

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://acc.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر اعضای $S$ قابل شمارش باشد، آن را یک فضای نمونه ای گسسته می نامیم. ب) در پرتاب دو سکه با هم، پیشامد آن که دقیقاً یک بار "رو" بیاید برابر است با $A = \{(P, R), (R, P)\}$ ج) اگر $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه ای $S$ باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ در این صورت آن ها را دو پیشامد ناسازگار می نامیم. د) اگر $A = (0, 1)$ و $B = [-1, 1]$ آن گاه $A \cup B = (-1, 1)$	۱
۲	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ آن گاه $P(B')$ را به دست آورید.	۱
۳	از بین ۶ دانش آموز سال دوم و ۵ دانش آموز سال سوم می خواهیم یک تیم ۳ نفره تشکیل دهیم. احتمال هر یک از پیشامد های زیر را به دست آورید. الف) فقط دو دانش آموز از سال دوم باشند. ب) حداقل دو دانش آموز از سال سوم باشند.	۱/۵
۴	در یک تیم والیبال ۶ نفره، چقدر احتمال دارد که هیچ دو نفری در یک روز از سال متولد نشده باشند؟ (سال را ۳۶۵ روز بگیرد.)	۰/۷۵
۵	اگر $x = 2$ یک جواب معادله $\frac{2x^2}{a+x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ باشد، الف) $a$ را تعیین کنید. ب) به ازای $a = 0$ ریشه دیگر این معادله را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۲۵
۶	فرض کنید $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ و $\alpha$ زاویه ای منفرد باشد، عبارت $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۷	اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 0 \\ 2bx^2 + 5 & x \geq 0 \end{cases}$ و $a$ و $b$ را طوری بیابید که نمودار تابع $f$ از نقطه $A(2, -3)$ بگذرد و داشته باشیم: $f(-2) = 3$	۱
۸	نمودار تابع $y = -2 x - 3 $ را رسم کنید.	۱
۹	دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) تابع $P(x) = f(x) + g(x)$ را به دست آورید.	۲/۲۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

