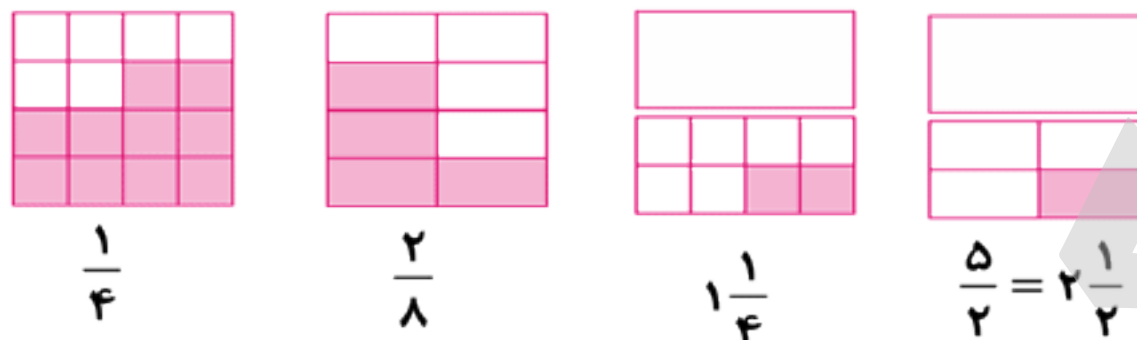


برای این که بفهمیم کسر چیست، باید ابتدا بدانیم که چگونه به وجود آمده است. زمانی که یک شی را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، با انتخاب یک قسمت آن می‌توانیم کسر $\frac{1}{2}$ را نشان دهیم. به همین ترتیب برای نشان دادن $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ باید یک شی را به ۳، ۴ و ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم.

برای مثال برای این که $\frac{1}{4}$ از شکل زیر را نشان دهیم، ابتدا باید آن شکل را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم سپس کسر $\frac{1}{4}$ را روی آن نشان دهیم.



نکته: توجه داشته باشید که کلمه‌ی واحد همیشه برای یک شیء و واحد استفاده نمی‌شود. به عنوان مثال در شکل‌های زیر، واحد یا کل با توجه به مخرج کسر متفاوت است.

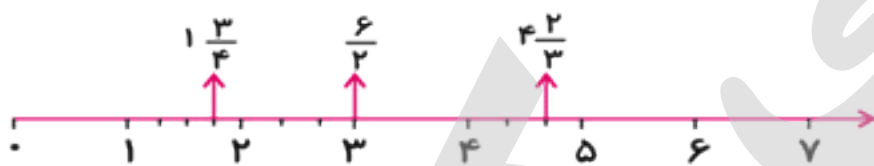


کسرهای با صورت بزرگ‌تر از مخرج از یک واحد بزرگ‌تر هستند و با مشخص کردن تعداد واحدهای آن می‌توان آن‌ها را به صورت عدد مخلوط نوشت.

در کسر روبه‌رو صورت از مخرج بزرگ‌تر است و با توجه به مخرج تعداد واحدهایی را که می‌توان با آن نشان داد را در شکل می‌بینید.

در $\frac{7}{4}$ یک واحد کامل و $\frac{3}{4}$ از یک واحد وجود دارد که به صورت $1\frac{3}{4}$ نوشته شده است. $\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$

در کتاب ریاضی سال‌های قبل عددها را روی محور اعداد نشان داده‌اید و می‌توانید جای هر عدد را روی محور به راحتی پیدا کنید. با توجه به این که کسر هم یک عدد است. پس جای هر کسر را نیز می‌توانیم روی محور اعداد نشان دهیم.



به جای هر کسر روی محور توجه کنید.

مقایسه و ساده کردن کسرها

مقایسه‌ی دو کسر با مخرج مساوی ($\frac{2}{5}$ با $\frac{3}{5}$) ساده‌تر از مقایسه‌ی دو کسر با مخرج‌های نابرابر ($\frac{2}{3}$ با $\frac{5}{7}$) است. در شرایط دشوارتر می‌توان مسئله را به شرایط ساده‌تری تبدیل کرد. یعنی هر کسر را به صورت یک

$$\frac{2}{3} = \frac{14}{21} \text{ و در این حالت } \frac{14}{21} < \frac{15}{21}$$

نکته: برای مقایسه‌ی کسرها لازم است بتوانیم کسر مساوی با یک کسر را به راحتی بنویسیم. در شکل روبه‌رو کسر $\frac{3}{4}$ را می‌بینید. اگر کاغذ را از روی نقطه‌چین تا بزنیم، تعداد کل قسمت‌ها ۲ برابر یعنی ۸ می‌شود و تعداد قسمت‌های رنگی نیز دو برابر یعنی ۶ قسمت می‌شود.



