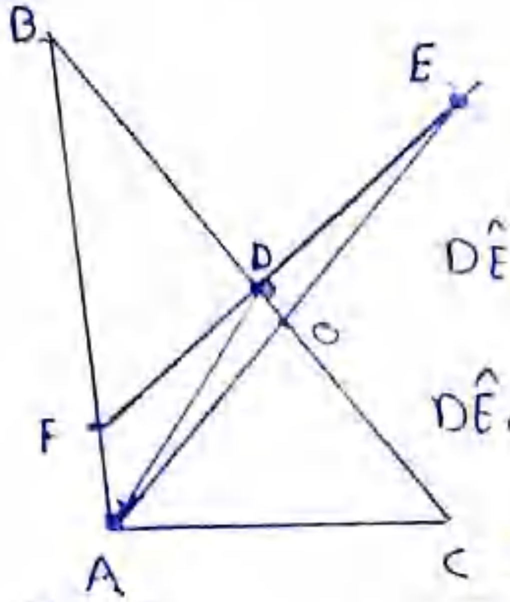
$AD = DE$



$\widehat{AOC} = \widehat{EOD} \xrightarrow[\text{داخل مثلث}]{\text{عمود نظیر}}$

$\widehat{DEO} + \overset{90}{\widehat{EDO}} = \widehat{OAC} + \widehat{OCA} \Rightarrow$

$\widehat{DEO} = \widehat{OAC} + \widehat{OCA} - 90 \xrightarrow[\text{از ①}]{\text{با استفاده}}$

$\widehat{DEO} = 45^\circ + \widehat{OCA} - 90 = \widehat{OCA} - 45^\circ$ ②

$BD = DC \xrightarrow[\text{وارد بر وتر}]{\text{میانه}} AD = DC = BD$

$\left.\begin{array}{l} AD = DC \xrightarrow[\text{متساوی الساقین}]{\text{مثلث}} \widehat{DAC} = \widehat{DCA} \\ \widehat{DAO} = \widehat{DAC} - \widehat{OAC} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\widehat{DAO} = \widehat{DCA} - \widehat{OAC} \xrightarrow[\text{از ①}]{\text{با استفاده}} \widehat{DAO} = \widehat{DCA} - 45$ ③

$\left.\begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \\ AO \text{ نیم ساز} \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{OAC} = 45^\circ$ ①

$\left.\begin{array}{l} \widehat{DCA} = \widehat{OCA} \text{ مطابق شکل} \\ \text{② و ③} \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{DAO} = \widehat{DEO} \xrightarrow[\text{مثلث متساوی الساقین}]{\text{عکس قضیه}} AD = DE$

(سوال ۵

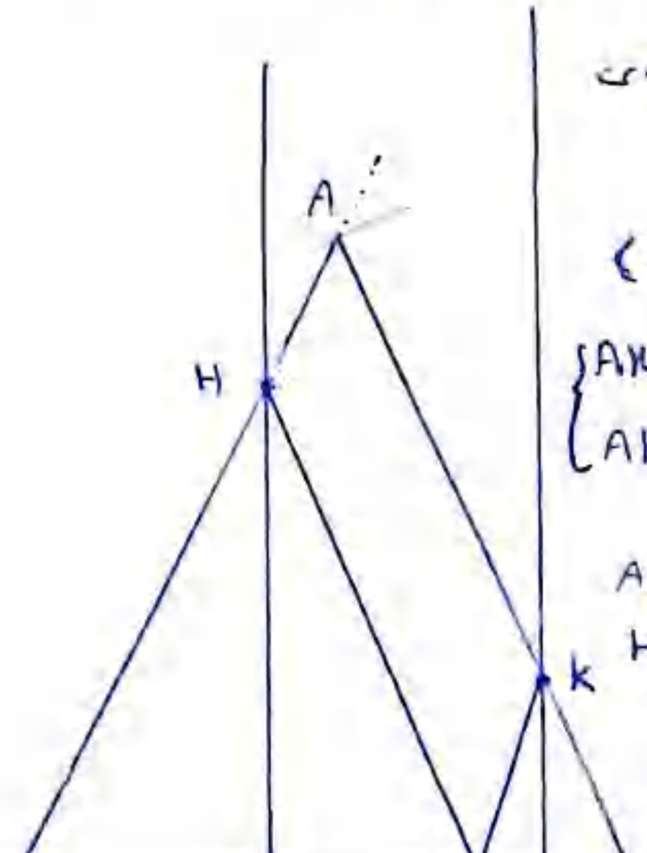
K روی عمود منصف DC قرار دارد $\xrightarrow{\text{قضیه عمود منصف}}$ $DK = KC$ $\xrightarrow{\text{قضیه مثلث متساوی الساقین}}$ $\left.\begin{array}{l}\hat{C} = K\hat{D}C \\ \hat{C} = \hat{B}\end{array}\right\} \Rightarrow$ $K\hat{D}C = \hat{B}$ (1)

