**تمرينات فصل توزيع‌هاي خاص (گسسته)**

**توزيع يکنواخت گسسته**

1- از جعبه‌اي محتواي 25 مهره با شماره‌هاي 1 تا 25 مهره‌اي به تصادف خارج مي‌کنيم اگر x نشان دهنده عدد روي مهره باشد توزيع x را مشخص کنيد ميانگين و واريانس x را محاسبه کنيد.

2- کلاس داراي 20 دانش‌آموز است. مي‌خواهيم به تصادف يک نفر را انتخاب کرده و کتابي به او هديه دهيم توزيع احتمال را مشخص کنيد.

3- تاس سالمي را يک بار پرتاب مي‌کنيم اگر x نشان‌دهندة عدد روي تاس باشد توزيع احتمال x را مشخص کنيد و هيستوگرام آن را رسم نماييد.

4- مي‌خواهيم از بين 10 نفر سه نفر را به عنوان هيئت مديره انتخاب کنيم قانون توزيع انتخاب هيئت مديره را تعيين نموده اميد و واريانس آن را محاسبه کنيد.

**توزيع برنولي**

5- سکه‌اي را که احتمال خط آمدن آن  مي‌باشد پرتاب مي‌کنيم اگر x نشان‌دهنده تعداد خط در اوج آزمايش باشد تابع احتمال آن را نوشته و اميد و واريانس آن را محاسبه کنيد؟

6-­ تاسي را يک بار پرتاب مي­­کنيم. احتمال آمدن عدد 3 برابر با  است . توزيع احتمال متغير تصادفي x که عبارت است از تعداد وقوع عدد 3 چيست؟

**توزيع دوجمله­اي**

7- سکه سالمي را 5 بار پرتاب مي‌کنيم اگر x نشان‌دهنده تعداد شيرها باشد توزيع احتمال x ، اميد و واريانس آن را بنويسيد.

8- در يک امتحان تستي 4 گزينه‌اي، دانشجويي به 20 سؤال بطور تصادفي پاسخ مي‌دهد انتظار داريم به چند سؤال پاسخ درست داده باشد؟

9- خانواده‌اي داراي 6 فرزند است اگر احتمال فرزند پسر و دختر مساوي باشد مطلوبست محاسبه احتمال اينکه حداقل 2 فرزند پسر داشته باشد.

10- مي‌دانيم 60% افراد يک شهر طرفدار شخص A هستند 5 نفر را به طور تصادفي انتخاب مي‌کنيم و نظر آنها را مي‌پرسيم. مطلوبست احتمال اينکه: الف) دقيقاً سه نفر موافق شخص A باشند. ب) حداقل سه نفر موافق A باشند.

11- يک توليد‌کننده قطعات کوچک اجناس خود را بسته‌هاي 20تايي عرضه مي‌کند احتمال معيوب بودن هر قطعه 05/0 است.

الف) بطور متوسط چند قطعه معيوب در هر بسته وجود دارد؟

ب) احتمال اينکه بسته دلخواهي شامل هيچ قطعه معيوبي نباشد را بيابيد.

12- احتمال اينکه شدت نسبتي احساس يک صوت تقويت‌کننده بيش از 2 دسي بل (dB) باشد 05/0است احتمال اينکه در بين 10 عدد از اين تقويت‌کننده‌ها که بطور مستقل انتخاب مي‌شوند:

الف) يک تقويت‌کننده داراي شدت نسبتي احساس صوت بيش از 2 دسي بل باشد.

ب) حداکثر دو تقويت‌کننده داراي شدت نسبتي احساس صوت بيش از 2 دسي بل باشد.

ج) حداقل دو تقويت‌کننده داراي شدت نسبتي احساس صوت بيش از 2 دسي بل باشد.

13- فرض کنيد 80% لامپ­هايي که توسط يک کارخانه توليد‌ مي‌شود معيوب باشند اگر 15 لامپ به تصادف انتخاب کنيم مطلوبست محاسبه احتمال اينکه:

الف) حداکثر 8 لامپ سوخته باشد.

ب) 10 لامپ يا بيشتر سوخته باشد.

ج) تعداد لامپ­هاي سوخته از 8 کمتر و از 12 بيشتر نباشد.

14- ميانگين و واريانس يک توزيع دو جمله‌اي 3و2 است. احتمال اينکه x بزرگتر يا مساوي 2 باشد را بيابيد.

15- فرض کنيد موتور‌هاي هواپيما بطور مستقل از هم با احتمال خراب مي‌شوند اگر حداقل نصف موتورهاي هواپيما کار کند هواپيما سالم به زمين مي‌نشيند. کداميک از هواپيماهاي چهار موتوره يا دو موتوره احتمال بيشتري براي يک پرواز موفق دارند؟

16- يک مهندس کنترل کيفيت از هر 24 باطري ماشين 3 باطري را امتحان مي‌کند. اگر در بين 24 باطري 6 باطري داراي نقض جزئي باشند. احتمال آنکه در نمونه‌اي که بازرسي مي‌کند:

الف) هيچ يک از باطريها نقص جزئي نداشته باشد را بيابيد.

ب) فقط يکي از باطريها داراي نقص جزئي باشد.

ج) حداقل 2 باطري داراي نقص باشند را بيابيد.

17- يک تاس اريب به گونه‌اي است که احتمال وقوع عدد زوج سه برابر عدد فرد است. اگر آن تاس را 15 مرتبه پرتاب کنيم مطلوبست محاسبة‌ اينکه دقيقاً دو شش ظاهر شود.

18- اگر متغير تصادفي x داراي توزيع دوجمله‌اي با ميانگين 5/2 و واريانس 25/1 باشد  را محاسبه کنيد.

19-­ از کيسه­اي که شامل 2 گلوله سفيد و يک گلوله سياه است، $n=5$ بار مکرراً يک گلوله را به طور تصادفي انتخاب کرده و پس از مشاهده رنگ آن، مجدداً به کيسه بازگردانده مي­شود. احتمال اينکه در آن آزمايش، گلوله سياه 2 بار مشاهده شود چيست؟

20-­ احتمال اينکه در يک خط توليد، محصول توليد شده، غير استاندارد باشد 0.2 است. از اين خط توليد $n=100$ محصول را به طور تصادفي انتخاب مي­کنيم. متغير (کميت) تصادفي x عبارت است از محصولات غير استاندارد بين محصولات انتخابي، قانون توزيع x را بنويسيد.

**توزيع چند جمله­اي**

21- از جعبه‌اي شامل 4 توپ سفيد، 5 توپ قرمز و 3 توپ آبي يک توپ به تصادف خارج کرده و پس از مشاهده رنگ به جعبه برمي‌گردانيم اين آزمايش را 6 بار تکرار مي‌کنيم. حساب کنيد احتمال اينکه 3 بار قرمز، 2 بار سفيد و يکبار آبي مشاهده شود.

22- يک 6 وجهي را که 2 سطح آن قرمز است 7 بار پرتاب مي‌کنيم مطلوبست محاسبه احتمال آنکه:

الف) ‌2بار آبي و 4 بار قرمز بيايد.

ب) يکبار قرمز و حداکثر 3 بار آبي بيايد.

23- کارخانه‌اي لامپ­هاي رنگي توليد مي‌کند.50% لامپهاي قرمز، 30% آبي و 20% سبز هستند يک نمونه 5تايي انتخاب مي‌کنيم حساب کنيد احتمال اينکه 2 لامپ قرمز، يک لامپ آبي و 2 لامپ سبز باشند.

**توزيع هندسي، فوق هندسي و دوجمله­اي منفي**

24- يک تاس را بطور مکرر پرتاب مي‌کنيم:

الف) احتمال اينکه اولين 2 در ششمين پرتاب ظاهر شود چقدر است؟

ب) حداکثر 5 آزمايش لازم باشد تا اولين عدد 2 ظاهر شود.

25- کارخانه اي کالاي توليد شده را در جعبه‌هاي 25 تايي به بازار عرضه مي‌کند قبل از عرضه به بازار يک نمونه سه تايي انتخاب و اگر کالاي معيوبي ديده نشد به بازار عرضه مي‌گردد و اگر کالاي معيوب در جعبه ديده شد به کارخانه بازگردانده مي‌شوند. احتمال اينکه جعبه‌اي شامل 4 کالاي معيوب به بازار عرضه شود را بيابيد.

26- يک توليد کننده لوازم برقي ادعا مي­کند فقط 10% توليداتش معيوب است.

الف) اگر 20 قطعه با جايگذاري از خط توليد براي بازرسي انتخاب کنيم احتمال اينکه حداقل 4 قطعه معيوب باشد را بيابيد.

ب) اگر در جعبه­اي 40 قطعه وجود داشته باشد و 10 قطعه بدون جايگذاري انتخاب شوند احتمال اينکه حداکثر يک قطعه معيوب در بين 10 قطعه مشاهده شود را بيابيد.

27- 80% لامپ­هاي توليد شده توسط يک کارخانه سالم هستند. از بين 5000 لامپ يک نمونه 10 تايي به­تصادف برمي­گزينيم احتمال اينکه دقيقاً ‌سه لامپ سالم باشند را بيابيد.

28- از ظرفي محتوي 4 توپ قرمز و 5 توپ آبي سه توپ با هم خارج مي‌کنيم اگر x تعداد توپ­هاي قرمز در اين نمونه باشد تابع احتمال آن را بنويسيد. احتمال اينکه دقيقاً 2 توپ قرمز انتخاب شود چقدر است؟

29- از جعبه‌اي شامل 4 توپ سفيد و يک توپ سياه يک نمونه تصادفي 2تايي خارج مي‌کنيم اميد رياضيx را که نشان‌دهنده تعداد توپ سفيد در نمونه است در حالات زير محاسبه کنيد:

الف) خارج کردن نمونه با جايگذاري باشد.

ب) خارج کردن نمونه بدون جايگذاري باشد.

30- يک کميته 3 نفره از بين 4 پزشک و 2 پرستار انتخاب مي‌شود اگر x نشان دهنده تعداد پزشک در اين نمونه باشد را محاسبه کنيد.

31- تاسي را بطور متوالي پرتاب مي‌کنيم احتمال اينکه دومين 6 در دوازدهمين پرتاب ظاهر شود چقدراست؟

32- سکه‌اي طوري اريب شده است که احتمال آمدن شير  است احتمال اينکه چهارمين شير در هفتمين پرتاب ظاهر شود چقدر است؟

33- قانون توزيع، اميد رياضي و واريانس کميت تصادفي x را در حالات زير تعيين کنيد:

الف) سکه‌اي را يکبار پرتاب مي‌کنيم، متغير تصادفي x احتمال ظاهر شدن شير است.

ب) سکه‌اي را آنقدر پرتاب مي‌کنيم، متغير تصادفي x تکرار پرتاب تا ظاهر شدن شير است.