کسر جدید $\frac{6}{8}$ با $\frac{3}{4}$ برابر است. در این صورت داریم: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$. در بعضی از کسرها یکی از مخرج‌ها بر مخرج دیگر بخش‌پذیر است. مثل $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$

در این صورت برای مقایسه و پیدا کردن مخرج مساوی کافی است که مخرج کوچک‌تر را در یک عدد ضرب کنیم تا مخرج بزرگ‌تر مساوی شود.

حالا با مخرج‌های مساوی مقایسه آسان‌تر می‌شود.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} < \frac{5}{6}$$

در کسرهایی که مخرج نامساوی دارند و مخرج‌ها بر هم بخش‌پذیر نیستند باید کسرهایی معادل با آن‌ها

بنویسیم که مخرج آن‌ها با هم برابر باشند. مثال، $\frac{1}{4}, \frac{2}{6}$

برای این کار باید عددی در مخرج کسرها داشته باشیم که هم بر ۴ و هم بر ۶ بخش‌پذیر باشد. البته با ضرب کردن مخرج‌ها $4 \times 6 = 24$ این عدد حاصل می‌شود. اما این کوچک‌ترین عددی نیست که هم بر ۴ و هم بر ۶ بخش‌پذیر باشد.

عدد ۱۲ نیز بر ۴ و ۶ بخش‌پذیر است. با مخرج کوچک‌تر راحت‌تر می‌توان به جواب رسید. برای پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر، مخرج کسری که مخرج بزرگ‌تر دارد را در ۲، ۳، ۴ و ... ضرب می‌کنیم و هر بار عدد حاصل ضرب را به مخرج کسر با مخرج کوچک‌تر تقسیم می‌کنیم. اگر بر آن بخش‌پذیر بود همان عدد کوچک‌ترین مخرج مشترک است.

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{6}$$

کوچک‌ترین مخرج مشترک $6 \times 2 = 12$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 4} \\ - 12 \quad 3 \\ \hline 00 \end{array}$$

عدد حاصل به مخرج کسر دوم بخش‌پذیر است.

گاهی بعضی از سؤالات را اگر بخواهیم از روش‌های معمولی پاسخ دهیم به آسانی به پاسخ نمی‌رسیم. گاهی کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به ما در حل سؤالات کمک کند.

مثال: سپهر $\frac{1}{4}$ یک کتاب را خواند. روز بعد $\frac{1}{3}$ صفحات باقی‌مانده را خواند و روز بعد نیز $\frac{1}{4}$ صفحات

باقی‌مانده از کتاب را خواند. چه کسری از کتاب را هنوز نخوانده است؟

پاسخ دادن به این سؤال از روش‌های معمول کمی دشوار است اما با رسم یک شکل راحت‌تر می‌توانیم به آن پاسخ دهیم.

