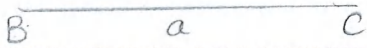
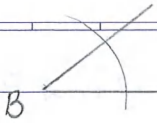
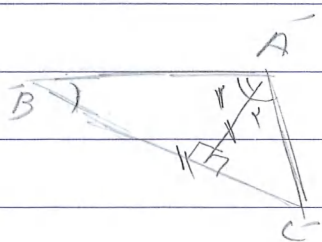
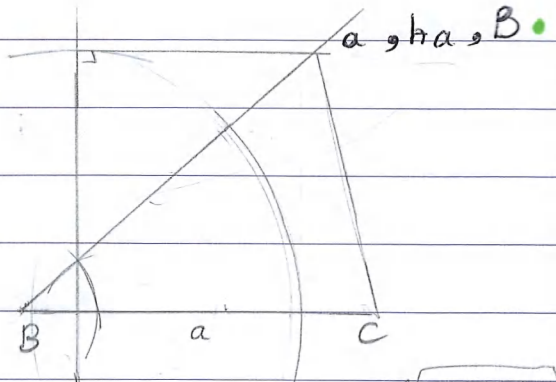
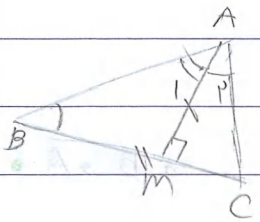


۱. در هر مورد شکل مورد نظر را بکشید.

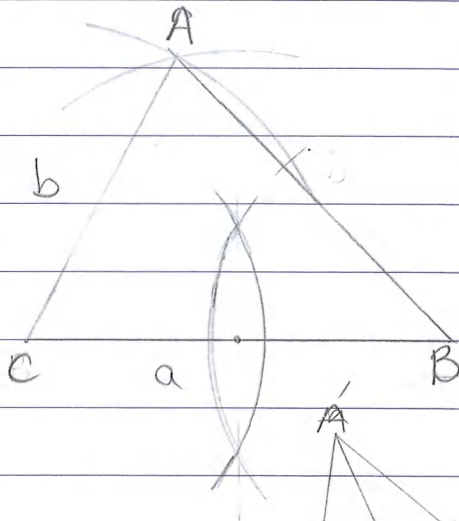


ha

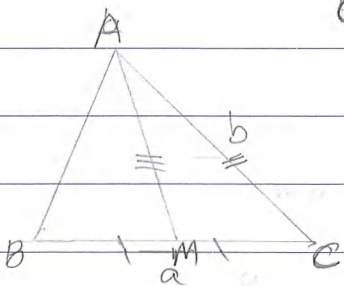


$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{A}'_1 \\ H_1 &= H'_1 = 90^\circ \\ AH &= AH' \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle ABH' \Rightarrow \boxed{AB = A'B}$$

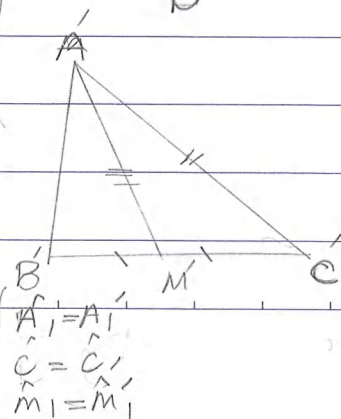


a, b, m\_a

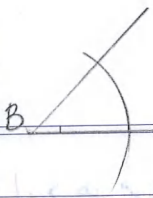


s.a.m

$$\left. \begin{aligned} AC &= A'C' \\ MC &= M'C' \\ AM &= A'M' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AMC \cong \triangle A'M'C' \Rightarrow$$

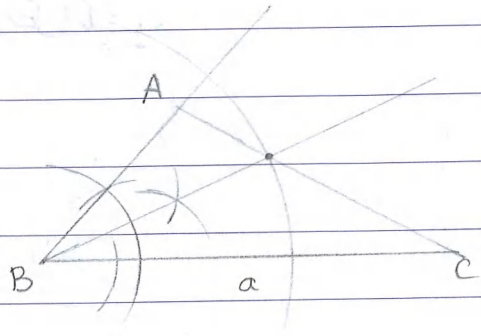


$$\left. \begin{aligned} \hat{A}'_1 &= \hat{A}_1 \\ \hat{C} &= \hat{C}' \\ \hat{M}_1 &= \hat{M}'_1 \end{aligned} \right\}$$