$K\hat{D}C + \hat{C} + D\hat{K}C = \hat{C} + \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ$ مجموع زوایای داخلی مثلث

$\xrightarrow[\text{از (1)}]{\text{با استفاده}}$ $D\hat{K}C = \hat{A}$ $\xrightarrow[\text{خط موازی}]{\text{عکس دو}}$ $DK \parallel AH$

بنا به فرض مسئله: $AK \parallel HD$

$\Rightarrow$ AHDK متوازی الاضلاع است



در متوازی الاضلاع اضلاع روبه‌رو با هم برابرند $\Rightarrow$

(نیاز به اثبات دارد)

$\begin{cases} AK = HD \\ AH = KD \end{cases}$

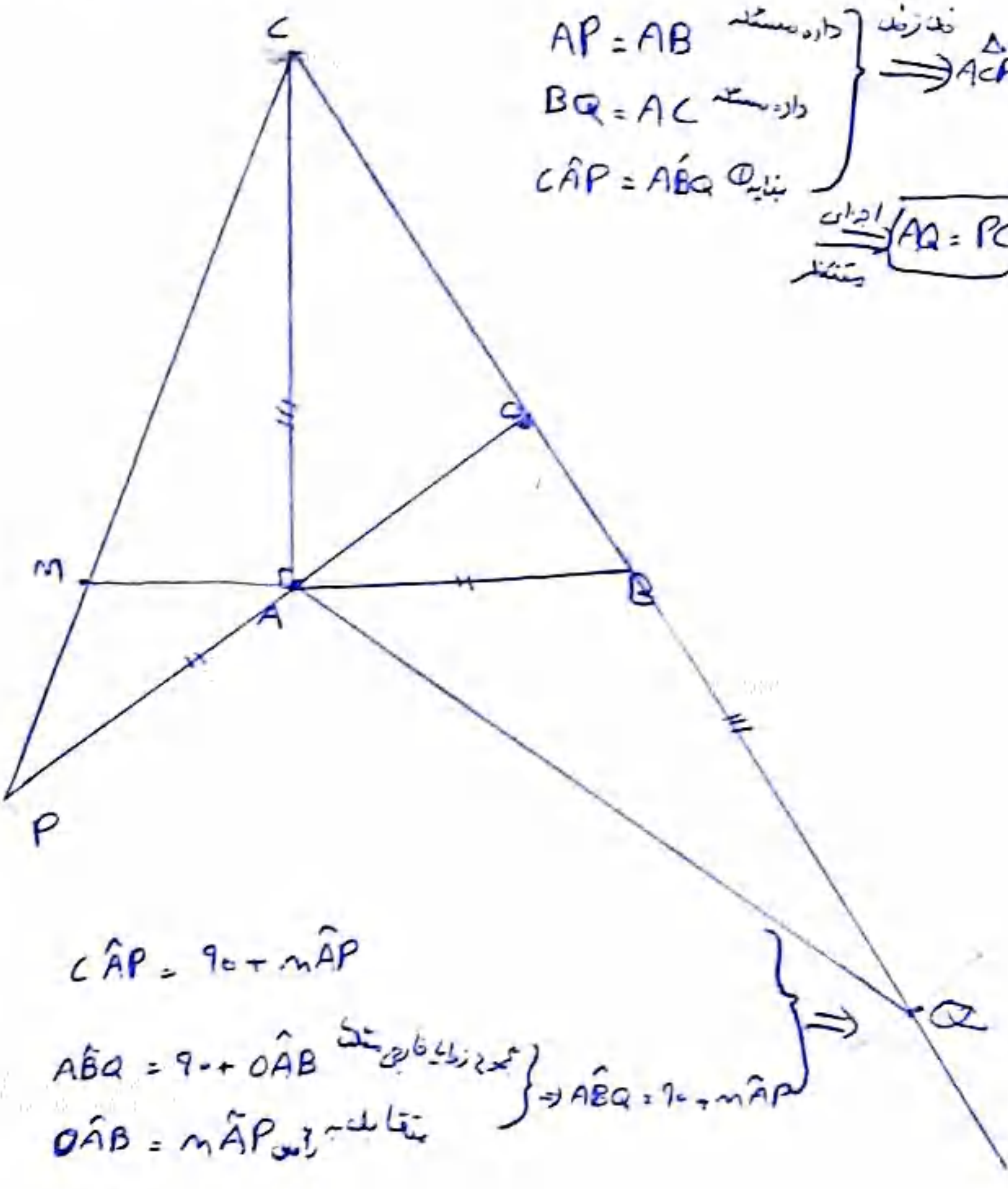
$\left.\begin{array}{l} AK = HD \\ HD = BH \end{array}\right\} \Rightarrow AK = BH$