		روز دوم
		روز سوم

کل کتاب را به عنوان یک واحد رسم می‌کنیم. $\frac{1}{4}$ روز اول را مشخص

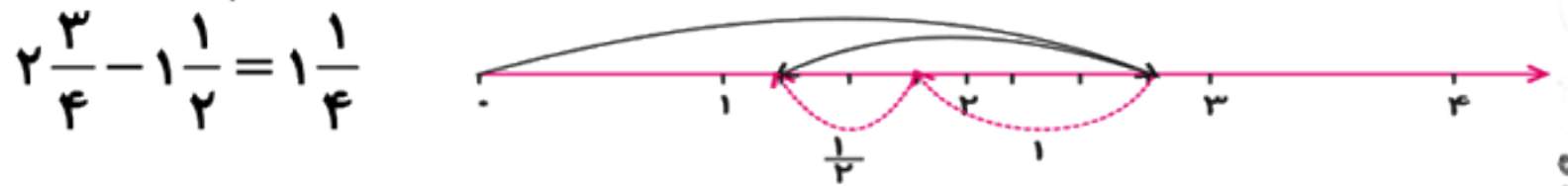
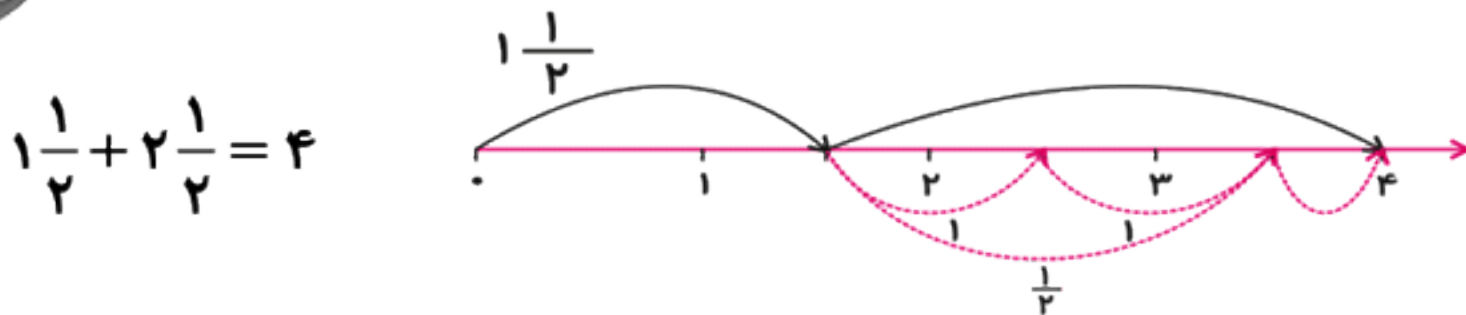
می‌کنیم. روز دوم نیز $\frac{1}{3}$ از باقی‌مانده را خوانده که آن را نیز مشخص

می‌کنیم. و روز سوم نیز $\frac{1}{4}$ از صفحات باقی‌مانده را خوانده که آن را نیز

مشخص می کنیم. می بینیم که $\frac{3}{12}$ کتاب باقی مانده است.

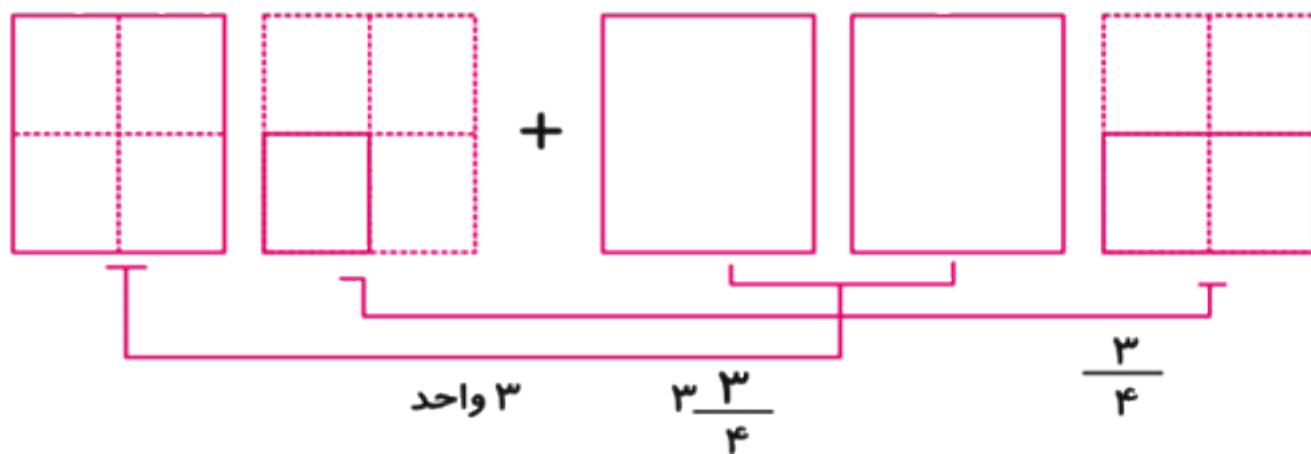
جمع و تفریق کسرها

همان طور که کسرها را روی محور اعداد نشان دادیم. جمع و تفریق آن‌ها را نیز روی محور می توانیم نمایش دهیم.