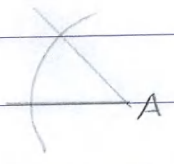
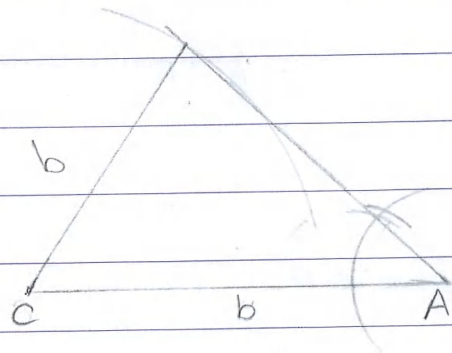


$a, t_b \rightarrow B$

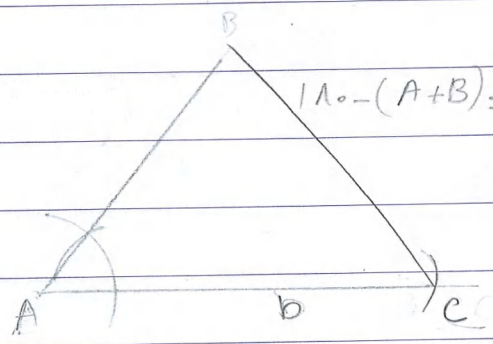
$t_b$



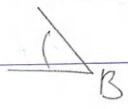
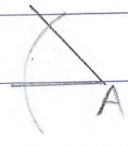
$a, b \rightarrow A$



