۱. فرض کنید $a_1, a_2, \ldots, a_k$ اعدادی صحیح باشند و $m_1, m_2, \ldots, m_k$ اعدادی طبیعی باشند به طوری که $m_1 > 1$ و به ازای هر i داریم $2m_i < m_{i+1}$. ثابت کنید عدد صحیح X وجود دارد به طوری که به ازای هر i باقیمانده ی X بر m_i برابر با a_i نباشد. $(X \neq a_i \ mod \ m_i)$

اثبات : یک عدد تصادفی مانند X از مجموعه ی $\{0, 1, 2, \ldots, \prod_{i=1}^{k} m_i\}$ انتخاب می کنیم . پیشامد B_i را اینطور تعریف می کنیم که باقیمانده ی X بر m_i برابر با a_i باشد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد B_i برابر است با $\frac{1}{m_i}$.

پس احتمال اتفاق افتادن $B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_k$ حداکثر برابر است با $\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{m_i}$.

با توجه به فرض $2m_i < m_{i+1}$ به سادگی اثبات می شود که $\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{m_i} < 1$ در نتیجه احتمال اتفاق نیفتادن هیچ کدام از B_i ها بزرگتر از صفر است. یعنی X ای وجود دارد که به ازای هر i ، باقیمانده ی X بر m_i برابر با a_i نیست.