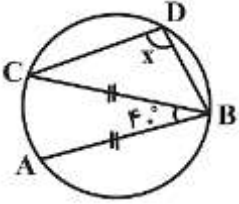

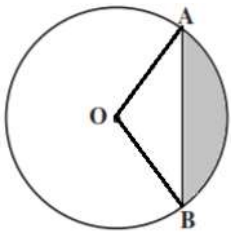
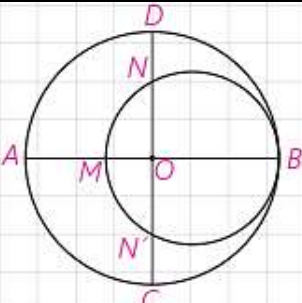
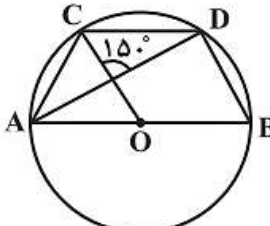
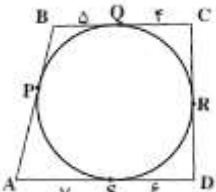
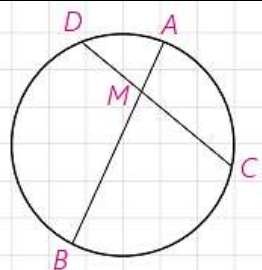


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش (واحد حافظ)  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

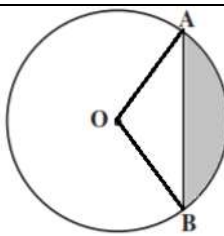
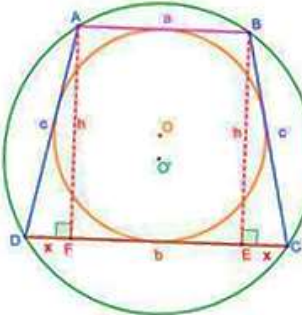
نام درس: هندسه ۲  
 نام دبیر: علی بهرمندپور  
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۰۸ : ۳۰ صبح  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
شماره	سوالات	
۱	اصطلاحات زیر را تعریف کنید.	
۲	الف) زاویه محاطی      ب) زاویه ظلی      ج) وتر دایره      د) چندضلعی محاطی	
۲	قضیه: ثابت کنید هرگاه دو وتر در داخل دایره همدیگر را قطع کنند زاویه بین آنها برابر است با نصف مجموع دو کمان که از امتداد ضلع‌ها به وجود آمده است.	
۳	مقدار $x$ را پیدا کنید.	
		
۴	قضیه: هرگاه $M$ نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از $M$ مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع.	
۵	مقدار $x$ و $y$ و $z$ را پیدا کنید.	
		
۶	دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۹ مماس بیرون هستند. مقدار $x$ را طور تعیین کنید که اندازه مماس مشترک خارجی آنها برابر $7x-2$ شود.	
۷	در شکل روبرو اندازه زاویه $O$ برابر $60^\circ$ درجه و شعاع دایره ۶ است. مساحت قسمت رنگی را بیابید.	
		

ردیف	سؤالات	نوع
۲	 <p>در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس هستند و قطرهای <math>AB</math> و <math>CD</math> از دایره بزرگ تر بر هم عمود هستند. اگر <math>AM=16</math> و <math>DN=10</math> شعاع دو دایره را پیدا کنید.</p>	۸
۱	 <p>در شکل روبرو <math>O</math> مرکز دایره و <math>AC=BD</math> است. اندازه کمان <math>CD</math> چند درجه است؟</p>	۹
۱	<p>دایره محیطی مربعی به ضلع ۴ را رسم کرده ایم. مساحت بین دایره محیطی و مربع را به دست آورید.</p>	۱۰
۱	 <p>نقاط <math>Q, P, R, S</math> تماس چهارضلعی <math>ABCD</math> با دایره است. محیط این چهارضلعی را پیدا کنید.</p>	۱۱
۲	<p>یک ذوزنقه هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضربدر میانگین حسابی آن‌ها.</p>	۱۲
۲	<p>فرض کنید مثلثی با اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ باشد. شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی آن چقدر است؟</p>	۱۳
۱	<p>اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۳ برابر ۵ هست. طول خط‌المرکزین آن‌ها را بیابید.</p>	۱۴
۱	 <p>در دایره روبرو وتر <math>AB</math> و وتر <math>CD</math> به طول ۱۲ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر <math>AB = 18</math> cm باشد، آنگاه وتر <math>MB</math> چقدر است؟</p>	۱۵



