

# بسم الله الرحمن الرحيم

در این جزوه به چگونگی حل معادلات درجه دوم خواهیم پرداخت. این دو روش مهمترین روشهای حل معادلات درجه دوم کتاب درسی ریاضیات اول دبیرستان میباشد که بسیار در ریاضیات و حتی فیزیک کنکور اهمیت دارند این دو روش که هر کدام در یک درسنامه تدریس شده اند روشهای تجزیه و دلتا نام دارند.

## درسنامه ۱: حل معادلات درجه دوم به روش دلتا

معادله درجه دوم به فرم  $ax^2 + bx + c$  میباشد که بالاترین توان متغیر یعنی  $x$ ، ۲ میباشد اما برای حل این معادله باید فرمولهای زیر را به خوبی به خاطر بسپارید:

1  $\Delta = b^2 - 4ac$

2  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$



این دو فرمول اصلی است

یا می توانید فرمول زیر که تلفیقی از دو رابطه ی فوق میباشد نیز به جواب برسید یعنی اگر مقدار دلتا را از رابطه ی ۱ در رابطه ی ۲ قرار دهیم به فرمول کلی تر زیر می رسیم:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



این فرمول را به خاطر بسپارید

### نکته باکس ۲

۱- اگر در معادله درجه دوم به فرم  $ax^2 + bx + c$  فرض شود و داشته باشیم:

$$a + b + c = 0 \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

۲- اگر در معادله درجه دوم به فرم  $ax^2 + bx + c$  فرض شود داریم:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad * * * \quad x_1 \cdot x_2 = +\frac{c}{a}$$

۳- توجه داشته باشید که در معادله درجه دوم به فرم بالا حتما باید معلومات و مجهولات یک طرف باشد و طرف دیگر فقط صفر باشد یعنی:

~~$2x^2 + 4x + 6 = 3$~~   $\dashrightarrow 2x^2 + 4x + 3 = 0$

### نکته باکس ۱

۱- اگر مقدار دلتا صفر شود معادله تنها یک جواب مضاعف خواهد داشت

$$\Delta = 0 \dashrightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

۲- اگر مقدار دلتا منفی شود معادله اصلا جواب ندارد

مجموعه جواب  $\Delta = 0 \dashrightarrow \emptyset$

۳- اگر مقدار دلتا مثبت شود معادله دارای دو جواب مضاعف خواهد بود.

$$\Delta = 0 \dashrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

مسئله ۱ - معادله درجه دوم زیر را به روش دلتا حل کنید.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

**پاسخ تشریحی:**

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

روش اول: از رابطه ی اول استفاده می کنیم و دلتا را بدست می آوریم

روش دوم: با استفاده از نکته باکس ۲ و با نکته ی اول می توان ذهنی پاسخ داد، چون مجموع ضرایب صفر است جوابها عبارتند از:

$$a + b + c = 0 \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3 \end{cases}$$

تست: در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + 6 = 0$  مجموع جوابهای معادله برابر ۵- و حاصلضرب آنها برابر ۶ باشد آنگاه کدام رابطه ی زیر برقرار

تألیف وبسایت دنیای علمی، آموزشی و سرگرمی ۱۳۹۳

نیست؟

$$b = +5(4)$$

$$x = +3(3)$$

$$a = 1(2)$$

$$b = 5a(1)$$

**پاسخ کلیدی:**

گزینه ۳ صحیح است

**پاسخ تشریحی:**

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \rightarrow -5 = -\frac{b}{a} \rightarrow b = 5a$$

$$x_1 \cdot x_2 = +\frac{c}{a} \rightarrow 6 = +\frac{6}{a} \rightarrow a = 1$$

$$b = 5a \rightarrow b = 5 \times 1 = 5$$

$$a = 1, b = 5, c = 6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2 \\ x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3 \end{cases}$$