$A, B, b$



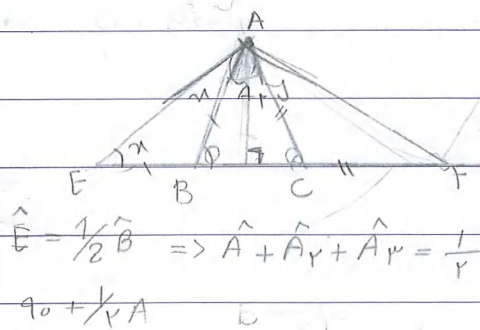
$180 - (A+B) = C$



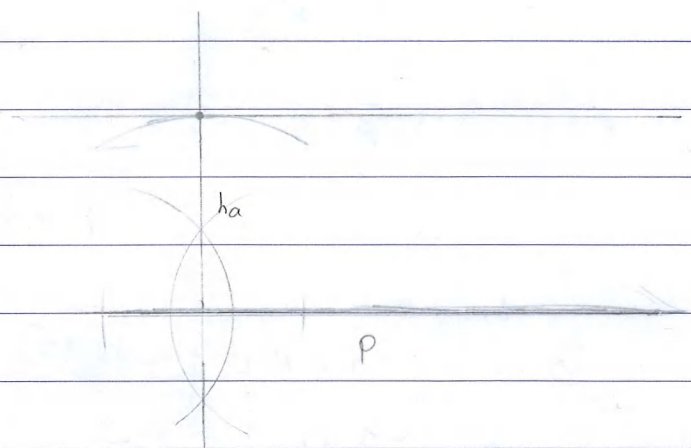
با استفاده از  $A$  و  $a$  و  $h_a$

۲. در هر مورد با فرض داشتن داده  $\Delta$  رسم کنید

$P, A, h_a$



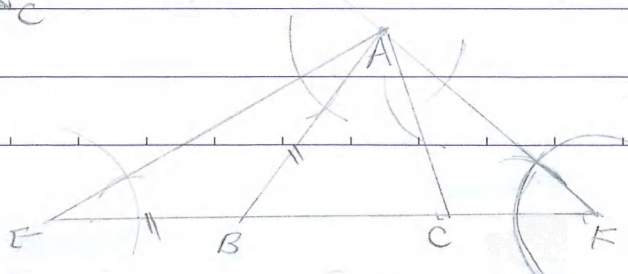
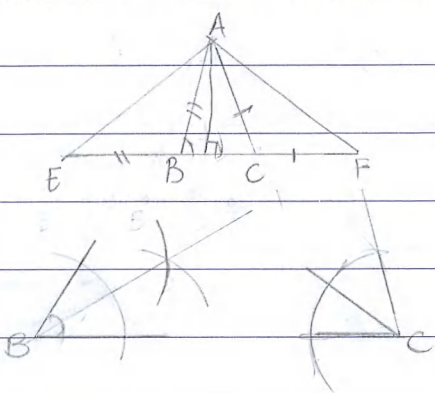
$$\hat{E} = \frac{1}{2} \hat{B} \Rightarrow \hat{A} + \hat{A}_r + \hat{A}_r = \frac{1}{r} \hat{B} + \frac{1}{r} \hat{C} + A + \frac{1}{r} (B+C+A) + \frac{1}{r} A = 90 + \frac{1}{r} A$$



$P, A, B$

اگر  $A, B$  را داریم پس  $C$  را بدست می آوریم

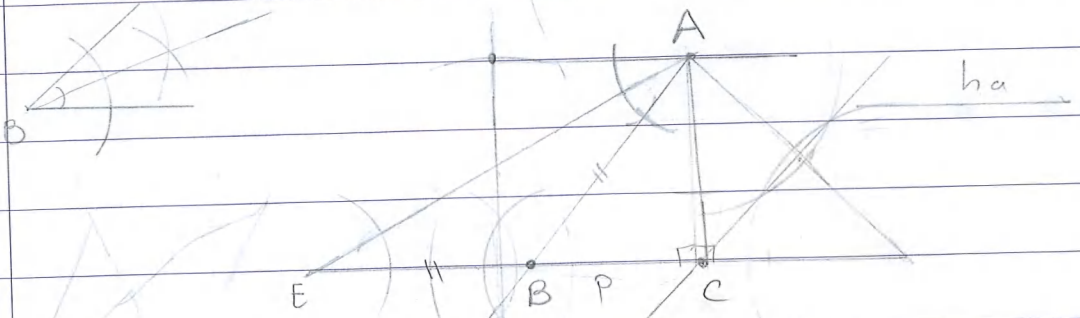
$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{E} + \hat{A}_r \\ \hat{E} &= \hat{A}_r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\hat{B}}{r} = \frac{\hat{E}}{r}$$



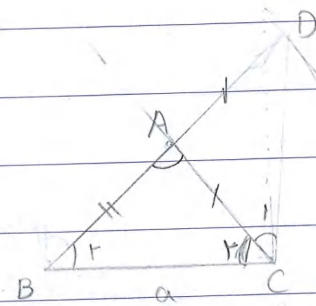
1 no.  $c = c_1 + b$



ha, B



a, A, and b+c

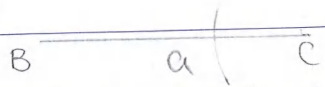
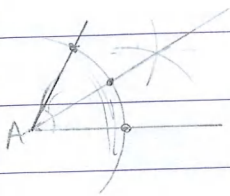


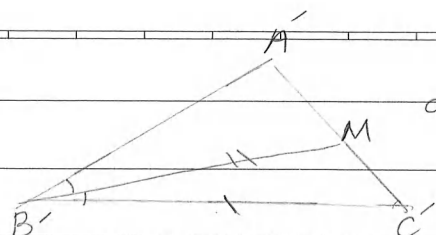
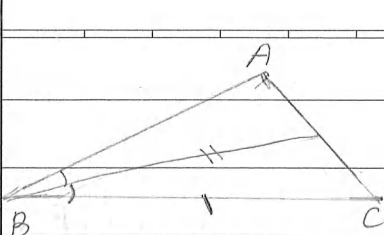
ابتدا فرض می کنیم مثل رو کثیرالضلعی A روی عمود منتهی CD است پس A را می توان به آرد

b+c

$$\hat{C}_B = \frac{1}{r}A + \hat{C}_r = \frac{1}{r}A + \frac{1}{r}C_r + \frac{1}{r}C_r + \frac{1}{r}B_r - \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{r}(A + C_r + B_r) - \frac{1}{r}(C_r - B_r) = \frac{1}{r}(A + C_r + B_r)$$

