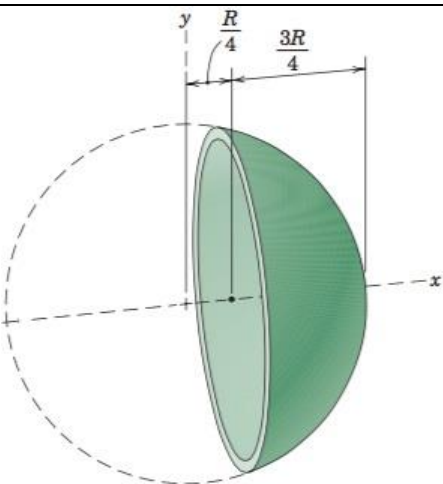


۱) مرکز جرم اجسام نشان داده شده را به دست آورید (از اندازه های نشان داده شده کاملاً معلوم است که شکل ها واقعی نیستند. قسمت سیاه رنگ، قسمت برداشته شده جسم سفید رنگ است. اجسام دوبعدی و در صفحه هستند. هر دو جسم همگن هستند. مرکز جرم یک مثلث همگن محل همرسی میانه های آن است. فاصله مرکز دودایره d است) (۲۰نمره)



۲) الف) مرکز جرم پوسته ی کروی همگن نشان داده شده را حساب کنید

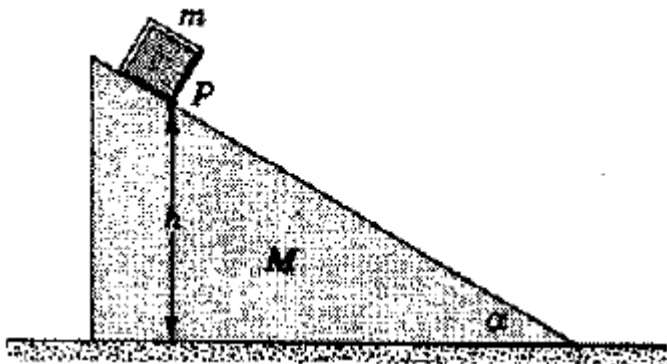
ب) مرکز جرم یک مخروط همگن به شعاع قاعده R و ارتفاع h را حساب کنید (راهنمایی: برای این کار می توانید دستگاه استوانه ای مناسبی در نظر گرفته و مخروط را به دیسک هایی به ارتفاع dz تقسیم کرده و سپس مرکز جرم را حساب کنید)

(۲۰ نمره)

۳) نقد فیلم! (۱۰ نمره)

در فیلم (interstellar 2015) در بخشی از فیلم سفینه ای در حال گریز از میدان گرانشی یک سیاه چاله است. در این هنگام وقتی که تمام موتور های سفینه خاموشند برای گریز سفینه از گرانش سیاهچاله قسمتی از سفینه را از آن جدا می کنند) به صورت رها کردن). در اینصورت آیا این کار تاثیری در افزایش سرعت سفینه دارد؟ چرا؟ در این صورت یکی از نتایجی که می توان گرفت این است که موتور های سفینه هنوز روشن بوده اند. چرا در این صورت سرعت سفینه افزایش می یابد؟ اگر موتور های سفینه خاموش بوده باشند قسمت غیرضروری سفینه چگونه باید جدا شود تا سرعت سفینه افزایش یابد؟ در این بخش بازیگر فیلم میگوید: " قانون سوم نیوتون میگوید برای این که به جلو برویم باید چیزی را پشت سر خود رها کنیم " این گفته ی او را نقد کنید

۴) گلوله ای به جرم m در جهتی کاملاً افقی به جسمی به جرم M برخورد کرده و با سرعتی نصف سرعت اولیه اش از آن خارج می شود. اگر نسبت m/M برابر α باشد گلوله چه کسری از انرژی جنبشی اولیه خود را در اثر اصطکاک از دست می دهد؟ (۱۵نمره)



۵) مطابق شکل قالبی به جرم m روی گوه ای به جرم M قرار گرفته است. تمامی سطوح بدون اصطکاکند. اگر جسم در ابتدا در بالاترین نقطه گوه به ارتفاع h قرار داشته باشد سرعت گوه و جسم وقتی که جسم به پایین ترین نقطه گوه می رسد را حساب کنید (۱۵ نمره)

۶) راکتی در حال حرکت با سرعت v در جو است و به آن نیروی مقاومت هوا به صورت $F = -kv$ وارد می شود. اگر بتوان از سایر نیرو های خارجی صرف نظر کرده و موشک از حال سکون شروع به حرکت کند با انتگرال گیری از معادله دیفرانسیل حرکت نشان دهید سرعت نهایی راکت از رابطه زیر به دست می آید:

$$v = V\alpha \left(1 - \left(\frac{m}{M}\right)^{1/\alpha}\right)$$

در این رابطه v سرعت نهایی موشک، V سرعت نسبی خروج گاز از موشک، $\alpha = \left|\frac{\dot{m}}{k}\right|$ مقداری ثابت، M مجموع جرم موشک

و سوخت داخل آن و m جرم نهایی موشک است. (۲۰ نمره)

موفق و پیروز باشید. TA