H روی عمود منصف BD

$\left.\begin{array}{l} KD = KC \\ AH = KD \end{array}\right\} \Rightarrow AH = KC$

K روی عمود منصف DC

سوال ۲



$AP = AB$ داده مسئله

$BQ = AC$ داده مسئله

$C\hat{A}P = A\hat{B}Q$ بنابر ①

$\xrightarrow{\text{ض ز ض}} \overset{\triangle}{ACP} \cong \overset{\triangle}{APQ}$

$\xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزای}} \boxed{AQ = PC}$

$C\hat{A}P = 90 + M\hat{A}P$

$A\hat{B}Q = 90 + O\hat{A}B$ مجموع زوایای خارجی مثلث

$O\hat{A}B = M\hat{A}P$ متقابل به رأس

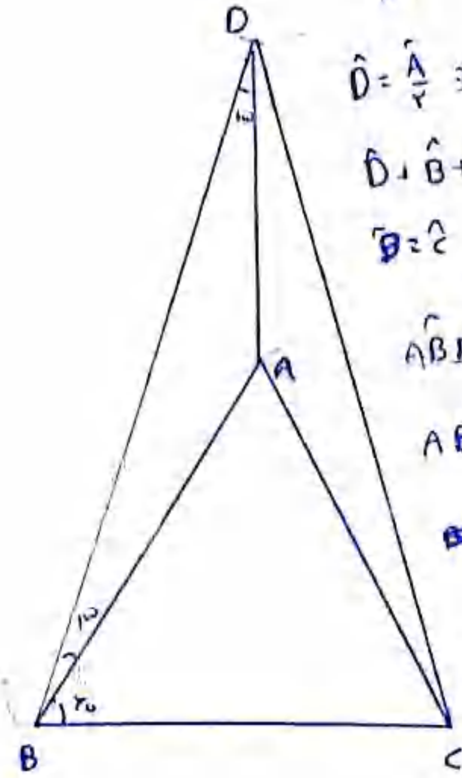
$\Rightarrow A\hat{B}Q = 90 + M\hat{A}P$

$\Rightarrow$

$C\hat{A}P = A\hat{B}Q$ ①

... انتخاب ... در D قطع کنند ... روی ضلع ... را ...

(سوال ۴)



مثلث متساوی الاضلاع $B\hat{A}C = A\hat{C}B = C\hat{B}A = ۶۰^\circ$

$\hat{D} = \frac{\hat{A}}{۲} \Rightarrow \hat{D} = ۳۰^\circ$

$\hat{D} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$

$\hat{B} = \hat{C}$ مثلث متساوی الساقین

$\Rightarrow \hat{B} = ۷۵^\circ$

$A\hat{B}D = ۷۵ - ۶۰ = ۱۵^\circ$

$AB = AC \xrightarrow[\text{منصف}]{\text{عکس قضیه عمود}}$ A روی عمود منصف BC قرار دارد

$BD = CD \xrightarrow{〃 〃} $ 〃 〃 〃 D

$\Rightarrow AD \perp BC$

در مثلث متساوی الساقین عمود منصف نیم ساز نیز هست (نیاز به اثبات دارد) $\Rightarrow$

$B\hat{D}A = \frac{\hat{D}}{۲} = ۱۵^\circ$

$A\hat{B}D = B\hat{D}A = ۱۵^\circ \xrightarrow[\text{مثلث متساوی الساقین}]{\text{عکس قضیه}} BA = AD$

$AB = BC$

$\Rightarrow \boxed{AD = BC}$

سوال ۲

mF عمودمنصف $\xrightarrow[\text{ار وتر}]{\text{عمود وارد}}$ $mB = mF = mD$

$Bm = mF \xrightarrow[\text{متساوی الساقین}]{\text{مثلث}} \hat{B}_1 = \hat{F}_1$

$\hat{B}_2 = \hat{B}_1$ متقابل به راس

$\hat{B}_2 = 60^\circ$ مثلث متساوی الاضلاع

$\Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{B}_1 = 60^\circ \xrightarrow[\text{داخلی مثلث}]{\text{مجموع زوایای}}$ $\hat{m}_1 = 60^\circ$

$\hat{mB}_1 = \hat{F}_1 \xrightarrow[\text{مثلث متساوی الساقین}]{\text{عکس قضیه}} BF = Bm$