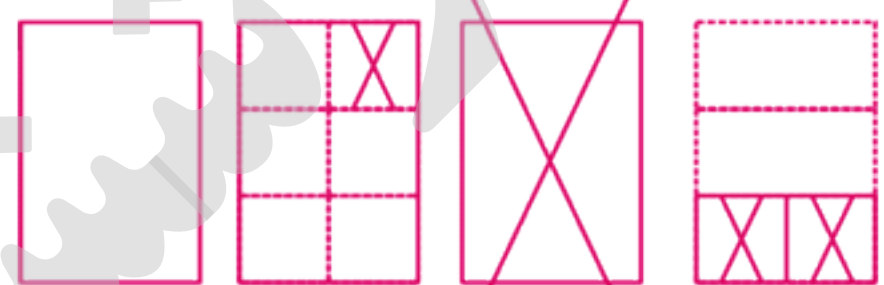


برای درک بهتر مفهوم سازی جمع و تفریق کسرها می توانیم آن‌ها را با شکل نشان دهیم.

$1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4} = 3\frac{3}{4}$



$3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 1\frac{8}{6} - \frac{3}{6} = 1\frac{5}{6}$



ابتدا واحدها را کم می کنیم. $2, 3 - 1 = 2$ واحد باقی می ماند حالا $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ اگر تفریق $(\frac{1}{3} - \frac{1}{2})$ را با مخرج مساوی بنویسیم. $(\frac{2}{6} - \frac{3}{6})$ می بینیم که عدد اول از عدد دوم کوچک تر است و نمی توان تفریق را انجام دهیم در این حالت یکی از واحدها را باز می کنیم و به کسر اول اضافه می کنیم که با توجه به مخرج جدید واحد را به 6 قسمت تقسیم می کنیم. (6 تا $\frac{1}{6}$) می شود. $\frac{6}{6}$ و به $\frac{2}{6}$ اضافه می کنیم، می شود $\frac{8}{6}$ و در این حالت داریم $(\frac{8}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5}{6})$

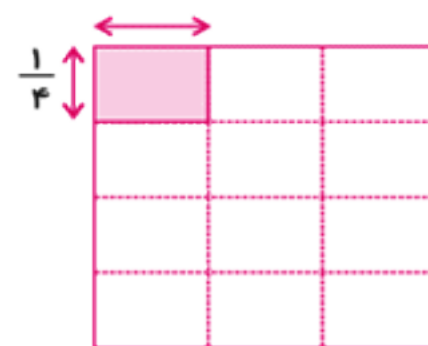
همان طور که در نمونه های بالا دیدید در تفریق و جمع عدد مخلوط ابتدا قسمت های صحیح را جمع و تفریق می کنیم سپس قسمت های کسری را جمع و تفریق می کنیم.



ضرب و تقسیم کسر
با استفاده از مفهوم مساحت می توانیم حاصل ضرب کسرها را حساب کنیم.

در شکل بالا اگر اندازه ی طول هر ضلع را یک واحد در نظر بگیریم. مساحت آن برابر است با $(1 \times 1 = 1)$ (یک ضلع \times خودش). حالا اگر قسمتی از مساحت شکل را در نظر بگیریم مثلاً یک مستطیل آن را حساب کنیم باید طول را در عرض ضرب کنیم تا مساحت شکل مورد نظر به دست لپایید.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} =$



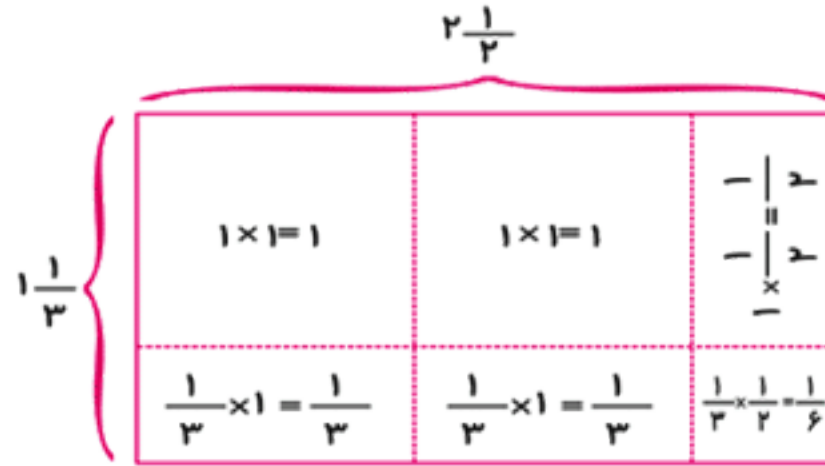
با توجه به کل قسمت های واحد و مقدار رنگ شده ی شکل از روی شکل می توانیم ببینیم که یک قسمت از