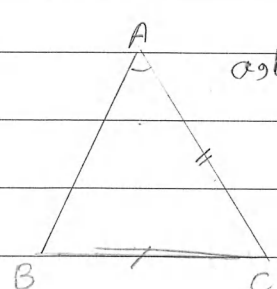
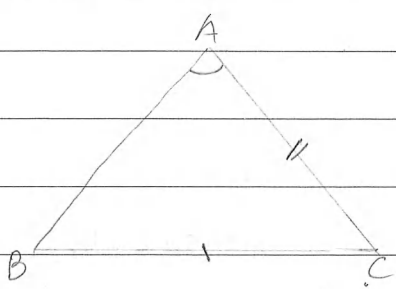




$a, tb, B$

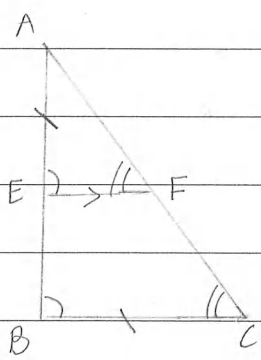
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{B}'_1 \text{ (فرض شد)} \\ BC = B'C' = \\ tb = tb' = \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle A'B'M \Rightarrow \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}'_1 \\ MC = M'C' \\ \hat{C}_1 = \hat{C}'_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \text{ (فرض)} \\ \hat{C} = \hat{C}' \text{ (1)} \\ BC = B'C' \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{cases}$$



$a, b, A$

نتیجه شود  $\Rightarrow$

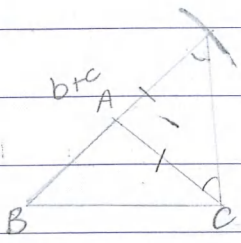


$A, B, b$

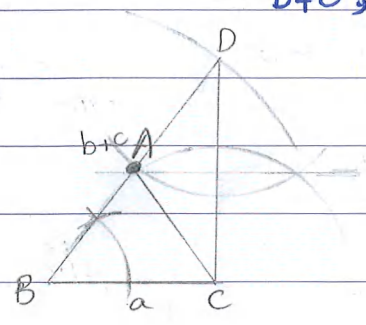
$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{B} \text{ (فرض شد)} \\ \hat{F} = \hat{C} = \\ BC = AE = \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(در مثل } \triangle AEF \text{ و } \triangle ABC \text{)} \\ \text{چون } \hat{E} = \hat{B} \text{ و } \hat{F} = \hat{C} \text{ پس } \hat{A} = \hat{A} \\ \text{پس } AE < AB \end{array}$$



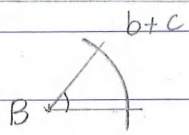
در هر مورد مثلث را رسم کنید.



$b+c, a, B$



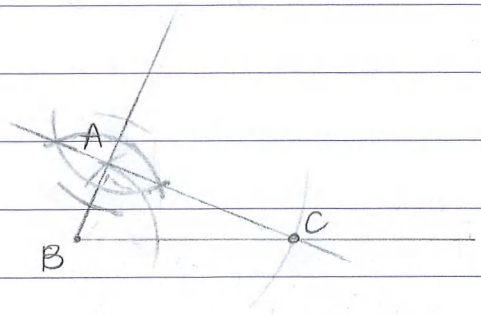
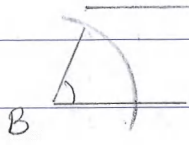
$a$