گزینه ی سوم برقرار نیست

گزینه ی اول برقرار است

گزینه ی دوم برقرار است

گزینه ی چهارم برقرار است

مسئله ۲- سودی که از تولید یک کالا توسط یک شرکت تولیدی حاصل میشود از معادله  $y = x^2 + 2x - 8$  بدست می آید. در این معادله فرض میشود  $x$  تعداد کالای تولیدی شرکت و  $y$  سود حاصل برحسب میلیون تومان است:  
الف) این شرکت باید چه تعداد کالا تولید کند تا هیچ سودی کسب نکند؟  
ب) آیا این شرکت ضرر می کند یا خیر؟

**پاسخ تشریحی:**

الف) وقتی این شرکت بیچاره (!) سودی کسب نکند باید  $y$  را مساوی صفر قرار دهیم و معادله را حل کنیم تا تعداد کالا هی تولیدی آن یعنی  $x$  بدست آید

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-8) = 4 + 32 = 36$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2 \quad \text{ق ق}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5 \quad \text{غ ق ق}$$

دلیل اینکه ریشه  $x_2 = -5$  را به عنوان جواب درست انتخاب نکردیم این است که سوال خواسته چقدر کالا تولید کند اما این ریشه از معادله به ما می فهمند علاوه بر اینکه این شرکت کالایی تولید نکرده است به خود زیان نیز رسانده است چون در حفظ مواد اولیه ی تولید کالا کوشا نبوده و در نتیجه از بین رفته است!

ب) باید مقدار دلتا را کمتر از صفر قرار دهیم:

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow 4 + 32 < 0 \rightarrow 36 < 0$$

چون نامساوی بالا هرگز برقرار نمیشود پس شرکت نیز هرگز ضرر نخواهد کرد.

**درسنامه ۲: حل معادلات درجه دوم به روش تجزیه**

قبلا اتحاد «یک جمله ی مشترک» را داشتیم حال ما می توانیم بعضی از عبارات درجه ۲ را به کمی فکر به ساده ترین صورت حل نمائیم . بگذارید نگاهی به این اتحاد بیندازیم:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

عبارت بالا اتحاد «یک جمله ی مشترک» است. ما می توانیم از همین اتحاد برای حل معادلات درجه ۲ استفاده کنیم که برای آشنایی بیشتر به الگوی کلی آن و حل گام به گام توجه نمائید:

$$x^2 + bx + c = 0$$

**فرم کلی**

✓ گام اول: ابتدا دو پرانتز جداگانه پشت سرهم باز کرده و در هر دو  $x$  را می نویسیم.

✓ گام دوم: دو عدد پیدا می کنیم که حاصلجمع آنها  $b$  و حاصل ضرب آنها نیز  $c$  شود.

✓ گام سوم: هر کدام از این دو عدد را در یکی از پرانتز ها به دلخواه قرار می دهیم.

✓ گام چهارم: سزس هر کدام از پرانتز ها را مساوی با صفر قرار داده و مقدار های  $x$  را محاسبه می کنیم.

**نکته:** ضریب  $x^2$  همواره باید عدد ۱ باشد و در غیر اینصورت عبارت را در عددی ضرب کنید که ضریب  $x^2$  یک شود. (البته اگر ضرایب دیگر اعدادی کسری و غیر قابل ساده شدن بدست آمد بهتر است از همان روش دلتا معادله را حل نمائیم).

تمامی سوالات تألیف و بسایت دنیای علمی، آموزشی و سرگرمی میباشد

مجموعه تست و مسئله: حل معادلات درجه دوم

مسئله ۱: معادله روبرو را حل کنید.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

**پاسخ تشریحی:**

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x \quad)(x \quad)$$

$$a \cdot b = 3, \quad a + b = 4$$

$$a = -3$$

$$b = -1$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0 \quad \begin{cases} (x - 3) = 0 & x_1 = +3 \\ (x - 4) = 0 & x_2 = +4 \end{cases}$$

$$(x - 1) = 0 \quad x_1 = +1$$

گام اول: ابتدا دو پراتنز جداگانه پشت سرهم باز کرده و در هر دو  $x$  را می نویسیم.

