

بسمه تعالیٰ

## تشخیص خط با استفاده از تبدیل هاف

نام درس :

بینایی ماشین

نام استاد :

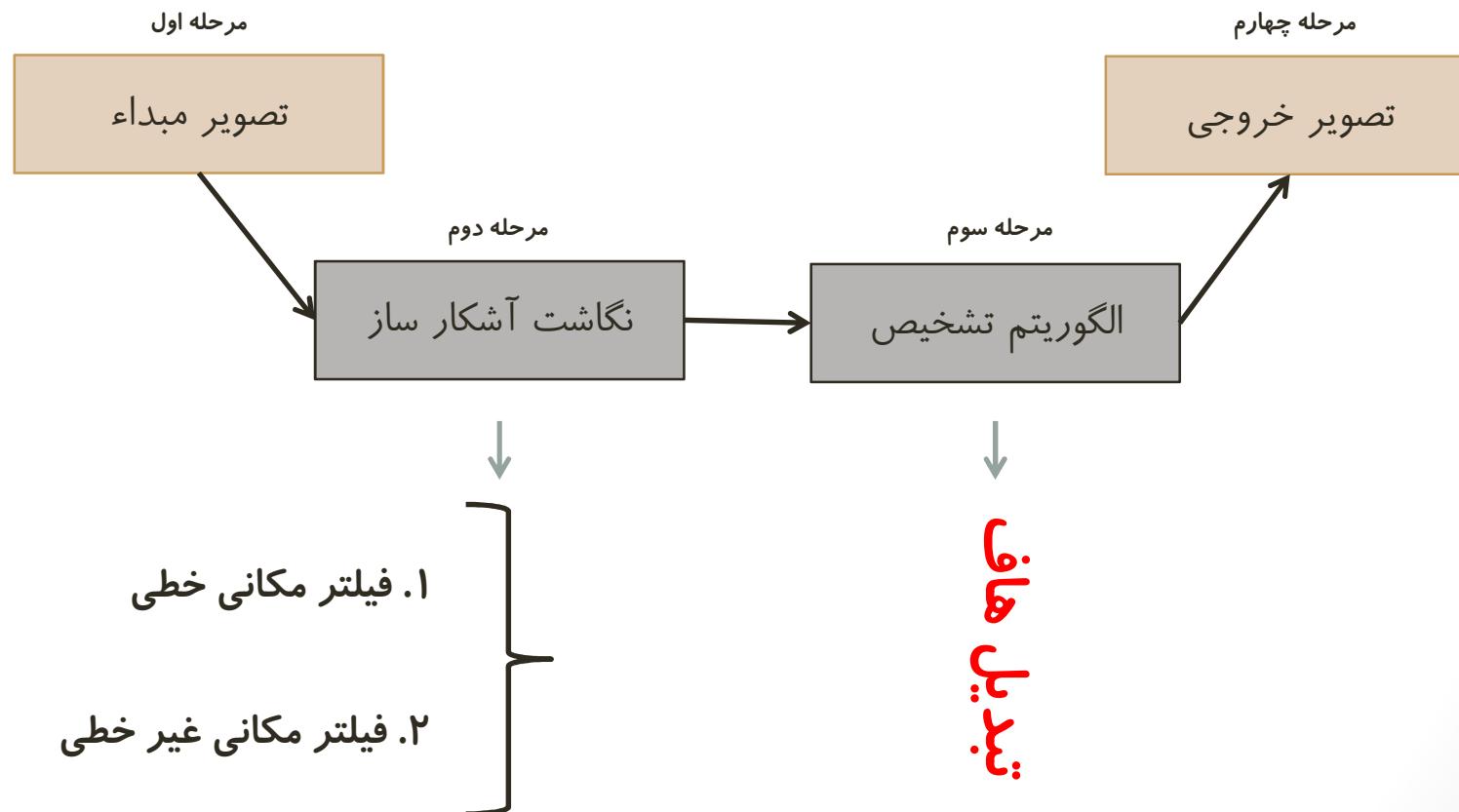
جناب آقای دکتر محلوجی

ارائه کننده :

محمد زارع مهرجردی

## مقدمه :

### رونده کلی تشخیص الگو در تصویر :



## مقدمه :

یاد آوری تبدیل مکانی خطی و تشخیص نقطه :