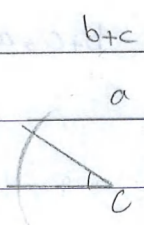


$b+c, B, hc$

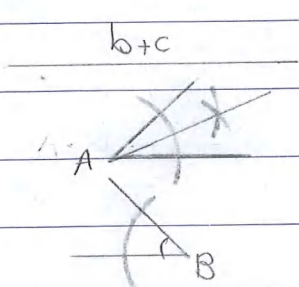
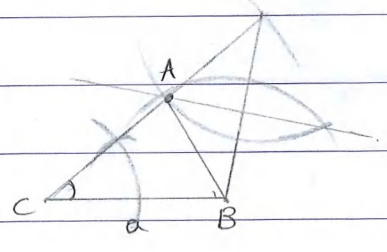
$b+c$

$hc$



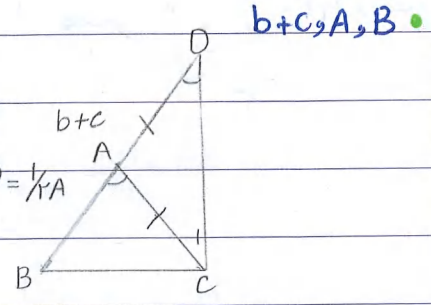


$b+c, C, a$

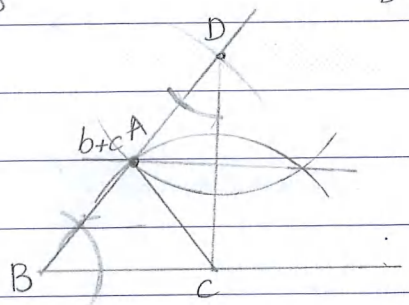


$$A = D + \hat{C}_1 \quad \hat{D} = \frac{1}{2} \hat{A}$$

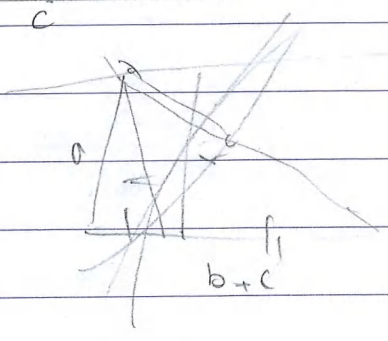
$$D = \hat{C}_r \quad \Rightarrow \quad \hat{D} = \frac{1}{2} \hat{A}$$



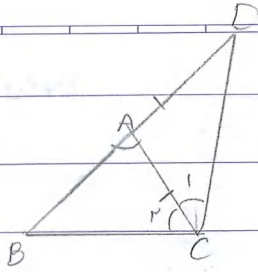
$b+c, A, B$



$b+c$   
 $a$   
 $h_c$



$b+c, a, h_c$



$b+c, a, B-C$

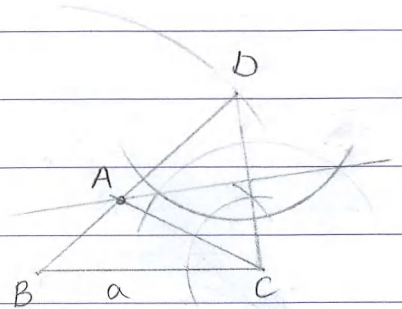
$$C_r + C_r = \frac{1}{r} \hat{C}_r + \frac{1}{r} \hat{C}_r + \frac{1}{r} \hat{A} + \frac{1}{r} \hat{B} - \frac{1}{r} \hat{B} =$$

$$\frac{1}{r} (\hat{C}_r + \hat{A} + \hat{B}) - \frac{1}{r} (B - \hat{C}_r) = \pi - \frac{1}{r} (B - \hat{C}_r)$$

$b+c$

$a$

از رابطه بالا  
می آوریم



$b+c$

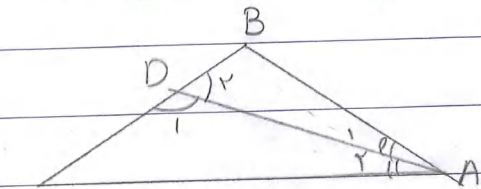
$b+c, h_c, B-C$

$h_c$

از رابطه بالا  
می آوریم



1. در مثلث ABC می دانیم  $\hat{B}-\hat{C}=100^\circ$  زاویه مجامدهای که نیم سازه درونی A با ضلع BC می سازد