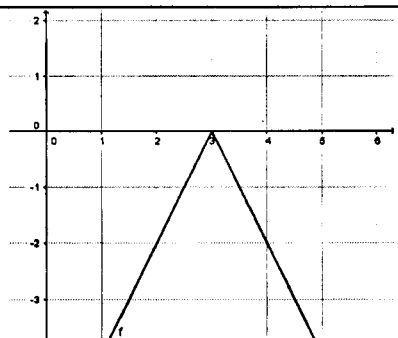
۰/۷۵	در صورتی که $f(x-3) = \frac{x+5}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را حساب کنید.	۱۰
	هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.	۱۱
۳	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} + x}{x^2 - 4}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{\sin x}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x + \sqrt{x+1}}{2x - \sqrt{4x^2 - 1}}</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\cos 4x \sin 2x}</math></p>	
۱/۲۵	$f(x) = \begin{cases}  x  + ax & x < 0 \\ x & x = 0 \\ x^3 + 4b & x \geq 0 \end{cases}$ <p>عدد های <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که تابع <math>f(x)</math> در نقطه <math>x_0 = 0</math> پیوسته باشد.</p>	۱۲
۱/۲۵	<p>اگر <math>P(t) = 2000 + 500t^2</math> نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان <math>t</math> باشد (<math>t</math> بر حسب ساعت)،</p> <p>الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از زمان <math>t_0 = 1</math> به دست آورید.</p> <p>ب) آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت را در <math>t = 2</math> به دست آورید.</p>	۱۳
۲/۲۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>f(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{x+5}}</math></p> <p>ب) <math>g(x) = (1 + \sin 3x)^4 \times \tan\left(\frac{1}{x}\right)</math></p>	۱۴
۰/۵	دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ را مشخص کنید.	۱۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (۰/۲۵)    ب) درست (۰/۲۵)    ج) نادرست (۰/۲۵)    د) نادرست (۰/۲۵) (صفحات: ۲ و ۳ و ۵ و ۲۲)	
۲	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (۰/۲۵) $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + P(B) - \frac{2}{5} \times P(B)$ (۰/۲۵) $P(B) = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵) و $P(B') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵) (صفحه ۷)	۱
۳	الف) $P(A) = \frac{\binom{6}{2} \binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{75}{165}$ (۰/۲۵)    ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{2} \binom{6}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{70}{165}$ (۰/۲۵) (صفحه ۹)	۱/۵
۴	$p(A) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365} \times \frac{360}{365}$ (صفحه ۱۵)	۰/۷۵
۵	الف) $\frac{8}{a+2} + \frac{a-2}{2} = \frac{a}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{8}{a+2} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = 6$ (۰/۲۵) ب) $\frac{2x^2}{x} + \frac{-x}{x} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{2x^2}{x} = 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 0$ غ.ق.ق (۰/۲۵) (صفحه ۲۸)	۱/۲۵
۶	$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}$ (۰/۲۵) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{4}{5}\right) - 1 = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵) (با توجه به این که در سؤال در اثر اشکال تاییبی به جای $-\frac{1}{2}$ عدد $\frac{1}{2}$ تایپ شده است، در زمان تصحیح چنانچه داوطلب با $\frac{1}{2}$ حل نموده است، نمره کامل منظور گردد.) (صفحات: ۳۶ و ۳۷)	۱/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$f(-2) = -2a - 3 = 3 \quad (0/25) \Rightarrow a = -3 \quad (0/25)$ $8b + 5 = -3 \quad (0/25) \Rightarrow b = -1 \quad (0/25)$ (صفحات: ۴۶ و ۵۰)	۱
۸	$f(x) = \begin{cases} -2(x-3) & x \geq 3 \quad (0/25) \\ 2(x-3) & x < 3 \quad (0/25) \end{cases}$ رسم شکل (۰/۵) (صفحه ۵۱) 	۱
۹	الف) $D_f = (-\infty, 1] \quad (0/25)$ , $D_g = [1, +\infty) \quad (0/25)$ (صفحه ۶۳ و ۶۵) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (0/25) \Rightarrow$ $D_{g \circ f} = \{x \in (-\infty, 1] \mid \sqrt{1-x} \in [1, +\infty)\} \quad (0/25) \Rightarrow D_{g \circ f} = (-\infty, 0] \quad (0/25)$ ب) $D_p = D_f \cap D_g = \{1\}$ (۰/۲۵) $P(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \quad (0/25) \Rightarrow P = \{(1, 0)\} \quad (0/25)$	۲/۲۵
۱۰	$f(x-3) = \frac{x-3+8}{x-3+2} \quad (0/25) \Rightarrow f(t) = \frac{t+8}{t+2} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{9}{3} = 3 \quad (0/25)$ (صفحه ۸۶)	۰/۲۵
۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+6-x^2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+6}-x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+6}-x)} = \frac{-5}{16} \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{\sin x} = \frac{-2}{0^-} = +\infty \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{3x-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{x} = -6 \quad (0/25)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 4x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\sin 2x} = \frac{1}{1} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\tan 4x}{x}}{\frac{\sin 2x}{x}} = \frac{4}{2} = 2 \quad (صفحات ۸۹-۹۴-۱۰۳-۱۱۴) \quad (0/25)$	۳

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{ x }{x} + a \right) = -1 + a \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 4b) = 4b \quad (0/25)$ $\Rightarrow -1 + a = 4b = 2 \quad (0/25)$ $\Rightarrow a = 3 \quad (0/25), \quad b = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۲۱)</p>	۱/۲۵
----	--	------

۱۳	<p>الف) <math>\frac{p(5) - p(1)}{4} = \frac{14500 - 2500}{4} = 3000 \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>p'(t) = 1000t \quad (0/25) \Rightarrow p'(2) = 2000 \quad (0/25)</math></p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۳۰)</p>	۱/۲۵
----	--	------

۱۴	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{\frac{2(x+5)}{(x+5)^2} - \frac{1(2x-4)}{(x+5)^2}}{2 \times \sqrt{\frac{2x-4}{x+5}}} \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{4(3 \cos 3x)}{(0/25)} \cdot \frac{(1 + \sin 3x)^3}{(0/25)} \times \frac{\tan(\frac{1}{x})}{x} + \frac{(-1)}{x^2} \cdot \frac{(1 + \tan^2 \frac{1}{x})}{x} \times \frac{(1 + \sin 3x)^4}{(0/25)} \quad (0/25)</math></p> <p style="text-align: right;">(صفحات ۱۳۹ و ۱۴۳)</p>	۲/۲۵
----	---	------

۱۵	$f(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (0/25) \Rightarrow D_{f'} = (0, +\infty) \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۴۰)</p>	۰/۱۵
----	---	------

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.