نگاشت آشکارساز (Mask) نقطه :

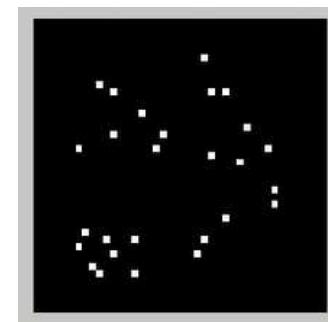
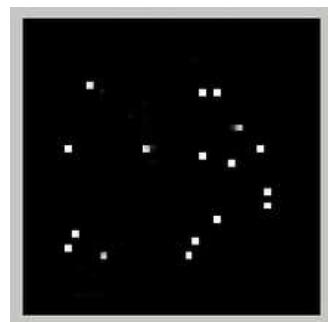
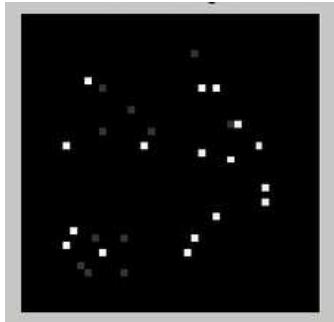
لاپلاسین

لاپلاسین تعمیم یافته با اثر همسایگی قطری

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & \color{red}{4} & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & \color{red}{8} & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

تصویر اصلی



- نکته : جهت افزایش تاثیر همسایگی بر آشکار ساز نقطه می توان میدان اثر همسایگی ها را گسترش داد . به عنوان مثال : نگاشت با ماتریس  $5 \times 5$  ایجاد نمود. وزن ضرائب مهم است.

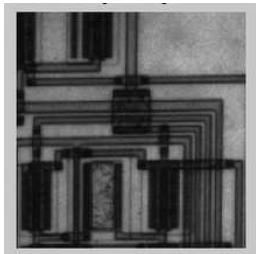
## مقدمه :

نگاشت آشکار ساز

چرا از نقطه شروع کردیم ؟

خط نقاط به هم پیوسته و یا گستته در یک راستا هستند.

تصویر نمونه



- تبدیل مکانی خطی و تشخیص خط :

نکته : دستور `imfilter` اعمال نگاشت بر تصویر در نرم افزار MATLAB مورد استفاده قرار میگیرد.

نگاشت خط افقی

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

نگاشت خط عمودی

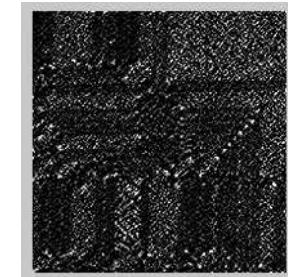
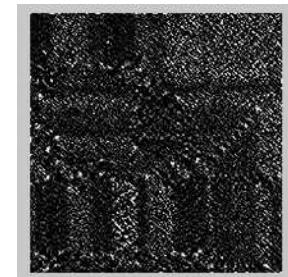
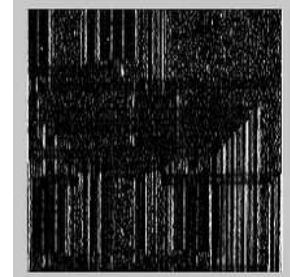
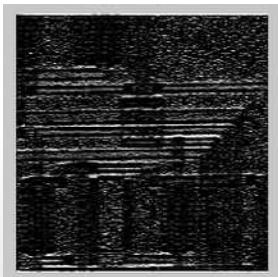
$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

نگاشت خط  $+45$  درجه

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

نگاشت خط  $-45$  درجه

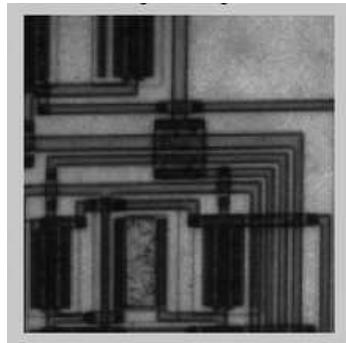
$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$



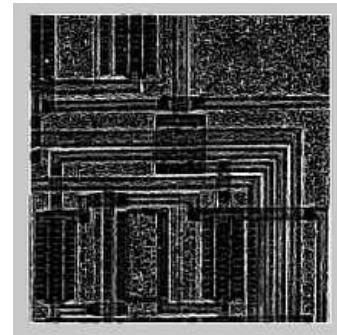
# مقدمه :