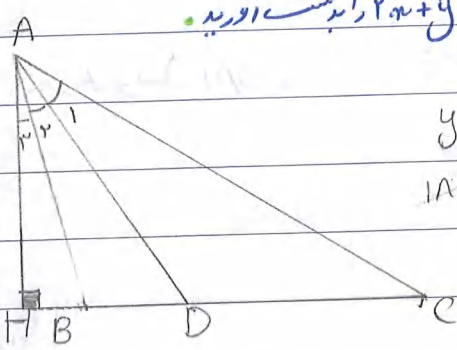
چند درجه است؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{D}_r &= 180 \\ \hat{A}_r + \hat{D}_1 + \hat{C} &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{100}{180 - \hat{D}} \Rightarrow$$

$$\hat{D}_1 = 100 + 180 - \hat{D}_1 \Rightarrow 2\hat{D}_r = 280 \Rightarrow \hat{D}_1 = 140$$

2. در مثلث ABC، AH ارتفاع و AD به ترتیب ارتفاع و نیم سازه نظیر رأس A هستند و  $\hat{B}-\hat{C}=90^\circ$

اگر  $\hat{H}\hat{A}\hat{D} = (2x-3)^\circ$  ،  $\hat{A}\hat{D}\hat{C} = y$  مقدار عددی  $2x+y$  را بدست آورید.



$$\left. \begin{aligned} y + \hat{A}_1 + \hat{C} &= 180 \\ 180 - y + \hat{A}_r + \hat{B} &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

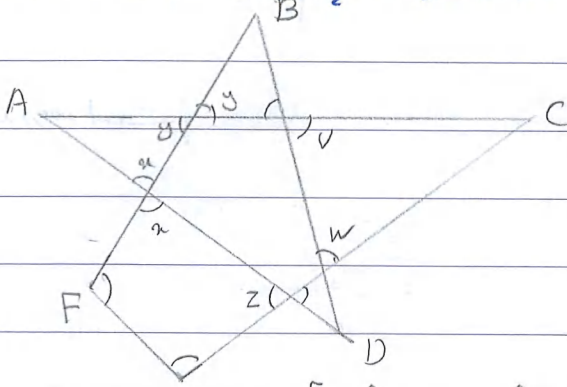
$$y + \hat{C} = \hat{B} + 180 - y \Rightarrow$$

$$2y = \frac{\hat{B}-\hat{C}}{90} + 180 \Rightarrow 2y = 270 \Rightarrow y = 135$$

$$180 - 135 = 45 \Rightarrow 45 + 90 + \hat{A}_r = 180 \Rightarrow 2x - 3 = 45 \Rightarrow$$

$$2x = 48 \Rightarrow x = 24 \Rightarrow 2x + y = 48 + 135 = 183$$

۳. در مثل زیر حاصل جمع زاویه های A و B و C و D و E و F چند درجه است؟

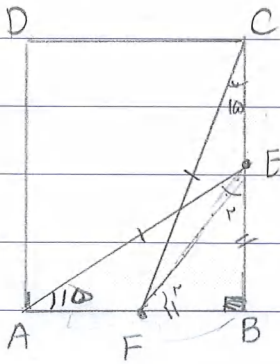


$$\begin{cases} B + v + y = 180 \\ C + v + w = 180 \\ D + z + w = 180 \\ F + E + z + x = 360 \\ A + x + y = 180 \end{cases}$$

$\hat{F} + \hat{E} + \hat{C} + \hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 360$   
 $z = \hat{C} + \hat{A}$ ,  $v = \hat{D} + \hat{A}$  و  $x = \hat{B} + \hat{D}$

۴. در مربع ABCD نقطه های E و F به ترتیب روی ضلع های BC و AB را طوری قرار دهند

که  $AE = CF$  و  $\angle BAE = 15^\circ$ ، زاویه  $\angle CFE$  چند درجه است؟



$$\left. \begin{array}{l} AB = CB \text{ فرض مسئله} \\ AE = CF \text{ فرض مسئله} \\ \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEB \cong \triangle CFB \Rightarrow \begin{cases} EB = FB \\ \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{E}_1 = \hat{F} \end{cases}$$