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) زاویه محاطی: زاویه ای که رأس آن روی مرکز دایره و اضلاع آن وتر دایره هستند. ب) زاویه ظلّی: زاویه ای که رأس آن روی مرکز دایره و یکی از اضلاع آن وتر دایره و ضلع دیگرش مماس بر دایره است. ج) وتر دایره: پاره خطی که دو نقطه روی دایره را به هم وصل می کند. د) چندضلعی محاطی: چند ضلعی را محاطی می گویند هرگاه بتوان دایره ای رسم کرد که از تمام رئوس آن بگذرد.	
۲	فرض کنید دو وتر A, B در نقطه M همدیگر را قطع کنند. نقطه A را به B' وصل می کنیم. زاویه M برای مثلث AMB' زاویه خارجی است. در نتیجه	
۳		$\left. \begin{aligned} \hat{M} &= \hat{A} + \hat{B}' \\ \hat{A} &= \frac{\hat{A'B'}}{2} \\ \hat{B}' &= \frac{\hat{AB}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M} = \frac{\hat{A'B'}}{2} + \frac{\hat{AB}}{2} = \frac{\hat{A'B'} + \hat{AB}}{2}$
۴	مطابق شکل از نقطه M یک خط مماس بر دایره و یک قاطع رسم شده است. طبق حالت دو زاویه ( $\hat{M}$ مشترک و $\hat{MTA} = \hat{TBA} = \frac{\hat{TA}}{2}$ ) دو مثلث MTA و MTB متشابهند. از نسبت تشابه این دو مثلث داریم:	
۵		$\frac{TM}{MB} = \frac{MA}{TM} \Rightarrow MT^2 = MA \times MB$ $\begin{cases} \frac{y-x}{2} = 62 \\ y+x = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 118 \\ y = 242 \end{cases}$ $8(z+8) = 6 \times 16 \Rightarrow z = 4$
۶		$TT' = \sqrt{d^2 - (R_1 - R_2)^2} \Rightarrow \sqrt{a^2 - (9-4)^2} \Rightarrow a = 2$
۷	در دایره کوچکتر روابط طولی را می نویسیم:	$ON \times ON' = OM \times OB \Rightarrow (R-10)(R-10) = R(R-16) \Rightarrow R = 25, r = \frac{BM}{2} = \frac{25+9}{2} = 17$

	<p>مساحت قطاع را از مساحت مثلث باید کم کنیم. چون زاویه O برابر ۶۰ درجه است پس مثلث AOB متساوی الاضلاع است بنابراین:</p> $S' = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} 6^2 = 9\sqrt{3}$ <p>در نتیجه:</p> $S = \frac{\pi \times r^2}{6} - 9\sqrt{3} = \frac{36\pi}{6} - 9\sqrt{3} = 6\pi - 9\sqrt{3}$	۸
$\left. \begin{array}{l} \widehat{COA} + \widehat{DAO} = 30 \\ \widehat{COA} = 2\widehat{DAO} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{COA} = 20 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{AC} = 20 \\ \widehat{DB} = 20 \end{array} \right. \Rightarrow \widehat{CD} = 180 - 40 = 140$	۹	
<p>کافیست مساحت دایره را از مساحت مربع کم کنیم. قطر دایره همان قطر مربع می باشد که اندازه آن <math>4\sqrt{2}</math> است.</p> $S = \pi \times r^2 - a^2 = \pi \times (2\sqrt{2})^2 - 4^2 = 8\pi - 16$	۱۰	
$\left\{ \begin{array}{l} BQ = BP \\ AP = AS \\ DS = DR \\ CQ = CR \end{array} \right. \Rightarrow \text{محیط} = 2BQ + 2QC + 2AS + 2DS = 44$	۱۱	
	<p>چون دوزنقه ABCD محاطی است پس متساوی الساقین است و چون محیطی است مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر است. در نتیجه <math>2c = a + b</math>. مثلث قائم الزاویه است. پس</p> $\left. \begin{array}{l} 2c = a + b \Rightarrow c = \frac{a+b}{2} \\ b = 2x + a \Rightarrow x = \frac{b-a}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow h^2 = c^2 - x^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{ab}$ $S_{ABCD} = \frac{(a+b) \times h}{2} = \frac{(a+b) \times \sqrt{ab}}{2}$	۱۲
<p>طبق عکس قضیه فیثاغورث مثلث، قائم الزاویه است. بنابراین مساحت این مثلث برابر ۲۴ و محیط آن برابر <math>S = \frac{6 \times 8}{2} = 24</math> و محیط آن برابر <math>2P = 6 + 8 + 10 = 24 \Rightarrow P = 12</math></p> $r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{24}{12-6} = 4 \quad r_b = \frac{S}{P-b} = \frac{24}{12-8} = 6 \quad r_c = \frac{S}{P-c} = \frac{24}{12-10} = 12$	۱۳	
$TT' = \sqrt{d^2 - (R_1 - R_2)^2} \Rightarrow 5 = \sqrt{d^2 - (9+3)^2} \Rightarrow d = 13$	۱۴	
<p>طبق روابط طولی در دایره داریم:</p> $AM \times MB = DM \times CM \Rightarrow (18 - MB) MB = 4 \times 8 \Rightarrow MB = 16$	۱۵	
<p>نام و نام خانوادگی مصحح : علی بهر مندپور</p>	<p>جمع بارم : ۲۰ نمره</p>	
<p>امضاء:</p>		