نگاشت آشکار ساز

تصویر نمونه



تل斐ق نگاشت افقی و عمودی

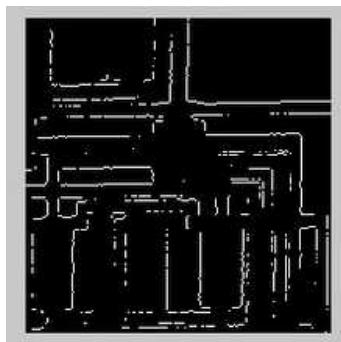


نکته : هر خطی در تصویر لبه نیست ولی می توان گفت لبه ها در تصویر خط هستند.

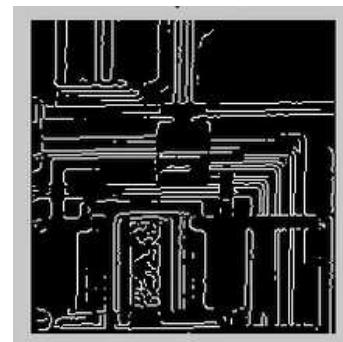
دستور edge در نرم افزار MATLAB جهت تشخیص لبه مورد استفاده قرار میگیرد. از بهترین الگوریتمها مورد استفاده جهت تشخیص خط در این دستور عبارتند از :

Sobel , Prewitt , Roberts , Log , Canny , ZeroCross

Prewitt Filter



Canny Filter



# طرح مسئله :

## حال مشکل چیست ؟

پس از اعمال یکی از فیلترهای نام بردۀ خروجی ، تصویری شامل خطوط موجود در تصویر اصلی بدست خواهد آمد.

اما ...

معادلات خطوط موجود در تصویر از دیدگاه ریاضی در دست نیست .

برای پیدا کردن معادلات خط ، باید عبور خط از هر دونقطه روشن در تصویر بررسی شود.

حال با فرض وجود  $n$  نقطه روشن روی تصویر و بررسی وجود خط بین هر دو نقطه منتخب ، تعداد بار تکرار الگوریتم ، انتساب 2 از  $n$  حالت می باشد . پس خواهیم داشت :

$$\frac{n \times (n-1)}{2}$$

که از خانواره پیپیدگی زمانی  $O^2$  میباشد.

حال اگر بخواهیم فرمول خط بین دو نقطه را نیز بیابیم ، ضریب  $n$  دیگری نیز به الگوریتم لفزوده خواهد شد که پیپیدگی زمانی آنرا به خواهد برد.

سناریوی فوق به ازای ۱۰۰ نقطه روشن در تصویر مبدل ، ۱،۰۰۰،۰۰۰ مسیر را باید کنترل نماید که محاسبه را بسیار سفت و در ابعاد تصویری بزرگ ناممکن میسازد....

## توصیف کلی راه حل :

استخراج معادلات خطوط از تصویر نگاشت شده :

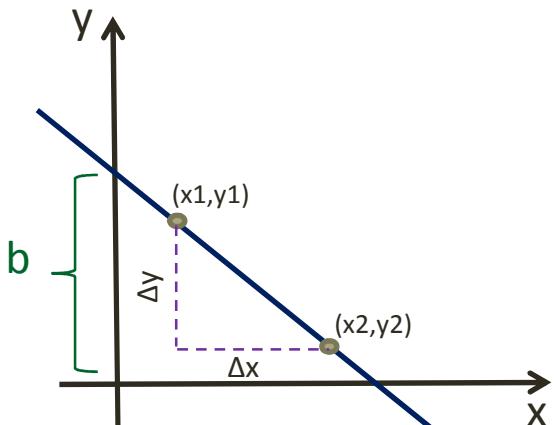
روش اینگونه است که تصویر نگاشت شده را بررسی نموده و با انتقال آن به فضای جدید برداری ، اعلام می نماید با چه احتمالی ، خطوط با پارامترهای خاص در عکس ورودی وجود دارد.

فضای جدید محاسبه شده احتمال را نیز ، می توان به تصویر کشید.

این اصلی است که تبدیل هاف بر پایه آن عمل می نماید.