گام دوم: دو عدد را پیدا می کنیم که حاصلضرب آن دو ۳ و حاصلجمع آنها نیز ۴ شود.

گام سوم: هر کدام از این دو عدد را در یکی از پراتنز ها به دلخواه قرار می دهیم.

گام چهارم: مقادیر  $x$  را بدست می آوریم:

نکته: معادله بالا دارای دو جواب مختلف می باشد پس می توان نتیجه گرفت که  $\Delta > 0$

$$2x^2 + 12x + 18 = 0$$

مسئله ۲: معادله درجه دوم روبرو را حل کنید.

**پاسخ تشریحی:**

$$2x^2 + 12x + 18 = 0$$

طبق نکات درسنامه ۲ باید ضریب  $x^2$  همواره برابر با یک باشد پس طرفین را در عدد ۲ تقسیم می کنیم و مراحل را دنبال می کنیم:

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x \quad)(x \quad)$$

$$a \cdot b = 9, \quad a + b = 6$$

$$a = +3$$

$$b = +3$$

$$(x + 3)(x + 3) = 0 \quad \begin{cases} (x + 3) = 0 & x_1 = -3 \\ (x + 3) = 0 & x_2 = -3 \end{cases}$$

$$(x + 3) = 0 \quad x_2 = -3$$

گام اول: ابتدا دو پراتنز جداگانه پشت سرهم باز کرده و در هر دو  $x$  را می نویسیم.

گام دوم: دو عدد را پیدا می کنیم که حاصلضرب آن دو ۹ و حاصلجمع آنها نیز ۶ شود.

گام سوم: هر کدام از این دو عدد را در یکی از پراتنز ها به دلخواه قرار می دهیم.

گام چهارم: مقادیر  $x$  را بدست می آوریم:

نکته: معادله بالا دارای دو جواب یکسان میباشد یعنی یک جواب مضاعف دارد پس  $\Delta = 0$

معادلات درجه دوم زیر را به دو روش دلتا و تجزیه حل کنید.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$3x^2 - 21x + 36 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$-x^2 - x + 6 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$2x^2 + 26x + 84 = 0$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

تمرین

بیشتر

**توجه:** شاید با مشاهده ی پاسخ تشریحی روش تجزیه بگوئید چگونه می توان ذهنی حل کرد ؛ در پاسخ باید گفت که «خواستن توانستن است» و با حل کردن تمرین های فوق مطمئن باشید که ذهنی هم می توانید معادلات را حل کنید فقط کافی است که دو عدد گفته شده در گام دوم را ذهنی حل کنید و در پراتز ها قرار دهید.

**توجه:** روش دلنا مطمئن ترین و استاندارد ترین روش حل معادلات درجه دوم به شمار می رود. اما در کنکور به علت بهینه سازی وقت توصیه می شود در صورت امکان از روش تجزیه استفاده کنید

**توجه:** حل معادلات درجه ۲ نه تنها برای اول دبیرستان بلکه مهمتر از آن برای کنکور رشته های انسانی ، تجربی و به خصوص ریاضی فیزیک بسیار اهمیت دارد و اگر به خوبی نتوانید از پس آن در آبیید در آینده ضرر خواهید کرد پس به خوبی این جزوه را بخوانید

**توجه:** روشهای دیگری نیز در کتاب درسی اول دبیرستان برای حل معادلات درجه ۲ بیان کرده که برای کنکور اصلا پیشنهاد نمیشود و فقط در امتحانات آن هم اگر گفته بودند لازم است!

## دنیای علمی، آموزشی و سرگرمی

با تشکر از شما جهت دانلود این جزوه:

شما می توانید با مراجعه به وبسایت ما به صورت آنلاین جزوه های وبسایت را دریافت نمائید.

نوشته ی وبسایت دنیای علمی، آموزشی و سرگرمی  
(ویژه اول دبیرستان و کنکور)

«مرداد ماه ۱۳۹۳»

[www.deas.ir](http://www.deas.ir)

موفق و پیروز باشید

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.