۱۲ قسمت شکل رنگ شده است و در این صورت $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

با انجام چند مثال مانند بالا به این رابطه خواهیم رسید که در ضرب کسرها برای رسیدن به حاصل ضرب صورت را در صورت ضرب می کنیم و مخرج را در مخرج ضرب می کنیم.

برای نشان دادن ضرب عدد مخلوط با استفاده از مفهوم مساحت مانند شکل زیر یک چهارضلعی رسم می‌کنیم که عددهای مخلوط طول و عرض آن چهارضلعی هستند.

$$2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} =$$



یعنی چهارضلعی که طول آن $2\frac{1}{2}$ واحد و عرض آن $1\frac{1}{3}$ واحد است و برای محاسبه‌ی مساحت آن طول را در عرض ضرب می‌کنیم. با توجه به قسمت‌بندی شکل می‌توانیم مساحت هر قسمت را جدا حساب کنیم. در این شکل ۲ مربع و ۴ مستطیل داریم.

$$1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2 + \frac{3+2+2+1}{6} = 2\frac{8}{6} = 3\frac{2}{6}$$

اگر همین عددها را به صورت کسر بنویسیم و ضرب کنیم به همان نتیجه می‌رسیم.

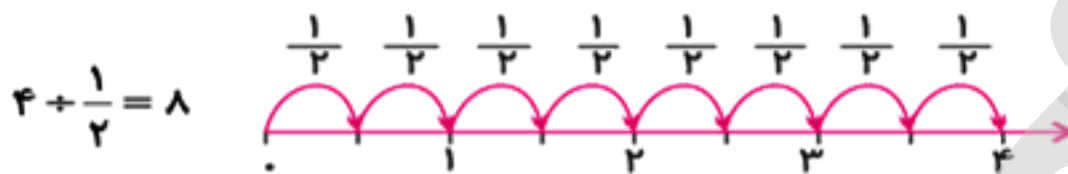
$$2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{6} = 3\frac{2}{6}$$

تقسیم عدد بر کسر

وقتی می‌گوییم ۹ تقسیم بر ۳، می‌خواهیم ببینیم چند تا ۳ تایی در ۹ تا می‌توانیم جدا کنیم.



با توجه به مثال بالا پس وقتی می‌گوییم ۴ تقسیم بر $\frac{1}{2}$ می‌خواهیم ببینیم در ۴ چند تا $\frac{1}{2}$ وجود دارد. برای درک بهتر به محور زیر دقت کنید.



همان طور که می‌بینید در ۴ هشت تا $\frac{1}{2}$ وجود دارد.

تقسیم کسر بر عدد

این مسئله را در نظر بگیرید، «فرض کنید $\frac{1}{3}$ یک مربعی را در اختیار دارید و می‌خواهید آن را بین ۳ نفر تقسیم کنید. به هر نفر چه مقدار کیک می‌رسد؟

در واقع $\frac{1}{3}$ از یک کیک را به ۳ قسمت باید تقسیم کنیم. $\frac{1}{3} \div 3 =$

خوب اگر این $\frac{1}{3}$ را به ۳ قسمت تقسیم کنیم داریم،

هر قسمت چه مقدار از کل کیک را شامل می‌شود؟ $\frac{1}{6}$

پس، $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{6}$



به شکل روبه‌رو در رابطه با تقسیم $\frac{2}{3} \div 4$ دقت کنید $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{12}$