# ولی چگونه ... ?

# توصیف راه حل :



$$\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \\ y_2 = ax_2 + b \end{cases}$$

مروری بر مفهوم خط در صفحه :

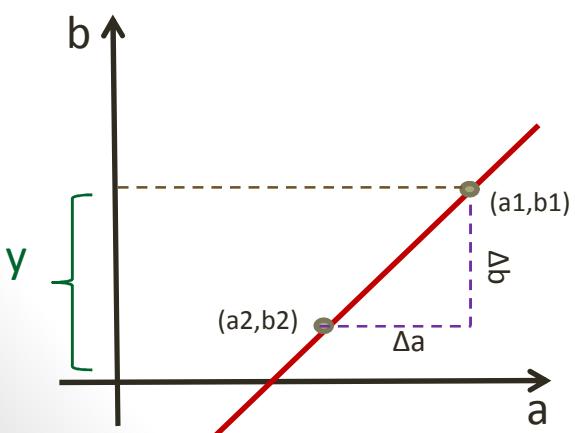
$y = ax + b$  : معادله خط

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{: شیب خط}$$

$b$  : عرض از مبدا

حال فرض میکنیم بر روی خط فوق داشته باشیم :

اگر معادلات فوق را در فضای  $a, b$  رسم کنیم چه خواهیم داشت ؟



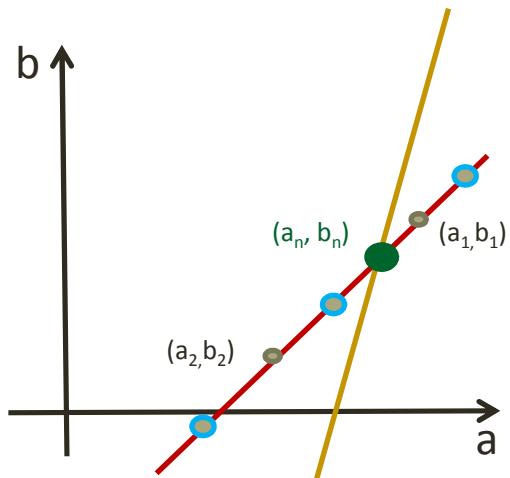
$b = -xa + y$  : معادله خط

$$x = \frac{\Delta b}{\Delta a} \quad \text{: شیب خط}$$

$y$  : عرض از مبدا

## الگوریتم تشخیص

# توصیف راه حل :



تغییر فضای معادله خط :

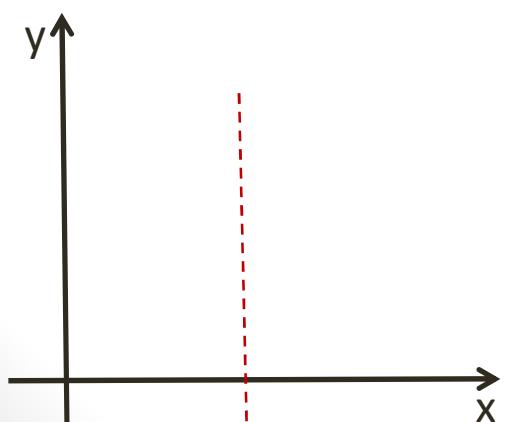
نقاط روی خط در دستگاه  $a, b$  ، شیب و عرض از مبدأ خطوطی هستند که از نقطه  $(x_1, y_1)$  در دستگاه  $X, Y$  می‌گذرد.

پس اگر نقطه  $(x_2, y_2)$  را نیز در دستگاه  $a, b$  رسم کنیم ، محل تقاطع دو خط در این دستگاه ، شیب و عرض از مبدأ خطی است که **احتمالاً** از دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  در دستگاه  $X, Y$  می‌گذرد.

معادله خط در دستگاه  $X, Y$  :

$$y = a_n \cdot x + b_n$$

به فضای  $a, b$  فضای ویژگیها گویند.