ج) سکه‌اي را آنقدر پرتاب مي‌کنيم تا سومين شير ظاهر شود، متغير تصادفي x تکرار پرتاب تا ظاهر شدن سومين شير است.

34- از 10 متقاضي تسهيلات تنها 6 نفر قادر به باز پرداخت آن هستند مي‌خواهيم 5 نفر را با قرعه انتخاب کنيم احتمال اينکه حداقل 3 نفر قادر به بازپرداخت باشند چقدر است؟

35- 4% محصولات يک کارخانه معيوب هستند يک نمونه 50 تايي از محصولات اين کارخانه را آزمايش مي‌کنيم احتمال اين که بيستمين کالاي مورد آزمايش دومين کالاي معيوب باشد چقدر است؟

36-­ از جوراب­هاي بسته­بندي شده در جعبه­اي، 9 جفت سالم و 3 جفت معيوب هستند. يک مشتري به طور تصادفي چهر جفت را خريداري مي­کند. ميانگين و واريانس تعداد جوراب­هاي معيوب را بدست آوريد.

37-­ در يک پارتي از محصولات توليد شده به حجم $N=10$ که تعداد $M=2$ محصول ان غيراستاندارد مي­باشد، به طور تصادفي 4 واحد محصول را انتخاب مي­کنيم. احتمال اينکه هيچ­يک از محصولات غير استاندارد نباشد، چقدر است؟

38-­ جعبه­اي حاوي 7 فيوز است که 3 تاي آنها سالم است، 3 فيوز به تصادف و بدون جايگذاري انتخاي مي­شوند، احتمال آنکه دقيقاً 2 تاي آنها سالم باشد چقدر است؟

**توزيع پواسون**

39- در يک کتاب بطور متوسط در هر صفحه 2 غلط تايپي وجود دارد مطلوبست محاسبه:

الف) احتمال اينکه در هر صفحه دقيقاً سه غلط تايپي وجود داشته باشد.

ب) در هر صفحه حداقل يک غلط تايپي موجود باشد.

40- بين ساعت 8 تا 9 صبح بطور متوسط 6 تلفن در هر دقيقه به يک شرکت زده مي‌شود مطلوبست محاسبه احتمال اينکه در يک دقيقه معين: الف) کمتر از سه تلفن بشود. ب) بيش از سه تلفن زده شود.

41- در يک شرکت توليدي حوادث به نسبت يک حادثه در هر 2 ماه اتفاق مي‌افتند اگر فرض کنيم حوادث بطور مستقل رخ دهند ميانگين تعداد حوادث در سال را بيابيد. احتمال اينکه در ماه معيني هيچ حادثه‌اي رخ ندهد را بيابيد.

42- اگر در هر دو دقيقه يک نفر وارد کتابخانه شوند مطلوبست محاسبه احتمال اينکه:

الف) حداقل يک نفر بين ساعت 12 تا 12:05 وارد کتابخانه شود.

ب) يک تا چهار نفر بين ساعت 12 تا 12:55 وارد کتابخانه مي‌شوند.

43- در ظرفي 99 مهره سفيد و يک مهره سياه داريم. از اين ظرف 200 مرتبه با جايگذاري مهره برمي‌داريم احتمال اينکه 7 مرتبه سياه ديده شود را بيابيد.

44- معلم فراموش­کاري به خاطر نمي‌آورد که کداميک از 12 کليدي که در دست دارد مربوط به دفتر کار اوست. اگر کليدها را به تصادف و با جايگذاري امتحان کند:

الف) بطور متوسط بايد چند کليد را براي بازشدن در دفتر کارش امتحان کند.

ب) احتمال اينکه دفتر کارش تنها بعد از سه امتحان باز باشد را بيابيد.

45- در دهه گذشته نسبت پرتاب­هاي موفق در يک پايگاه آزمون پرتاب 85% بوده است فرض کنيد آزمايشي طرح‌ريزي شده که مستلزم 3 پرتاب موفق است. احتمال اينکه الف) دقيقاً 5 بار ب) کمتر از 5 پرتاب لازم باشد را بيابيد.

46- فرض کنيد 20% انسان­ها چشمان ميشي دارند. اگر افرادي که به هواپيما وارد مي‌شوند به تصادف انتخاب شوند احتمال اين­که هشتمين نفر که سوار هواپيما مي‌شود سومين فردي باشد که چشمان او ميشي است را بيابيد.

47- سه نفر با هم در يک قهوه‌خانه سکه پرتاب مي‌کند آن يکي که در اقليت باشد پول چاي را مي ­دهد. اگر سه سکه يک جور باشد پرتاب سکه دوباره تکرار مي‌شود. احتمال اين که کمتر از 4 بار پرتاب سکه لازم باشد را بيابيد.

48- ميانگين تعداد کشتي‌هايي که روزانه وارد بندر مي‌شود 10 فروند است تجهيزات اين بندر قادر است حداکثر 15 کشتي را در روز سرويس دهد. احتمال اين که در يک روز معين اين بندر نتواند جوابگوي تعداد کشتي‌هايي باشد که در آن پهلو مي‌گيرند با تعيين کنيد.

49- ميانگين تعداد اتومبيل‌هايي که روزانه وارد يک پارکينگ مي‌شوند 18 اتومبيل است اگر اين پارکينگ ظرفيت 35 اتومبيل را داشته باشد مطلوبست احتمال اين که در يک روز ظرفيت پارکينگ تکميل شود.

50- احتمال اينکه بيماري که مبتلا قلبي است بميرد 002/0 است احتمال اينکه از 2000 بيمار کمتر از 5 نفر بميرد چقدر است؟

51-­ به طور متوسط در هر 2 دقيقه يک نفر وارد کتابخانه مرکزي مي­شود. احتمال اينکه در 5 دقيقه بعد، حداقل يک نفر وارد کتابخانه شود، چقدر است؟

52-­ به طور متوسط در هر شبانه روز 12 تصادف در يک شهر اتفاق مي­افتد. احتمال اينکه در 6 ساعت حداکثر يک تصادف رخ دهد، چقدر است؟

53-­ اگر در هر سال به طور متوسط دو زلزله رخ دهد، آنگاه تعداد زلزله­هايي که در فاصله زماني 10 سال اتفاق مي­افتد داراي چه تابع احتمالي است؟

54-­ فرض کنيد بطور متوسط 8 تاکسي در يک ساعت به يک ايستگاه وارد مي‌شوند.

الف) احتمال اين که در نيم ساعت اول حداقل يک تاکسي وارد ايستگاه شود را بيابيد.

ب) احتمال آن که زمان بين ورود دو تاکسي بيشتر از دو برابر ميانگين‌هاي زمان‌هاي ورود باشد را بيابيد .

55-­ در شهر شلوغي بطور متوسط 50 تصادف در ساعت رخ مي‌دهد. اگر در لحظه معيني تصادف رخ داده باشد احتمال اين که حداقل 2 دقيقه طول بکشد تا تصادف بعدي رخ دهد چقدر است؟

56-­ تعداد دفعاتي که شخص در طول سال به سرماخوردگي مبتلا مي‌شود بر طبق قانون پواسون با ميانگين يکبار در هر فصل توزيع شده است مطلوبست احتمال اين که در سال آينده براي اولين بار:

الف) در فصل پاييز مبتلا به سرماخوردگي شود.

ب) در ابتدا بهار مبتلا شود.

ج) تا قبل از فصل تابستان مبتلا شود.

د) در فصل زمستان مبتلا شود

ه) در آذر ماه مبتلا شود.

**سوالات کارشناسي ارشد**

54- در يک توزيع دوجمله‌اي ميانگين برابر 5 و واريانس  است مقدار در اين توزيع کدام است.( کنکور 80)

الف) ب) ج) د)

55- اگر توزيع دوجمله‌اي باشد نمودار تابع احتمال آن به چه شکل خواهد بود؟( کنکور 81)

الف)يک‌نمايي ب)چوله ‌به‌راست ج)چوله به چپ د)متقارن

56- در يک توزيع پواسون اگر  آنگاه مقدار  برابر است با: (کنکور 81)

الف) ب) ج) د)

57- احتمال اينکه در دوبار تيراندازي حداقل يک تير به هدف اصابت کند 84/0 است. احتمال اصابت تير به هدف در هر بار چقدر است؟( کنکور 81)

الف)4/0 ب)6/0 ج)16/0 د)42/0

58- يک شرکت بيمه، بيمه‌نامه‌اي مي‌نويسد که اگر در طول سال پيشامد A اتفاق افتد بايستي مبلغ يک ميليون ريال به بيمه شونده پرداخت نمايد. شرکت بيمه برآورد کرده که احتمال وقوع A در طول يکسال برابر1/0 است. چنانچه شرکت بيمه بخواهد متوسط سودش از فروش اين بيمه‌نامه‌ها 100 هزار ريال باشد کدام يک از مقادير زير را بعنوان حق بيمه انتخاب خواهيد کرد؟ (کنکور 82)

الف)100000 ريال ب)200000 ريال ج)500000 ريال د)900000 ريال

59- جعبه‌اي حاوي 7 فيوز است که سه‌تاي آن‌ها سالم است سه فيوز به تصادف و بدون جايگذاري انتخاب مي‌کنيم، احتمال اينکه دقيقاً 2تاي آنها سالم باشد چقدر است؟( کنکور 82)

الف) ب) ج) د)

60- يک سيستم مخابراتي از 4 فرد تشکيل شده است که هر کدام بطور مستقل با احتمال 90% کار مي‌کند کل سيستم فعال خواهد بود اگر حداقل نيمي از اجزاي آن کار کند احتمال اينکه سيستم کار نکند چقدر است؟( کنکور 82)

الف) 0037/0 ب) 01/0 ج) 19/0 د) 996/0

61- مسافران هواپيما بصورت تصادفي و به تعداد 5 نفر در هر دقيقه وارد فرودگاه مي‌شوند. احتمال اينکه در دقيقه خاصي هيچ مسافري به فرودگاه وارد نشود چقدر است؟(کنکور 82)

الف) ب) ج) د)

62- اگر در يک توزيع دوجمله‌اي ميانگين و انحراف معيار به ترتيب 20 و 2 باشد احتمال  کدام است؟( کنکور 83)

الف) (0/2)x ب) (0/2)n ج) (0/8)n د) (0/8)n-x

**تمرينات توزيع‌هاي خاص (پيوسته)**

1- فرض کنيد xدر فاصله  يکنواخت باشد مطلوبست:

الف)  ب)  ج)  د) 

2- از يک ايستگاه اتوبوس، اتوبوس­ها به فاصله 20 دقيقه از يکديگر حرکت مي‌کنند. مسافري بين ساعت 5 تا 5:45 از ايستگاه حرکت کرده است مطلوبست احتمال اينکه:

 الف) کمتر از 10دقيقه اتوبوس مانده باشد.

ب) ‌بيشتر از 12 دقيقه منتظر مانده باشد.