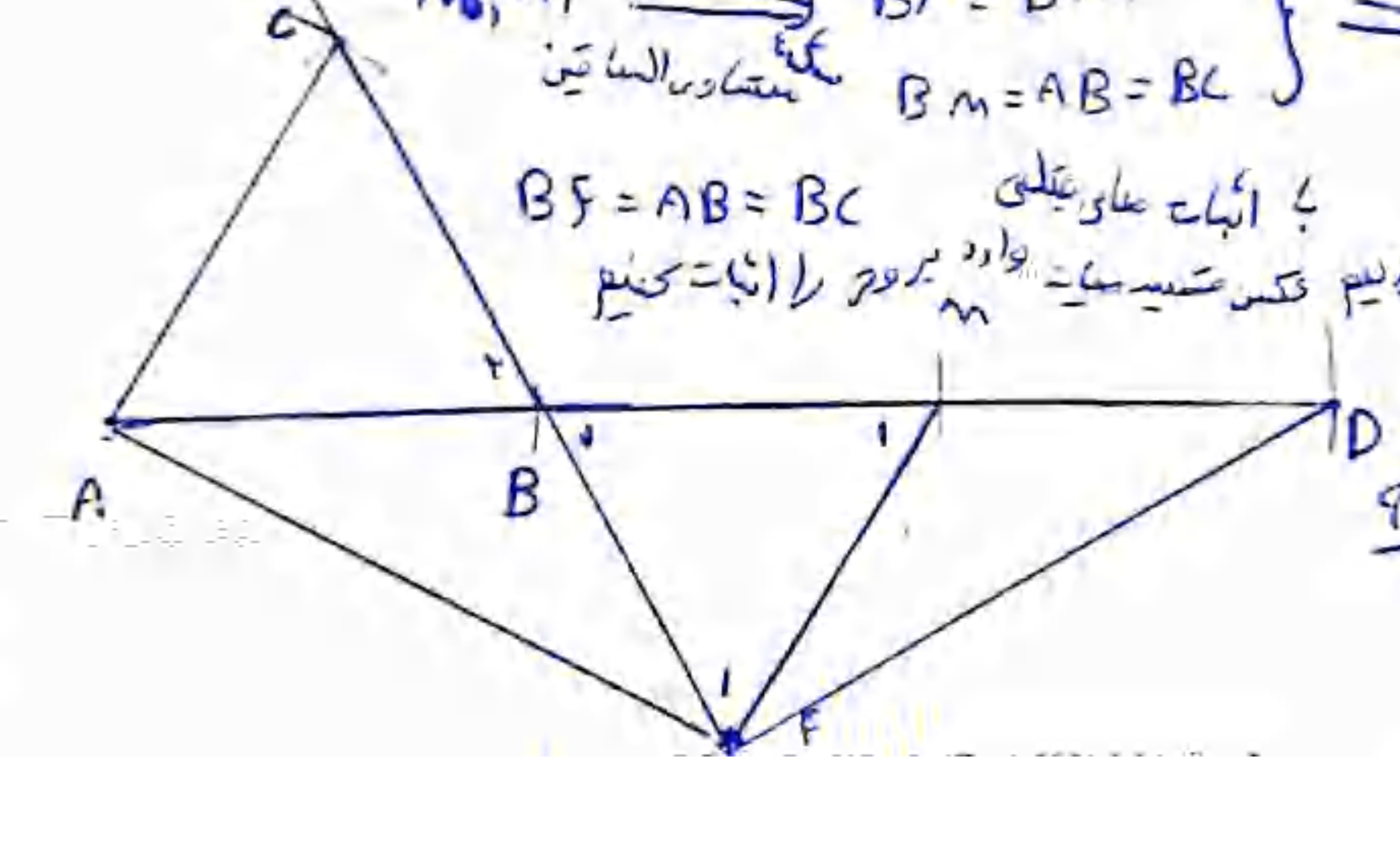
$Bm = AB = BC \Rightarrow$

$BF = AB = BC$ با اثبات های قبلی

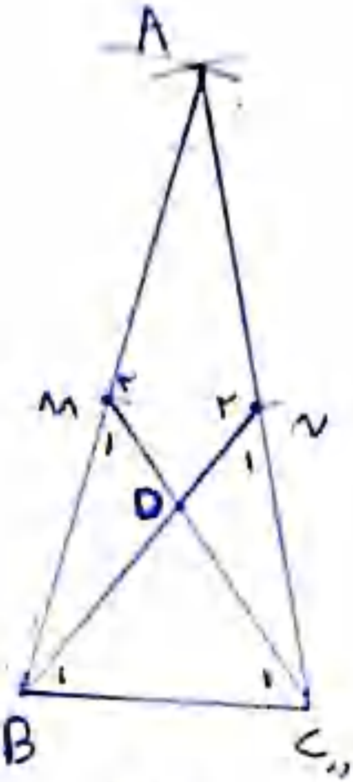
می توانیم عکس قضیه های بالا درمورد m را اثبات کنیم