معادله خط  $x = x_0$

مشکلی دیگر :

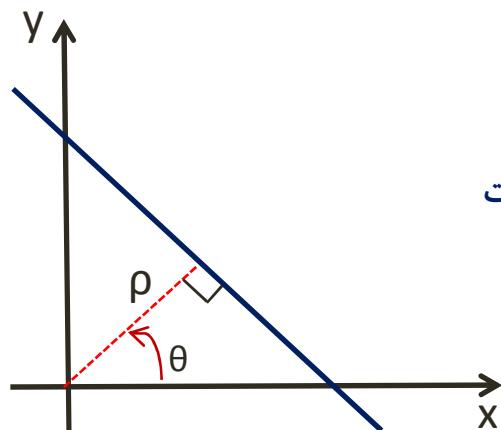
شیب خط  $a = \infty$

در واقع محدوده  $0 \leq a \leq \infty$  و  $0 \leq b \leq y_{\max}$  است.

## الگوریتم تشخیص

# توصیف راه حل :

راه حل این مشکل ، توصیف خط توسط دو پارامتر دیگر بنام  $\rho$  و  $\theta$  است ، که بصورت زیر تعریف میگردد.



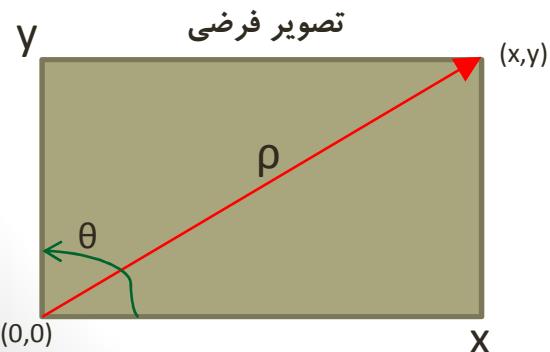
$$x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta = \rho \quad : \text{معادله خط}$$

$\rho$  : فاصله از مبدأ مختصات

$\theta$  : زاویه با محور x

پس هر x و y که در معادله فوق صدق کند روی خط خواهد بود.

حال نقاط بصورت  $(\rho, \theta)$  بیان خواهد شد و حدود آنها بصورت زیر تعریف می‌گردد :



$$0 \leq \rho \leq \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

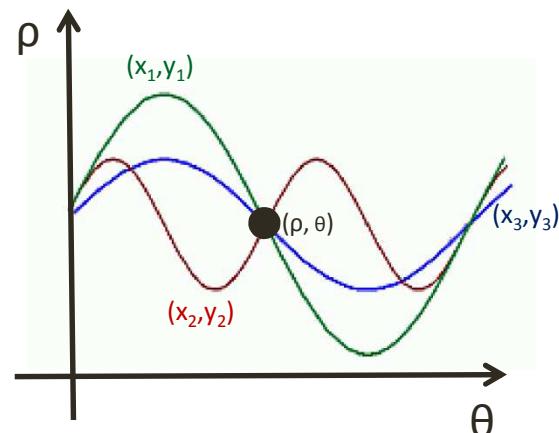
## توصیف راه حل :

حال باید دید توصیف خط در فضای  $\rho$  و  $\theta$  چگونه خواهد بود.

با توجه به حالت کلی معادله خط جدید و با توجه به اتحادهای مثلثاتی می‌توان اینگونه نوشت:

$$x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta = A \cdot \sin(\theta + \theta_0)$$

پس نتیجه اینکه به ازای هر نقطه موجود در تصویر، در فضای  $\rho, \theta$  در فضای  $x, y$  یک نمودار سینوسی خواهیم داشت.



پس محل تلاقی نمودارهای رسم شده به ازای نقاط  $(x, y)$ ،  $\rho$  و  $\theta$  های خطی هستند که در فضای  $x, y$  وجود دارد.

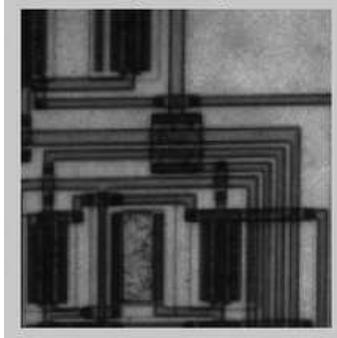
هرچه تعداد خطوط گذرنده از نقطه  $(\rho, \theta)$  بیشتر باشد **احتمال** وجود خط در تصویر اصلی نیز بالاتر خواهد بود.

این پایه تئوری است که در پس **تبديل هاف** (Hough Transformation) وجود دارد.