3- مدت زماني که طول مي‌کشد تا شخصي فاصله خانه تا ايستگاه قطار را پياده کند داراي توزيع يکنواخت بين 15 تا 20 است. اگر شخص ساعت 7:30 از منزل خارج شود احتمال اينکه او سوار قطاري شود که ساعت 7:48 به ايستگاه مي‌رسد را بيابيد.

4- اگر  مطلوبست محاسبه  و .

5- شعاع کره‌اي يک عدد تصادفي بين 2 و 4 است. ميانگين حجم آن را بيابيد. احتمال اين که حجم آن حداکثر 36 شود را بيابيد.

6- مدت زمان بر حسب دقيقه که قطار تهران مشهد تأخير دارد متغير نمايي x با ميانگين 10 دقيقه است. مطلوبست تعيين ؟

7- اگر  و  آنگاه را بر حسب p تعيين کنيد که =

8- فرض کنيد x زمان تعمير يک تلويزيون بر حسب ساعت باشد که داراي توزيع نمايي با ميانگين 2 ساعت است.

الف) اگر در يک روز يک تعميرکار تلويزيون­ها را يک به يک و مستقلاً‌ تعمير کند احتمال اين که سومين تلويزيون تعميري اولين تلويزيوني باشد که قبل از دو ساعت تعمير مي‌شود را بيابيد.

ب)‌اگر بدانيم که در 4 ساعت حداقل 2 تلويزيون تعمير شده‌اند احتمال اين که در همان 4 ساعت حداکثر 3 تلويزيون تعمير شده باشد را بيابيد.

9- فرض کنيد متغير تصادفي x مدت زمان تا توقف يک دستگاه بر حسب 50 روز باشد که داراي توزيع نمايي با پارامتر يک است.

الف) احتمال اين که دستگاه حداقل 100 روز بدون توقف کار کند را بيابيد.

ب) احتمال آن که دستگاه در 150 روز حداکثر 2 بار توقف کند را بيابيد.

10- تعداد اتومبيل‌هاي که وارد يک پارکينگ مي‌شوند داراي توزيع پواسون با  در يک ساعت است. اگر ساعت 6 صبح پارکينگ باز شود مطلوبست محاسبه احتمال اين که:

الف) حداقل 5 دقيقه طول بکشد تا اولين اتومبيل وارد پارکينگ شود.

ب) تا ساعت 6:10 صبح اولين اتومبيل وارد پارکينگ شود.

 T(x)

 25

X

 b

11- نمودار توزيع يکنواخت بپوسته زير در اختيار است، مطلوبست:

الف) اميد رياضي و واريانس x

ب) اگر  مقدار c را بيابيد.

12- تعداد روزهاي بارش برف در زمستان بر طبق قانون پواسون با ميانگين 5 روز توزيع شده است. مطلوبست محاسبه اين که:

الف) اولين بارش پنجم دي ماه رخ دهد.

ب) تا دهم بهمن اولين بارش برف رخ دهد.

ج) تا بيستم دي برف ببارد به شرط آنکه تا نيمه دي برف نباريده باشد.

د) اولين بارش برف بهمن‌ماه باشد

ه) حداقل يک ماه طول بکشد تا اولين برف ببارد.

13- فروش روزانه شير پاستوريزه توزيع يکنواخت با ميانگين 1350 و واريانس 7500 تن دارد. تابع توزيع انجمني را بدست آوريد.

14- در هر ساعت بطور متوسط 20 تلفن به مرکز تلفن يک اداره زده مي‌شود. احتمال اين که حداقل 7 دقيقه طول بکشد تا دومين تلفن زده شود چقدر است؟

15- فرض کنيد در هر ساعت بطور متوسط 30 اتومبيل وارد پارکينگ مي‌شوند احتمال اين که مامور پارکينگ حداقل 5 دقيقه منتظر بماند تا دومين اتومبيل وارد پارکينگ شود چقدر است؟ ميانگين و واريانس زمان انتظار را بيابيد.

16-­ طول عمر موتورهاي ساخته شده توسط کارخانه‌اي بر حسب سال داراي توزيع نرمال با ميانگين 10 و انحراف معيار 2 سال است. فرض کنيد کارخانه سازنده موتورها را به مدت 6 سال ضمانت کرده است.

الف) اين کارخانه صد در صد موتورهاي فروخته شده را بايد تعويض کند.

ب) اين کارخانه مدت ضمانت را چقدر بايد انتخاب کند تا حداکثر يک درصد موتورهاي فروخته شده تعويض شوند.

17- فرض کنيد متغير تصادفي x نمرات دانش‌آموزان يک کلاس در امتحان آمار باشد که داراي توزيع نرمال با ميانگين 70 و انحراف معيار 10 است:

الف) اگر3/12% دانش‌آموزان اين کلاس نمره A و 6/28% نمره B بياورند پايين‌ترين نمره A و پايين‌ترين نمره B در اين کلاس را تعيين کنيد .

ب)  را محاسبه کنيد.

18- فرض کنيد آهن موجود در يک کيلوگرم سنگ آهن يه عددي متغير تصادفي X است که داراي توزيع نرمال با ميانگين صفر و انحراف معيار است.

الف) اگر  مقدار  را بيابيد.

ب) احتمال اين که در يک کيلوگرم سنگ آهن بين 5 تا 11 گرم آهن وجود داشته باشد را بدست آوريد.

ج) هنگامي يک معدن مورد بهره‌برداري قرار مي‌گيرد که حداقل 4 گرم آهن در يک کيلوسنگ آهن موجود باشد. احتمال اينکه از بين 6 معدن که بطور مستقل انتخاب مي‌شوند حداقل 2 معدن بهره‌برداري قرار نگيرد را بيابيد.

19- فرض کنيد متغير تصادفي X داراي تابع چگالي احتمالي زير باشد:  مطلوبست محاسبه  و 

20- فرض کنيد توليدات چاي در بسته‌هاي 100گرمي بسته‌بندي مي‌شوند. اگر وزن بسته‌ها داراي توزيع نرمال باشد و مشاهده کنيم که 5 درصد بسته‌ها وزني کمتر از 6/83 و 2 درصد بيش از 5/120 گرم دارند ميانگين و واريانس توزيع را بدست آوريد.

ب) تصميم گرفته مي‌شود که بسته‌ها را بصورت بسته‌هاي 1000 گرمي درهم ادغام کنيم (10 بسته را بصورت تصادفي با هم ادغام مي‌کنيم ) چند درصد بسته‌ها داراي وزني بيش از 1100 گرم خواهند داشت؟

21- احتمال اين که بيماري بر اثر عمل جراحي ساده قلب خوب شود 9/0 است. احتمال اين که بين و خود 84 تا 95 بيمار از 100 بيمار بعدي که به اين عمل مبادرت مي‌کنند بهبود يابند را بيابيد.

22- يک نمونه تصادفي 72 تايي از تابع چگالي احتمال زير را در نظر بگيريد.



احتمال اين که حداقل 30 عضو نمونه بزرگتر باشند تقريباً چقدر است؟

23- يک دستگاه برش با برش طولي و عرضي صفحات فلزي، صفحات مستطيل شکل درست مي‌کند. برش­هاي طولي و عرضي به ترتيب از توزيع‌هاي نرمال مستطيل با ميانگين­هاي مساوي 2 و واريانس 4/5 پيروي مي‌کند.

الف) احتمال اين که محيط يک صفحه بريده شدن از 2/9 کمتر باشد را بيابيد.

ب) اگر 10 صفحه مستقلاً ‌بريده شوند احتمال اين که حداقل 2 عدد از آنها داراي محيطي کمتر از 8 باشند را بيابيد.

24- نمرات درس‌هاي 4 واحدي رياضي، 3 واحدي آمار و 3 واحدي زبان به ترتيب داراي توزيع نرمال با ميانگين‌هاي 12 و14 و15 و انحراف معيار 2 وو مي‌باشند.

الف) اگر 50 نفر اين سه درس را انتخاب کرده باشند معدل چند نفرشان بيش از 5/14 است.

ب) اگر 40 نفر از کساني که اين سه درس را انتخاب کرده‌اند بطور مستقل انتخاب کنيم احتمال اين که حداقل 15 نفر آنها داراي معدلي کمتر از 5/13 در اين سه درس باشند را بيابيد.

25- اگرX نرمال با  و  باشد مقدار ثابت C را بيابيد:

26- تاس همگني را 720 بار پرتاب مي‌کنيم اگر X نشان ‌دهنده تعداد 6 هاي ظاهر شده باشد مطلوبست محاسبه 

27- اگر Z متغير تصادفي نرمال استاندارد باشد مطلوبست محاسبه 

28- در يک کارخانه توسط دو ماشين لامپ­هاي روشنايي و حباب­هاي آن توليد مي‌شوند. اگر متوسط وزن لامپ­ها 50 گرم و توزيع آن (X) نرمال با انحراف معيار 2 گرم باشد و نيز متوسط وزن حباب­ها 50 گرم و توزيع آن (Y) نرمال با انحراف معيار 20 گرم باشد نوع توزيع Z=X+Y، اميد و واريانس Z را محاسبه کنيد.

29- سکه سالمي را 8 بار پرتاب مي‌کنيم احتمال اين که دقيقاً 5 بار شير بيايد را از روش­هاي زير محاسبه کنيد:

الف)‌ توزيع دوجمله‌اي.

ب) نقريب نرمال بدون استفاده از تصحيح پيوستگي.

ج) تقريب نرمال با استفاده از تصحيح پيوستگي.

30- فروش ماهيانه محصولات يک کارخانه داراي توزيع نرمال يا ميانگين 10000و انحراف معيار 50 عدد مي‌باشد مطلوبست ميزان محصول مورد نياز براي فروش ماهانه به گونه‌اي که  باشد.

31- ساخت هر واگن قطار شهري به 1000 عدد پيچ که قطر آنها نبايد کمتر از 298/0 و بيش از 302/0 سانتي‌متر باشد. کارخانه واگن‌سازي مي‌خواهد 50 واگن بسازد اگر اميد رياضي و انحراف معيار قطر پيچ‌ها داراي توزيع نرمال برابر 3/0و0008/0باشد کارخانه مزبور بايد چند عدد پيچ خريداري کند.

32- اگر متغير تصادفي T نشان دهنده طول عمر يک نوع لامپ داريد بر حسب ماه با تابع چگالي  t>0 با باشد توليد‌کننده اين لامپ چند ماه بايد گارانتي تعيين کند تا مطمئن باشد 80 درصد لامپ­ها سالم خواهد بود؟

**سوالات کارشناسي ارشد**

33- تابع چگالي احتمالي f(x) که توزيع احتمال يک متغير تصادفي پيوسته را توصيف مي‌کند کدام ويژگي را ندارد؟( کنکور 80)

الف) به ازاي هر نقطه مانند , a

ب)‌  تابع چگالي مثبت يا صفر است.

ح) مساحت کل زير منحني چگالي برابر يک است.