پس

$90^\circ = \hat{A}$



سوال ۹



$AB = AC \xrightarrow{\text{متساوی الساقین مثلث}} \hat{B} = \hat{C} = 3x \Rightarrow \hat{A} = x$

$BC = BM \xrightarrow[\text{فرض سوال}]{\text{نتیجه متساوی الساقین}} \hat{C}_1 = \hat{M}_1 \quad (1)$

$BC = CN \;\text{'' '' ''} \xrightarrow{\text{'' '' ''}} \hat{B}_1 = \hat{N}_1 \quad (2)$

$\hat{C}_1 + \hat{M}_1 + \hat{B} = 180^\circ$ (مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰) $\xrightarrow[\text{از } (1)]{\text{با استفاده}} 2\hat{M}_1 + 3x = 180^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 90 - \frac{3x}{2}$

$\Rightarrow \hat{M}_2 = 90 + \frac{3x}{2}$

به طور مشابه: $\hat{N}_2 = 90 + \frac{3x}{2}$

$x + 90 + \frac{3x}{2} + 90 + \frac{3x}{2} + N\hat{D}M = 360^\circ$ (نیاز به اثبات دارد) $\Rightarrow$

$4x + N\hat{D}M = 180^\circ \Rightarrow N\hat{D}M = 180^\circ - 4x$

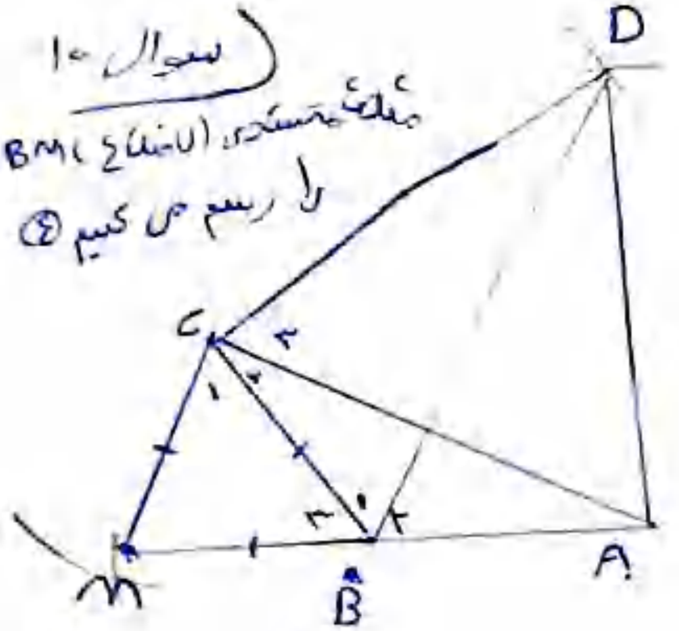
$\overset{\Delta}{ABC}: 3x + 3x + x = 180^\circ \Rightarrow 7x = 180^\circ$

$\Rightarrow N\hat{D}M = 3x,\quad \hat{B} = 3x \Rightarrow$

$N\hat{D}M = 3x$

سوال ۱۰

مثلث متساوی الاضلاع BMC را رسم می کنیم ④



$DC = AC$ داده مسئله

$MC = BC$ ||

$M\hat{C}A = B\hat{C}D$ بنا به ①

ضزض $\Rightarrow \triangle DCB \cong \triangle MAC \Rightarrow \begin{cases} \hat{M} = \hat{B}_1 & ⑥ \\ BD = MA & ⑦ \end{cases}$

$\hat{C}_3 = \hat{C}_1 = 60°$ زاویه های مثلث متساوی الاضلاع $\Rightarrow$

$\hat{C}_3 + \hat{C}_2 = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 \Rightarrow$

$M\hat{C}A = B\hat{C}D$ ①

$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 120°$ داده مسئله

$\hat{M} = \hat{B}_1$ بنا به ⑥

$\Rightarrow \hat{B}_2 = 60°,\ \hat{B}_1 = 60° \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow$ BD نیمساز زاویه $C\hat{B}A$

