلث}} + S_{\text{دورزنقه}} \right)$ $= - \left(\frac{(2+3)^2}{2} + \frac{3 \times 3}{2} \right) = - \frac{25}{2}$ (۰/۵)		۱۷
--	--	----

<p>مصححین محترم</p> <p>با عرض سلام و خسته نباشید</p> <p>لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید.</p> <p>با تشکر</p>	
---	--