د) مساحت زير منحني چگالي بين a وb برابر است با 

34- در يک توزيع نرمال با  و احتمال اينکه  باشد تقريباً چقدر است؟( کنکور 80)

الف)68/0 ب)16/0 ج)32/0 د)5/0

35- عدد بحراني توزيع F،  و مي‌باشد عدد بحراني کدام است؟( کنکور 80)

الف)0022/0 ب)1728/0 ج)232/4 د)852/7

36- اگر در توزيع F درجه آزادي صورت يک باشد آنگاه اين توزيع معادل است با: (کنکور 81)

الف)توزيع X2 ب)توزيع نرمال استاندار ج)مجذور توزيع t د)مجذور توزيع نرمال استاندار

37- فرض کنيد x داراي توزيع نرمال با ميانگين 50 است اگر  و باشد  کدام است؟( کنکور 82)

الف)8 ب)16 ج)32 د)64

38- مدت زمان انتظار در ايستگاه تا آمدن اتوبوس داراي توزيع نرمال با  دقيقه است چه نسبتي از مسافران حداقل 10 دقيقه درانتظار اتوبوس خواهند بود؟

الف) 025/0 ب)05/0 ج)95/0 د)975/0

39- متغير تصادفي x نرمال با  است. اگر 25+xy=باشد تابع چگالي احتمال y کدام است؟

الف) ب)

 د)

40- اگر ميانگين هزينه مصرفي ماهانه خانوارهاي شهري 210 هزارتومان با انحراف معيار 40 هزار تومان باشد چه نسبتي از خانوارها داراي هزينه مصرفي 130 تا 290 هزار تومان هستند (کنکور 83)

الف)68% ب) 95% ج)حداقل89% د)حداقل 75%

**تمرینات فصل توزيع نمونه­ اي**

1-­ عرض يک شکاف که بر يک قطعه آلومينيوم در ريخته­گري توليد مي­شود، داراي توزيع نرمال با ميانگين 0.9 اينچ و انحراف معيار 0.02 اينچ است. حدود مشخصات طراحي عبارت است از $0.9\pm 0.005$ اينچ . هر ساعت نمونه­هاي 25 تايي گرفته شده و ميانگين محاسبه مي­شود. چند درصد ميانگين­هاي نمونه، خارج از محدوده مشخصات طراحي قرار دارند؟

2-­ طول قد 3000 کودک داراي توزيع نرمال با ميانگين 68 سانتيمتر و انحراف معيار 3 است. اگر 80 نمونه تصادفي 25 تايي از اين جامعه انتخاب کنيم؛

الف) ميانگين و واريانس $\overbar{X}$ را حساب کنيد.

ب) چند درصد ميانگين نمونه­ها کمتر از 66.4 قرار مي­گيرند؟

3-­ جامعه­اي با 500 عضو، داراي ميانگين 502 و انحراف معيار 10 است. يک نمونه تصادفي 100 تايي انتخاب مي­کنيم. مطلوبست محاسبه :

الف) $P ( 496<\overbar{X}<500 )$

ب) $P \left(\overbar{X}>510 \right)$

4-­ نمونه­اي با 36 عضو، داراي ميانگين 20 و انحراف معيار 12 انتخاب شده است. احتمال قرار گرفتن ميانگين نمونه ميان 18 و 24 را محاسبه کنيد.

5-­ اندازه­گيري قطر گام نوعي پيچ داراي توزيع نرمال با ميانگين 0.4008 اينچ و انحراف معيار 0.0003 است. حدود مشخصات طراحي به صورت $0.4\pm 0.001$ اينچ ارايه شده است. نمونه­هاي 4 تايي از قطرهاي گام گرفته مي­شود. احتمال اينکه ميانگين نمونه در داخل حدود مشخصات قرار گيرد را بيابيد. احتمال تجاوز ميانگين از 0.4005 را بيابيد.

6-­ يک بانک کوچک محلي 1450 حساب پس­انداز شخصي دارد که به طور متوسط در هر حساب 3000 دلار سپرده وجود دارد و انحراف معيار سپرده­ها 1200 دلار است. اگر نمونه تصادفي مرکب از 100 حساب به طور تصادفي انتخاب شود، احتمال اينکه متوسط پس­اندازها کمتر از 2800 دلار باشد چقدر است؟

7-­ احتمال اينکه يک نمونه تصادفي 11 تايي از يک جامعه نرمال با واريانس $\frac{10}{3}$ داراي واريانس نمونه بزرگتر از 8.4 باشد چقدر است؟

8-­ احتمال اينکه يک نمونه تصادفي 20 تايي از يک جامعه نرمال با واريانس $\frac{19}{3}$ داراي واريانس نمونه بين 6.1 و 14.4 باشد چقدر است؟

9-­ طول عمر لامپ­هاي تصوير تلويزيون کارخانه­اي داراي توزيع نرمال با ميانگين 2000 ساعت و انحراف معيار 60 است. اگر 10 لامپ تصوير به تصادف انتخاب شود احتمال اينکه انحراف استاندارد:

الف) کمتر از 50 ساعت باشد.

ب) بين 50 و 70 ساعت باشد.

10-­ يک شرکت سازنده باطري ادعا مي­کند که باطري­هاي ساخت او به طور متوسط 500 ساعت کار مي­کنند. از نمونه 25 تايي، مقادير ميانگين 518 و انحراف معيار 40 بدست آمده است . آيا با ادعاي او موافق هستيد؟

11-­ احتمال اينکه يک نمونه تصادفي 25 تايي از جمعيتي نرمال با واريانس 6 داراي واريانس نمونه:

الف) بزرگتر از 9.1 باشد؛

ب) بين 3.462 و 10.745 باشد را بيابيد.

12-­ يک آزمون ورودي براي 5 سال به دانشجويان سال اول دانشکده­اي داده شده و ميانگين آن 74 و واريانس آن 8 است. اگر 20 دانشجو ميانگين نمراتشان 16 و واريانس آن 8 باشد، آيا مدرسه فکر خواهد کرد اين آزمون هنوز قابل استفاده است؟

13-­ از دو جمعيت نرمال با واريانس­هاي 20 و 30 به ترتيب نمونه­هاي تصادفي 8 و 10 تايي انتخاب کرده­ايم. احتمال اينکه واريانس نمونه اول بيش از 2 برابر واريانس نمونه دوم باشد را بيابيد.

14-­ ميانگين نمره هوش دانشجويان سال اول 540 با انحراف معيار 50 است. احتمال اينکه دو گروه از دانشجويان انتخابي به طور تصادفي به ترتيب شامل 32 و 50 دانشجو، حد متوسط نمده­هايشان :

الف) بيش از 20نمره فرق داشته باشد؛

ب)­ بين 5 و 10 نمره فرق داشته باشد را بيابيد.

15-­ يک نمونه تصادفي 10 تايي از جمعيتي نرمال با واريانس 42.5 گرفته شده است. احتمال اينکه انحراف استاندارد نمونه بين 3.14 و 8.94 باشد را بيابيد.

16-­ يک نمونه 25 تايي از جمعيت نرمال با حد متوسط 80 و انحراف معيار 5 انتخاب شده است. نمونه تصادفي ديگري به تعداد 36 از يک جمعيت نرمال ديگر با ميانگين 75 و انحراف معيار 3 انتخاب شده است. احتمال اينکه ميانگين نمونه­اي محاسبه شده از نمونه اول 3.4 از ميانگين نمونه­اي محاسبه شده از نمونه دوم بيشتر باشد و از 5.9 کمتر، چقدر است؟

17-­ از دو جمعيت نرمال با ميانگين­هاي مساوي و واريانس­هاي 50 و 40 دو نمونه تصادفي 100 تايي مستقل انتخاب مي­کنيم. احتما اينکه تفاضل ميانگين­ها بيش از 2 باشد چقدر است؟

18-­ از جامعه­اي با ميانگين 500 و انحراف نعيار 200 دو نمونه تصادفي مستقل با حجم 100 انتخاب نموده­ايم. احتمال اينکه تفاضل ميانگين­ها بيش از 2 باشد چقدر است؟

19-­ از جامعه اول با ميانگين 40 و انحراف معيار 3 يک نمونه تصادفي 100 تايي و از جامعه دوم با ميانگين 45 و انحراف نعيار 2 يک نمونه تصادفي 100 انتخاب مي­کنيم. مطلوبست : $P (\overbar{X}\_{2}-\overbar{X}\_{1} >6 )$

20-­ براي نمونه­هاي مستقل با حجم 25 و 31 تايي از جمعيت­هاي نرمال با واريانس­هاي به ترتيب 10 و 15 انتخاب شده­اند، مطلوبست محاسبه :$<1.26 )$ $P ( \frac{S\_{1}^{2}}{S\_{2}^{2}}$

21-­ اگر $S\_{1}^{2}$ و $S\_{2}^{2}$ واريانس­هاي تصادفي مستقل با حجم­هاي 8 و 12 باشد که از جمعيت­هاي نرمال با واريانس­هاي مساوي انتخاب شده باشند مطلوبست محاسبه $<4.89 )$ $P ( \frac{S\_{1}^{2}}{S\_{2}^{2}}$

22-­ ميانگين و انحراف معيار نمرات دانشجويان به ترتيب 72 و 8 است. دو نمونه تصادفي مستقل 28 و 36 تايي انتخاب مي­کنيم. احتمال اينکه تفاضل ميانگين نمرات اين دو نمونه بين 2 و 5 باشد چقدر است؟

23-­ اگر $S\_{1}^{2}$ و $S\_{2}^{2}$ واريانس­هاي دو نمونه تصادفي مستقل از دو جامعه نرمال باشد و بدانيم واريانس جامعه دوم، سه برابر واريانس جامعه اول است، و نمونه­هايي به حجم 8 و 12 از جامعه اول و دوم انتخاب شده باشد، مطلوب است محاسبه $P ( S\_{1}<\sqrt{1.63 }S\_{2} )$

24-­ اگر نمونه­هاي تصادفي مستقل با اندازه­هاي مساوي 8 از جمعيت­هاي نرمال با واريانس­هاي يکسان انتخاب شده باشند، احتمال اينکه يکي از اين دو واريانس نمونه حداقل 7 برابر بزرگتر از ديگري باشد را بيابيد.

25-­ فرض کنيد $\overbar{X}\_{1}$ و $\overbar{X}\_{2}$ ميانگين دو نمونه به اندازه n از جمعيتي با واريانس $σ^{2}$ باشند. مقدار n را چنان تعيين کنيد تا احتمال اينکه اين دو ميانگين نمونه بيشتر از $σ$ اختلاف داشته باشند تقريبا 0.01 باشد.