$BD = MA$ بنا به ⑦ $\Rightarrow BD = MB + AB$

$BM = BC$

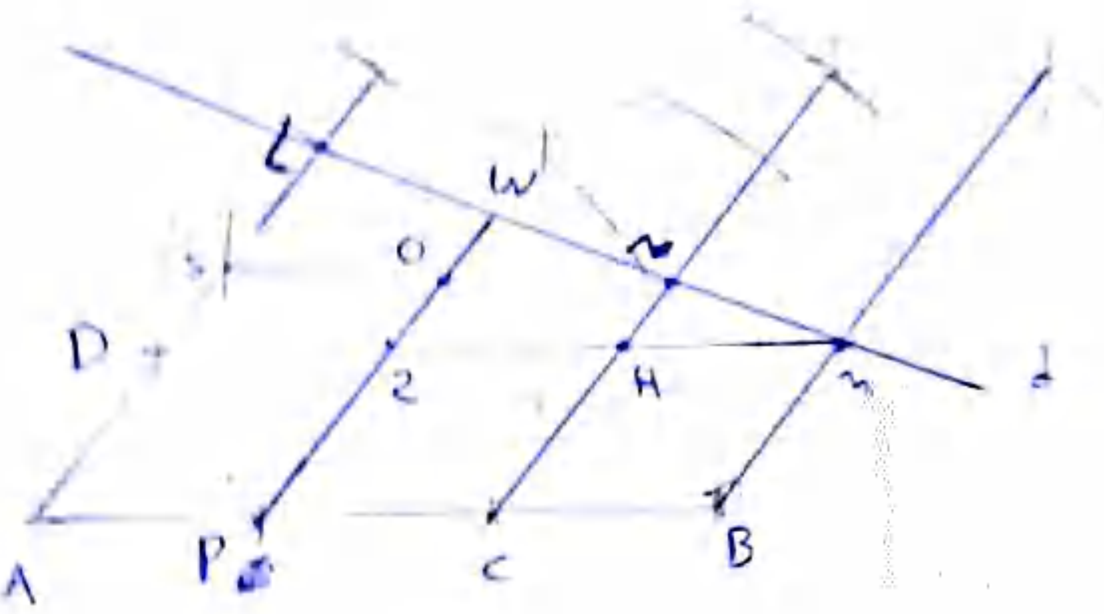
$\Rightarrow \boxed{BD = BC + AB}$

$\hat{B}_3 = 60°$ زیرا BMC متساوی الاضلاع است

$C\hat{B}A = 120°$ داده مسئله

$\Rightarrow \hat{B}_3 + C\hat{B}A = 180° \Rightarrow$ A و B و M روی یک خط واقع اند

سوال ۱۱



$AL \parallel NC \parallel BM$ فرض مسئله

$AC = 2BC$ فرض مسئله

خط MD را موازی AB رسم می کنیم ②

خط NS " " " " ③

از وسط AC خط PW را موازی AL رسم می کنیم ①

$OW \parallel SL$ بنابه ① } عکس قضیه تالس ⟹ ; $PC \parallel ON$ بنابه ③

SN متوسط بنابه ② } ; $NC \parallel AL$ دارد مسئله ; $PW \parallel AL$ بنابه ① } $\Rightarrow NC \parallel$

$\begin{cases} OW = \frac{SL}{2} \\ LW = WN \end{cases}$ ⟹ PONC متوازی الاضلاع است ⟹