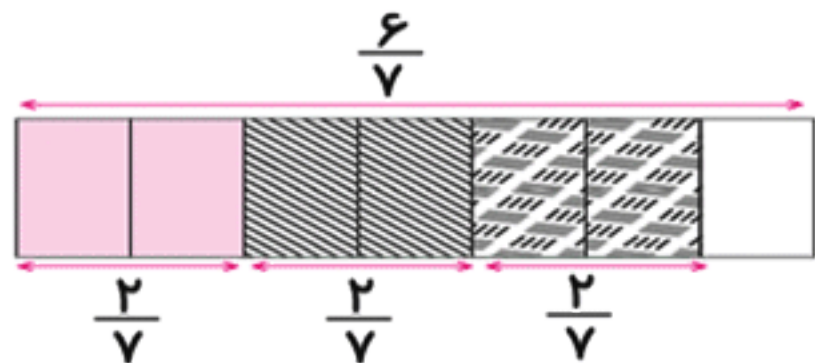
همان طور که می‌بینید ارتباطی بین مخرج کسر عددی که کسر به آن تقسیم می‌شود و مخرج حاصل تقسیم وجود دارد.

$$\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{12}$$

تقسیم کسر بر کسر

به تقسیم $\frac{2}{3} \div \frac{2}{7}$ و شکل آن دقت کنید در واقع می‌خواهیم ببینیم چند تا $\frac{2}{7}$ در $\frac{2}{3}$ وجود دارد؟

همان طور که در شکل می‌بینید $\frac{2}{7}$ از شکل رنگ شده و در این $\frac{2}{3}$ تا $\frac{2}{7}$ وجود دارد.



$$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$$

نکته: برای تقسیم کسرهایی که مخرج مساوی دارند کافی است صورت کسر اول را به صورت کسر دوم

$$\frac{6}{8} \div \frac{2}{8} = 3$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{2}{6} = \frac{5}{2}$$

تقسیم کنیم.

در تقسیم $\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$ می‌خواهیم بدانیم در $\frac{3}{4}$ چند تا $\frac{1}{3}$ است. به همین منظور شکل را به 3 قسمت تقسیم می‌کنیم و همین‌طور $\frac{1}{3}$ شکل نیز به 3 قسمت تقسیم شده و با توجه به تقسیم‌بندی جدید مقدار $\frac{9}{12}$ شکل

رنگی است و $\frac{1}{3}$ شکل نیز با تقسیم‌بندی جدید $\frac{4}{12}$ شکل است. حالا می‌خواهیم ببینیم در $\frac{9}{12}$ چند تا $\frac{4}{12}$ وجود دارد؟

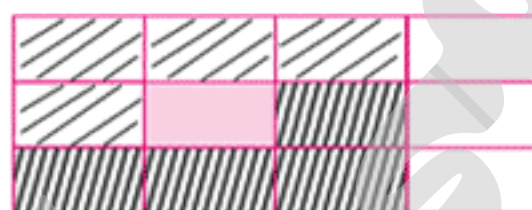


همان‌طور که می‌بینید در $\frac{9}{12}$ دو تا $\frac{4}{12}$ و $\frac{1}{4}$ از $\frac{4}{12}$ درست شده است.

پس در کسرهایی با مخرج نامساوی $\frac{9}{12} \div \frac{4}{12} = 2\frac{1}{4}$ می‌توانیم مخرج‌ها را مساوی کنیم و صورت کسر اول

را به کسر دوم تقسیم کنیم و حاصل را به دست آوریم.

$$\frac{9}{12} \div \frac{4}{12} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$



در تقسیم روبه‌رو مخرج کسرها مساوی نیست. برای پاسخ دادن با توجه به آن چه تاکنون یاد گرفتیم باید مخرج‌ها را مساوی کنیم.

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \div \frac{2 \times 2}{4 \times 5}$$

همان‌طور که می‌بینید وقتی که برای رسیدن به مخرج مشترک صورت و مخرج هر کسر را در مخرج کسر

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} \div \frac{4 \times 2}{4 \times 5}$$

دیگر ضرب کرده‌ایم مخرج‌های هر دو کسر برابر است.

در مخرج‌های مساوی یاد گرفتیم که صورت کسر اول را تقسیم بر صورت کسر دوم کنیم.

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} \div \frac{4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

حالا اگر به این دو کسر دقت کنید می‌بینید که کسر اول همان کسر اولی و کسر دوم نیز کسر دوم است که جای صورت و مخرج آن عوض شده است.

نکته: در تقسیم کسرهایی با مخرج نامساوی می‌توانیم کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم تا حاصل به دست آید.