26- ­در يک شهر مخارج ماهيانه خانوار داراي ميانگين 70 هزار تومان و انحراف نعيار 15 هزار تومان است. در يک نمونه تصادفي 100 تايي احتمال اينکه ميانگين مخارج به دست آمده کمتر از 67 هزار توامن باشد چقدر است؟ (کنکور 1381)

27­-­ اگر توزيع جامعه نرمال باشد، احتمال اينکه واريانس يک نمونه تصادفي 9 تايي بيشتر از 1.5 برابر واريانس جامعه باشد چيست؟( کنکور 1381)

28-­ اگر بخواهيم انحراف معيار مينگين نمونه­اي براساس حجم نمونه n=64 تايي از جامعه­اي که داراي انحراف معيار 6 است به نصف کاهش يابد، حجم نمونه بايد چند تا شود؟ ( کنکور 1382)

29-­ احتمال اينکه ميانگين يک نمونه 64 تايي از جامعه­اي که داراي ميانگين 90 و انحراف معيار 8 است ، کمتر از 88 باشد، چند درصد است؟ ( کنکور 1383)

30-­ در يک نمونه گيري تصادفي به حجم $n>1$ از جامعه­اي نرمال با ميانگين $μ$ و واريانس $σ^{2}$ ، توزيع نمونه­اي $\overbar{X}-μ$ را بيابيد. ( کنکور 1381)

31-­ اگر دو کميت تصادفي $X$ و $Y$ به صورت مستقل از هم بر طبق قانون توزيع چي­دو واريانس­هاي 16 و 10 توزيع شده باشند، کميت تصادفي $Z=X+Y$ چه توزيعي خواهد داشت؟ ( کنکور 1384)

32-­ اگر انحراف معيار جامعه 12 و انحراف معيار کميت $\overbar{X}$ مساوي 2 باشد. حجم نمونه را محاسبه کنيد. ( کنکور 72)

**تمرینات فصل برآورد يابي**

1-­ فاصله اطمينان 98 درصد براي ميانگين نمرات رياضي دانشجويان يک دانشکده را تعيين کنيد در صورتي که ميانگين و انحراف معيار يک نمونه تصادفي 37 تايي از دانشجويان به ترتيب 536.86 و 93.73 باشد.

2-­ اگر داشته باشيم: $P \left( \left|Z\right|<1.96\right)=0.95$

الف) فاصله اطمينان ميانگين جامعه در صورتي که واريانس نامعلوم $σ^{2}$ داشته باشد، تعيين کنيد در حالي که نمونه­اي با حجم $n\geq 30$ انتخاب شده باشد.

ب) اگر ميانگين يک نمونه 36 تايي از اين جامعه 74 و انحراف معيار آن 9 باشد، فاصله اطميناني براي ميانگين بدست آوريد.

3-­ در صورتي که $\overbar{X}$ ميانگين يک نمونه تصادفي با حجم n از يک جامعه نرمال با انحراف معيار 0.3باشد، مقدار n را طوري تعيين کنيد که 99 درصد فاصله اطمينان براي ميانگين جامعه به صورت $( \overbar{X}-0.1 و \overbar{X}+0.1) $ باشد.

4-­ يک توليدکننده لامپهاي روشنايي، لامپهايي توليد مي­کند که طول عمر آن داراي توزيع نرمال با انحراف معيار 40 ساعت است. اگر يک نمونه تصادفي 30 تايي داراي حد متوسط عمر 780 ساعت باشد، فاصله اطمينان 96 درصد را براي حد متوسط جمعيت تمام لامپهايي که کارخانه توليد مي­کند بدست آوريد.

5-­ يک ماشين توليد نوشابه، طوري تنظيم شده که مقدار مواد اصلي نوشابه که مخلوط مي­گردد داراي توزيع تقريبي نرمال با انحراف معيار 0.5 انس است. يک فاصله اطمينان 95 درصد براي حد متوسط تمام نوشابه­هايي که اين ماشين توليد مي­کند توليد بدست آوريد در صورتي که يک نمونه تصادفي 36 تايي از نوشابه­ها داراي 7.4 انس از مواد اصلي باشد.

6-­ يک متخصص مي­خواهد معلوم کند به طور متوسط چه مدت براي کندن 3 سوراخ در يک فلز معين لازم است. تعداد نمونه مورد نياز براي حصول اطمينان 95 درصد جهت اينکه ميانگين نمونه­اي او در فاصله 1.5 ثانيه از حد متوسط واقعي قرار گيرد را پيدا کنيد. تصور کنيد از مطالعات قبلي داريم: انحراف معيار برابر 40 ثانيه .

7-­ وزن 10 جعبه از نوعي مواد غذايي بر حسب انس به اين شرح است:

10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8

مطلوب است محاسبه فاصله اطمينان 99 درصد براي ميانگين اين جعبه­ها به شرطي که اين وزن­ها از توزيع تقريبي نرمال تبعيت کند.

8-­ نمونه تصادفي با حجم 25 و ميانگين 80 از جامعه­اي با حجم 1000 که داراي توزيع نرمال با انحراف معيار 30 است برداشته شده است. فاصله اطمينان 90 درصد براي ميانگين جامعه بسازيد.

9-­ محققي مي­خواهد ميانگين دستمزد هفتگي چندين هزار کارگر کارخانه­اي را بين $\pm 20$ دلار با درجه اطمينان 99 درصد برآورد کند. بنابر تجارب گذشته اين محقق دريافته است که دستمزد هفتگي اين کارگران داراي توزيع نرمال با انحراف معيار 40 دلار است. حداقل حجم نمونه لازم براي اين برآورد چقدر است؟

10-­ يک نمونه تصادفي 150 تايي از لامپ A با ميانگين 1400 و انحراف معيار 120 ساعت است. نمونه­اي ديگر با حجم 200 از لامپ نوعB داراي ميانگين 1200 و انحراف معيار 80 است. فاصله اطمينان 99 درصد براي $μ\_{A}-μ\_{B}$ بدست آوريد .

11-­ يک نمونه تصادفي 20 تايي از يک نوع توزيع نرمال داراي حد متوسط 32.8 و انحراف معيار 4.51 است. يک فاصله اطمينان 95 درصد براي $μ$ بدست آوريد.

12-­ يک نمونه تصادفي 12 تايي از دانشجويان خوابگاه پسران نشان مي­دهد که به طور متوسط 8 دلار خرج دارند و انحراف معيار آن 1.75 دلار است. با فرض اينکه مخارج آنها از توزيع نرمال پيروي مي­کند، يک فاصله اطمينان 90 درصد براي ميانگين مخارج بدست آوريد.

13-­ از دو گروه مشابه A و B دو نمونه تصادفي مستقل به ترتيب به حجم­هاي 50 و 100 انتخاب شده است و داريم:

 $\overbar{X}\_{A}=7.82 و S\_{A}=0.24 و \overbar{X}\_{B}=6.75 و S\_{B}=0.3$ . فاصله اطمينان 99 درصد براي $μ\_{A}-μ\_{B}$ بدست آوريد .

14-­ يک نمونه تصادفي 5 تايي از لامپهاي نوع A و يک نمونه 5 تايي از لامپهاي نوع B انتخاب شده است تا ميزان عمر آنها به دست آيد. نتايج زير بدست آمده است:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 105 | 107 | 98 | 100 | 104 | نوع A |
| 102 | 106 | 99 | 103 | 101 | نوع B |

يک فاصله اطمينان 99 درصد براي $μ\_{A}-μ\_{B}$ بدست آوريد.

15-­ دو نوع ذرت جهت مقايسه در ميزان محصول مورد آزمايش قرار گرفته­اند. 50 هکتار از هر نوع ذرت کاشته شده و تحت شرايط يکسان نگهداري مي­شوند. نوع A به طور متوسط 78.3 بشکه در هکتار محصول مي­دهد که انحراف معيار آن 5.6 است. نوع B به طور متوسط 87.2 بشکه در هکتار با انحراف معيار 6.3 ؛ يک فاصله اطمينان 95 درصد براي اختلاف مينگين ها بدست آوريد.

16-­ دو نمونه تصادفي با حجم­هاي 9 و 16 از دو جمعيت نرمال با مينگين­هاي 14 و 59 و انحراف معيارهاي 6 و 5 داده شده است. فاصله اطمينان 95 درصد براي $μ\_{1}-μ\_{2}$ با فرض $σ\_{1}-σ\_{2}$ را بدست آوريد .

17-­ نمونه 15 تايي زير از يک جامعه نرمال بدست آمده است. فاصله اطمينان 99 درصد براي $σ$ را تعيين کنيد.

12.7 , 6.6 , 5.6 , 14.3 , 11.4 , 4.3 , 7.2 , 10.8 , 13.8 , 11.2 , 10 , 12.8 , 7.1 , 14 , 6.1

18-­ توزيع معدل دانشجويان دانشگاه A و B نرمال فرض مي­شود. فاصله اطمينان 95 درصد براي نسبت انحراف معيار A به B را پيدا کنيد. اگر دو نمونه تصادفي مستقل از دو دانشگاه با مشخصات زير باشند:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| واريانس | ميانگين | حجم نمونه |  |
| 0.0765 | 2.99 | 10 | A |
| 0.203 | 3.14 | 7 | B |

19-­ دانشجويي مجاز است درس فيزيک 3 ساعته در 3 ترم را بدون آزمايشگاه و يا 4 ساعته در ترم با آزمايشگاه را انتخاب کند. امتحان کتبي نهايي براي هر دو نوع انتخاب يکسان است. اگر ميانگين نمره 12 دانشجوي داراي آزمايشگاه برابر 84 با انحراف معيار 4 باشد و ميانگين نمره 18 دانشجوي بدون آزمايشگاه برابر 77 با انحراف معيار 6 باشد، فاصله اطمينان 99 درصد را براي اختلاف بين معدل نمره­هاي درس بدست آوريد. فرض کنيد توزيع جمعيت نرمال با واريانس برابر است.$$

20-­ يک نمونه تصادفي 200 تايي از رأي دهندگان نشان مي­دهد 114 نفر به شخص مورد نظر رأي مي­دهند. فاصله اطمينان 96 درصد براي نسبت موافق بدست آوريد .

21-­ در تمرين قبل اگر بخواهيم 96 درصد مطمئن شويم نسبت نمونه­اي در فاصله 0.02 از نسبت واقعي رأي دهندگان موافق قرار مي­گيرند، چه تعداد نمونه لازم داريم؟

22-­ يک نمونه تصادفي 60 تايي از يک جمعيت انتخاب و نظرشان را درمورد کانديداي الف پرسيده­ايم. 70 درصد موافق بوده­اند. فاصله اطمينان 99 درصد براي نسبت واقعي افراد موافق با اين کانديدا را تعيين کنيد.

23-­ در مسأله قبل، حجم نمونه را چه مقدار بگيريم که خطا بيش از 5 درصد نباشد.

24-­ يک نمونه تصادفي 400 تايي از ساکنان شهر A انتخاب و ملاحظه شد 100 نفر داراي وسيله نقليه­اند. از ساکنين شهر B نمونه­اي با حجم 600 انتخاب شد و معلوم گرديد 300 نفر داراي وسيله شخصي­اند . يک فاصله اطمينان 95 درصد و 99 درصد براي $P\_{A}-P\_{B}$ تعيين کنيد.