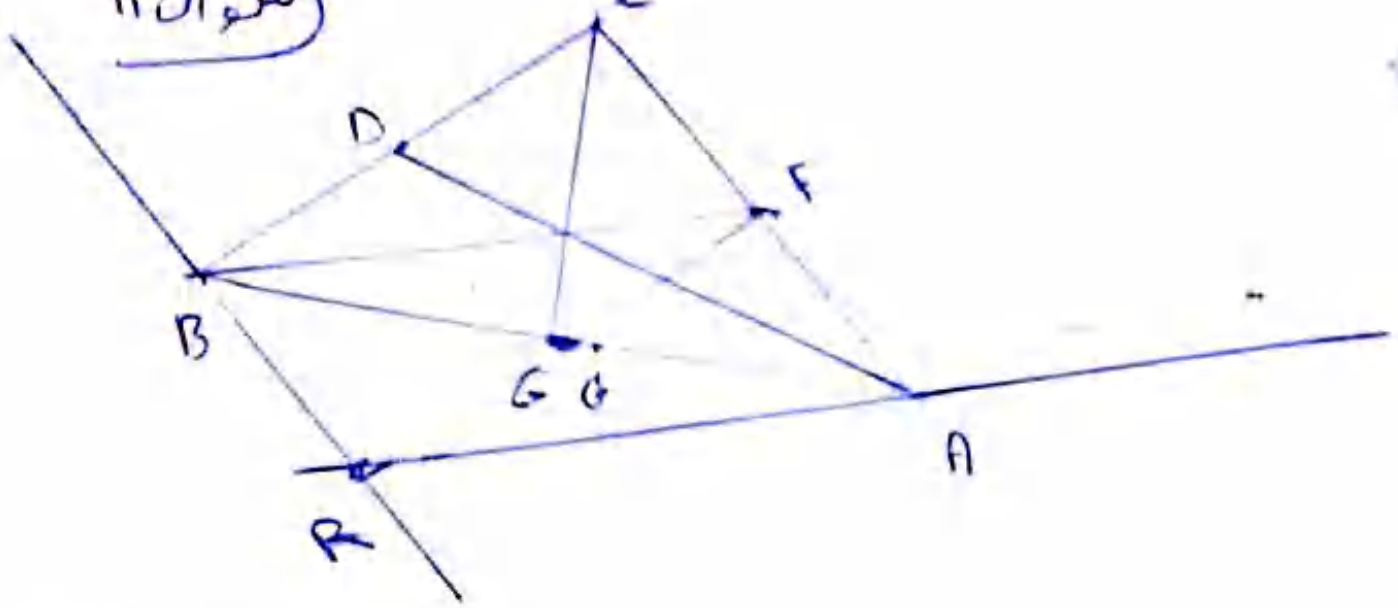
$AL = 2OW + OZ + BM$

$N = OZ + BM$ } ⟹ $ON = PC$ تساوی اضلاع دارد } ⟹

$OW = OZ$; بنابه ساخت مسئله: $OS = AP$

حکم $AL + 2BM = 2CN$; SN متوسط D حکم

سوال ۱۲



$BR \parallel AF$ طبق مسئله
$AR \parallel BF$ طبق مسئله
$\Rightarrow$ $AFBR$ متوازی الاضلاع است

در متوازی الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند (نیاز به اثبات):

AB و RF قطرهای متوازی الاضلاع $FBRA$ اند $\Rightarrow$ محل تلاقی AB و RF وسط BA و RF است $\Rightarrow$ G' وسط AB

G طبق داده سوال وسط AB است

$\Rightarrow$ G و G' بر هم منطبق‌اند و چون $RG'F$ بر یک خط واقع‌اند RGF نیز بر یک خط واقع‌اند

Scanned by CamScanner

سوال ۳)

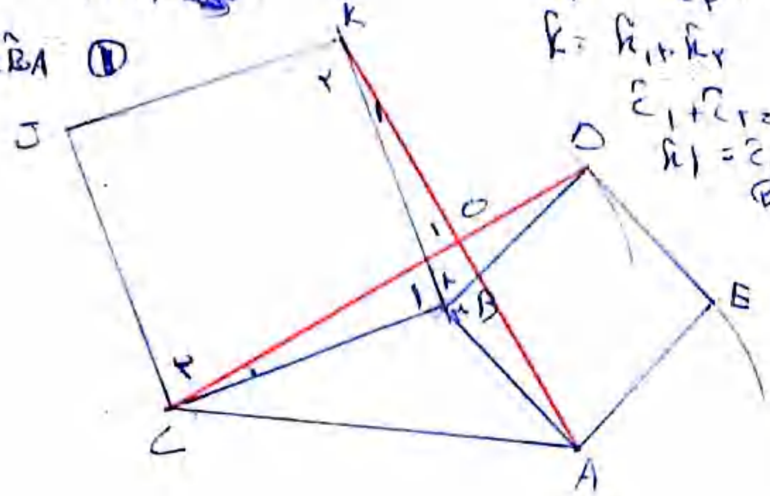
$\hat{B}_1 = \hat{B}_4 = ۹۰^\circ$ مستطیل ها

$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{B}_4 + \hat{B}_2$

$\Rightarrow C\hat{B}D = K\hat{B}A$ ①

$$\left.\begin{array}{ll} CB = KB & \text{دو مستطیل} \\ BD = AB & \text{'' ''} \\ C\hat{B}D = K\hat{B}A & \text{طبق ①} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \overset{\triangle}{BCD} \cong \overset{\triangle}{BAK} \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزای}} \left\{ \hat{K}_1 = \hat{C}_1 \quad ② \right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{J} + \hat{K} + \hat{C}_2 + \hat{O}_1 = ۳۶۰^\circ \quad \text{زوایای داخلی} \\ \hat{K} = \hat{K}_1 + \hat{K}_2 \\ \left.\begin{array}{ll} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = ۹۰^\circ & \text{مستطیل} \\ \hat{K}_1 = \hat{C}_1 & \text{بنابر ②} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C}_2 + \hat{K}_1 = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$$



$$۹۰ + \underbrace{\hat{K}_2}_{۹۰} + \overbrace{\hat{K}_1 + \hat{C}_2}^{۹۰} + \hat{O}_1 = ۳۶۰^\circ \Rightarrow$$

$\hat{O}_1 = ۹۰^\circ \Rightarrow \boxed{AK \perp CD}$

Scanned by CamScanner

8

(سوال ۲۰)

$BC = CE \xrightarrow[\text{متساوی الساقین}]{\text{در مثلث}} \hat B_1 = \hat E_1$

مجموع زوایای یک مثلث

$\hat E_1 + \hat B_1 = \hat C_2$

$\Rightarrow 2\hat E_1 = \hat C_2 \Rightarrow \frac{\hat C_2}{2} = \hat E_1$ (۱)