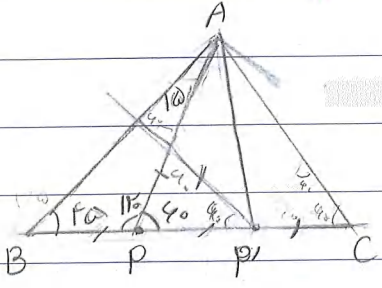
$A + \hat{E}_1 + 90 = 180 \Rightarrow \hat{E}_1 = 90$

$EB = FB (1) \Rightarrow \hat{E}_2 = \hat{F}_2 = 45 \Rightarrow$

$\angle CFE = 90 - 45 = 45$

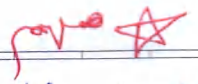
۵. در مثلث ABC نقطه P روی ضلع BC قرار دارد به طوری که داریم  $PC = 2PB$ . اگر

$\hat{A}PC = 40^\circ$  و  $\hat{ABC} = 45^\circ$ ، اندازه  $\hat{ACB}$  چند درجه است؟

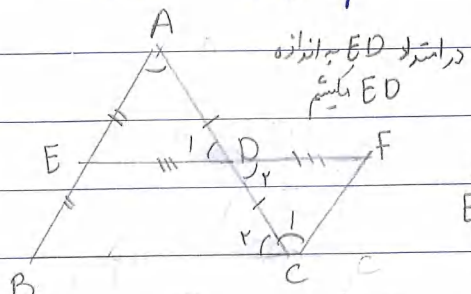


$$135 = 10 + \hat{C} + \hat{A}_1 + \hat{A}_2$$

$$\hat{C} + \hat{A} = 120$$



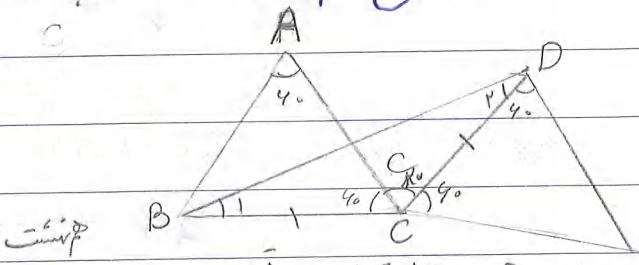
12. قضیه میانه در مثلث. پاره خطی که وسط دو ضلع مثلث را بهم وصل می کند، موازی با بقیه ضلع سوم است. قضیه میانه خط در مثلث را ثابت کنید.



در مثلث ED بر اندازه ED یکسوم  
 $AD = CD$  فرض شده  
 $ED = DF$  فرض شده  
 $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$  متقابل  
 $\Rightarrow AED \cong DFC \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} CF = AE \\ \hat{C}_1 = \hat{A} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \end{array} \right.$

$\hat{C}_1 = \hat{A}$  (1) بنایب  $\Rightarrow$  قضیه عکس دو خط موازی  $\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A}$   
 $CF = AE$  (2) بنایب  $\Rightarrow BE = CF$   
 $AC = BE$  فرض شده  
 $\Rightarrow BCFE$  موازی الاضلاع  $\Rightarrow EF \parallel BC$

13. مثلث های ABC و CDE متساوی الاضلاع و هم بنیست هستند. اگر  $\hat{ACD} = 10^\circ$  باشد، اندازه  $\hat{ABD}$  چقدر است؟



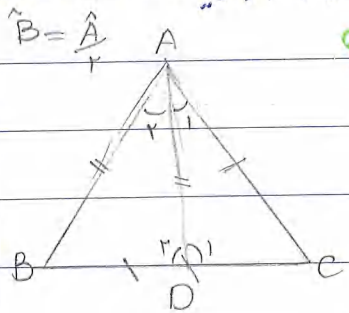
؟ اندازه  $\hat{ABD}$  چقدر است؟

$BC = CD \Rightarrow$  قضیه متساوی الساقین  $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow$

$2\hat{B}_1 + 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{B}_1 = 170^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 85^\circ$