25-­ مطالعه­اي در زمينه غايب شدن دانشجويان در اثر آب و هواي گرم و سرد صورت گرفته است. دو گروه دانشجو انتخاب شده ­اند. يک گروه از يزد و گروه ديگر از تبريز. از 300 دانشجوي يزدي، 64 نفر در طول ترم، حداقل يک روز غايب بوده­اند و از 400 دانشجوي تبريزي 51 نفر حداقل يک روز غايب بوده­اند . يک فاصله اطمينان 95 درصدي براي اختلاف بين دانشجويان دو استان که غيبت مي­کنند پيدا کنيد.

26-­ وام مسکن پرداختي به يک نمونه تصادفي 3 تايي از مشتريان بانک که داراي توزيع نرمال است، 16، 15 و 17 ميليون تومان بوده است. فاصله اطمينان $1-α$ براي ميانگين وام پرداختي بانک چقدر است؟ (کنکور 1387)

27-­ يک نمونه تصادفي 100 نفري از بين رأي دهندگان يک شهر انتخاب و مشخص شده است که 80 نفر آنها به کانديداي A رأي مي­دهند. يک فاصله اطمينان $\%90$ براي نسبت افراد در جامعه که به A رأي خواهند داد بدست آوريد. ($Z\_{0.05}=1.65$ ) . (کنکور 1387)

28-­ نمرات يک نمونه 3 تايي از دانشجويان کلاسي که داراي توزيع نرمال است 16، 15 و 17 بوده است. فاصله اطمينان $\%90$ براي ميانگين نمرات دانشجويان بدست آوريد. $t≈3$ ( کنکور 1386)

29-­ براساس يک نمونه تصادفي 100 تايي از نوزادان تازه متولد شده، 50 نفر پسر بوده­اند. فاصله اطمينان $\%95$ براي نسبت واقعي پسران متولد شده چيست؟ $(Z\_{0.025}=1.96 و Z\_{0.05}=1.64)$ (کنکور 1386)

30-­ براي برآورد ميانگين يک جامعه نرمال، حجم نمونه چقدر باشد تا حداکثر خطاي برآورد برابر $\frac{1}{4}$ انحراف معيار جامعه باشد؟ $(Z\_{0.025}≈2)$. (کنکور 1386)

31-­ در يک نمونه تصادفي 2 تايي از مشتريان يک عمده فروش، يکي 7.9 ميليون تومان و ديگري 8.1 ميليون تومان خريد کرده است. فاصله اطمينان $\%95$ براي ميانگين مبلغ خريد مشتريان با فرض توزيع نرمال بدست آوريد. (کنکور 1385)

32-­ اگر بخواهيم نرخ بيکاري را در سطح معني داري $α=0.05$ و حداکثر حاشيه خطاي $e=0.01$ برآورد کنيم، حجم نمونه لازم تقريباً بايد چقدر باشد؟ (کنکور 1385)

33-­ معاون اداري مالي دانشگاهي براساس يک نمونه تصادفي 100 تايي از دانشجويان، مشاهده کرده است که 80 نفر از آنها از کمک هزينه تحصيلي استفاده مي­کنند. فاصله اطمينان 90 درصدي نسبت واقعي دانشجوياني که از کمک هزينه تحصيلي استفاده مي­کنند، چيست؟

34- ­اگر بخواهيم نرخ بيکاري را در سطح معني داري $α=0.05$ و حداکثر حاشيه خطاي $e=0.01$ برآورد کنيم، حجم نمونه لازم با فرض $σ^{2}=0.25$ چقدر بايد باشد؟ ( براي متغير نرمال استاندارد Zداريم : $P\left(Z>1.96\right)=0.025$ . (کنکور 1384)

35-­ حداقل حجم نمونه مناسب براي تخمين نسبت افرادي که در انتخابات آينده شرکت مي­­کنند با خطاي 2 درصد و ضريب اطمينان $\%90$ تقريباً چقدر است؟ ( کنکور 1383)

**تمرینات فصل روش گشتاوري و MLE**

1-­ مي­دانيم تعداد مراجعه کنندگان به يک پمپ بنزين در طول روز يک متغير تصادفي پواسون با پارامتر مجهول λ مي­باشد. اگر در طول 10 روز مشاهدات زير را براي تعداد مراجعات به پمپ بنزين بدست آورده باشيم. مطلوبست تعيين پرامتر مجهول λ.

120 , 90 , 85 , 110 , 135 , 95 , 100 , 111 , 115 , 98

2- در يک سري مسابقات تيراندازي n مرتبه به هدف شليک مي­شود که احتمال اصابت گلوله به هدف P مي­باشد. نتايج از 10 مرتبه شرکت تيرانداز در مسابقات به صورت زير مي­باشد. ( نتايج براساس تعداد دفعات اصابت گلوله به هدف مي­باشد)

7, 5, 6, 8, 8, 6, 7, 4, 9, 8

مطلوبست برآورد پارامترهاي مجهول n و p.

3-­ فرض کنيد متغير تصادفي x در بازه $\left[0 , a\right]$ بصورت يکنواخت توزيع شده باشد. در اينصورت مقدار a را به ازاي نمونه­هاي بدست آمده زير برآورد کنيد.

الف) 5, 4, 3, 1, 8, 5, 4, 2, 0, 1

ب) 5, 10, 40

4-­ از توزيعي با چگالي زير نمونه تصادفي 0.7، 0.4 ، 0.3 و 0.6 را درنظر مي­گيريم . يک برآورد گشتاوري پارامتر$θ$ چيست؟

$f\left(x,θ\right)=\left\{\begin{array}{c}\frac{4}{θ^{4}}\left(θ-x\right) ;0<x<θ\\0 ; نقاط ساير\end{array}\right.$

5-­ اگر $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{n}$ يک نمونه تصادفي n تايي از توزيع دوجمله­اي با پارامترهاي n وp (n معلوم) باشد . آنگاه برآوردگر p با روش گشتاوري کدام است؟

6-­ از تابع توزيع $f\left(x,θ\right)=2x^{θ+1}$ , $0<n<1 , θ>0$ ف نمونه تصادفي 0.3 ، 0.5 ، 0.1 ، 0.4 ، 0.2 را مشاهده کرده­ايم. برآورد گشتاوري $θ$ چيست؟

7-­ نمونه تصادفي $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{n}$ را از توزيعي با چگالي زير مشاهده کرده­ايم. برآورد گشتاوري m کدام است؟

$f\left(x,m\right)=\left\{\begin{array}{c}(m+1)x^{m} ;0<x<1\\0 ; نقاط ساير\end{array}\right.$

8-­ متغير تصادفي x داراي جدول توزيع احتمال زير است:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | -1 | $$X=x$$ |
| $$\frac{θ}{3}$$ | 1-$θ$ | $$\frac{θ}{3}$$ | $$P\_{θ}(X=x)$$ |

 نمونه تصادفي 1- ، 1 ، 0 ، 1 ، 1- را از x مشاهده کرده­ايم. برآورد درستنمايي ماکزيمم (MLE) برابر $θ$ را بيابيد.

9-­ فرض کنيد $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{n}$ يک نمونه تصادفي از توزيعي با تابع چگالي احتمالي $f\left(x,θ\right)=θx^{-θ-1}$ ,$x>0$ باشد. MLE براي $θ$ کدام است؟

10-­ اگر $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{n}$ يک نمونه تصادفي به اندازه n از توزيعي با چگالي x= 0, 1, 2, 3 , $f\left(x\right)=2θ(θ+1)^{x}$ باشد . برآورد $θ$ به روش MLE کدام است؟

11-­ فرض کنيد x نمايانگر تعداد تاکسي­هاي وارد شده به يک پارکينگ در فواصل 10 دقيقه­اي مي­باشد (x داراي توزيع پواسون با پرامتر λ است) براساس 10 مشاهده مستقل مقابل، برآورد درستنمايي ماکزيمم پارامتر λ را بيابيد.

0, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 0, 1

12-­ نمونه­هاي $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{n}$ را از متغيرهاي تصادفي بونولي x داريم. مطلوبست برآورد پارامتر p به روش حداکثر درستنمايي (MLE).

$$f\_{x}(x)=\left\{\begin{array}{c}P^{x}(1-P)^{1-x} ;x=0 ,1\\0 ; نقاط ساير\end{array}\right.$$

13-­ متغير x يک متغير تصادفي در بازه$(0و a)$ مي­باشد. مطلوبست برآورد مجهول a به روش حداکثر احتمال.

14-­ اگر متغير تصادفي x به صورت يکنواخت در بازه $\left[-b,b\right]$ توزيع شده باشد، مطلوبست برآورد b به روش حداکثر احتمال ( MLE) .

**تمرینات فصل آزمون فرض آماري**

1-­ فرض کنيد در جامعه­اي با $σ^{2}=9$ نمونه­اي به حجم n=70 انتخاب شده است . مي­خواهيم فرضيه زير را آزمون کنيم :

$$\left\{\begin{array}{c}H\_{0 } : μ\geq 15\\H\_{1} : μ<15\end{array}\right.$$

اگر براساس نتايج نمونه $\overbar{X}=13.8$ بدست آمده باشد. فرضيه مذکور را با $α=0.05$ آزمون کرده، خطاي نوع دوم و تابع توان آزمون را بدست آوريد.

2-­ فرض کنيد نمونه­اي به حجم n=9 از يک جامعه نرمال با انحراف معيار $σ=3$ انتخاب شده است. مي­خواهيم در سطح معني دار $α=0.02$ بررسي کنيم که آيا ميانگين اين جامعه نرمال مي­تواند از 15 بيشتر باشد يا خير. ميانگين نمونه برابر 14 است.

الف) آزمون فرضيه را انجام داده ، خطاي نوع دوم و توان آزمون را محاسبه کنيد.

ب) فرضيه $μ\leq 15$ در مقابل $μ>15$ با $α=0.02$ آزمون کرده و رابطه بين توان آزمون و حجم نمونه را بدست آوريد.