$BC = BD \;\; \text{"} \xrightarrow{\text{"}} \hat D_2 = \hat C_3$

$\hat D_2 + \hat C_3 = \hat B_2$

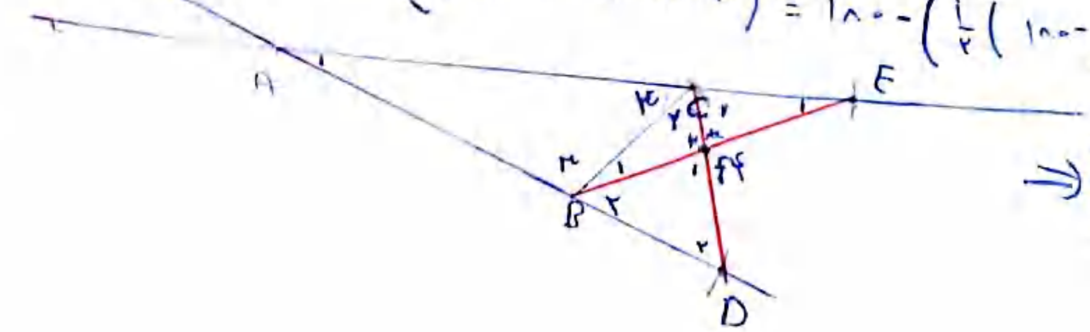
مجموع زوایای خارجی مثلث

$\Rightarrow 2\hat D_2 = \hat B_2 \Rightarrow \hat D_2 = \frac{\hat B_2}{2}$ (۲)

[illegible] (زاویه خارجی)

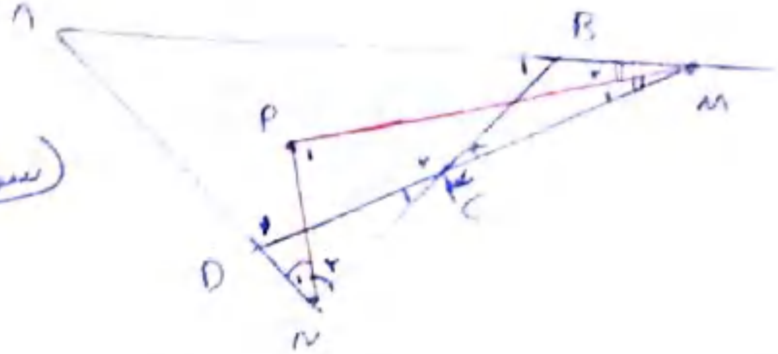
$E_1 + \hat A_1 + \hat D_2 = \hat F_4 \xrightarrow{\text{با استفاده از (۱) و (۲)}} \frac{\hat C_2}{2} + \frac{\hat B_2}{2} + \hat A_3 = \hat F_4 \Rightarrow$

$F_1 = 180 - \left(\frac{1}{2}(\hat C_2 + \hat B_3) + \hat A_3\right) = 180 - \left(\frac{1}{2}(180 - \hat A_3) + \hat A_3\right) = 180 - 90 - \frac{\hat A_3}{2}$



$\Rightarrow \boxed{B\hat F D = 90 - \frac{1}{2}\hat A}$

(سوال ۱۵)



رابطه کرسه (نیاز به اثبات دارد) : $\hat{A}+\hat{N}+\hat{M}=\hat{C}_4$

$\hat{P}_1+\hat{N}_2+\hat{M}_1=\hat{C}_4$

$\Rightarrow \hat{A}+\hat{N}+\hat{M}=\hat{P}_1+\hat{N}_2+\hat{M}_1$

$\hat{N}_2=\frac{\hat{N}}{2}$ نیمساز داریم

$\hat{M}_1=\frac{\hat{M}}{2}$ نیمساز داریم

$\hat{P}_1=\hat{A}+\hat{N}+\hat{M}-\frac{\hat{M}}{2}-\frac{\hat{N}}{2}\Rightarrow$

$\hat{P}_1=\hat{A}+\frac{1}{2}(\hat{M}+\hat{N})$

$2\hat{P}_1=2\hat{A}+\hat{M}+N+\hat{C}_1+\hat{C}_2-\hat{C}_1-\hat{C}_2$

$2P_1=2\hat{A}+\hat{D}_1+\hat{B}_1-\hat{C}_1-\hat{C}_2$

$2P_1=A+360-\underbrace{\hat{C}_2-\hat{C}_1}_{-180}-\hat{C}_2$

$2P_1=A+\underbrace{180-\hat{C}_2}_{\hat{C}_2}\Rightarrow \boxed{\hat{P}_1=\frac{A+\hat{C}_2}{2}}$