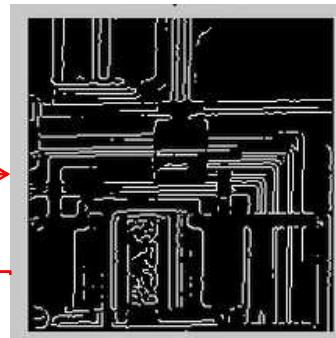
# خروجی یک مثال عملی :

بر پایه رویه مطرح شده در ابتدای بحث تیجه اجرا بصورت زیر خواهد بود.

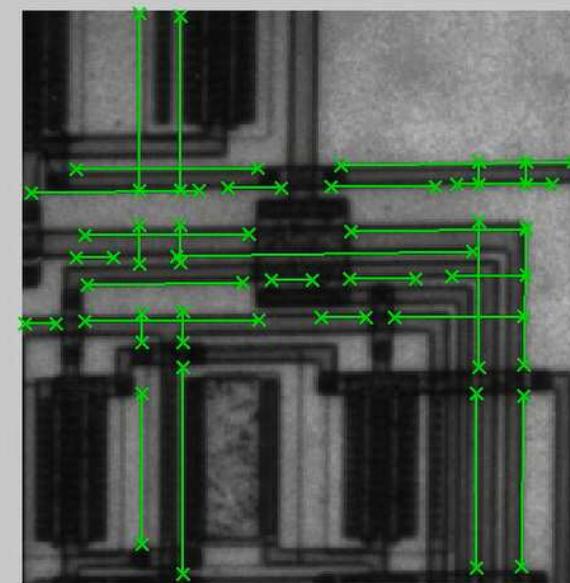
تصویر مبداء



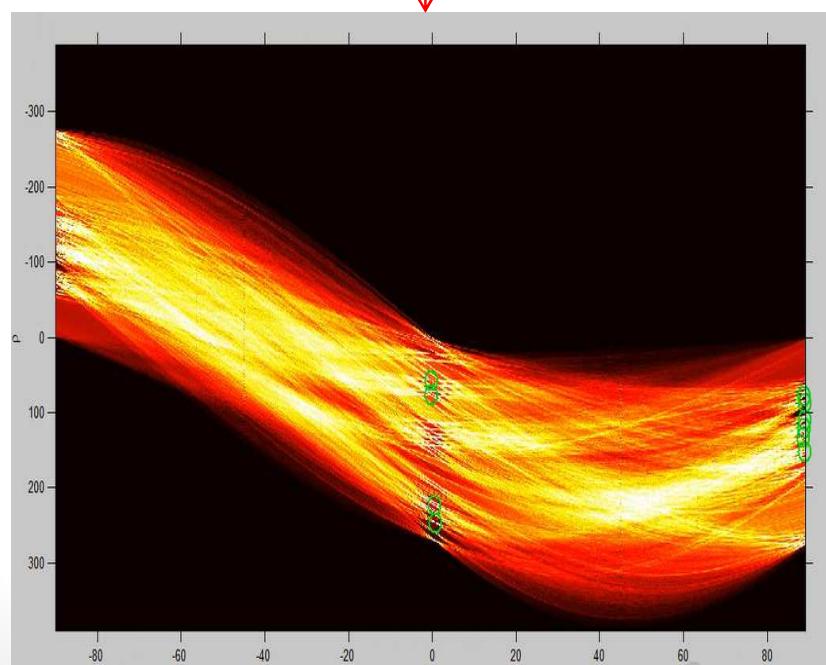
نگاشت آشکارساز



رسم خطوط کشف شده و انطباق بر  
تصویر اصلی



الگوریتم تشخیص هاف



## نتیجه گیری :

امتیاز مورد شرط روی نقاط تقاطع صفحه  $\rho$  و  $\theta$  ، و تعداد خطوط متقطع عبور داده شده از یک نقطه  $(\rho, \theta)$  ، می تواند تعداد خطوط تشخیص داده شده و ترسیم شده در تصویر نهایی و صفحه  $\pi, x$  را تعیین نماید.

در روش‌های یافت خطوط و لبه توسط نگاشتها و روش‌های آشکار ساز ، تنها به تشخیص دیداری خط در تصویر بسنده شده است. در تبدیل هاف **معادله خطوط** نیز کشف و قابل رسم خواهد بود.

پایان