3-­ در انجام آزمون فرضيه زير:

$$\left\{\begin{array}{c}H\_{0 } : μ\geq 240\\H\_{1} : μ<240\end{array}\right.$$

*با ضريب اطمينان*$\%95$ *و براساس نمونه تصادفي 100 تايي وقتي بدانيم مقدار واقعي ميانگين و انحراف معيار به ترتيب 230 و 10 مي­باشد ، توان آزمون را بدست آوريد. (کنکور 1377)*

*4-­ اگر ميانگين واقعي وزن قوطي­هايي که توسط يک دستگاه اتوماتيک پر مي­شود 396.7 با انحراف معيار 16گرم باشد، خطاي نوع دوم آزمون فرضيه زير که براساس يک نمونه تصادفي 64 تايي با خطاي نوع اول درصد صورت مي­گيرد، چقدر است ؟* $\left(z\_{0.05}=1.65\right)$ *(کنکور 1382)*

$$\left\{\begin{array}{c}H\_{0 } : μ\geq 400\\H\_{1} : μ<400\end{array}\right.$$

5-­ اگر ميانگين واقعي مقدار نوشابه ريخته شده به درون شيشه­ها در کارخانه­اي 324 با انحراف معيار 12 سي سي باشد، خطاي نوع دوم آزمون براساس يک نمونه تصادفي 36 تايي با خطاي نوع اول 2.5 درصد تقريباً چيست؟ $\left(z\_{0.025}=1.96≈2\right)$ (کنکور1383)

$$\left\{\begin{array}{c}H\_{0 } : μ\geq 330\\H\_{1} : μ<330\end{array}\right.$$

*6-­ اگر ميانگين واقعي مقدار قهوه ريخته شده به داخل شيشه­ها توسط يک دستگاه اتوماتيک 596.7 گرم با انحراف معيار 14 گرم باشد، خطاي نوع دوم آزمون فرضيه زير براساس يک نمونه تصادفي 49 تايي با خطاي نوع اول 5 درصد کدام است؟* $\left(z\_{0.05}=1.65\right)$ *. (کنکور 1384)*

$$\left\{\begin{array}{c}H\_{0 } : μ\geq 600\\H\_{1} : μ<600\end{array}\right.$$

*7-­ يک دستگاه، قوطي­هايي به وزن 500 گرم را پر مي­کند. براي بررسي دقت دستگاه، نمونه­اي 25 تايي از قوطي­هاي پر شده را انتخاب نموده­ايم که ميانگين وزن آنها 480 گرم با انحراف معيار 20 بدست امده است. با فرض اينکه توزيع وزن قوطي­هاي پر شده نرمال باشد، آيا اين دستگاه مطابق استاندارد کار مي­کند؟*

*8-­ متوسط عمر زنان براساس يک نمونه تصادفي 50 تايي* $\overbar{X}\_{1}=74$ *سال و متوسط عمر مردان براساس نمونه 50 تايي* $\overbar{X}\_{2}=67$ *بدست امده است. همچنين انحراف معيار طول عمر زنان و مردان به ترتيب 4 و 8 مي­باشد. آيا مي­توان گفت که اختلاف طول عمر زنان و مردان بيش از 5 سال مي­باشد؟*

*9- براي بررسي نسبت قبولي در امتحان آمار، 16 دانشجو به طور تصادفي انتخاب شده است که مشخص گرديد 56.25 (يعني 9نفر) از آنها قبول شده­اند. براساس اين مشاهدات آيا مي­توان گفت که حداکثر نيمي از دانشجويان در درس آمار قبول مي­شوند؟*

*10-­ مدير يک بانک ادعا کرده است که 50 درصد مشتريان او علاوه بر حساب پس­انداز، داراي حساب­هاي ديگري نيز هستند. در نمونه­اي به حجم n=100 ، 45 درصد مشتريان حساب­هاي ديگر داشته­اند. مقدار آماره آزمون را بدست آوريد. (کنکور 1387)*

*11-­ صاحب کارخانه­اي ادعا مي­کند حداقل* $\%80 $ *مردم، محصول کارخانه او را ترجيح مي­دهند. در يک نمونه تصادفي 100 تايي بيش از چند نفر بايد کالاي وي را ترجيح دهند تا در سطح* $α=0.05$ ادعاي صاحب کارخانه پذيرفته شود؟$\left(z\_{0.05}=1.65\right)$ (کنکور 1384)

12-­ در يک جامعه نرمال با ميانگين معلوم $μ$ مي­خواهيم فرضيه $H\_{0 } : σ^{2}=0.05$ را در مقابل $H\_{1 } : σ^{2}\ne 0.05$ براساس اطلاعات n=19 و $S=\sqrt{\frac{\sum\_{}^{}(x\_{i}-μ)^{2}}{n}} $=0.3 آزمون کنيم. مقدار عددي آماره آزمون ر بدست آوريد. (کنکور 1383)

13-­ به منظور بررسي عدم تفاوت در نسبت طرفداران نظريه­هاي کينزي بين دانشجويان کارشناسي و دانشجويان کارشناسي ارشد رشته اقتصاد، دو نمونه تصادفي مستقل به حجم­هاي 64 و 36 از هريک انتخاب گرديده است. تعداد طرفداران در هر کدام از نمونه­ها به ترتيب 14 و 6 نفر بوده است. اگر $α=0.05$ باشد، آماره آزمون و نتيجه آزمون چيست؟ (کنکور 1384)

14-­ براي n=14 و $s^{2}=75$ فرضيه $H\_{0 } : σ^{2}\geq 100$ را در مقابل فرضيه $H\_{1 } : σ^{2}<100$ در سطح $α=0.01$ آزمون مي­کنيم . درصورتي که فرض شود جامعه­اي که نمونه تصادفي از آن انتخاب مي­شود نزديک به نرمال است. آزمون و نتيجه آنرا بنويسيد. (کنکور 1383)

15-­ در بررسي نسبت افراد مبتلا به يک بيماري، فرضيه $H\_{0 } : p\leq 0.2$ را در مقابل $H\_{1 } : p>0.2$ آزمون مي­کنيم. براي اين منظور نمونه­اي تصادفي به حجم 100 نفر از جامعه مورد مطالعه انتخاب و مشاهده گرديد که 30 نفر از آنان به بيماري مبتلا هستند. مقدار آماره آزمون را بدست آوريد. (کنکور 1383)

16­-­ مي­خواهيم فرض صفر $H\_{0 } : σ^{2}=5$ رت در برابر فرض مقابل $H\_{1 } : σ^{2}>5$ براي جامعه­اي که توزيع آن نرمال است آزمون کنيم. براي اين منظور نمونه­اي به حجم 12 از جامعه فوق گرفته و ميانگين و واريانس آن به ترتيب 13.1 و 7 محاسبه شده است. با توجه به اينکه اگر متغير تصادفي w داراي توزيع کاي مربع با درجه آزادي 11 باشد، آنگاه $P\left(W\geq 19.67\right)=0.05$ است ، آيا فرض $H\_{0 }$ رد مي­شود؟ (کنکور 1382)

17-­ ادعا شده است که در شهر الف افرادي که از فروشگاههاي زنجيره­اي خريد مي­کنند بيشتر از افراد خريدکننده از فروشگاههاي زنجيره­اي در شهر ب هستند. آماره آزمون اين فرضيه کدام است؟ (کنکور 1381)

18-­ اگر

$$\left\{\begin{array}{c}H\_{0 } : P=\frac{1}{2}\\H\_{1} : P\ne \frac{1}{2}\end{array}\right.$$

و از بين 100 آزمايش ، 59 موفقيت مشاهده شده باشد، آماره آزمون و نتيجه آزمون $α=0.05$ چيست؟ (کنکور 1382)

19­-­ براي آزمون برابري واريانس دو دستگاه اتوماتيک پر کننده قوطي­هاي روغن نباتي که وزن آنها بر طبق قانون نرمال توزيع شده است. اطلاعات زير در دست است:

$$S\_{1}=3 , n=30 :1 دستگاه$$

$$S\_{2}=4 , m=40 :2 دستگاه$$

مقدار عددي کميت آماره (تابع نمونه­اي) آزمون براي اين منظور چيست؟ (کنکور 1381)

20- ­نمرات درس رياضي و آمار دانشجويان جهت مقايسه گردآوري شده است. از هر درس نمرات 25 دانشجو انتخاب شده که طبق آن ميانگين نمرات درس رياضي و آمار به ترتيب 15 و 13 بوده است. همچنين انحراف معيار آنها به ترتيب 4و 6 مي­باشد. از طرف ديگر در درس رياضي 20 نفر و در درس آمار 15 نفر قبول شده­اند.

الف) آيا ميانگين نمرات رياضي و آمار يکسان است؟

ب) آيا پراکندگي نمرات رياضي و آمار يکسان است؟

ج) آيا نسبت قبولي در درس رياضي و آمار يکسان است؟

21-­ ادعا شده است که يک دستگاه جديد جهت پر کردن قوطي­هاي يک کيلويي داراي دقت بسار زيادي است به گونه­اي که حداکثر 10 گرم خطا خواهد داشت. براي بررسي اين ادعا نمونه­اي 20 تايي از قوطي­هاي پر شده را انتخاب کرديم که براساس آن انحراف معيار وزن قوطي­ها برابر 20 گرم بدست آمد. آيا ادعاي مذکور پذيرفتني است؟

22-­ براي مقايسه درآمد کارگران زن و مرد در يک کارخانه توليدي نمونه­اي 200 تايي از زنان نشان داد که درامد ماهيانه آنها 150 هزار تومان با انحراف معيار 50 هزار تومان بوده است. همچنين نمونه­اي 200 تايي از مردان نيز نشان داد که درآمد ماهيانه آنها به طور متوسط 200 هزار تومان با انحراف معيار 80 هزار تومان بوده است. آيا درآمد ماهيانه مردان و زنان داراي تفاوت معناداري مي­باشد؟

23-­ کارخانه توليدي الف ادعا مي­کند که خودروهاي توليدي آن در کمتر از 50 هزار کيلومتر به اولين تعمير نياز پيدا نمي­کنند. اما مشاهدات نشان مي­دهد که خودروهاي آن به طور متوسط در 45 هزار کيلومتر به اولين نعمير احتياج پيدا کرده­اند. با فرض اينکه انحراف معيار نمونه برابر 20هزار کيلومتر و حجم نمونه 36 باشد، آيا با اين مشاهدات مي­توان ادعاي کارخانه را زير سوال برد؟

24-­ فرض کنيد که مشاهدات مربوط به قيمت کالا در فروشگاههاي بزرگ به صورت 100، 110، 120، 90 و 100 و در فروشگاههاي کوچک به صورت 120، 110، 100، 120 و 110 مي­باشد. آيا مي­توان پذيرفت که پراکندگي قيمت در فروشگاههاي بزرگ و کوچک يکسان است؟

25-­ نمونه­اي از نمرات درس آمار دانشجويان انتخاب شده که مشاهدات آن عبارتند از 10، 12، 18، 14، 8، 6، 13، 11 .. آيا مي­توان پذيرفت که به طور متوسط پراکندگي ( انحراف معيار) نمرات دانشجويان بيش از 4 باشد؟

**تمرینات فصل رگرسيون و همبستگي**

1-­ فرض کنيد در يک مسئله برازش رگرسيوني، مقادير زير براساس يک نمونه تصادفي n=7 بدست آمده است. مطلوبست برآورد حداقل مربعات مقادير aو b در معادله رگرسيوني $Y=a+bx+ε$

2-­ با توجه به آمار مربوط به واردات کل کشور (Y) و درآمدهاي ارزي حاصل از صادرات نفت (X) در طي 21 سال گذشته، رگرسيون زير برآورد شده است. آماره آزمون براي معني دار بودن رابطه خطي بين واردان و درآمدهاي ارزي چيست؟ (کنکور 1383)

3-­ از يک جامعه نرمال دو بعدي، نمونه­اي به حجم n=5 به طور تصادفي انتخاب مي­شود براساس نتايج مشاهدات در نمونه جدول زير بدست آمده است. خطاي معيار برآورد Y برحسب X را حساب کنيد.