مجموع زوایا مثلث

14. در مثلث متساوی الساقین ABC ( $AC = BC$ )، پاره خطی AD زاویه BAC را نصف کرده است و  $AD = AB$ . اندازه زاویه ACB چقدر است؟



گرفته است و  $AD = AB$ . اندازه زاویه ACB چقدر است؟  
 مجموع زوایا  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

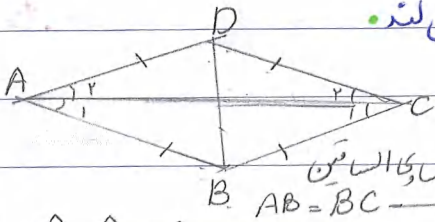
$\frac{A}{2} + 2\hat{D}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{D}_2 = 180^\circ - \frac{A}{2} \Rightarrow 90^\circ - \frac{A}{2} = \hat{B}$

$\Rightarrow A + 90^\circ - \frac{A}{2} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - \frac{A}{2}$

same  $2\hat{D}_2 = 180^\circ - \frac{A}{2} \Rightarrow 90^\circ - \frac{A}{2} \Rightarrow \hat{D}_1 = 90^\circ + \frac{A}{2}$   
 $A = \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} = \frac{180^\circ - 90^\circ + \frac{A}{2}}{2} \Rightarrow \frac{90^\circ + \frac{A}{2}}{2} = \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} \Rightarrow 90^\circ + \frac{A}{2} = 180^\circ - \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - \frac{A}{2}$



15. ثابت کنید قطرهای لوزی زاویه‌هایش را نصف می‌کند.



(1) فرض مسئله  $\hat{D} = \hat{B}$

(2) قضیه تساوی الساقین  $AB = BC \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$  و  $AD = DC \rightarrow \hat{C}_2 = \hat{A}_2$

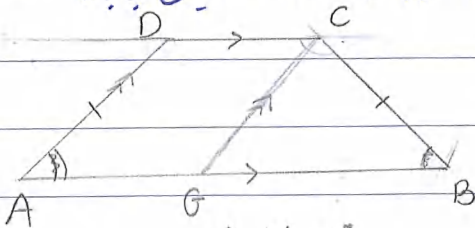
(3) تساوی الساقین  $\hat{C}_2 = \hat{A}_2$

$\hat{D} + \hat{C}_2 + \hat{A}_2 = 180^\circ$

$\hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{A}_1 = 180^\circ$

$\Rightarrow$  (1) بنا  $\Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{C}_1$  و  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow$  زاویه‌ها را نصف کرده

16. نشان دهید زاویه‌های مجاوره قاعده‌های یک ذوزنقه متساوی الساقین برابرند.



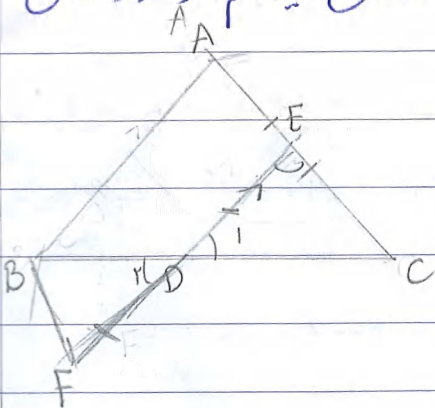
$AG \cong CG$  (تساوی اضلاع)  $\Rightarrow AD = GC \Rightarrow$

$AD = CB$   
 $GC = AD$   $\Rightarrow AB = GC \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{G}$  (1)

ضد موازی

$AD \parallel GC \Rightarrow \hat{A} = \hat{G}_1$   
 $\hat{B}_2 = \hat{G}_1$  (1) بنا  $\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B}_2$

17. عکس قضیه میانه را بنویس. یعنی از وسط یک ضلع مثلث موازی ضلع دیگر رسم شود از وسط اضلاع سوم می‌گذرد.



ABFE متوازی الاضلاع  $\Rightarrow$

$\hat{D}_1 = \hat{D}_2$   
 $\hat{E}_1 = \hat{A}_1$   
 $ED = FD$

$\Rightarrow BDF \cong DEC \Rightarrow$

$DC = BD$