2 3 4 5 6 $X\_{i}$

$Y\_{i}$ 18 20 16 12 14

4-­ از يک جامعه نرمال دو بعدي نمونه­اي به حجم n=9 انتخاب و براساس مشاهدات در نمونه کميتهاي زير محاسبه شده است. در سطح معني داري 1 درصد مي­توان ادعا کرد که خط رگرسيون جامعه محور Y را در بالاتر از 25 قطع مي­کند؟

5-­ اگر کوواريانس دو متغير X و Y برابر 36- و واريانس X برابر 64 و واريانس Y برابر 25 باشد، چند درصد از تغييرات Y بوسيلهX توضيح داده مي­شود؟ (کنکور 1382)

6-­ رابطه بين عرضه پول (M) و سطح عمومي قيمتها (P) براساس يک سري زماني 18 ساله به صورت زير برآورد شده است. مقدار عددي آماره آزمون براي آزمون معني دار بودن ضريب M يعني $β$ چيست؟ (کنکور 1377)

$\begin{matrix}\^\\P\end{matrix}=78+0.4M R^{2}=05$

7-­ معادله خط رگرسيون دو متغير زير چيست؟

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$\overbar{x}=20$$ | 5 | 4 | 1 | 0 | 2- | 3- | 5- | (X-x) |
| $$\overbar{y}=10$$ | 8- | 4- | 3- | 0 | 2 | 4 | 9 | (Y-y) |

8-­ اگر شيب معادله رگرسيون 10 و $\sum\_{}^{}x\_{i}=100$ و $\sum\_{}^{}y\_{i}=20$ و $\overbar{x}=20$ باشد، ثابت معادله رگرسيون چيست؟

9-­ تابع مصرف زير براساس نمونه­اي تصادفي از 22 خانوار برآورد شده است که در آن c مصرف و Y درآمد قابل تصرف است. رقم داخل پرانتز انحراف معيار ضرايب مربوط است.

الف) در سطح معني دار $\%5$ آزمون کنيد که ميل نهايي به مصرف معادل $\%83$ است؟

ب) فاصله اطمينان $\%95$ براي ضريب $β$ رگرسيون چقدر است؟

$$\hat{C}=12+0.9Y$$

$$ (0.05)$$

10-­ فرض کنيد رابطه رگرسيون زير براساس يک نمونه 16 تايي براورد شده است:

$$\hat{Y\_{i}}=-5.03+20.96x\_{i}$$

که در اين رابطه براي مقدار $x\_{i}=1.75$ مقدار $\hat{Y\_{i}}=31.65$ خواهد بود. با توجه به مقادير محاسبه شده زير انحراف معيار خطاي تخمين برآورد ميانگين جامعه به ازاء مقدار $x\_{i}$ را بدست آوريد و يک فاصله تطمينان $\%95$ براي ميانگين برآورد شده جامعه بنويسيد.

11-­آماره زير از 5 کارخانه مختلف يک صنعت جمع­آوري شده است.

الف) براساس روش حداقل مربعات تابع خطي هزينه کل صنعت را برآورد کرده و بنويسيد که هريک از ضرايب برآورد شده از لحاظ اقتصادي نمايانگر چيست؟

ب) قيمت هر واحد اين کالا در بازار برابر 4 تومان است. آيا ضريب $β$ را مي­توان برابر 4 دانست؟

ج) هزينه کل کارخانه­اي که 20 واحد توليد مي­کند با احتمال 90 درصد در چه فاصله­اي قرار دارد؟

12-­ رابطه بين ميانگين X و Y خطي است و داده­هاي نمونه به شرح زير در دست است:

$$\sum\_{}^{}X\_{i}Y\_{i}=1150 \overbar{X}=5 \overbar{Y}=10 n=20 \sum\_{}^{}X\_{2}^{i}=550$$

مقدار پيش بيني شده به ازاء x=6 چقدر است؟

13-­ اگر داشته باشيم $cov\left(X,Y\right)=-18 , σ\_{X}^{2}=16 , σ\_{Y}^{2}=25$ ، چند درصد از تغييرات Y بوسيله X بيان نمي­شود؟

14-­ اگر معادله رگرسيون $\hat{Y\_{x}}=400-20x$ باشد. مقدار Y به ازاي x=15 برابر 150 مي­باشد. آنگاه ضريب همبستگي چه مي­تواند باشد؟

15- به منظور مقايسه هزينه خوراک خانوارها در سه منطقه از هريک از اين مناطق نمونه­اي به حجم 10 خانوار به طور تصادفي انتخاب مي­شود و براساس نتايج مشاهدات جدول تحليل واريانس به صورت زير بدست مي­آيد. مقدار عددي آماره آزمون چيست؟ (کنکور 1386)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مجموع مجذور انحرافات** | **درجه آزادي** | **منبع تغييرات** |
| **.....................** | **..................** | **رويه** |
| **54** | **....................** | **خطا** |
| **60.4** | **......................** | **جمع** |

16- به منظور بررسي اختلاف بين ميانگين بهره­وري پنج واحد توليدي نمونه­هايي به حجم 25 استخراج شده و نتايج ذيل بدست
آمده است. کميت آماره آزمون را بدست آوريد.(کنکور 1385)

$$n\sum\_{i=1}^{k}(x\_{i}-̿)^{2}=200 \sum\_{}^{}\sum\_{}^{}(x\_{ij}-\overbar{x\_{i}})^{2}=500$$

17- نمونه­اي از خانوارهاي نواحي مختلف کشور انتخاب شده و درآمد آنان (برحسب 100هزار ريال) به قرار زير بوده است. با استفاده از جدول آناليز واريانس تعيين کنيد که آيا متوسط درآمد در نقاط مختلف کشور يکسان بوده است؟ خطاي اول را 0.01 در نظر بگيريد.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| مناطق | درآمد (100 هزار ريال) |  |  |  |  |
| شمال شرق | 7 | 4 |  |  | $$\overbar{x\_{1}}=5.5$$ |
| شمال غرب | 8 | 10 |  |  | $$\overbar{x\_{2}}=9$$ |
| جنوب شرق | 3 | 4 | 7 | 3 | $\overbar{x\_{3}}=4$.25  |
| جنوب غرب | 8 | 3 | 3 |  | $$\overbar{x\_{4}}=4.67$$ |

18-­ براساس نمونه­هاي تصادفي 4 تايي از 3 جامعه که داراي توزيع نرمال است اطلاعات زير بدست آمده است. کميت آماره آزمون براي ميانگين در اين سه جامعه چيست؟

$$x\_{1}=110 x\_{2}=100 x\_{3}=120$$

$$s\_{1}^{2}=180 s\_{2}^{2}=220 s\_{3}^{2}=200$$

19-­ استادي معتقد است که فصل سال مدت مطالعه دانشجويان را تحت تأثير قرار مي­دهد. در يک آزمايش تجربي که يکسال به طول انجاميد، دانشجوياني به تصادف در هر غصل سال انتخاب شدند و تخميني از مدت زماني که در هفته مطالعه مي­کردند جمع آوري شد. اين اطلاعات در جدول زير آمده است. آيا در سطح معني دار $\%1$ اختلافي بين ساعات مطالعه دانشجويان در فصلهاي مختلف وجود دارد؟

 فصل مدت مطالعه

 7، 5، 6، 4 بهار

 4، 3، 6، 7 تابستان

 6، 8، 7، 9 پاييز

 7، 11، 12، 8 زمستان

20-­ امتحاني در خصوص درس اقتصاد از نمونه­اي تصادفي مرکب از سه دانشجوي سال دوم در چهار دانشکده مختلف اقتصادانجام شده است. اگر از هر دانشکده از ميان دانشجويان نسبتاً کم استعداد و داراي استعداد متوسط و با استعداد يکي از ميان آنها انتخاب کرده باشيم. جدول آناليز واريانس دوطرفه را براي برابري نتايج در دانشکده­ها و همچنين سطح استعداد بنويسيد. (سطح معني داري $\%5$ ).

|  |  |
| --- | --- |
| دانشکده |  کم استعداد استعداد متوسط با استعداد |
| الفبجد |  71 92 89 44 51 85 50 64 72 67 84 86 |

21-­ جدول ناقص زير در زمينه تحليل واريانس ارائه شده است. اين جدول را کامل کنيد.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| آماره آزمونF | ميانگين مربعات | درجه آزادي | مجموع مربعات | منبع تغييرات |
| $F\_{A}$=? | MSA? | ? | 52.8 | تيمارها (عاملA) |
| $F\_{B}$=? | MSB? | 4 | $$SS\_{b}=?$$ | بلوک­ها (عاملB) |
|  | MSE? | 12 | 27.2 | خطا |
|  |  | 19 | 153.2 | مجموع |

22-­ به منظور مقايسه هزينه مسکن خانوارها در 5 منطقه، از هريک از اين مناطق نمونه­اي به حجم n=6 خانوار به طور تصادفي انتخاب شده است و براساس مشاهدات، مجموع مجذور انحرافات رويه­ يا تيمارها و يا بين گروهي 6.4 و مجموع مجذور انحرافات کل 68.9 بدست آمده است. مقدار عددي تابع آماره آزمون چيست؟ ( کنکور 82)

23-­ جدول ناقص زير در زمينه واريانس ارائه شده است. در اين جدول چند رفتار مورد مقايسه قرار گرفته است؟

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| آماره آزمونF | ميانگين مربعات | درجه آزادي | مجموع مربعات | منبع تغييرات |
| 1 |  | 2 | 12 | رفتارها |
|  |  |  | 8 | خطا |
|  |  |  | 30 | جمع |

24-­ ضايعات سه ماشين در 5 روز، 2 روز و 3 روز به صورت زير مي­باشد، آماره آزمون چيست و کميت آن چقدر است؟

|  |  |
| --- | --- |
| 68، 85، 83، 74، 75 | ماشين اول |
| 30، 60 | ماشين دوم |
| 68، 71، 71 | ماشين سوم |

25-­ اطلاعات زير رأي تحقيق درباره وجود تفاوت بين چهار تيمار يا طرز عمل مختلف که يکي از آنها تيمار کنترل است داده شده است. مجموع مربعات تيمارها در جدول آناليز واريانس چقدر است؟

|  |  |
| --- | --- |
| 4 3 2 1 | تيمار i |
| 5 5 5 5 | تعداد نمونه$(n\_{i})$ |
| 11.5 17.3 12.2 14.2 | ميانگين نمونه($\overbar{x\_{i}}$) |
| 3 2 4 3 | انحراف معيار$(s\_{i}$) |